The Journal of Academic Social Science Studies

International Journal of Social Science
Doi number:http://dx.doi.org/10.9761/JASSS7182
Number: 65 , p. 45-56, Spring I 2018

Araştırma Makalesi / Research Article
Yayın Süreci / Publication Process
Yayın Geliş Tarihi / Article Arrival Date - Yayınlanma Tarihi / The Published Date
17.07.2017 **15.03.2018**

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RUTİN OLMAYAN PROBLEM BAĞLAMINDAKİ DURUMLARININ ARAÇ/NESNE DİYALEKTİĞİ VE ÇERÇEVE DÖNÜŞÜMÜ AÇISINDAN İNCELENMESİ

TO EXAMINE OF 8TH GRADE STUDENTS' CONDITIONS IN THE CONTEXT OF NON-ROUTINE PROBLEM IN TERMS OF TOOL/OBJECT DIALECT AND CHANGE OF FRAMEWORK

Doç. Dr. Sare Şengül
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0002-1069-9084*
Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü
Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı
Sevilay Tavşan
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0002-0400-3140*
Marmara Üniversitesi Doktora Öğrencisi

Öz

Bu çalışmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem bağlamındaki durumlarının araç/nesne diyalektiği ve çerçeve dönüşümü açısından incelenmesidir. Çalışma Trabzon ilinde yer alan bir devlet ortaokulunda gerçekleştirilmiştir.

Çalışma grubu, "benzeşik (homojen) örnekleme" yöntemi ile seçilen üç öğrenciden oluşmaktadır. Bu öğrencilerin ikisi kız, biri erkektir. Çalışma nitel araştırma yaklaşımlarından "özel durum çalışması" desenine göre tasarlanmıştır. Veri toplama aracı olarak rutin olmayan problem çözme etkinliği ve video kayıt cihazı kullanılmıştır. Öğrencilerin çözüm süreci Douady'nin (1986) açıklamalarından yararlanılarak iki farklı şekilde analiz edilmiştir. Analizin birinci aşamasında eğer kavram; bir problemin çözümünde kullanılıyorsa "araç", problem çözümünde kullanılmıyor da genel bir tanım olarak göz önüne alınıyorsa "nesne" olarak değerlendirilmiştir. İkinci olarak da, öğrencilerin problem çözümlerinde; bilinmeyen ve cebirsel işlemler kullanıp sonuca varmaları "cebirsel çerçeve", herhangi bir bilinmeyen kullanmadan sadece sayısal işlemler yapıp sonuca ulaşmaları "aritmetik çerçeve", kartezyen koordinat sisteminden yararlanarak sonucu elde etmeleri ise "analitik çerçeve" olarak ele alınmıştır. Elde edilen

bulgulara göre, öğrencilerin uygulama sürecinde; dört işlem (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme), bilinmeyen, denklem kurma ve çözme gibi matematiksel araçlar kullandıkları görülmüştür. Buna rağmen, öğrencilerin problem çözme aşamalarında herhangi bir kavramın tanımından yararlanmadıkları ve bu nedenle nesne bileşenini kullanmadıkları belirlenmiştir. Öğrenciler problemi ilk önce aritmetik çerçevede, daha sonra buldukları sonucun doğruluğunu garanti altına almak adına, ikinci bir yoldan ise cebirsel çerçeve kullanarak çözmüşlerdir. Bununla birlikte, öğrencilerin problem çözme süreci içinde "analitik çerçeve" ye geçiş yapamadıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Araç-Nesne Diyalektiği, Diyalektik, Çerçeve Dönüşümü, Problem, Problem Çözme

Abstract

The purpose of this study is to examine 8th grade students' conditions in the context of non-routine problem in terms of tool / object dialect and change of framework. The study was conducted in a state secondary school in the province of Trabzon.

The study group consists of three students selected by the "homogeneous sampling" method. Two of these students are girls and one is a boy. The study was designed from the qualitative research approach to the "case study" design. Non-routine problem solving activity and video recorder were used as data collection tools. The solution process of the students was analyzed in two different ways, using the explanations of Douady (1986). In the first phase of the analysis, if a concept was used in solving a problem, it was considered as a "tool"; if the concept was not used in problem solving but it was considered as a general definition it was evaluated as an "object". Secondly, in problem solutions of the students; it was treated as "algebraic framework", which uses unknown and algebraic operations; as an "arithmetic framework" by performing only numerical operations without using any unknown, and as an "analytical framework" by using the cartesian coordinate system. According to the findings obtained, during the application process of the students; it has been seen that they have used mathematical tools such as four operations (addition, subtraction, multiplication and division), unknowns, equations and solving. Nevertheless, it has been determined that students didn't use definition of any concept in the problem-solving phase and thus didn't use the object component. The students have solved the problem first by using an arithmetic framework, and then in order to guarantee the correctness of the result in the algebraic framework. Also, it has been determined that students could not make the transition to the "analytical framework" within the problem solving process.

Keywords: Tool-Object Dialect, Dialectic, Change Of Framework, Problem, Problem Solving

GİRİŞ

Matematiksel düşünme bağlamında öğrencilerin durumlarını belirlemeyi amaçlayan araştırmacılar, kavram gelişimini farklı açılardan ele almıştır (Douady, 1986; Dubinsky, 1984; Tall & Vinner, 1981). Bu bağlamda Dubinsky (1984) öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırma sürecinde *eylem, süreç, nesne ve şema gibi* belirli zihinsel yapılar oluşturduklarını belirtirken; Tall ve Vinner (1981) *kavram tanımı* ve *kavram görüntüsü (imajı)* yapısını ortaya koymuştur. Kavram tanımı *"kavramı doğru bir şekilde tanımlayan sözel ibare*" iken; kavram görüntüsü *"bireyin zihninde kavramla ilgili var olan tüm bilişsel yapıyı"* ifade etmektedir (Tall & Vinner, 1981: 152). Öğrenciler karşılaştıkları bir problemi çözerken sadece kavram tanımını ya da kavram görüntüsünü kullanmalarının yanı sıra bu iki bileşen arasında ilişki de kurabilirler (Vinner, 1991).

Douady (1986) matematiksel kavramların genellikle, farklı çerçeveler içerisinde meydana geldiğini belirtmektedir. 'Çerçeve' kelimesinden kast ettikleri, kavramın ele alındığı matematiksel bağlamdır. Örneğin, iki

doğrunun kesişim noktası analitik çerçevede doğruların grafikleri çizilerek bulunabileceği gibi, cebirsel çerçevede iki bilinmeyenli denklem çözümü yapılarak da tespit edilebilir. Burada problemi cebirsel, aritmetik, analitik ya da fonksiyonel formda verilen matematiksel çerçeveden başka bir çerçeveye taşımak söz konusudur (Vergnaud, 1994). Douady (1987) bu durumu "çerçeve dönüşümleri" olarak ifade etmektedir. Çerçeve dönüşümleri problemin veriliş biçiminde yer almayan farklı araç ve tekniklerin kullanımına olanak tanıması nedeniyle problemin çözümü esnasında karşılaşılan zorlukları aşabilmek adına önem taşımaktadır (Otero, 2010) .

Douady (1986), yaşları 6 ila 11 arasında değişen öğrencilerle yaptığı uzun süreli çalışmalar sırasında matematiksel kavramların iki farklı statüye sahip olduğunu fark etmiştir. Eğer, kavram bir problemin çözümünde kullanılıyorsa "araç", problem çözümünde kullanılmıyor da tanım olarak göz önüne alınıyorsa "nesne" olarak değerlendirilmelidir (Douady, 1986). Baştürk'e (2016) göre bir kavram nesne iken, araç haline gelebilmekte; araç olarak kullanılırken nesne durumuna da geçiş yapılabilmektedir. Kavramların bu durumunu nitelemek için Douady (1986) "araç / nesne diyalektiği" ifadesini kullanmaktadır.

Douady (1987) araç/nesne diyalektiğinin gerçekleştirilmesini sağlayabilecek problemlerin bir takım koşulları sağlaması gerektiğini belirtmiştir. Bunlardan bazıları ise şunlardır:

- Öğrenci problemi anında çözememeli fakat süreçteki uğraşları sonunda mevcut bilgilerini de kullanarak çözebilmelidir.
- Problemler farklı çerçevelerde çözülebilmeli ve çerçeveler arasında (cebirsel, geometrik, grafik, aritmetik vb.) geçişler sağlayacak yapıda olmalıdır.

Baştürk (2007) kavramların araç olarak kullanılmasının nesne durumunda kullanılmasına göre kavramsal öğrenmeyi sağlamak adına önem taşıdığını belirtmektedir. Örnek vermek gerekirse; matematikteki fonksiyon kavramı günlük hayat ile ilişkilendirilemiyorsa fonksiyon kavramının nesneleştirilmesinin bir anlamı bulunmamaktadır. Bu nedenle öğretim sürecinden öğrencilere iyi yapılandırılmış nesneleri araç olarak kullanabilme becerisini kazandırması beklenmektedir. Soylu ve Soylu'ya (2006) göre de öğrenciler, problem çözme sürecinde ağırlıklı olarak işlemsel öğrenmeden ziyaden kavramsal öğrenmeye yer vermelidir. Diğer bir deyişle, öğrenciler kavramları ve işlemleri uygun şekilde bir araya getirebilmeli ve bunları problemin çözümünde kullanabilmelidir. Belirtilenler doğrultusunda, araç/nesne diyalektiğinin ve çerçeve dönüşümlerinin öğrencilerin matematiksel bilgileri üzerinde önemli rol oynadığı söylenebilir. Baştürk (2006) çalışmasında, üniversiteye giriş sınavı sorularını matematik öğretimindeki bazı temel kavramlar ışığında incelemiştir. Araştırma sonucunda, üniversiteye giriş sınavında fonksiyonlar bağlamında çıkmış soruların matematik öğretiminde öğrenme adına önemli kabul edilen bazı temel özellikleri (araç/nesne diyalektiği, alan ve alanlar değişimi, fonksiyonun değişken anlamı...) sağlamada yetersiz olduklarını görmüştür. Yapılan literatür taraması sonucu ulusal anlamda yeterli sayıda çalışmaya ulaşılamamıştır. Alan yazındaki bu eksiklikten dolayı, matematiksel kavramların temellerinin yapılandırıldığı ortaokul düzeyindeki öğrencilerle araç/nesne diyalektiği ve çerçeve dönüşümü bağlamında uygulamalı bir çalışma yapılması gereği hissedilmiştir. Bu nedenle çalışmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem bağlamındaki durumlarının araç/nesne diyalektiği ve çerçeve dönüşümü açısından incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

- Öğrencilerin problem çözerken kullandıkları araçlar nelerdir?
- Öğrencilerin problem çözerken kullandıkları nesneler nelerdir?

- Öğrenciler problem çözümünde hangi çerçeveleri kullanmaktadır?

YÖNTEM

Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarından "*özel durum çalışması"* kullanılmıştır. Özel durum çalışması "Olayı gerçekleştiği doğal ortamında derinlemesine gözlemlemeye, sistematik bir biçimde veri toplamaya, analiz etmeye, sonuçları ortaya koymaya olanak sağlamasının yanı sıra özellikle bireysel olarak yürütülen çalışmalar için uygun olması" (Çepni, 2009: 66) nedeniyle seçilmiştir.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden "benzeşik (homojen) örnekleme" yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi, zengin bilgi alınacağı düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına imkân tanımaktadır. Bu tür örneklemede, araştırmacı kimlerin seçileceği konusunda kendi yargısını kullanmakta ve araştırmanın amacına en uygun olan bireyleri araştırmaya almaktadır. Benzeşik (homojen) örneklemede ise amaç küçük, benzeşik bir örneklem oluşturma yoluyla belirgin özelliklere sahip bir alt grubu tanımlamaktır (Yıldırım & Şimşek, 2013).

Öğrencilerin seçimlerinde TEOG puanı da dâhil 2016-2017 eğitim-öğretim yılı birinci dönemindeki üç matematik sınavının ortalamaları, derslerine giren öğretmen görüşleri ve gönüllük ilkesi benimsenmiştir. Ortalamaları 90-100 arasında olup, öğretmenleri tarafından okuduğunu anlayıp yorum yapabilme, duygu ve düşüncelerini rahat ifade edebilme, alternatif çözüm sunabilme becerileri yüksek olarak nitelendirilen öğrencilerden gönüllük esası da göz önüne alınarak üç öğrenci belirlenmiştir. Bu öğrencilerin ikisi kız, biri erkektir. Çalışmada araştırma etiği açısından öğrencilerin gerçek isimleri yerine Yonca, Canan ve Mehmet şeklinde takma isimler kullanılmıştır.

Öğrencilerin yaşları 13-14 arasında olup sosyoekonomik düzeyleri birbirine yakındır. Uygulanan metodolojik yaklaşımın özellikleri düşünüldüğünde problem çözümünde farklı fikirler ortaya atıp bunları uygulayabilen öğrencilere öncelikle gereksinim duyulması nedeniyle akademik başarıları yüksek öğrenciler tercih edilmiştir.
Öğrenci profilleri Tablo 1'de sunuluştur.

Tablo 1. Çalışma grubundaki öğrencilerin isimleri ve ortalamaları

Öğrenciler	**Ortalamalar**
Yonca	96
Canan	91
Mehmet	93

Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı olarak bir problem çözme etkinliği ve video kayıt cihazı kullanılmıştır. Belirlenen problem "Saksı Problemi" olup, Ek 1'de verilmiştir. Öğrencilerin hazır bulunuşlukları probleme giriş yapabilmek için yeterlidir. Problem cebirsel, aritmetik ve analitik olmak üzere birçok çerçeveden çözülmeye uygundur.

Verilerin Toplanma Süreci

Problem çözme etkinlikleri oluşturulurken, öncelikle ilgili literatür (yüksek lisans,

doktora tezleri, makaleler, ulusal ve uluslararası sınav soruları, matematik ders-çalışma kitapları) taranmıştır. Bu tarama sonucunda birden fazla yolla çözülebilen 4 rutin olmayan problemden meydana gelen bir madde havuzu oluşturulmuştur. Madde havuzundaki problemlerin, öğrenci seviyesine uygunluğuna, rahatlıkla anlaşılır olup olmadığına, birden fazla yolla çözülebilirliğine yönelik üç uzman görüşü alınmış ve gerekli düzeltmeler yapılmıştır. İki Türkçe öğretmenine danışılarak problemlerde anlaşılır olmayan ifadeler düzeltilmiş, problemlerden anlam bakımından çıkarılması gereken bazı ifadeler silinmiş, problemler anlatım, noktalama ve imla kuralları açısından tekrar düzenlenerek, son şeklini almıştır. Yapılan uzman görüşleri sonucunda araştırmada kullanılmak üzere bir problem çözme etkinliği belirlenmiştir.

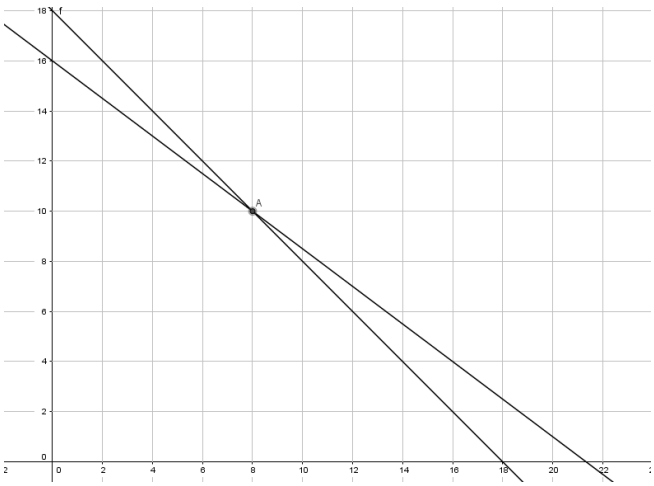
Öğrencilerin üç kişilik grup olarak yürüttüğü problem çözüm süreci, onların rahat edebilecekleri bir yer olması açısından araştırma kapsamında seçilen okulun kütüphanesinde gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler bir masa etrafında toplanmıştır. Öğrenciler problemi rahat okuyabilsinler diye problem durumu üç öğrencinin de önüne konmuştur. Araştırmacı, öğrencilerin yaptığı işlemleri takip edebilmek için yanlarına oturmuştur. Bu süreç 18.07 dakika sürmekle birlikte, video kayıt altına alınmıştır. Araştırmacı grup içinde sürdürülebilir bir tartışma ortamının olması ve öğrencilerin tartışma ortamına katılmalarını sağlamak amacıyla öğrencilere gerekli yerlerde *"Neden böyle düşünüyorsun?"*, *"Arkadaşlarının fikrine katılıyor musun, neden?"* gibi teşvik edici sorular yöneltmiştir.

Verilerin Analizi

Problem çözme etkinlikleri sırasında elde edilen video kaydı öncelikle bilgisayara aktarılmış, daha sonra ise kelimesi kelimesine yazılı metine dönüştürülmüştür. Öğrencilerin çözüm süreci Douady'nin (1986) açıklamalarından yararlanılarak analiz edilmiştir. Problem çözme sürecinden elde edilen veriler Tablo 2'deki tanımlara uygun boyutta ele alınarak betimsel bir şekilde analiz edilmiştir.

Tablo 2. Problem çözüm sürecindeki verileri analiz etmek için kullanılan bileşenler ve yol gösterici örnekler

Veri Analizi Bileşenleri	Yol Gösterici Örnekler
Araç: Kavram bir problemin çözümünde kullanılıyorsa bu, kavramın "araç" olarak kullanımıdır.	• … ile ….'nu toplamalıyız/ çarpmalıyız/bölmeliyiz/çıkarmalıyız. • …. şeklinde denklem olur.
Nesne: Kavram, problem çözümünde kullanılmıyor da genel bir tanımı kullanılıyorsa bu, kavramın "nesne" olarak kullanımıdır.	• Denklem, içinde en az bir bilinmeyen olan eşitliklere denir. Bizim çözüm için kullanacağımız ifadede bunları göz önünde bulundurmamız gerek.
Cebirsel Çerçeve: Öğrencilerin bilinmeyen ve cebirsel işlemler kullanıp sonucu bulduğu bu	(Bir otelde 3 kişilik ve 4 kişilik 18 oda vardır. Otelin kapasitesi 64 olduğuna göre 3 kişilik kaç oda vardır? Problemini göz önüne alalım.)

çözümdür.	2 kişilik oda sayısı x olsun. 3 kişilik oda sayısı y olsun. $x + y = 18$ $3x + 4y = 64$ Bu denklem sisteminin çözümü x = 8, y = 10. Buradan istenen cevabın 8 olduğu ifade edilebilir.
Aritmetik Çerçeve: Öğrencilerin herhangi bir bilinmeyen kullanmadan sadece sayısal işlemler yapıp sonucu bulduğu çözümdür.	• Denemeler yapalım. 5 tane 3 kişilik oda olsa (15 kişi eder) 13 tane 4 kişilik oda olur (52 eder). Toplarsak 67 olmadı… Buradan 8 tane üç kişilik, 10 tane dört kişilik oda olduğu sonucuna
Analitik Çerçeve: Öğrencilerin kartezyen koordinat sisteminden yararlanarak sonucu bulduğu çözümdür.	• $x + y = 18$ $3x + 4y = 64$ doğrularını kartezyen koordinat sisteminde çizelim. Kesiştikleri noktaya A dersek koordinatlarının (8,10) olduğunu görürüz. 

Araştırmanın Geçerliğini (İnandırıcılık ve Transfer Edilebilirlik) Sağlayıcı Kaynaklar

• Betimsel analizin kullanıldığı bu çalışmada, çoğu yerde katılımcılardan doğrudan alıntı yapılmış ve bunlardan yola çıkarak sonuçlar açıklanmaya çalışılmıştır. Veriler toplanıp transkript edildikten sonra hazırlanan dokümanlar katılımcılara dağıtılıp yazılanların doğru olduğuna yönelik onay alınmıştır.

- Araştırma boyunca düzenli olarak uzman görüşlerine başvurulmuştur. Veriler analiz edildikten sonra iki uzmanla yapılan görüşmeler doğrultusunda bazı verilerin kodları yeniden düzenlenmiştir.
- Araştırmanın süreci ayrıntılı bir şekilde açıklanmaya çalışılmıştır. Bu doğrultuda, araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama aracı ve veri toplama süreci, verilerin analizi ve yorumlanması ayrıntılı bir biçimde sunulmuştur.
- Araştırmanın geçerliğini artırmak için amaçlı örnekleme yoluna gidilmiştir.

Araştırmanın Güvenirliğini Sağlayıcı Kaynaklar

- Çalışmada güvenirliği artırmak için, toplanan veriler betimsel bir yaklaşımla sunulmuş, önceden oluşturulmuş ve ayrıntılı olarak tanımlanmış kavramsal çerçeveye bağlı olarak veri analizi yapılmış, yapılan analizler sonucunda veriler ile kodların tutarlılığına, sonuçların mantıklı olup olmadığına yönelik iki uzman görüşü alınmıştır. Yapılan değerlendirmeler sonucunda gerekli görülen yerler düzenlenmiştir.
- Araştırma sonucunda ulaşılan sonuçların, yapılan yorumların ve önerilerin verilerle olan tutarlılığını belirlemek için iki uzmanın görüşleri alınmış ve bu görüşler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmıştır.

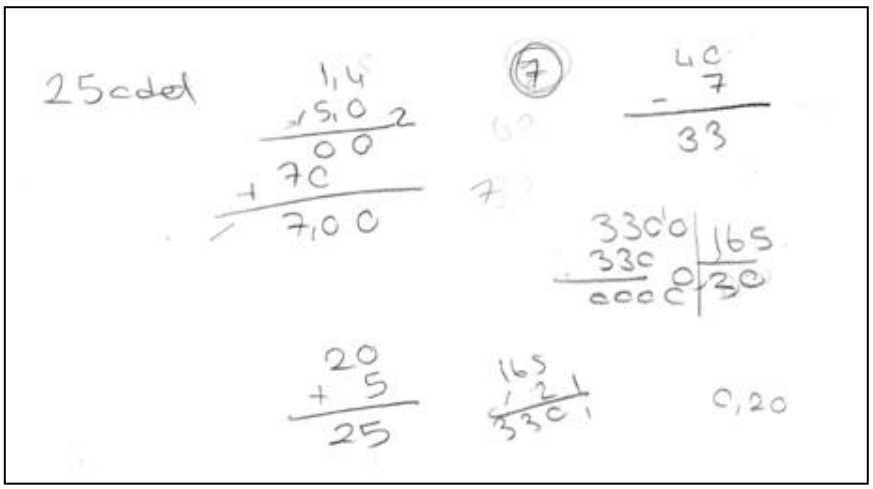
BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine yanıt bulabilmek için öğrencilerin problem çözüm sürecine yer verilmiştir.

[…]

Yonca: 1,4 lirayı 5 ile çarpacağız, 7 lira eder. O zaman ilk 40 liradan 7'yi çıkaralım, geriye kaldı 33. 33'ü 1,65'e böleceğiz (1).
Canan: Virgül kaydırabiliriz (2).
Yonca: Canan'ın dediği gibi 33'ün yanına sıfır atıp diğerinde virgül kaydırırsak 3300:165'ten 20 çıkar. İki virgül kaydırırsak 0,20 olur [gülüyor] (3).
Canan: [gülüyor] 2 olmuyor mu? 20 mi acaba?(4)
Yonca: Çarpalım deneyelim, 1,65.20 işlemini yaparsak 33 ediyor (5).
[…]
Canan: 5 zaten vardı, biz burada 20 tane bulduk. Toplarsak 25 ediyor (6).
[…]

Yonca'nın problem çözümüne yönelik bir fikir ortaya koyduğu görülmüştür (1). Canan ise Yonca'nın söylediklerinin devamını getirerek 33'ü 1,65'e bölmek için virgül kaydırabileceklerini belirtmiştir (2). Yonca, Canan'ın söylediği metodu uygulayarak 20 bulmuş ve iki virgül kaydırmaları gerektiği şeklinde bir fikir dile getirmiştir (3). Sonucu 0,20 bulmaları üzerine Canan, sonucun 2 veya 20 olabileceğine dair iki farklı görüş öne sürmüştür (4). Yonca deneme yanılma metodunu kullanarak 1,65.20'nin 33 ettiğini söylemiştir (5). Bunun üzerine Canan sonucun 25 olması gerektiğine ifade etmiştir (6). Tüm bunlardan hareketle, öğrencilerin aritmetik çerçevede verilen problemi, aritmetik çerçevede bir çözümle sonuca ulaştırdığı söylenebilir. Öğrenciler bu süreçte matematiksel dört işlemi (virgül kaydırma da dâhil) araç olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin çözümü Şekil 1'deki gibidir.



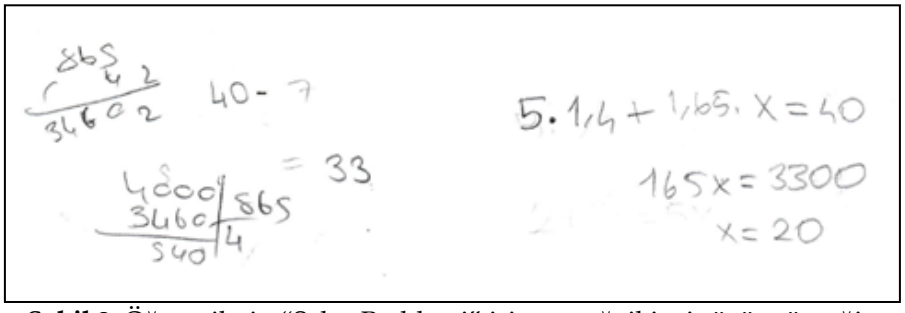
Şekil 1. Öğrencilerin "Saksı Problemi" için yaptığı çözüm örneği

Öğrenciler buldukları sonucun doğruluğunu kontrol etmek için farklı bir çözüm planı oluşturup *(denklem kurma)* bunu uygulama yoluna *(denklem çözme)* gitmişlerdir. Öğrencilerin bu süreçte aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

[…]
Canan: 7+x eşittir… (7)
Yonca: Bize fiyatını değil, kaç tane çiçek aldı onu soruyor. 5+x=25 çiçek olması lazım (8).
Araştırmacı: 25 tane olduğunu biliyor musun? (9)
Yonca: Hımmm. Acaba fiyatlardan mı gitsek? Yoksa çiçek sayısından mı? Bence fiyat ve kaç tane çiçek aldığını içeren karışık bir denklem olacak. Şöyle olsa (40-1,4.5)/1,65+5. (10)
Araştırmacı: Ortada bilinmeyen yok ama? (11)
Yonca: Eşittir x diyelim (12).
Mehmet: Buldum 5.1,4+1,65x=40 lira (13).
Yonca: Bakalım. 5 çarpı 1,4 yedi lira eder, toplarsak 8,65x=40 (14)
Canan: 40'ı kaça bölecektik 8,65'e, şimdi 4000 cinsinden yapalım onu (15).
Araştırmacı: 7 ile 1,65 toplanabiliyor mu orada? (16)
Yonca: Evet, bölersek kaç çıktı 540 böyle çıktı (17).
Araştırmacı: Mehmet sence de 8,65 oluyor mu orası?(18)
Mehmet: Hayır olmuyor (19).
Araştırmacı: Neden? (20)
Mehmet: Çünkü çarpmayı yapıp sonucu karşıya atmamız gerek (21).
Araştırmacı: Yazın bakalım 2+3x=5x. Bu ifade doğru mu? (22)
Canan: Evet (23).
Yonca: Ama 2x demedi ki. 2x+3x eşittir 5x olurdu. x'li ifade ile normal bir sayıyı toplayamayız ki (24).
Mehmet: Dediğim gibi toplamayacaktık, karşıya atacaktık. 7 ile 1,65x toplanamaz, çarpılabilir. Bunlar benzer terim değil, bundan dolayı. Ondan +7 eksi yedi olur, 1,65x=33 olur. 20 çıktı, 5 de elimizde vardı. 25 eder. Sonuç kesinlikle bu (25).

Öğrencilerin söylemlerine bakıldığında, Canan'ın "7+x=" şeklinde bir fikir dile getirdiği (7), Yonca'nın ise problemde yer alan

bir veriyi kullanarak denklem oluşturmaya yönelik bir iddia ortaya koyduğu görülmüştür (8). Araştırmacının yönelttiği soru üzerine (9), Yonca denklemin nasıl olacağına dair görüş ileri sürmüş ve sayısal bir ifade ile fikrini belirtmiştir (10). Araştırmacı Yonca'ya yazdığı ifadede bilinmeyen olmadığını söylemiş (11) ve Yonca "eşittir x" diyerek ortaya koyduğu matematiksel ifadeyi tamamlamıştır (12). Bu sırada Mehmet problem için kullanmaları gereken denklemi oluşturabildiğini ifade etmiş (13) ve Yonca da denklemi çözmeye başlamıştır (14). Yonca x'in katsayısı ile 7 sabitini toplayıp 8,65.x= 40 şeklinde yazmıştır. Canan, Yonca'nın yazdığı eşitlikten bilinmeyeni bulmaya yönelik bir açıklamada bulunmuştur (15). Araştırmacı 7 ile x'in katsayısının toplanabilirliğine yönelik bir soru sormuş (16) ve Yonca toplama işleminin yapılabileceğini, hatta sonucun 540 olduğunu belirtmiştir (17). Mehmet'in bu süre zarfında sessiz kalması sebebiyle araştırmacı Mehmet'e ifade edilen toplanabilirliğe yönelik soru sormuştur (18). Mehmet 7 ile 1,65 katsayısının toplanamayacağı yönünde bir fikir belirtmiştir (19). Araştırmacı bu durumun nedeninin sorduğunda (20), Mehmet çarpma işleminin yapılıp bulunan sonucu karşıya atmaları gerektiği yönünde bir neden ortaya koymuştur (21). Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere bir eşitlik vererek bu ifadenin doğruluğuna yönelik soru sormuştur (22). Canan bu eşitliğin doğru olduğunu belirtmiş (23), Yonca ise gerekçelendirme yaparak bir fikir öne sürmüştür (24). Mehmet 7 ile 1,65'in toplanamayacağını bir kez daha dile getirmiş ve bu durumun sebebini ifade etmiştir, ayrıca sonucun kesinlikle 25 olacağını vurgulamıştır (25). Tüm bunlardan hareketle, öğrencilerin aritmetik çerçevede verilen problemi, cebirsel çerçevede ikinci bir çözümle sonuca ulaştırdığı söylenebilir. Öğrenciler bu süreçte matematiksel dört işlem, bilinmeyen, denklem kurma ve denklemi çözme gibi araçlar kullanmıştır. Öğrencilerin çözümü Şekil 2'deki gibidir.



Şekil 2. Öğrencilerin "Saksı Problemi" için yaptığı ikinci çözüm örneği

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem bağlamındaki durumları araç/nesne diyalektiği ve çerçeve dönüşümü açısından incelenmiştir. Araştırma kapsamında öğrencilerin " Saksı Problemi"ni ilk önce aritmetik çerçevede, daha sonra buldukları sonucun doğruluğunu garanti altına almak adına, problemi ikinci bir yoldan cebirsel çerçeve kullanarak çözdükleri belirlenmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin problem çözme süreci içinde "analitik çerçeve" ye geçiş yapamadıkları tespit edilmiştir. Tavşan (2016) çalışmasında rutin olmayan bir problem ile karşılaşan öğrencilerin ilk olarak aritmetik çerçeve kullandıklarını, ikinci çözüm yolu

olarak ise cebirsel çerçeveden yararlandıkları sonucuna ulaşmıştır. Gürbüz ve Akkan (2008) ile Kabael ve Akın'ın (2016) araştırma sonuçları, ortaokul öğrencilerinin cebirsel problem çözme sürecinde öncelikle aritmetiksel çerçeveyi kullanmayı tercih ettikleri yönündedir. Israel (2003) ve Yeşilova (2013) çalışmalarında akademik başarısı yüksek öğrencilerin problem çözerken farklı stratejilerden yararlandıkları ve bu stratejileri başarılı bir şekilde sonlandırdıkları sonucuna ulaşmışlardır. Araştırma sonuçları yapılan çalışmaları destekler yöndedir.

Uygulama süreci içerisinde, öğrencilerden Yonca ve Canan'ın 7+ 1,65.x = 40 eşitliğinden 7 + 1,65.x ifadesini toplayarak bunun sonucunun 8,65.x = 40'a eşit olduğunu belirttikleri, bunun üzerine Mehmet'in bu sonucun yanlışlığını nedenleriyle arkadaşlarına açıkladığı görülmüştür. Araştırmacı ise öğrencilerin yaptığı bu yanlışın bir hata sonucu mu yoksa var olan bir kavram yanılgısından mı kaynaklandığını anlayabilmek için öğrencilere 2 + 3x= 5x ifadesinin doğru olup olmadığını sormuştur. Bunun üzerine Yonca bilinmeyen içeren ifade ile bir sayının toplanamayacağına yönelik açıklama yaparken, Canan ise araştırmacının sorduğu ifadenin doğru olduğu yönünde görüş bildirmiştir. Buradan Yonca'nın cebirsel ifadelerde işlemlerle ilgili bir hataya, Canan'ın ise bu bağlamda bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Tall ve Vinner (1981: 146) öğrencilerin kavram görüntülerinin her zaman doğru olmadığını belirtmiştir. Hersovics (1989) öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki harflerin rollerini ayırt edemediklerini belirlemiş ve bu zorlukların da işlemsel anlamda hatalara neden olduğuna vurgu yapmıştır. Dede, Yalın ve Argün (2002) yaptıkları çalışmalarında 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramı ile ilgili işlem yapabilme bağlamında hata ve yanılgılara sahip olduğunu görmüştür. Erbaş ve Ersoy (2002) öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelerde hata ve yanlış anlamalara sahip olduklarını belirlemişlerdir. Araştırmanın bu bulgusu belirtilen çalışmaların sonuçlarını destekler yöndedir.

Akademik başarıları yüksek olarak seçilen öğrencilerin problem çözme sürecindeki performansları ayrı ayrı göz önüne alındığında, Mehmet'in zengin kavram görüntüsüne sahip olup kavramları araç olarak rahat bir şekilde kullandığı görülmüştür. Buna rağmen Mehmet'in kavramları nesneleştiremediği belirlenmiştir. Yonca'nın Mehmet'e göre daha zayıf bir kavram görüntüsüne sahip olmasından dolayı kavramları araç olarak da kolay kullanamadığı tespit edilmiştir. Canan'ın ise arkadaşlarına göre en zayıf kavram görüntüsüne sahip olması sebebiyle kavramları araç olarak kullanamayıp problem çözme sürecinde çekimser kaldığı gözlemlenmiştir. Bunun sonucu olarak, zengin kavram görüntüsüne sahip olan öğrencilerin kavramları araç olarak kullanabilmelerine rağmen nesne durumunda kullanamadıkları söylenebilir.

Belirtilenler doğrultusunda, akademik başarısı yüksek öğrencilerin araç/nesne diyalektiği bağlamında verilen problemi çözerken kullandıkları araçların matematiksel dört işlem, bilinmeyen, denklem kurma ve çözme olduğu görülmüştür. Buna rağmen, öğrenciler süreç boyunca herhangi bir kavramın tanımına değinmemeleri nedeniyle uygulama sürecinde nesne bileşenini kullanmadıkları söylenebilir.

Öneriler

- Farklı sınıf düzeyinde öğrenim gören öğrenciler ile benzer bir çalışma yapılabilir.
- Akademik başarı bakımından farklılık gösteren öğrencilerden oluşan heterojen grupların problem çözme süreçleri araç/nesne diyalektiği ve çerçeve dönüşümü bağlamlarında incelenebilir.
- Öğrencilerin araç/nesne diyalektiği ve çerçeve dönüşümü bağlamlarındaki durumları farklı rutin olmayan problemler kapsamında ele alınabilir.
- Farklı sınıf seviyelerinde öğrenim gören öğrencilerle boylamsal çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Baştürk, S. (2006). Üniversiteye Giriş Sınavı Sorularında Fonksiyon Kavramı, *Ege Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(1), 61-83.

Baştürk, S. (2007). Yüksek Lisans Öğrencilerinin Ders Kitaplarındaki Matematiksel Bir Kavramı Analizlerinin İncelenmesi, *III. Lisansüstü Eğitim Sempozyumu Bildiriler Kitabı 17-20 Ekim* (s. 100-109), Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları.

Baştürk, S. (2016). Araç/Nesne Diyalektiği ve Çerçeve Dönüşümü, (Editörler: E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat) içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 581-604), Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Çepni, S. (2009). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (*geliştirilmiş 4.baskı*), Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Dede, Y., Yalın, H. İ. & Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı 16-18 Eylül* (s.221-225), Ankara: Devlet Kitapları Yayınları.

Douady, R (1987). L'ingenierie Didactique, un Instrument Privilegie Pour une Prise en Compte de Ia Complexite de Ia C!asse, *ProLeedings of Psychology of Mathematics Education Xl. Montreal 19-25 July* (p. 222-228), Montreal: Universite de Montreal.

Douady, R. (1986). Jeux de Cadres et Dialectique Outil/Objet, *Rechersches en Didactique des Mathematiques*, 7(2), 5-32.

Dubinsky, E. (1984). The Cognitive Effect of Computer Experiences on Learning Abstract Mathematical Concepts, *Korkeakoulujen Atk-Uutiset*, 2, 41-87.

Erbaş, A.K. & Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı 16-18 Eylül* (s. 225-229), Ankara: Devlet Kitapları Yayınları.

Gürbüz, R. & Akkan, Y. (2008). Farklı Öğrenim Seviyesindeki Öğrencilerin Aritmetikten Cebire Geçiş Düzeylerinin Karşılaştırılması: Denklem Örneği, *Eğitim ve Bilim*, 33(148), 64-76.

Herscovics, N. (1989). Cognitive Obstacles Encountered in The Learning of Algebra, in (Editors: S. Wagner and C. Kieran), *Research Issues in The Learning and Teaching of Algebra* (p. 60-86), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Israel, E. (2003). *Problem Çözme Stratejileri, Başarı Düzeyi, Sosyoekonomik Düzey ve Cinsiyet İlişkileri*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kabael, T. & Akın, A. (2016). 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Hikâye Probleminde Kullandıkları Stratejiler ve Niceliksel Muhakeme Becerileri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(2), 875-894.

Otero, M. R. (2010). La notion de Situation: Analysée Depuis la Théorie des Champs Conceptuels, la Théorie des Situations, la Dialectique Outil-Object et la Théorie Anthropologique du Didactique, *Revista Electrónica de Investıgación en Educación en Ciencias*, 5(1), 1-12.

Soylu, Y. & Soylu, C. (2006). Matematik Derslerinde Başarıya Giden Yolda Problem Çözmenin Rolü, *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity, *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Tavşan, S. (2016). *Matematik Problemlerini*

Çözmede Başarılı Öğrencilerin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi: Özel Durum Çalışması, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Vergnaud, G. (1994). Le Rôle de L'enseignant à la Lumière des Concepts de Schème et de Champ Conceptuel, in (Editors: M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavignot) , *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France* (p.177-191), Grenoble: La Pensée Sauvage.

Yeşilova, Ö. (2013). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecindeki davranışları ve Problem Çözme Başarı Düzeyleri,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (*geliştirilmiş 9.baskı*), Ankara: Seçkin Yayınları.

EK 1: SAKSI PROBLEMİ

Mehmet Amca'nın sadece saksıda yetişen çiçekleri sattığı bir dükkânı vardır. Çiçekleri müşteriler kendileri gelip alabildiği gibi, adrese teslim de yapılmaktadır. Mehmet Amca yaptığı satışlarda çiçek başına aşağıdaki fiyat tarifesini uygulamaktadır. **(Not: Her saksıda sadece bir çiçek bulunmaktadır.)**

	Adrese teslim edilirse	**Müşteri gelip alırsa**
Müşteri saksı getirirse	1,4 TL	1,5 TL
Müşteri saksı getirmezse	1,65 TL	1,8 TL

Bir müşteri Mehmet Amca'ya 5 adet saksı getirmiş ve aldığı çiçeklerin adrese teslim edilmesini istemiştir. Mehmet Amca'ya 40 TL ödeyen müşteri kaç tane çiçek satın almış olur?

Citation Information/Kaynakça Bilgisi

Şengül, S. ve Tavşan, S. (2018). 8. Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Bağlamındaki Durumlarının Araç/Nesne Diyalektiği ve Çerçeve Dönüşümü Açısından İncelenmesi, *Jass Studies-The Journal of Academic Social Science Studies*, Doi number:http://dx.doi.org/10.9761/JASSS7182, Number: 65, Spring I 2018, p. 45-56.