T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZMEDE BAŞARILI ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZMEYE YÖNELİK YANSITICI DÜŞÜNME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: ÖZEL DURUM ÇALIŞMASI

(Yüksek Lisans Tezi)

Sevilay TAVŞAN

İstanbul, 2016

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZMEDE BAŞARILI ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZMEYE YÖNELİK YANSITICI DÜŞÜNME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: ÖZEL DURUM ÇALIŞMASI

(Yüksek Lisans Tezi)

Sevilay TAVŞAN

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Alaattin PUSMAZ

İstanbul, 2016

T.C.

Marmara Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Ana Bilim Dalı

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Sevilay TAVŞAN tarafından hazırlanan MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZMEDE BAŞARILI ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZMEYE YÖNELİK YANSITICI DÜŞÜNME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: ÖZEL DURUM ÇALIŞMASI başlıklı bu çalışma, 26.05.2016 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

İmzalar

Danışman : Yrd.Doç.Dr. Alaattin PUSMAZ

Üye : Doç.Dr.Emin AYDIN

Üye : Yrd.Doç.Dr. Ali Rıza KÜPCÜ

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı: Sevilay TAVŞAN

Doğum Yeri: Trabzon

Doğum Tarihi: 27.04.1991

Öğrenim Bilgileri

1997-2005	Fatih İlköğretim Okulu
2005-2009	Kanuni Anadolu Lisesi
2009-2013	Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
2015-…	Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı

İletişim Bilgileri

sevilaytavsan@hotmail.com

ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşarak rehberlik eden, tavsiyeleri ile beni yönlendirerek bu araştırmayı yapmamda bana yardımcı olan değerli hocam ve danışmanım Yrd. Doç. Dr. Alattin PUSMAZ'a süreç boyunca göstermiş olduğu özveriden dolayı çok teşekkür ederim. Araştırma sürecimde değerli fikirlerini benimle paylaşarak bakış açımı genişletmeme katkı sağlayan Doç. Dr. Sare ŞENGÜL'e ve Yrd. Doç. Dr. Orhan ÇANAKÇI'ya yapmış oldukları yardımlarından dolayı teşekkürlerimi sunuyorum. Araştırmanın veri analizi bölümüne ilişkin görüşleriyle bana yardımcı olan Yrd. Doç. Dr. Ali Rıza KÜPCÜ'ye teşekkürü bir borç bilirim. Bu araştırmayı uygulayabilmem konusunda bana yardımcı olan başta okul idarem olmak üzere, tüm öğretmen arkadaşlarıma teşekkür ederim. Bu araştırmaya zamanlarını ayırarak katılan değerli öğrencilerime ve çocuklarının araştırma sürecime katılmasını hoşgörü ile karşılayan değerli velilerime çok teşekkür ederim. Bu süreçte her zaman yanımda olarak "Siz yaparsınız öğretmenim." diye beni motive eden tüm öğrencilerime teşekkür ederim.

Ayrıca beni bugünlere getiren ve benim için hiçbir fedakârlığı esirgemeyip, iki sene boyunca İstanbul-Trabzon arası mekik dokumalarımda bana yardımcı olan değerli anne ve babama, araştırma sürecimde farklı bakış açıları ortaya koyarak bunları dikkate almamı sağlayan değerli kardeşlerime teşekkür ederim.

Sevilay TAVŞAN

ÖZET

MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZMEDE BAŞARILI ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZMEYE YÖNELİK YANSITICI DÜŞÜNME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: ÖZEL DURUM ÇALIŞMASI

Bu araştırmanın amacı, matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesidir.

Yapılan bu çalışmada, nitel araştırma modellerinden biri olan "özel durum çalışması" kullanılmıştır. Araştırmanın amacına en uygun çalışma grubunun başarılı problem çözücüler olduğu ve bu öğrencilerden zengin veri elde edilebileceği düşünüldüğünden dolayı amaçlı örnekleme yoluna gidilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu matematik problemlerini çözmede başarılı üç öğrenci oluşturmuştur.

Veri toplama aracı olarak kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinlikleri, bağlamları değiştirilen problem çözme etkinlikleri, yarı yapılandırılmış görüşme formu, video ve ses kaydı kullanılmıştır. Kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinlikleri uygulanırken öğrenciler bireysel olarak uygulama sürecine alınırken, bağlamları değiştirilen problem çözme etkinliklerinin uygulanması sırasında ise öğrenciler üç kişilik grup halinde bulunmuşlardır. Araştırma sürecinin sonunda öğrencilere hazırlanan görüşme formundaki sorular yöneltilmiştir.

Elde edilen veriler betimsel analiz yaklaşımı kullanılarak çözümlenmiştir. Öğrencilerin süreç boyunca nasıl yansıtma yaptıklarını incelemek için Hong ve Choi'nin (2011) çalışmalarında oluşturmuş olduğu üç boyutlu kuramsal çerçevenin yansıtmanın konusu ile ilgili olan bilgi, deneyim, his/duygu, bağlam ve grup arkadaşı şeklindeki beş teması alınarak betimsel analiz için kavramsal bir çerçeve oluşturulmuştur. Oluşturulan tematik çerçeveye bağlı olarak veriler okunmuş ve düzenlenmiştir. Temaların göstergeleri doğrultusunda, öğrencilerin belirlenen göstergeleri ortaya koyabilme durumlarının nasıl olduğuna bakılmıştır. Öğrencilerin süreç içerisindeki yansıtmaları incelendiğinde önemli görülen bazı yansıtmaların göstergelerin herhangi birinin içeriği kapsamında ele alınamadığı görülmüştür. Bu nedenle uzman görüşü de alınarak D9 ve D10 göstergeleri

kavramsal çerçeveye eklenmiştir. Gerekli görülen yerlerde doğrudan alıntılar betimsel olarak sunulmuştur. Veri toplama araçlarının ve yapılan analizlerin geçerlik güvenirliği sağlanmıştır.

Araştırma sonucunda öğrencilerin genel olarak bilgi, deneyim ve bağlam temaları çerçevesinde başarılı şekilde olmakla birlikte, his/duygu ve grup arkadaşı temalarında da yansıtmalar ortaya koyabildikleri, buna rağmen belirlenen göstergeler dâhilinde yansıtma yapmakta zorlandıkları, eksik yansıtma yapabildikleri veya herhangi bir yansıtma yapamadıkları durumların da olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin yansıtma yapmakta en çok zorlandığı şeyin, seçtikleri stratejiye bir isim vermek olduğu görülmüştür. Öğrenciler süreç boyunca verilen durumları özetlerken kendi cümlelerini yansıtmak yerine, problemi tekrar okuyarak problemde yer alan bilgileri benzer şekilde söyleme yoluna gitmiştir. Öğrencilerin bağlamları değiştirilen problemleri çözebilmek için, daha önce karşılaştıkları benzer problemde kullandıkları stratejiyi kullanma eğilimi gösterdikleri ve bu doğrultuda yansıtmalar ortaya koyabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin problemler için çözümler üretmelerinde hem deneyimleri hem de matematiksel bilgileri üzerine yansıtmaları etkili olmuştur. Öğrenciler seçtikleri farklı çözüm yollarından kendilerine göre daha iyi olanı nedenleriyle birlikte ifade edebilme konusunda genel olarak başarılı şekilde yansıtma yapabilmiştir.

Anahtar Sözcükler: problem çözme, yansıtıcı düşünme becerisi, yansıtma

ABSTRACT

THE ANALYSIS OF REFLECTIVE THINKING SKILL TOWARD PROBLEM SOLVING OF STUDENTS WITH GOOD AT SOLVING MATH PROBLEMS: CASE STUDY

The aim of this research is to analyze reflective thinking skill toward problem solving of students with good at solving math problems.

Case study, one of the qualitative research, was used in this study. As it is thought that expert problem solvers are the most suitable participants and more data will be received from the students, purposive sampling method was used. Three students with good at solving math problems were participants of the research.

Problem solving activities that were formed as a result of material review, problem solving activities of which context were changed, semi-structured interview form, video and tape recording were used as data collection tools. While problem solving activities, formed as a result of source material review were being applied, the students were taken into the application process individually but during the application of problem solving activities of which context were changed, students were taken in groups of three. At the end of the research process, the questions on the interview form were asked to the students.

Received data were analyzed by using descriptive analysis approach. To analyze how the students make reflection during the process, the conceptual framework was used for descriptive analysis by taking five subjects such as knowledge, experience, feeling/emotion, context and group friend abaout the reflection of three dimension theoritical framework that Hong and Choi (2011) has formed in their studies. Depending on thematic framework data were read and edited. The case of how the students could present data specified indicators were observed through the indications of themes. When the students' reflections were analyzed within the process, it was seen that some important reflections were not taken into consider within any content of the indicators. For that reason, by getting experts' opinions, D9 and D10 indicators were added to the conceptual framework. Where necessary direct quotes were presented

descriptively. Validity and reliability of data collection tools and the analysis made were ensured.

As a result of research students have generally good not only at knowledge, experience and context themes but also at presenting reflections on feeling/emotion and group friend themes, however there some cases that it was difficult to make reflection within specified indicators for them, they could make indeficient reflection or they couldn't make any reflections. The most difficult thing for the students in reflecting have been seen to name the strategy they choose. During the process while summarizing cases that has been seen, instead of reflecting their own sentences, students have read problem again and chose to say information in the problem in a similar way. It's seen that to solve context changed problems, students have tended to use strategy in the problem that they have met before and they could present reflection accordingly. In producing solutions the problems, reflections on not only students' experience but also on their mathematical knowledge have been effective. Students could generally make reflection succesfully on expressing the better one for them with reasons from different ways of solution which they have chosen.

Keywords: problem solving, reflective thinking skill, reflection.

İÇİNDEKİLER

ÖZGEÇMİŞ ..... **i**
ÖNSÖZ ..... **ii**
ÖZET ..... **iii**
ABSTRACT v
İÇİNDEKİLER ..... **vii**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **x**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xi**
FOTOĞRAFLAR LİSTESİ ..... **xii**
KISALTMALAR ..... **xiii**
BÖLÜM I. GİRİŞ **1**
1.1.PROBLEM DURUMU 2
1.2.ARAŞTIRMANIN AMACI 7
1.2.1.Alt Problemler 7
1.3.ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ 7
1.4.SAYILTILAR 9
1.5.SINIRLILIKLAR 10
1.6.TANIMLAR 10
BÖLÜM II. İLGİLİ LİTERATÜR **12**
2.1.ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ 12
2.1.1.Problem Nedir? 12
2.1.1.1.Problemlerin Sınıflandırılması 13
2.1.2.Problem Çözme ve Süreci 14
2.1.2.1.Problem Çözme Stratejileri 16
2.1.2.1.1.Şekil Çizme Stratejisi 16
2.1.2.1.2.Tablo Oluşturma Stratejisi 17
2.1.2.1.3.Sistematik Liste Oluşturma Stratejisi 18
2.1.2.1.4.Denklem Oluşturma Stratejisi 19
2.1.2.1.5.Problemi Basitleştirme Stratejisi 19
2.1.2.1.6.Geriye Doğru Çalışma Stratejisi 20

2.1.2.1.7.Bağıntı Arama (Örüntü Bulma) Stratejisi 20
2.1.2.1.8.Materyal Kullanma Stratejisi 21
2.1.2.1.9.Tahmin ve Kontrol Stratejisi 22
2.1.2.1.10.Akıl Yürütme Stratejisi 22
2.1.2.1.11.Matematik Cümlesi Yazma Stratejisi 23
2.1.2.2.Problem Çözmenin Önemi 23
2.1.2.3.Başarılı ve Başarısız Problem Çözücülerin Özellikleri 24
2.1.3.Yansıtıcı Düşünme Becerisi 25
2.1.3.1.Yansıtıcı Düşünme Becerisine Sahip Öğrencilerin Özellikleri 27
2.1.4.Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi 27
2.1.4.1.Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi İle İlgili Yapılan Çalışmalar 33
2.1.5.Literatür Taramasının Sonucu 37
BÖLÜM III. YÖNTEM 38
3.1.ARAŞTIRMANIN MODELİ 38
3.1.1.Geçerlik 38
3.1.2.Güvenirlik 39
3.2.ÇALIŞMA GRUBU 40
3.3.VERİ TOPLAMA ARAÇLARI 41
3.3.1.Kaynak Taraması Sonucu Oluşturulan Problem Çözme Etkinlikleri 41
3.3.2.Bağlamları Değiştirilen Problem Çözme Etkinlikleri 42
3.3.3.Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu 42
3.4.VERİLERİN TOPLANMA SÜRECİ 43
3.4.1.Hazırlık Süreci 43
3.4.2.Uygulamanın Gerçekleştirilme Süreci 43
3.4.2.1.Bireysel Olarak Yürütülen Problem Çözüm Süreci 44
3.4.2.2.Grup Olarak Yürütülen Problem Çözüm Süreci 46
3.4.2.3.Görüşme Süreci 47
3.5.VERİLERİN ANALİZİ 48
BÖLÜM IV. BULGULAR 52
4.1."YEREL SAAT PROBLEMİ"NDEN ELDE EDİLEN BULGULAR 52

4.2.”DEĞİŞEN SAATLER PROBLEMİ”NDEN ELDE EDİLEN BULGULAR 70
4.3.”SAKSI PROBLEMİ”NDEN ELDE EDİLEN BULGULAR..... 89
4.4.”TAKSİ PROBLEMİ”NDEN ELDE EDİLEN BULGULAR 108
4.5.”DİSK TAŞIMA PROBLEMİ”NDEN ELDE DİLEN BULGULAR..... 121
4.6.”BONCUK TAŞIMA PROBLEMİ”NDEN ELDE EDİLEN BULGULAR..... 137
BÖLÜM V. SONUÇ 151
5.1.YARGI..... 151
5.2.TARTIŞMA 153
5.3.ÖNERİLER..... 159
5.3.1. Araştırmacılara Yönelik Öneriler 159
5.3.2.Uygulayıcılara Yönelik Öneriler 160
BÖLÜM VI. KAYNAKÇA 161
EKLER 174
Ek 1. Yerel Saat Problemi 174
Ek 2. Değişen Saatler Problemi..... 175
Ek 3. Saksı Problemi..... 177
Ek 4. Taksi Problemi 178
Ek 5. Disk Taşıma Problemi 180
Ek 6. Boncuk Taşıma Problemi 181
Ek 7. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları 183
Ek 8. Fotoğraflar 185
Ek 9. Veli Onay Mektupları..... 191
Ek 10. Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzin Belgesi 194

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Veri Analizinde Kullanılan Tematik Çerçeve ve Temaların Göstergeleri ..... …51

Tablo 4.1. Öğrencilerin "Yerel Saat Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları 69

Tablo 4.2. Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları 88

Tablo 4.3. Öğrencilerin "Saksı Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları..... 107

Tablo 4.4. Öğrencilerin "Taksi Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları 120

Tablo 4.5. Öğrencilerin "Disk Taşıma Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları 136

Tablo 4.6. Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları 150

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Bireylerin Süreçteki Yansıtmalarını İncelemek İçin Kullanılabilecek Kavramsal Bir Çerçeve 31

Şekil 3.1. Alp'in "Yerel Saat Problemi"nin Koşulları Değiştirilerek Oluşturulan İlk Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm 64

Şekil 3.2. Bora'nın "Yerel Saat Problemi"nin Koşulları Değiştirilerek Oluşturulan İlk Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm 65

Şekil 3.3. Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi"nin Koşulları Değiştirilerek Oluşturulan İlk Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm 83

Şekil 3.4. Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi"ne Benzer Oluşturdukları Problem 85

Şekil 3.5. Cenk'in "Saksı Problemi" İçin Yaptığı Çözüm 93

Şekil 3.6. Alp'in "Saksı Problemi" İçin Yaptığı Çözüm 96

Şekil 3.7. Alp'in "Saksı Problemi" İçin Yaptığı İkinci Çözüm 101

Şekil 3.8. Bora'nın "Saksı Problemi"nin Değiştirilerek Oluşturulan İkinci Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm 102

Şekil 4.9. Öğrencilerin "Taksi Problemi" İçin Yaptıkları Çözüm 112

Şekil 4.10. Bora'nın "Disk Taşıma Problemi" İçin Yaptığı İkinci Yol 127

Şekil 4.11. Cenk'in "Disk Taşıma Problemi"ne Benzer Oluşturduğu Problem 132

Şekil 4.12. Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi" İçin Yaptığı İkinci Çözüm 143

Şekil 4.13. Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi"ne Benzer Oluşturdukları Problem 144

FOTOĞRAFLAR LİSTESİ

Fotoğraf 1. Bora ile "Yerel Saat Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit 185

Fotoğraf 2. Cenk ile "Yerel Saat Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit..... 185

Fotoğraf 3. "Değişen Saatler Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit 186

Fotoğraf 4. "Değişen Saatler Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit..... 186

Fotoğraf 5. "Taksi Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit 187

Fotoğraf 6. "Taksi Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit 187

Fotoğraf 7. Bora ile "Disk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit.. . 188

Fotoğraf 8. Alp ile "Disk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit..... 188

Fotoğraf 9. Cenk ile "Disk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit .. 189

Fotoğraf 10. "Boncuk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit 189

Fotoğraf 11. "Boncuk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit..... 190

KISALTMALAR VE SEMBOLLER

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

PISA: Programme for International Student Assessment

NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics

BÖLÜM I: GİRİŞ

İnsanoğlunu diğer canlılardan ayıran en önemli özelliği, aklını kullanarak düşünebilmesi olarak bilinmektedir. Y. Özden'e (2005) göre düşünme, "mevcut bilgilerden başka bir şeye ulaşma ve eldeki bilgilerin ötesine gitme" şeklinde tanımlanmaktadır (s.139). Taşçı'ya (2005) göre düşünme, içinde bulunulan durumu anlayabilmek amacıyla hedefe yönelik ve düzenleme yapılabilen aktif bir zihinsel süreçtir. Yuva'ya (2011) göre ise düşünme, bireylerin karşılaşılan durumu anlamlandırabilmede, problemler için uygun çözüm yollarını üretebilmede kullandığı dinamik yapılı bir zihinsel süreçtir. Köknel (2007, s.377) "düşünme sürecinde insanın kendi bilgisinden, becerisinden, yetisinden, yeteneğinden haberdar olması gerektiğini ve bu haberdarlığın düşünme sürecinin oluşmasında etkin rol oynadığını" ifade etmektedir.

Günümüzde matematik eğitim anlayışı; kavrayarak öğrenebilme, karşılaştığı problemlere çözümler üretebilme, tahminlerde bulunabilme, deneyimleri üzerinde düşünerek çeşitli çıkarımlar yapabilme, öğrenme ve düşünme süreçlerinin farkında olabilme gibi becerileri içine alan üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır (MEB, 2005). Bu amaçların gerçekleşebilmesi için, bireylerin sürekli bir düşünme hali içerisinde bulunmaları gerekmektedir. Yaşamımız boyunca düşünmenin önemli bir rol oynaması; eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, üst bilişsel (meta bilişsel) düşünme, problem çözme ve yansıtıcı düşünme gibi düşünme becerilerinin öğretim programlarında ön plana çıkmasını sağlamıştır.

Eleştirel düşünme becerisi, "analiz etme, açıklama, yorumlama, kendini düzenleme, değerlendirme ve sonuç çıkarma" gibi süreçlerden oluşmaktadır (P.A. Faione, N.C.Facione ve Giancarlo, 2000, s.62). Cüceloğlu (1997, s.255) eleştirel düşünme için "kendi düşünce süreçlerimizin bilincinde olmak kaydıyla, başkalarının düşünce süreçlerini göz önünde tutarak, öğrendiklerimizi uygulayarak kendimizi ve çevremizde meydana gelen olayları anlayabilmeyi amaçlayan aktif ve organize zihinsel süreç" ifadelerini kullanmaktadır. Gündoğdu'ya (2009) göre ise eleştirel düşünme; herhangi bir konu, olgu ya da fikir üzerinde tutarlı ve mantıklı bir şekilde düşünmek, doğru bir şekilde akıl yürütmek gibi ölçütleri kullanarak düşünme sürecimizin farkına varmayı ve onu değiştirip geliştirmeyi içine alan kapsamlı bir düşünme faaliyetidir.

Rawlinson (1995, s.20) yaratıcı düşünmeyi, "daha önce aralarında ilişki kurulmamış nesneler ya da düşünceler arasında ilişki kurulması" olarak tanımlamaktadır. Aktamış ve Ergin'e (2006) göre ise yaratıcı düşünme, verilen bilgideki boşlukları görerek hipotezler kurmayı, özgün fikirler üretmeyi, fikirler arasında ilişkilendirmeler yapmayı içine alan bir düşünme yaklaşımıdır.

Üstbiliş, biliş ötesi, yürütücü biliş olarak da adlandırılan "metacognition" kavramı ise "düşünme hakkında düşünme" olarak ifade edilmektedir (Çakıroğlu, 2007). Flavell (1979) üst biliş kavramını insanın algılama, hatırlama ve düşünmesinde yer alan zihinsel faaliyetlerinin farkında olması ve bunları kontrol etmesi olarak tanımlamaktadır. Ersözlü'ye (2008) göre ise üst bilişsel düşünme becerisi, "bireyin kendi düşünme süreçlerini içsel olarak fark etmesi, izlemesi, kontrol etmesi, kendi bilişini düzenlemesi ve değerlendirmesi" olarak ele alınmaktadır.

Li ve Love'a (1998) göre problem çözme becerisi; çözülecek problemin amaçlarının belirlenmesi, olası çözümlerinin ortaya konması ve bir dizi alternatif arasından en iyi çözümün seçilmesi gibi süreçleri kapsamaktadır. NCTM'ye (1989) göre problem çözme becerisi, matematiği öğrenmek için sadece bir amaç değil aynı zamanda matematik yapmak için en önemli araç olarak görülmektedir.

Üst düzey düşünme becerilerinden bir diğeri ise, yapılandırmacı yaklaşım ile aralarında güçlü bir ilişki bulunan (B. Özden, 2012) ve sorgulamalar yaparak deneyimlerin yeniden yapılandırılmasına olanak tanıyan yansıtıcı düşünme becerisidir (Mahnaz, 1997).

1.1.Problem Durumu

Yaklaşık 200 yıl önce, Wilhelm Von Humbolt sadece öğrenmelerimizin değil, aynı zamanda nasıl öğrendiğimizin de farkında olmamız gerektiğini öne sürmüş ve "yansıtıcı düşünme becerisi" kavramını ilk kez ortaya atmıştır (Fichtner, 2005). Bununla birlikte, "yansıtıcı düşünme becerisi" kavramının gelişmesinde Dewey'in (1933) düşünceleri de önemli bir rol oynamıştır. Literatür incelendiğinde yansıtıcı düşünme becerisinin çeşitli tanımlarına rastlamak mümkündür. Dewey (1991, s.6) yansıtıcı düşünme becerisini, "bireyin herhangi bir düşünceyi ya da onun hedeflediği sonuçlara ulaşmayı destekleyen bir bilgi yapısını etkin, tutarlı ve dikkatli bir biçimde düşünmesi" olarak

tanımlamaktadır. Lee'ye (2005) göre yansıtıcı düşünme becerisi, hatırlama (bireyin karşılaştığı durumlar için deneyimlerine yeniden başvurması), akla uydurma (bireyin deneyimleri arasında ilişkiler kurması) ve yansıtma (bireyin değişimi ve gelecekteki gelişimi amacıyla deneyimlerini kullanması) bölümlerinden oluşan aşamalı bir süreçtir. Yorulmaz (2006) ise yansıtıcı düşünme becerisini; karşılaşılan problemleri çözmeye dayalı olmasının yanı sıra, bireyi yeni fikirler üretmeye teşvik etme boyutuyla yaratıcı, kendini değerlendirebilme boyutuyla eleştirel, önceki deneyimler ile ilişkiler kurabilme, öğrenme üzerine düşünebilme ve kendi düşüncesini düşünebilme boyutuyla biliş üstü düşünme süreciyle örtüşen bir beceri olarak ele almıştır. Schön'e (1983) göre birey yansıtıcı düşünme sürecinde, bir eylemi gerçekleştirirken ne yaptığını sorgulayabilmekte daha sonra, yaptığı eylem üzerinde tekrar düşünebilmekte ve bunun sonucunda ise mevcut bilgilerini düzenleyebilmektedir. Tüm bu tanımlardan yola çıkarak yansıtıcı düşünme becerisi; bireyin karşılaştığı sorunlar için birçok düşünce ortaya koyabilmesi, geçmiş ve şimdiki deneyimlerini kullanarak ortaya koyduğu bu düşünceleri sorgulayabilmesi ve değerlendirmeler yapabilmesi; diğer bir deyişle karşılaştığı sorunları çözebilmek için neler yapabileceğini düşünebilmesi olarak ifade edilebilir.

Yansıtıcı düşünmenin yapı taşını oluşturan 'yansıtma' kavramı ile ilgili farklı araştırmacılar çeşitli tanımlar ve açıklamalar yapmıştır. Lee (2005, s. 703) yansıtmayı; "bireyin deneyimlerini farklı açılardan analiz ederek gelecekte karşılaşacağı bir durumu değiştirmek veya geliştirmek için kullanması" olarak tanımlamaktadır. Schön (1987) yansıtmayı, öğrencilerin bilinenden bilinmeyene doğru gidebilmelerine, ezber yapmak yerine öğrenme deneyimlerini artırabilmelerine ve öğrendiklerini günlük hayata aktarabilmelerine yardımcı olan zihinsel bir süreç olarak tanımlamaktadır. Dewey'e (1933) göre yansıtma öğrencinin; fikirleri, bağlantıları ve ilişkilerinin bir deneyimden başka bir deneyime daha derin bir anlayışla hareket etmesini sağlayan anlamlandırma yöntemidir. Buna ek olarak Dewey (1933) insanların deneyimleri sayesinde daha iyi öğrenebilecekleri görüşünü benimseyerek yansıtma yapmanın önemine vurgu yapmış, toplumun en önemli gereksiniminin ise öğrencilerin okulda öğrendiklerini yaşama yansıtmayı öğrenmeleri olduğunu belirtmiştir.

Yansıtıcı düşünme becerisi sayesinde birey; duygularını, hislerini, tutumlarını, düşünce ve değerlendirmelerini yansıtarak problemlere bulduğu çözüm yollarını görmekte ve

çözümün uygunluğunu değerlendirerek tekrar yapılandırma yapmaktadır (Ersözlü, 2008). Ferri (2003) de bu görüşe paralel olarak yansıtıcı düşünme becerisinin bir problemle karşılaşıldığında cevabının ne olduğunu bulmaktan öte, problemin çeşitli boyutlarıyla ele alınarak incelenmesi olarak ifade edildiğini belirtmiştir. Mezirow'a (1991) göre ise yansıtıcı düşünme becerisi, problem çözme becerisi ya da ortaya konulan varsayımların değerlendirilmesini içermektedir. Baş (2013) ise yansıtıcı düşünme becerisinin amacının, bir durumu ya da bir problemi anlamak ve problemi daha iyi çözmek olduğunu ifade etmektedir. Mason (2009) yansıtıcı düşünme sırasında yapılan yansıtmaların, problem çözme sürecinin anahtar bir unsuru olduğunu söylemekle birlikte, yansıtma yapmanın öğrenene problemin çözüm süreci boyunca yaptığı hatalarını belirleyebilme imkânı verdiğini belirtmektedir. Tüm bu düşüncelerden hareketle ortaya konan problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, problem çözme aşamalarında yansıtmaların kullanıldığı zihinsel bir sürece işaret etmektedir. Diğer bir deyişle, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, "Problem çözme sürecinde problemin anlaşılmasından çözülmesine kadar gerçekleştirilen, odaklanma, planlama, olası çözümler üretme, karar alma ve değerlendirme aşamalarında yansıtıcı düşünme tarzının hâkim olduğu bir üst düzey düşünme biçimidir." (Saygılı ve Atahan, 2014, ss.182-183).

Literatür incelendiğinde, problem çözme aşamalarına ilişkin en fazla rastlanan tanımlamanın Polya' ya ait olduğu görülmüştür. Polya (1997), Nasıl Çözmeli (How to Solve It?) adlı kitabında problem çözmenin 4 aşamadan oluştuğunu ifade etmiştir. Bu aşamalar şunlardır:

1) Problemi anlama
2) Problemin çözümü için bir plan kurma
3) Çözüm planının uygulanması
4) Sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi (Geriye bakma)

Problemin çözüm sürecinde yansıtıcı düşünmenin kesin bir sırası yoktur, belirtilen bu dört süreç sırasında herhangi bir zamanda gerçekleşebilmektedir. Çünkü öğrenci problemi çözerken, çözümler üretirken, kurduğu hipotezlerini deneyimlerken, çözümünü değerlendirip kabul veya reddederken yansıtma eylemini kullanarak, bu süreçlerdeki duygularını, düşüncelerini, hislerini, sezgilerini, tahminlerini, kısacası

problem çözme sürecindeyken iç dünyasını ortaya serebilmektedir. Problem çözme sürecindeki yansıtmalar sayesinde, öğrenciler geçmiş veya şu anda geçirdiği yaşantılar ile deneyim kazanmakta ve gelecekte karşılaştığı problemler karşısında bu deneyimlerinden faydalanabilmektedir.

Problem çözme sürecinde meydana gelen eylemler kadar, o süreçte aktif rol oynayan problem çözücülerin özelliklerinin de bilinmesi önem taşımaktadır. Literatür incelendiğinde temel olarak iki tür problem çözücüden söz edildiği görülmektedir. Bunlar problem çözmede başarısız olanlar yani "acemi problem çözücüler" ve problem çözmede başarılı olanlar yani "usta problem çözücüler" olarak adlandırılmaktadır (Çalışkan, Selçuk ve Erol, 2006). Schoenfeld (1985), "başarısız problem çözücülerin; problem çözme stratejilerini çok hızlı bir şekilde seçtiklerini, zamanlarının büyük bir bölümünü uygulamaya ayırdıklarını, amaca ulaşıp ulaşmadıklarını kontrol etmek için nadiren durup kendilerini değerlendirdiklerini" belirtmektedir. Gallagher ve Lisi (1994) yaptıkları çalışmada başarılı problem çözücülerin, problemi hemen çözmeye çalışmadıklarını aksine problem üzerinde uzun süre düşündüklerini gözlemlemiştir. Quilici ve Mayer (1996) başarılı problem çözücülerin problemin matematiksel yapısını doğru bir şekilde ifade edebildiklerini, alakalı ve alakasız bilgileri ayırabildiklerini belirtmiştir. Jonassen'e (2003) göre başarılı problem çözücüler, öğrenmelerini benzer yapıdaki problemlere transfer edebilmekte ve çözdükleri modelleri kullanarak kavramsal bir model oluşturabilmektedirler. Gourgey'e (2001) göre ise başarılı problem çözücüler; birçok farklı yaklaşım deneyebilmekte, stratejilerin doğru bir şekilde işleyip işlemediğini kontrol edebilmekte, geçmiş veya şimdiki deneyimlerinden yararlanarak gerektiğinde strateji değiştirebilmekte ve aktiviteleri boyunca kendilerini değerlendirebilmektedirler. Başarılı problem çözücüler için ifade edilen açıklamalar göz önüne alındığında; bu özelliklerin "bireyin geçirmiş olduğu yaşantılar hakkında derinlemesine düşünerek, kendi öğrenme-öğretme ve düşünme sürecine ilişkin sorgulamalar yapabilmesi, kendini ve süreci değerlendirebilmesi ve bu değerlendirmeler sonucunda ortaya çıkan sorunları çözebilmesi için neler yapabileceğini düşünebilmesi" (Ersözlü ve Kazu, 2011, s.145) şeklinde ele alınan yansıtıcı düşünme becerisi ile paralellik gösterdiği söylenebilir.

Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisini ele alan çalışmalar incelendiğinde; bu araştırmaların birkaç tanesinin ölçek geliştirme çalışması olduğu

(Kızılkaya ve Aşkar, 2009; Hong ve Choi, 2015), diğerlerinin ise öğrenciler (Baş ve Kıvılcım, 2011; Şen, 2013; Saygılı ve Atahan, 2014; Demirel, Derman ve Karagedik, 2015; K. Güneş, 2015, Tat, 2015), öğretmen adayları (Bjuland, 2004; Mason, 2009; Baki, Güç ve Özmen, 2012; Tuncer ve Özeren, 2012; Can, 2015) ve mühendislik fakültesi öğrencileri (Adams, Turns, Atman, 2003; Hong, 2011) üzerine yapıldıkları görülmüştür. Şen (2013) kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha yüksek yansıtma düzeyine sahip olduğunu, ebeveynlerin eğitim düzeyi ile öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerileri arasında pozitif yönlü bir ilişki olduğunu, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin ailenin gelirine göre farklılaştığını belirlemiştir. Üstün zekâlı çocukların yansıtıcı problem çözme beceri düzeylerini belirlemeyi amaçlayan Saygılı ve Atahan (2014) öğrencilerin problem çözmeye yönelik yüksek düzeyde yansıtıcı düşünme becerisine sahip olduklarını tespit etmişlerdir. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik düşünme becerileri ile matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlayan Demirel, Derman ve Karagedik (2015) öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında orta derecede anlamlı bir farklılık olduğunu tespit etmişlerdir. K. Güneş (2015) bilim ve sanat merkezlerinde öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir ilişki olduğunu tespit etmiştir.

Yapılan bu çalışmalar incelendiğinde, alan yazında ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin belirlenmesi bağlamında eksiklik olduğu düşünülmektedir. Bu çalışmalar incelendiğinde, araştırmaların genellikle problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ile farklı değişkenler arasındaki ilişkilerin araştırıldığı nicel çalışmalar oldukları görülmüştür. Dewey'in (1933) de dediği gibi öğrencilerin problemin çözümüne yanıt ararken veya çözüme ilişkin farklı bir bakış açısı geliştirirken sorgulama yapabilmesi, yapılanları bir nedene dayandırabilmesi, ihtiyaç duyulan ve sahip olunan bilgiyi değerlendirmesi, bireyin öğrenmelerinin etkiliğini sağlaması açısından çok önemlidir. Ayrıca ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin küçük yaşta, problem çözme sürecindeki yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi, var olan durumlarının ortaya konabilmesi ve eksikliklerini tamamlamaya yönelik çalışmalar yapılması onların gelecek hayatlarında

karşılaşabilecekleri sorunlara etkili çözümler bulabilmeleri hususunda onlara yardımcı olabilmek adına gerekli ve önemli bir ihtiyaç olarak görülmektedir. Bu bağlamda, bireylerin problem çözme esnasında yansıtıcı düşünme sürecini ayrıntılı olarak incelemeye olanak tanıyan nitel çalışmaların yapılması gerekli görülmektedir. Buna ek olarak, başarılı problem çözücülerin özellikleri göz önüne alındığında, araştırmada daha zengin veri elde edilebileceği düşünüldüğünden dolayı matematik problemlerini çözmede başarılı öğrenciler ile çalışmak uygun görülmüştür. Bu öğrencilerin bireysel problem çözümlerinin yanı sıra grup halindeyken de problem çözüm süreçleri incelenerek süreç içerisindeki yansıtmalarının nasıl olduğu, grup içerisindeki tartışmaların süreci nasıl şekillendirdiğini belirlemek amaçlanmıştır.

Tüm bu düşüncelerden hareketle yapılan bu araştırmanın problem cümlesi "Matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri nasıldır?" şeklinde belirlenmiştir.

1.2.Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda şu alt problemlere cevap aranmıştır:

1.2.1. Alt Problemler

1) Öğrenciler çözüm sürecinde bireysel haldeyken problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri nasıldır?

2) Öğrenciler çözüm sürecinde grup halindeyken problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri nasıldır?

1.3.Araştırmanın Önemi

İnsanlar hayatı boyunca ne tür güçlüklerle karşılaşacağını önceden bilemediği için kendi kendine sorunlarını çözebilen bireyler yetiştirmek günümüz eğitim yaklaşımlarının en temel amaçlarından biri olarak ele alınmaktadır. Bu nedenle, bireylerin hayatları boyunca; karşılaşabileceği sorunlar için birçok düşünce ortaya koyabilmesi, mevcut

deneyimlerini kullanarak bu düşünceler arasında sorgulamalar ve değerlendirmeler yaparak eleme yoluna gidebilmesi, bu süreç sonunda ise sorunu çözebilmesi, diğer bir deyişle yansıtıcı düşünebilmeleri onlar adına büyük önem taşımaktadır. Kırnık'a (2010) göre yansıtıcı düşünebilen bireyler; problemleri tanımlayabilmekte, yaratıcı düşünebilmekte, durumlara ve olaylara eleştirel bakabilmekte, bilgiyi daha hızlı kavrayabilmekte, kendi ihtiyaçlarını belirleyebilmekte, kendini değerlendirebilmekte ve geleceğe yönelik planlar yapabilmektedirler. Yorulmaz'a (2006) göre ise yansıtıcı düşünebilen öğrenciler; yeni fikirler üretebilmekte, problemleri çözebilmekte, duygu, düşünce ve fikirlerini rahat bir şekilde açıklayabilmekte, kendine güvenmekte, kendini değerlendirerek eksik veya iyi olduğu bağlamların farkına varabilmektedir.

Shermis'e (1992, s.51) göre "Yansıtıcı düşünme becerisinin amacı bir problemle karşılaşıldığında en uygun çözüm yolunu bulmaktır ve yansıtıcı düşünme becerisi en iyi problem çözme sürecinde gözlenebilmektedir". PISA (2003) raporunda da öğrencilerin yansıtmalarının en iyi problemler sayesinde görülebildiği belirtilmiş, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin önemi vurgulanmıştır. Hong ve Choi'ye (2009) göre, problem çözme süreci boyunca öğrenenler kendi öğrenmeleri üzerine yansıtmalar yapmakta, verilen görev ile önceki bilgilerini, becerilerini, deneyimlerini ilişkilendirmekte ve arkadaşlarından geri dönütler almaktadır. Eğer bu süreçte yansıtıcı düşünme becerisi kullanılmaz ise öğrenenler etkili stratejiler bulmakta güçlük çekmektedirler.

Alan yazın incelendiğinde bu konu üzerine yapılan çalışmalardan bazılarının ölçek geliştirme çalışması olup (Kızılkaya ve Aşkar, 2009; Hong ve Choi, 2015), diğerlerinin ise öğrenciler (Baş ve Kıvılcım, 2011; Hong, 2011; Şen, 2013; Saygılı ve Atahan, 2014; Demirel, Derman ve Karagedik, 2015; K. Güneş, 2015; Tat, 2015) öğretmen adayları (Bjuland, 2004; Mason, 2009; Baki, Güç ve Özmen, 2012; Tuncer ve Özeren, 2012; Can, 2015) ve mühendislik fakültesi öğrencileri (Adams, Turns, Atman, 2003; Hong, 2011) üzerine yapıldıkları görülmüştür. Yapılan bu araştırmalar incelendiğinde, çalışmaların genellikle problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ile farklı değişkenler arasındaki ilişkinin araştırıldığı nicel çalışmalar (Baş ve Kıvılcım, 2011; Tuncer ve Özeren, 2012; Şen, 2013; Saygılı ve Atahan, 2014; Can, 2015; Demirel, Derman ve Karagedik, 2015; K. Güneş, 2015) oldukları görülmüştür. Yapılmış olan nicel çalışmaların örneklemlerinin ise genellikle ilköğretim ve ortaöğretim düzeyindeki

öğrenciler olduğu, nitel çalışmaların ise çalışma gruplarının çoğunlukla üniversite öğrencilerinden oluştuğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak hem yurt içinde hem yurt dışında ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini nitel boyutta inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bireylerin problem çözme esnasındaki yansıtmalarını daha iyi görebilmek için, bu süreci ayrıntılı olarak inceleyen nitel çalışmaların yapılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin küçük yaşta, problem çözme sürecindeki yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi, bu bağlamda var olan durumlarının ortaya konabilmesi ve eksikliklerini tamamlamaya yönelik çalışmalar yapılması onların gelecek hayatlarında karşılaştıkları sorunlara etkili çözümler bulabilmeleri adına gerekli ve önemli bir ihtiyaç olarak görülmektedir. Tüm bu nedenlere bağlı olarak yapılan bu çalışmada matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözme sürecindeki yansıtıcı düşünme becerilerinin nasıl olduğu incelenmiştir. Bu kapsamda, öğrencilerin problemi anlama, plan kurma, planı uygulama ve geriye bakış aşamalarında kendi ürettiği veya dışarıdan kendisine yöneltilen sorulara sorgulama yaparak verdiği cevaplar, yaptığı eylemlerin nedenini açıkladığı ifadeler, süreç içinde yaptıklarını değerlendirdiği açıklamalar, bireysel olarak ve grup tartışması halindeyken problem çözme sürecinde belirlenen temalar bağlamında nasıl yansıtma yaptıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulguların literatüre önemli katkı sağlayacağı ve matematik öğretmenlerine, matematik programı hazırlayan kişilere yardımcı olacağı düşünülmektedir.

1.4.Sayıltılar

Bu çalışmada,

- Araştırma sürecinde öğrencilerin güdülerinin eşit düzeyde olduğu,
- Araştırma boyunca kontrol altına alınamayan değişkenlerin katılımcıları eşit düzeyde etkilediği,
- Seçilen problemlerin ve yarı yapılandırılmış görüşme formunun geçerliğini sağlamada uzman görüşlerinin yeterli olduğu,
- Öğrencilerin yarı yapılandırılmış görüşme formundaki sorulara içtenlikle ve gönüllü bir şekilde cevap verdiği varsayılmıştır.

1.5.Sınırlılıklar

Bu araştırma,

- 2015-2016 eğitim-öğretim yılı ile,
- Trabzon'daki bir köy ortaokulunda öğrenim gören, matematik problemlerini çözmede başarılı 3 öğrenci ile,
- Süre olarak 4 hafta ile,
- Veri toplama aracı olarak; kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinlikleri, bağlamları değiştirilen problem çözme etkinlikleri, yarı yapılandırılmış görüşme formu, video kayıt ve ses kaydı ile,
- Ulaşılabilen Türkçe ve İngilizce kaynaklar ile sınırlıdır.

1.6.Tanımlar

Yansıtıcı düşünme becerisi: "Bireyin geçirdiği yaşantılar hakkında derinlemesine düşünerek, kendi öğrenme-öğretme ve düşünme sürecine ilişkin sorgulamalar yapabilmesi, kendini değerlendirebilmesi ve bu değerlendirmeler sonucunda ortaya çıkan sorunları çözebilmesi için neler yapabileceğini düşünebilmesidir." (Ersözlü ve Kazu, 2011, s.145)

Problem: "Kişinin karşılaştığı, çözülmesi gereken ve bunun için gerekli olan çözüm yolunun hemen bulunamadığı bir durumdur." (Pusmaz, 2008, s.33). Olkun ve Toluk (2004, s.44) problemi, "kişide çözme arzusunu uyandırmasına rağmen çözüm prosedürü hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlar" olarak tanımlamaktadır.

Bağlam: Korkmaz (2007, s.33) bağlamı, "Bir cümlede, bir konuşmada veya bir metin içinde yer alan herhangi bir kelimenin anlamının daha iyi belirlenebilmesi ve başka anlamlarından ayırt edilebilmesi için kendisini çevreleyen ve karşılıklı ilişkide bulunduğu öteki öğe veya öğelerle oluşturduğu bütün" şeklinde tanımlamaktadır.

Problemin bağlamı: "Bağlam, problem sunulurken kullanılan içerik dili ile ilgilidir." (Delice ve Sevimli, 2012, s.6). Kendal ve Stacey'e (2003) göre ise formüle dayalı problemlerde bağlam, formal matematiksel bir dil kullanılarak hazırlanabilirken;

yoruma dayalı problemlerde, bağlam günlük hayat problemleri üzerinden sunulmaktadır.

Matematikte problem çözme: Matematikte problem çözme, sorunun zihinsel süreçler ile (akıl yürütme) gerekli bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak ortadan kaldırılması olarak tanımlanmaktadır (Altun, 1995).

Başarılı problem çözücü: Gourgey'e (2001) göre problemin çözüm sürecinde, birçok yaklaşım deneyebilen, seçtiği stratejilerin doğru bir şekilde işleyip işlemediğini kontrol edebilen, geçmiş veya şimdiki deneyimlerinden yararlanarak gerektiğinde strateji değiştirebilen ve aktiviteleri boyunca kendini değerlendirebilen bireylerdir.

Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi: Hong ve Choi'ye (2011) göre problem çözme bağlamında yansıtıcı düşünme becerisi; verilen problem durumuna yönelik olarak bireyin hareketlerinin, düşüncelerinin, duygu ve hislerinin belirlenmesini sağlayan, problem çözme süreci boyunca bilinçli olarak gerçekleştirdikleri zihinsel aktivitelerdir. Saygılı ve Atahan'a (2014, ss.182-183) göre ise problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, "Problem çözme sürecinde problemin anlaşılmasından çözülmesine kadar gerçekleştirilen, odaklanma, planlama, çözümler üretme, karar alma ve değerlendirme aşamalarında yansıtıcı düşünme tarzının hâkim olduğu özel ve üst düzey bir düşünme biçimidir."

BÖLÜM II: İLGİLİ LİTERATÜR

2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu bölümde araştırmanın kuramsal yapısı üzerinde durulmuştur. Problem başlığı altında problem için yapılan farklı tanımlara, bir durumun problem olabilmesi için sahip olması gereken özelliklere yer verilmiş ve daha sonra problem türlerine değinilmiştir. Ardından problem çözme ve süreci, problem çözme stratejileri ele alınmış, problem çözmenin önemi farklı araştırmacılardan alınan alıntılarla belirtilmiştir. Problem çözme süreci kadar bu süreçte aktif rol oynayan problem çözücülerin özellikleri de önemlidir. Bu özellikler başarılı ve başarısız problem çözücülerin özellikleri başlığı altında açıklanmıştır. Yansıtıcı düşünme becerisi başlığı altında farklı araştırmacılar tarafından yapılan çeşitli tanımlara yer verilmiştir. Araştırmanın bel kemiği olan problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisine ise ayrıntılı olarak ilgili başlık altında değinilmiştir. Araştırmanın kuramsal çerçevesi bağlamında yurt içi ve yurt dışında yapılan çalışmalara ise ilgili araştırmalar başlığı altında yer verilmiştir. En son başlık olan literatür taraması kapsamında ise, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ile ilgili yurt içi ve dışında yapılmış olan çalışmaların değerlendirmesi yapılmıştır.

2.1.1. Problem Nedir?

Alan yazın incelendiğinde problemin çeşitli tanımlarına rastlamak mümkündür. Problem, genel olarak bireyin bir amaca ulaşmasını engelleyen bir çatışma durumudur (Morgan, 1995). Altun'a (2005) göre problem, kişinin bir şeyler yapmak istemesine rağmen ne yapacağına hemen karar veremediği, çözüme nasıl ulaşacağını hemen bilemediği bir durumdur. Olkun ve Toluk (2004, s.44) "problemi, kişide çözme arzusunu uyandırmasına rağmen çözüm prosedürü hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlar" olarak tanımlamaktadır. Pusmaz'a (2008, s.37) göre ise, "Karşılaşılan her soru birey için problem oluşturmaz. Kişi akıl yürütme becerisini kullanmadan, geçmiş bilgilerinden yardım alarak basit birkaç hamle yardımıyla soruyu çözülebiliyorsa, o ifade kişi için bir problem değildir.".

Problemin genel olarak tanımlanmasından sonra tezin amacına uygunluk açısından matematiksel problemin tanımını yapmak yerinde olacaktır. Lester'a (1983) göre matematik problemi; bireyin kolaylıkla çözüme ulaşamayacağı, çözmek için çaba göstermesi gerektiği ve çözüm bulma isteği uyandıran ya da ihtiyacı hissettiren bir görevdir. Matematikte bir problem, ifade veya ifadelerden (yazılı, sözel, sembolik veya grafik gibi), bilinen ve bilinmeyen değişkenlerden, bilinmeyenler ve veriler arasındaki ilişkiyi açıklayan koşulların bir kümesinden ve bir konudan oluşmaktadır (Yenilmez, 2010). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'na göre problem, çözüm yolu önceden bilinen alıştırma veya soru olarak algılanmamalı, öğrencinin mevcut bilgileri ile akıl yürütme becerilerini kullanmasını gerektirmelidir. Problem, öğrenci yaşantısıyla ilgili olmalı, öğrencilerin ilgilerini çekmelidir (MEB, 2005).

2.1.1.1. Problemlerin Sınıflandırılması

Literatürde matematiksel problemlerin birçok sınıflaması olmakla birlikte, bu sınıflama en genel şekilde rutin ve rutin olmayan problemler şeklinde yapılmıştır.

Rutin Problemler

Rutin problemler, çözülmesinde dört işlem becerilerinin yeterli olduğu problem durumlarıdır (Yazgan, 2007). Örneğin, "Ayşe kırtasiyeden tanesi 3 lira olan kalemlerden 5 adet, tanesi 6 lira olan defterlerden 2 adet almıştır. Buna göre Ayşe kırtasiyeye ne kadar para verecektir?" problemi rutin bir problemdir. Karaca'ya (2012, s.10) göre rutin problemlerin öğretilmesindeki amaçlar; "Çocukların günlük hayatta kullanabilecekleri işlem becerilerini geliştirmelerine, problem durumunda geçen bilgileri matematik diline aktarmayı öğrenmelerine, düşüncelerini şekil, tablo, grafik vb. gibi çoklu gösterim temsilleriyle anlatmalarına ve problem çözmenin gerektirdiği temel becerileri kazanmalarına yardımcı olmaktır."

Rutin Olmayan Problemler

Rutin olmayan problemler, rutin olanlara göre daha fazla düşünme gerektiren ve çözmek için kullanılacak yöntemin açık olarak gözükmediği problemlerdir (Polya, 1997). "Rutin olmayan problemler bir veya birkaç sayı ve işlemin doğru seçilmesiyle hemen çözülebilecek nitelikte problemler değildirler." (Çelik ve Güler, 2013, s.181). Bu tür problemleri çözebilmek için, gerekli olan bilgi ve becerilerin alışılmadık yollarla

kullanılması gerekmektedir (Öktem, 2009). Altun'a (2005) göre ise rutin olmayan problemler; çözümleri işlem becerisi gerektirmesinin yanı sıra verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı gerektiren problem türüdür. Örneğin; "Ali, doğrusal bir yol boyunca 10 adım ileri, 3 adım geri giderek ilerlemektedir. Ali'nin her adımı eşit uzunlukta olduğuna göre, 190 adım attığında başlangıca gör kaç adım ilerlemiş olur?" problemi rutin olmayan bir problemdir. Şahin'e (2007, s.10) göre rutin olmayan problemlerin öğretilmesindeki amaçlar; "Öğrencilerin olaylar arasındaki ilişki, düzen ve örüntüyü arama eğilimlerini geliştirmek, onlara tahmin edebilme, verileri organize edebilme, sınıflandırma yapabilme ve aralarında bir ilişki kurabilme, uygun durumda uygun stratejiyi seçebilme, seçtiği stratejiyi kullanabilme ve sonucunu yorumlayabilme konularında yardımcı olmaktır."

2.1.2. Problem Çözme ve Süreci

Problem çözme; bir konu kapsamında hemen ulaşılamayan bir amaca varmak için bilinçli bir şekilde araştırma yapmaktır. Matematikte problem çözme ise, zihinsel süreç becerileri yardımıyla gerekli olan bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak sorunun ortadan kaldırılmasıdır (Altun, 1995). Senemoğlu'na (2010) göre karşılaşılan problemi çözebilmek için konuyla ilgili alan bilgisine sahip olmanın yanında, duruma uygun bilişsel stratejileri seçebilme ve bunları kullanabilme becerisi de gerekmektedir. Problem çözmede önemli olan püf nokta, kişiyi amaca götürecek aracı bulup kullanmasıdır.

Problem çözme becerisi, öğrencinin yaşamında karşısına çıkabilecek problemleri çözebilmek için gerekli olan becerileri kapsamaktadır. Polya'ya (1997, s.6) göre "Problem çözme, yüzme gibi alıştırma yapmakla ilgili bir beceridir. Yüzmeye çalışırken, başkalarının el ve ayaklarıyla yaptıklarını taklit eder ve alıştırmalar yaparak yüzmeyi öğrenebiliriz. Problem çözmeyi öğrenirken de, başkalarının problem çözerken yaptıklarını gözleyerek taklit eder, bunları yapmaya çalışırken problem çözmeyi öğreniriz."

Öğretim programında problem çözme, matematik dersinin ve etkinliklerinin ayrılmaz bir parçası olarak görülmektedir. Programa göre öğrenciler, problem çözme sürecinde başarı kazandıkça, kendi çözüm yollarına değer verildiğini hissettikçe, kendilerinin de

matematiği yapabileceklerine ilişkin güvenleri artmaktadır. Buna ek olarak, problem çözme aynı zamanda öğrencilerin diğer üst düzey düşünme becerilerini de geliştirebilmektedir (MEB, 2005).

Baykul'a (2006, s.73) göre "Matematik problemleri de olmak üzere her probleme uygulanabilecek belli bir çözüm yolu yoktur.". Diğer bir deyişle her problem farklı çözüm yolu gerektirmektedir. Problem çözmede bireye katkı sağlayan esas şeyin, bulunan sonuçtan çok geçirilen çözüm süreci olduğunun anlaşılması bu süreçte nelerin meydana geldiği sorusunu akıllara getirmiştir (S.Yıldırım, 2010).

Literatür incelendiğinde, problem çözme aşamalarına ilişkin en fazla rastlanan tanımlamanın Polya' ya ait olduğu görülmüştür. Polya (1997), Nasıl Çözmeli (How to Solve It?) adlı kitabında problem çözmenin 4 aşamadan oluştuğunu ifade etmiştir. Bu aşamalar şunlardır:

- **Problemi anlama:** Problem çözmenin ilk aşaması olan problemi anlama ve özetleme sürecinde öğrenci, verilen problemi anlamlandırmaya çalışmaktadır. Healy ve Hoyles'e (1999) göre problemi anlayabilen öğrenci, verilen ifadeyi aslını bozmadan başka ifadelere dönüştürebilmekte diğer bir deyişle kendi cümleleri ile özetleyebilmektedir. Anlaşılmayan bir problemin çözülmesi mümkün değildir (Polya, 1997). Bu nedenle, bir problemi çözebilmek için öncelikle problemin iyi anlaşılması gerekmektedir.

- **Problemin çözümü için bir plan hazırlama:** Çözüm için plan hazırlama aşaması ile problemi anlama aşaması arasında çok yakın bir ilişki vardır. Problemi anlamayan kişi plan kurma aşamasını gerçekleştiremez. Bununla birlikte, problemin anlaşılması da bu aşamanın gerçekleştirilmesini garanti altına almaz (Baykul, 2006). Birey problemi anladıktan sonra, verilen problem durumunda çözüm için gerekli olacağını düşündüğü bilgileri seçerek değişkenler arasında matematiksel ilişki kurmaktadır. Diğer bir deyişle, kişi verilenler ile istenenler arasındaki ilişkiden yararlanarak problemi ifade eden matematiksel denklemi bu aşamada oluşturmaktadır (Karataş, 2002). Taşçı'ya (2005) göre ise plan kurma süreci öğrencinin, bir probleme olası çözüm seçenekleri geliştirmek için bilinen tüm seçenekleri sınıflamasını ve başka seçenekleri düşünmesini içine almaktadır. Buna ek olarak problem çözme süreci içinde en fazla yaratıcılık gerektiren eylem, plan kurma aşamasında meydana gelen "olası çözümler üretme"dir.

- **Çözüm planının uygulanması: "**Bu aşamada, plan hazırlama aşamasında seçilen strateji kullanılarak problem çözülmeye çalışılır. Çözülemez ise problemi anlamada veya plan kurmada bir eksiklik olup olmadığına bakılır. Yine çözülemez ise, strateji değiştirilir. Gerekli aritmetik işlemlerin yapılması da bu safhada yer almaktadır." (Azak, 2015, s.28). Bu adımda öğretmenlerin, "Çözüm stratejinizi uygularken her adımı kontrol ettiniz mi? Atmış olduğun adımların doğru olduğunu açıkça görebiliyor musun? Bunun doğruluğunu kanıtlayabilir misin?" gibi sorular sorarak öğrencileri düşünmeye yönlendirmesi gerekli görülmektedir (Polya, 1997, s.15).

Sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi (Geriye bakma): Planı uygulamanın ardından meydana gelen değerlendirme sürecinde ise öğrenci çözüm boyunca yaptıkları üzerinde düşünerek, hazırlamış olduğu çözüm planını ve çözüm stratejisini değerlendirmektedir. Bu aşama sonucun mantıksal kontrolünü, işlemlerin doğru yapılıp yapılmadığını içermektedir (Baykul, 2006). Polya'ya (1997, s.20) göre bu aşamada, öğretmenler öğrencilerine "Sonucu kontrol edebilir misiniz? Sonucu daha farklı çıkarabilir misiniz? Sonucu ya da yöntemi başka bir problem için kullanabilir misiniz?" gibi geriye bakmalarına yardımcı olabilecek sorular sormalıdırlar.

2.1.2.1. Problem Çözme Stratejileri

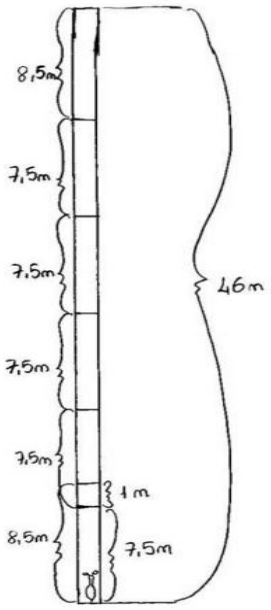
Wan de Valle'ye (1994) göre problem çözme stratejisi, kişinin probleme çözüm bulmak amacıyla bir konuya ya da konu alanına bağlı olmadan, çözüm için geliştirdiği yöntemdir. Literatür incelendiğinde problem çözme stratejilerine genel olarak "şekil çizme", "tablo oluşturma", "materyal kullanma", "sistematik liste oluşturma", "geriye doğru çalışma", "tahmin ve kontrol etme", "akıl yürütme", "denklem kullanma", "problemi basitleştirme", "bağıntı bulma (örüntü arama)" ve "matematik cümlesi yazma" başlıkları altında yer verildiği görülmüştür.

2.1.2.1.1. Şekil Çizme Stratejisi

"Burada şekil kelimesi, problemde verilenleri görünür hale getirmeye yardımcı olan her türlü çizimi ifade etmektedir. Bunlar basit çizgiler, geometrik şekiller, noktalar vs. olabilir. Şekil çizme stratejisi bazen tek başına, çoğunlukla ise diğer stratejilerle birlikte

kullanılmaktadır" (Arslan, 2002, s.17). Problem 1'in çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 1: Bir salyangoz bir boruya tırmanıyor. Salyangoz her gün 8.5 metre tırmanıyor. Ancak her akşam yağmur yağıyor ve yağmur yağdığında, salyangoz 1 metre aşağıya kayıyor. Salyangoz 46 metrelik borunun en üstüne kaç günde çıkar?



Çözüm: Öncelikle salyangozun bir günde aldığı yolu buluruz.

8,5 -1 =7,5 m.

Salyangoz her gün 7,5 ilerliyor. Çubuğun boyu 46 m olduğuna göre, bu uzunluğu bir günde aldığı yola bölerek çubuğun tepesine kaç günde ulaşacağını bulabiliriz. Fakat son gün 8,5 m yol alarak çubuğun tepesine çıkabileceğini görmekteyiz. Bu nedenle, salyangoz çubuğun tepesine 6. günde yağmur yağmadan önce çıkar.

2.1.2.1.2. Tablo Oluşturma Stratejisi

"Bazı problemlerin çözümü sırasında verileri tablo halinde düzenlemek, bu veriler veya çözüm sırasında elde edilen bilgiler arasındaki ilişkilerin görülebilmesini basitleştirir" (Arslan, 2002, s.18). Problem 2'nin çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 2: Bir çiftlikte tavuk ve at olmak üzere 14 hayvan yaşamaktadır. Bu hayvanların ayak sayıları toplamı 44 olduğuna göre çiftlikte kaç tavuk kaç at yaşamaktadır?

Çözüm:

Tavuk sayısı

At sayısı	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	6	8	10	12	14	16	18	20	22
2	10	12	14	16	18	20	22	24	26
3	14	16	18	20	22	24	26	28	30
4	18	20	22	24	26	28	30	32	34
5	22	24	26	28	30	32	34	36	38
6	26	28	30	32	34	36	38	40	42
7	30	32	34	36	38	40	42	**44**	46
8	34	36	38	40	42	**44**	46	48	50

Hayvanların sayılarına göre ayak sayılarını gösteren tabloda toplam ayak sayısının 44 olduğu iki bölge vardır. Tavuk ve at sayısının 14 olması gerektiği için 8 at ve 6 tavuğun kesişim yerinde olan 44 sayısı ele alınır.

2.1.2.1.3. Sistematik Liste Oluşturma Stratejisi

Bazı problemleri çözebilmek için verilen olayla ilgili mümkün olan bütün hallerin bilinmesi gerekmektedir. Böyle durumlarda dikkatli bir şekilde liste yapmak çözümü kolaylaştırmaktadır (Fan ve Zhu, 2007). Yazgan'a (2007) göre eğer verilen durumla ilgili bütün olasılıklar sistemli bir şekilde yazılmazsa bazı olasılıklar atlanabilir, tüm olasılıkların yazıldığından emin olunmayabilir veya bir olasılık iki defa yazılabilir. Bu nedenle bu stratejinin kullanılması sırasında dikkatli olmak gerekmektedir. Problem 3'ün çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 3: A şehrinden B şehrine 2 farklı yol ile B şehrinden C şehrine ise 3 farklı yol ile gidilebilmektedir. Buna göre B şehrine uğramak koşulu ile A şehrinden B şehrine kaç farklı şekilde gidilebilir?

Çözüm: A şehrinden B şehrine olan iki yoldan birine A1, diğerine A2, B şehrinden C şehrine olan yollardan birine B1, diğerine B2, ötekine ise B3 diyelim. Bütün olasılıklar şu şekilde sıralanabilir: A1B1C, A1B2C, A1B3C, A2B1C, A2B2C, A2B3C şeklindedir. Yani A şehrinden B şehrine belirlenen koşula göre 6 farklı şekilde gidilebilir.

2.1.2.1.4. Denklem Kullanma Stratejisi

Şahin'e (2007) göre bazı problem durumlarında bilinmeyeni bir harf ile gösterip denklem kurarak matematik eşitliğini yazmak ve bu eşitliği sağlayan değeri bulmak problemi sonuca ulaştırır. Problem 4'ün çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 4: Bir yarışmada doğru bilinen sorular için 2 puan alınırken, yanlış bilinen her soru için 1 puan kaybediliyor. Bu yarışmaya katılan Ayşe ona sorulan 8 sorunun tamamını cevaplayarak yarışma sonunda 10 puan kazandığına göre kaç soruyu doğru cevaplamıştır?

Çözüm: Doğru yanıtlanan soru sayısı: x olsun. Yanlış bilinen soru sayısı ise 8-x olur. Doğru bilinen sorulardan 2.x puan alınırken, yanlış bilinen sorulardan 1.(8-x) puan kaybedilir. Alınan toplam puan 2.x-(8-x) olur. Bunun 10 puan olduğunu biliyoruz. O halde 2.x-8+x=10 olur. 3.x=18 ise x=6 çıkar. Doğru sayısına x demiştik, o nedenle Ayşe 6 soruyu doğru cevapladı diyebiliriz.

2.1.2.1.5. Problemi Basitleştirme Stratejisi

"Bu strateji, içerdiği büyük sayılar ve karmaşık bağıntılar nedeniyle çözülemeyen bir problemin daha küçük sayıları içeren bir modelini çözme ve bu modellerin arasındaki ilişkiden faydalanarak çözüme ulaşma şeklinde bir çalışma gerektirir" (Yazgan, 2007, s.258). Problem 5'in çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 5: 15 kişinin katıldığı bir toplantıda kaç tokalaşma meydana gelir?

Çözüm: Sayı azaltılarak, daha az kişinin yapabileceği tokalaşma sayısı bulunmaya çalışılır. İki kişi arasında 1 tokalaşma, üç kişi arasında 3 tokalaşma, dört kişi arasında 6, beş kişi arasında 10, altı kişi arasında 15 tokalaşma olur. Buradan görülür ki kişi sayısı ve bir eksiği çarpılıp sonuç ikiye bölünürse meydana gelecek tokalaşma sayısı bulunur. Bu nedenle 15 kişi arasındaki tokalaşma sayısı 15.14/2 den 105 olur.

2.1.2.1.6. Geriye Doğru Çalışma Stratejisi

Bazı problemlerde sadece sonuç bilgileri verilmektedir. Böyle problemlerde bulunması istenen ise problemin giriş kısmında verilmeyip bulunması belirtilen bilgilerdir. Bu tür problemleri çözebilmek için sonuçtan hareket edip geriye doğru giderek adım adım ilk bilgilere ulaşmak gerekmektedir (Altun, 2005). Problem 6'nın çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

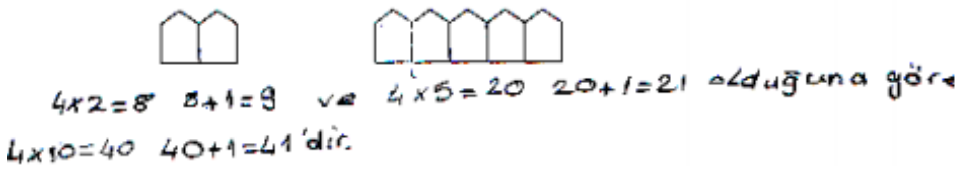
Problem 6: Hangi sayının 5 katının 6 fazlası 41'dir?

Çözüm: Bu tip problemlerin çözümünde sondan başa doğru gidilerek ve yapılan işlemlerin tersi kullanılarak sonuca ulaşılır. Problemin sonunda 6 fazlası dendiği için çıkarma işlemi yapılır. 41 – 6'dan 35 çıkar. İkinci adımda ise bu sayının 5 katı denildiği için bölme işlemi yapmak gerekir. Yani buradan istenen sayının 7 olduğu sonucuna ulaşılır.

2.1.2.1.7. Bağıntı Arama (Örüntü Bulma) Stratejisi

"Bazı problemlerin özel çözümleri sıralandığında, bunların aritmetik, geometrik veya türeyiş kuralı olan bir dizi oluşturduğu görülür. Bu tür problemlerin çözümüne ulaşmak için dizinin terimlerinin hangi kurala göre türediğinin farkına varmak çözüme ulaşmayı sağlar. Bunu için özel, sıralı küçük değerlerin incelenmesi ve türeyiş kuralının keşfedilmesi gerekir" (Yavuz, 2006, s.10). Davis'e (2011) göre bir örüntü belirlendikten sonra, örüntüdeki bir terimden sonraki terime nelerin değiştiğini düşünmek çözüme ulaşmak için iyi bir yoldur. Ona göre belirlenen örüntünün artan veya azalan olup olmadığına, azalıyorsa ne kadar azaldığına, artıyorsa ne kadar arttığına bakmakta fayda vardır. Problem 7'nin çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir. Problem 7 ve bu problem için ortaya konan çözüm stratejisi, Yazgan'ın (2007) dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme stratejilerini belirlemeye yönelik yapmış olduğu çalışmadan alınmıştır.

Problem 7: "Dilek kibrit çöpleriyle ev yapıyor. 2 ev yapmak için 9 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. 5 sıralı ev yapmak için 21 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. 10 sıralı ev yapabilmek için kaç adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?"



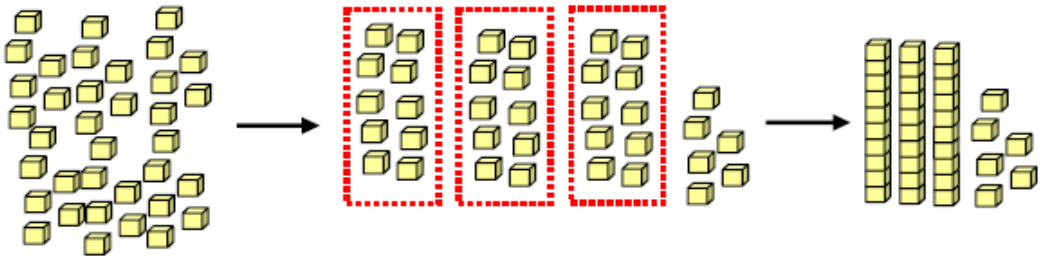
Öğrenci verilen şeklin tabanındaki kibrit çöpü sayısını sayarak bunu 4 ile çarpmış ve her seferde bir ekleyerek bir kural geliştirmiştir. 10 sıralı ev yapabilmek için tabandaki kibrit çöpü sayısının on olacağına karar vermiş, bunu 4 ile çarpmış ardından bir ekleyerek sonucu 41 bulmuştur.

2.1.2.1.8. Materyal Kullanma Stratejisi

Bu stratejide problemde verilen nesneler veya şekillerin benzerleri materyal olarak kullanılabilir. Problemle ilgili olan materyaller problemi somutlaştırmaya yardımcı olduğu için materyal kullanma etkili bir stratejidir (Baykul, 2006). Problem 8'in çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 8: "36 sayısını basamaklarına ayırınız"

Çözüm:



Verilen 36 sayısının onluk taban blokları ile oluşturulan modellemesi incelendiğinde;

"36 = 3 Onluk + 6 Birlik"

şeklinde basamaklarına ayrıldığı görülmektedir (MEB, 2005).

3 onluk	6 birlik
30	6
otuz	altı
3 6	

2.1.2.1.9. Tahmin ve Kontrol Etme Stratejisi

Bu strateji, problemin çözümüne dair mantıklı bir tahmin ortaya atmakla başlar. Ardından ortaya konan tahminin problemde verilen koşulları sağlayıp sağlamadığına, çözüm için uygun olup olmadığına bakmak için tahmin kontrol edilir. Eğer ortaya konan tahminin koşulları sağlamadığı görülürse, sonuca olan yakınlığa göre bu tahminden daha fazla veya az daha iyi bir ikinci tahminde bulunulur. Diğer bir deyişle, yapılan her kontrol, bir sonraki tahmin için yol göstermektedir ve bu süreç doğru cevabı buluncaya kadar devam etmektedir (Davis, 2011). Problem 9'un çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 9: Bir kumbarada sadece 5 TL ve 10 TL den oluşan 20 banknot vardır. Kumbarada toplam 125 TL para vardır. Buna göre bu kumbarada kaç tane 10 TL'lik banknot vardır?

Çözüm: 1 tane 10 TL'lik banknot varsa 19 tane 5 TL'lik banknot vardır. Bu durumda kumbaradaki toplam para 1x10+19x5= 105 TL olur. Çözüm değil.

2 tane 10 TL'lik banknot varsa 18 tane 5 TL'lik banknot vardır. Bu durumda kumbaradaki toplam para 2x10+18x5=110 TL olur. Çözüm değil.

3 tane 10 TL'lik banknot varsa 17 tane 5 TL'lik banknot vardır. Bu durumda kumbaradaki toplam para 3x10+17x5= 115 TL olur. Çözüm değil.

4 tane 10 TL'lik banknot varsa 16 tane 5 TL'lik banknot vardır. Bu durumda kumbaradaki toplam para 4x10+16x5= 120 TL olur. Çözüm değil.

5 tane 10 TL'lik banknot varsa 15 tane 5 TL'lik banknot vardır. Bu durumda kumbaradaki toplam para 5x10+15x5= 125 TL olur. Çözümü bulduk. Demek ki kumbarada, 5 tane 10 TL'lik banknot var.

2.1.2.1.10. Akıl Yürütme Stratejisi

Akıl yürütme, diğer problem çözme stratejilerinin kullanıldığı her yerde vardır. Fakat bazı problemleri çözebilmek için akıl yürütme dışında bir strateji kullanmak mümkün olmayabilir (Altun, 2005). Problem 10'un çözümünde bu stratejinin kullanımı örneklendirilmiştir.

Problem 10: "*Bir tepside bulunan hepsi de aynı görünümlü olan 9 pinpon topundan 8 tanesinin kütlesi aynı, birisinin kütlesi diğerlerinden 1 gr fazladır. Kütlesi fazla olanı kefeli terazi ile en az kaç tartıda bulabilirsiniz?*

Çözüm: Topları, 4, 4, 1 veya 3, 3, 3 şeklinde gruplamak mümkündür. 3, 3, 3 şeklinde gruplayıp, iki takım üçlüyü tartalım. Eğer terazi dengede ise, ağır top dışarıda kalan 3'lü içinde, dengede değil ise ağır taraftaki üçlü içindedir. Teraziyi bir kez kullanmakla ağır topun içinde bulunduğu üçlüyü belirlemiş oluruz. Sonra, bu üçlüden ikisini tartalım. Dengede ise ağır top dışarıda kalandır. Eğer dengede değil ise ağır tartan taraftaki top aradığımız toptur. Bu şekilde en az iki tartı sonucunda ağır topu buluruz" (Altun, 2007, s.84).

2.1.2.1.11. Matematik Cümlesi Yazma Stratejisi

Problem çözümlerinde çoğu zaman dört işlem kullanılarak oluşturulan eşitlik durumlarından yararlanılmaktadır. Bu eşitliklerden oluşan yaklaşıma matematik cümlesi yazma stratejisi adı verilmektedir (Ulu, 2008).

2.1.2.2.Problem Çözmenin Önemi

Günümüzdeki eğitim anlayışı, hayatında karşılaştığı veya karşılaşabileceği güçlüklerin üstesinden gelebilen insanlar yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Bu nedenle çağdaş eğitim yaklaşımları, öğrencilerin karşısına çıkabilecek problemleri çözebilme becerilerini geliştirmeye odaklanmıştır (Göktürk, 2013). Bu durum kendini ülkelerin matematik öğretim programlarında da göstermektedir. Ülkelerin mevcut öğretim programları incelendiğinde, hemen hemen hepsinin temel amacının "öğrencilere problem çözme becerisi kazandırmak" olduğu görülmektedir (G. Güneş ve Asan, 2005). İlköğretim Matematik Öğretim Programına göre öğrenciler, problem çözme sürecinde başarı kazandıkça, kendi çözüm yollarına değer verildiğini hissettikçe, kendilerinin de matematiği yapabileceklerine ilişkin güvenleri artmaktadır. Ayrıca, problem çözme aynı zamanda öğrencilerin diğer üst düzey düşünme becerilerini de geliştirebilmektedir (MEB, 2005).

"Problem çözme, sınıf ortamı ile bireylerin gerçek yaşamı arasında bağ kurmaktadır. Buna ek olarak bireylere, farklı matematik konularını birleştirme olanağı da sağlamaktadır." (D.K.Brumbaugh, D.Rock, L.S. Brumbaugh ve M.Rock, 2003, s.219).

NCTM (2000) raporuna göre iyi seçilmiş problemler, öğrencilere bilgilerini sağlamlaştırmaları veya genişletmeleri için şans vermektedir. Problem çözme etkinlikleri sayesinde, öğrencilerin işlem yapma akıcılığıyla birlikte sistematik düşünebilme, düşünceleri organize edebilme gibi özel becerileri de gelişebilmektedir. Aydoğdu'ya (2013) göre problem çözme öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirmekte onlara eleştirel düşünme, ilişki kurma, muhakeme yapma ve sonuç çıkarma gibi önemli beceriler kazandırmaktadır. Aksu'ya (1991) göre ise problem çözme sayesinde; bireylerin bağımsızlık kazanarak, bu bağımsızlığın sorumluluğunu alabilme, organize bir şekilde düşünebilme, muhakeme edebilme ve yaratıcı bir şekilde düşünebilme gibi becerileri gelişebilmektedir.

2.1.2.3. Başarılı ve Başarısız Problem Çözücülerin Özellikleri

Problem çözme becerisine yönelik olarak yapılan çalışmalar, başarılı ve başarısız problem çözücüler arasında farklılıklar olduğunu ortaya koymaktadır (Condell ve diğerleri, 2010). Toksoy ve Akdeniz (2015, s.345) "başarılı problem çözücülerin, problem çözmeyi süreç olarak görürken; başarısız problem çözücülerin ise hatırlatıcı bir görev olarak görmekte olduklarını" belirtmektedir. Başarılı problem çözücüler problemde bahsedilen durumu kendileri için anlamlı hale getirirken; başarısız problem çözücüler ise sadece anahtar kelimelere ve sayılara odaklanmaktadırlar (Hegarty, Mayer ve Monk, 1995). Schoenfeld (1985) başarısız problem çözücülerin; problem çözme stratejilerini çok hızlı bir şekilde seçtiklerini, zamanlarının büyük bir bölümünü uygulamaya ayırdıklarını, amaca ulaşıp ulaşmadıklarını kontrol etmek için nadiren durup kendilerini değerlendirdiklerini belirtmektedir. Gallagher ve Lisi (1994) ise yaptıkları çalışmada başarılı problem çözücülerin, problemi hemen çözmeye çalışmadıklarını bu durumun aksine problem üzerinde düşünme konusunda ısrarcı olduklarını görmüştür. Başarılı problem çözücüler, problemi çözmek için önceki bilgilerinden yararlanırken; başarısız problem çözücüler ise bilgiye sahip gibi görünmelerine rağmen bilgiyi kullanamamaktadırlar. Diğer bir deyişle, başarısız problem çözücüler sürece nereden ve nasıl başlayacaklarını bilememektedir (Dede ve Yaman, 2006). Chi'ye (2006) göre başarılı problem çözücüler problemin çözümü için uygun olan stratejiyi seçmede başarısız problem çözücülere göre çok daha iyidirler. Jonassen'e (2003) göre başarılı problem çözücüler, öğrenmelerini benzer yapıdaki

problemlere transfer edebilme ve çözdükleri yapıları kullanarak kavramsal bir model oluşturabilme konusunda iyi performans sergileyebilmektedir. Senemoğlu'na (2010) göre ise, başarılı problem çözücülerin bilgi şemaları daha karmaşık olduğundan ve haliyle ilişkiler ağı da çok olacağından dolayı bu kişiler karşılaştıkları problemleri çok çeşitli bakış açılarından analiz edip değerlendirebilmektedirler. Bu nedenle kısa bir zaman diliminde etkili çözümlere ulaşabilmektedirler.

2.1.3. Yansıtıcı Düşünme Becerisi

Yansıtıcı düşünmenin felsefi temelleri John Dewey (1933) tarafından atılmış, Dewey'in bu konudaki fikirleri Schön (1983) ve Kolb'un (1984) uygulamaya dönük katkılarıyla daha sağlam bir temele oturtulmuştur.

Literatür incelendiğinde yansıtıcı düşünme becerisinin çeşitli tanımlarına rastlamak mümkündür.

Dewey (1991, s.6) yansıtıcı düşünme becerisini, "bireyin herhangi bir düşünceyi ya da onun hedeflediği sonuçlara ulaşmayı destekleyen bir bilgi yapısını etkin, tutarlı ve dikkatli bir biçimde düşünmesi" olarak tanımlamış ve dört boyutta incelemiştir. Dewey bu boyutları aşağıdaki şekilde belirtmektedir (ss.24-25).

- Yansıtıcı düşünmede görüşler arasında anlamlı ilişkilere dayanan bir ardışıklık vardır. Bir görüş kendinden önceki görüşlere dayanmakta ve kendisinden sonraki görüşlerin uygunluğuna karar vermektedir.
- Yansıtıcı düşünmede olgular ve olaylara ilişkin duygu ve inançlar üzerinde durulmaktadır.
- Yansıtıcı düşünmede, inanç bazı temellere dayanmaktadır. Algılanan veya düşünülen durumlar, mantıksal olarak uygun olup olmama koşuluna göre kabul edilir ya da reddedilir.
- Yansıtıcı düşünme bir inancın doğasına, koşullarına ve temellerine ilişkin bilinçli bir şekilde araştırma yapmayı gerektirmektedir.

Ünver (2003, s.5) yansıtıcı düşünme becerisini, "bireyin öğrenme ya da öğretmede yöntem ve düzeyine ilişkin olumlu ve olumsuz durumları ortaya çıkarmaya ve sorunları çözmeye yönelik düşünme süreci" olarak ele almaktadır.

Lee'ye (2005) göre yansıtıcı düşünme becerisi, hatırlama (bireyin duruma göre deneyimlerine yeniden başvurması), akla uydurma (bireyin deneyimleri arasında ilişkiler kurması) ve yansıtma (bireyin değişimi ve gelecekteki gelişimi için deneyimlerini kullanması) bölümlerinden oluşan aşamalı bir süreçtir.

Yorulmaz (2006, s.30) yansıtıcı düşünme becerisini; "karşılaşılan problemi çözmeye dayanan, bireyi yeni fikirler üretmeye teşvik etme boyutuyla yaratıcı, kendini değerlendirme boyutuyla eleştirel, önceki deneyimler ile ilişki kurma, öğrenmeleri üzerine düşünme ve kendi düşüncesini düşünme boyutuyla biliş üstü düşünme süreciyle birebir örtüşen bir beceri" olarak ele almaktadır.

Baş ve Beyhan (2012, s.2) yansıtıcı düşünme becerisini, "herhangi bir deneyimden yararlanılan, üzerinde düşünülen ve genellikle belli bir amaç göz önüne alınarak değerlendirme yapılan bir süreç" olarak ifade etmektedir.

F. Güneş'e (2012) göre yansıtıcı düşünme becerisi, hipotezler oluşturarak bunları test etmeyi, tümevarımla veriler toplamayı, tümdengelimle sonuca ulaşmayı içeren bir üst düzey düşünme becerisidir.

Schön'e (1983, s.62) göre yansıtıcı düşünme sürecinde, "Birey bir eylem anında ne yaptığını sorgulamakta daha sonra, yaptığı eylem üzerinde tekrar düşünmekte ve bunun sonucunda genel bilgilerini düzenlemektedir."

Tüm bu tanımlardan yola çıkarak yansıtıcı düşünme becerisi; bireyin karşılaştığı sorunlar için birçok düşünce ortaya koyabilmesi, geçmiş ve şimdiki deneyimlerini kullanarak ortaya koyduğu bu düşünceleri sorgulayabilmesi ve değerlendirmeler yapabilmesi; diğer bir deyişle karşılaştığı sorunları çözebilmek için neler yapabileceğini düşünebilmesi olarak tanımlanabilir.

Yansıtıcı düşünme becerisinin ne olduğunu anlamanın yanı sıra, bu süreçte gerçekleşen eylemlerin neler olduğunu bilmek de önem taşımaktadır.

> "Yansıtıcı düşünme becerisini gösteren eylemlerden ilki, kişinin kendi ürettiği veya dışarıdan kendisine yöneltilen sorulara cevap aradığı sorgulama sürecidir (Dewey, 1933). Eylemlerin ikincisi, kişinin yaptığı eylemlerin nedenini araştırmaya yönelerek vardığı sonuca göre neden-sonuç ilişkilerini incelediği nedenleme sürecidir. Eylemlerin sonuncusu ise, kişinin gerçekleştirdiği eyleme tekrar dönüp

baktığı, çözümleme yaparak yanlış veya doğrularını belirlediği değerlendirme sürecidir." (Kızılkaya ve Aşkar, 2009).

Hong ve Choi'ye (2009) göre yansıtıcı düşünme sürecindeki deneyim bileşenine ek olarak, duygu ve hislerin farkında olmak da önemli bir bileşendir. Olumsuz duygular nedeniyle birey, konu veya görev üzerinde tekrar düşünebilmektedir. Olumlu duygular sayesinde ise birey çözüm yolunu kendinden emin bir şekilde değerlendirebilmekte ve sonraki görevler için kendini daha iyi hissetmektedir.

2.1.3.1.Yansıtıcı Düşünme Becerisine Sahip Olan Öğrencilerin Özellikleri

Ünver'e (2003, s.6) göre "Yansıtıcı düşünme becerisine sahip olan öğrenciler, kendi öğrenme hedeflerini belirleyebilir, kendi öğrenmelerinin farkında olabilir, eksiklerini tespit edebilir, yanlışlarını düzeltebilir, problemlere farklı açılardan bakabilir, olumlu davranışlarının ayrımına vararak kendilerini güdüleyebilir ve görüşlerini özgürce açıklayabilirler". Boyd ve Fales'e (1983, s.100) göre "Yansıtıcı düşünebilen öğrenciler kendi deneyimlerini kullanarak karşılaştığı durumlar için anlamlar oluşturur, bunları açıklar ve değişik açılardan sonuçlandırır". Cruichshank, Bainer ve Metcalf'a (1995, s.30) göre yansıtıcı düşünen öğrenciler; "amaçlarını sürekli sorgulama, uygulamalarının sonuçlarını izleme, kısa ve uzun vadeli düşünme, değerlendirmede kendi gözlemlerinin yanı sıra diğerlerinden gelen dönütleri dikkate alma, eleştiri ve önerilere açık olma, yenilikleri takip etme ve kendini geliştirme" becerilerine sahiptir. Kırnık'a (2010) göre yansıtıcı düşünebilen bireyler; problemleri tanımlayabilmekte, yaratıcı düşünebilmekte, durumlara ve olaylara eleştirel bakabilmekte, bilgiyi daha hızlı kavrayabilmekte, kendi ihtiyaçlarını belirleyebilmekte, kendini değerlendirebilmekte ve geleceğe yönelik planlar yapabilmektedirler. Yorulmaz'a (2006) göre ise yansıtıcı düşünebilen öğrenciler; yeni fikirler üretebilmekte, problemleri çözebilmekte, duygu, düşünce ve fikirlerini rahat bir şekilde açıklayabilmekte, kendine güvenmekte, kendini değerlendirerek eksik veya iyi olduğu bağlamların farkına varabilmektedir.

2.1.4. Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi

Öğretimin her kademesinde problem çözme süreci önemli görülmektedir. Özellikle matematik dersi, bireylerin günlük hayatta karşılaştıkları veya karşılaşabilecekleri problemleri çözebilme becerilerine sahip olma adına önemli bir yol olarak

kullanılmaktadır (E. B. Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Oral'a (2008) göre, eğitim-öğretim kurumlarının öğrencilere kazandırmayı amaçladığı problem çözme becerileri ile gerçek dünyanın içerdiği problem çözme becerileri arasında belirgin bir farklılık bulunmaktadır. Schön (1987) eğitim-öğretim kurumlarında verilen derslerde öğrencilerin, çoğu zaman belli stratejilerle çözülebilen, genellikle tek bir çözümü olan iyi tanımlanmış problemlere karşı hazırlandıklarını belirtmektedir. Oysa "Öğrencilerin, günlük hayatlarında daha sık karşılaştıkları veya karşılaşabilecekleri, problemin açık bir şekilde tanımının yapılmadığı, çözümü olmayan veya birden çok yolla çözülebilen türden durumlar olarak tanımlanan iyi yapılandırılmamış problemler ile karşılaştırılmaları gerekmektedir." (Lohman ve Finkelstein, 2000, s.292). Bu tür problem durumlarında bireyler mevcut bilgilerini, deneyimlerini ve inanışlarını kullanarak problemler üzerinde yansıtıcı düşünmek zorunda kalmaktadırlar (Kember ve diğerleri, 2000). Çünkü yansıtıcı düşünme becerisi, bir problemle karşılaşıldığı zaman başlayan zihin karmaşıklığına bağlı olarak ortaya çıkan ve var olan bu probleme farklı yönlerden bakmayı gerektiren problem çözme yaklaşımı olarak görülmektedir (Öztürk, 2003).

Shermis'e (1992, s.51) göre "Yansıtıcı düşünme becerisinin amacı bir problemle karşılaşıldığında en uygun çözüm yolunu bulmaktır ve yansıtıcı düşünme becerisi en iyi problem çözme sürecinde gözlenebilmektedir". Mason (2009) ise yansıtıcı düşünme sırasında yapılan yansıtmaların, problem çözme sürecinin anahtar bir unsuru olduğunu söylemekle birlikte, yansıtma yapmanın öğrenene problemi çözerken yaptığı hatalarını belirleyebilme imkânı verdiğini belirtmektedir.

Tüm bu düşüncelerden hareketle ortaya konan problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, problem çözme aşamalarında yansıtmaların kullanıldığı zihinsel bir süreci ifade etmektedir. Hong ve Choi'ye (2011) göre problem çözme bağlamında yansıtıcı düşünme becerisi; verilen problem durumuna yönelik olarak bireyin hareketlerinin, düşüncelerinin, duygu ve hislerinin belirlenmesini sağlayan, problem çözme süreci boyunca bilinçli olarak gerçekleştirdikleri zihinsel aktivitelerdir. Saygılı ve Atahan'a (2014, ss.182-183) göre ise "Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, problem çözme sürecinde problemin anlaşılmasından çözülmesine kadar gerçekleştirilen, odaklanma, planlama, çözümler üretme, karar alma ve değerlendirme aşamalarında yansıtıcı düşünme tarzının hâkim olduğu özel ve üst düzey bir düşünme

biçimidir.” Diğer bir deyişle, problemin çözüm sürecinde yansıtıcı düşünmenin kesin bir sırası yoktur, problemin anlaşılmasından değerlendirilmesine kadar olan dört aşamanın herhangi bir zamanında gerçekleşebilmektedir. Tripp’in (2003) de belirttiği gibi “yansıtıcı düşünme problemin tanımlanmasıyla başlar, ardından problem durumuna ilişkin neler yapılabileceği listelenir ve yansıtıcı düşünme asıl bu aşamada gerçekleşir, uygulama için plan yapılması ve planın uygulamaya konulması sonrasında, yapılanlar açıklanarak değerlendirilir ve bu süreç tekrar yansıtıcı düşünme ile başa dönen bir döngüyle devam eder.” (Akt: Başol ve Gencel, 2013)

Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, problem çözme aşamalarında yapılan yansıtmaların birleşiminden oluşmaktadır. Farklı araştırmacılara göre yansıtıcı düşünmenin yapı taşını oluşturan yansıtma kavramını ele alalım:

Dewey’e (1933) göre yansıtma kavramı, hem problemin hem de olası çözümlerin temelinde yatan inançları ele alan sistematik bir problem çözme biçimidir. Buna ek olarak yansıtma öğrencinin; fikirleri, bağlantıları ve ilişkilerinin bir deneyimden başka bir deneyime daha derin bir anlayışla hareket etmesini sağlayan anlamlandırma yöntemidir.

Hatton ve Smith (1995) yansıtmayı; öğrencilerin inanç ve bilgilerini dikkate alan, birbirleri ile bağlantılı fikirlerinin dizilimlerini içeren aktif ve kasıtlı bilişsel bir süreç olarak ele almaktadır.

Lee (2005, s. 703) yansıtmayı; “bireyin deneyimlerini farklı açılardan analiz ederek gelecekte karşılaşacağı bir durumu değiştirmek veya geliştirmek için kullanması” olarak tanımlamaktadır.

Loughran’a (1996) göre yansıtmanın amacı, kafa karıştırıcı bir duruma anlam vermek veya bir problemi çözmektir. Ona göre yansıtma sayesinde problem ve çözüm yolları daha iyi anlaşılmaktadır.

Schön’e (1987) göre yansıtma sayesinde, öğrenciler bilinenden bilinmeyene doğru gidebilmekte, ezber yapmak yerine öğrenme deneyimlerini artırabilmekte ve öğrendiklerini günlük hayata aktarabilmektedir.

Bingham (2004) yansıtma sayesinde, problem için ortaya konan çözüm yollarının değerlendirildiğini ve en iyi çözüm yolunun seçildiğini vurgulamıştır.

Boud, Keogh ve Walker (1985) yansıtma yapmanın insanların deneyimlerini hatırlamalarını, onlar üzerinde düşünmelerini ve değerlendirmeler yapmalarını sağlayan önemli bir insan aktivitesi olduğunu vurgulamıştır. Yansıtma sayesinde, öğrenciler geçmiş veya şu anda geçirdiği yaşantılar ile deneyim kazanabilmekte ve gelecekte karşılaştığı problemler karşısında bu deneyimlerinden faydalanabilmektedir.

> Schön'e (1987, s.26) göre ise, "Eğer kişi bir eylemi yaptıktan sonra dönüp yaptığı eylem üzerinde sistematik bir şekilde düşünüyor ve eylemi tüm yönleriyle değerlendiriyorsa ***eylem üzerine yansıtma***; bir eylemi gerçekleştirirken aniden yansıtma yapıyorsa ve o anda problemi çözmeye çalışıyor ise ***eylem sırasında yansıtma*** yapmaktadır. Eylem sırasında yansıtma, eylemi gerçekleştirirken bildiklerimizin bazılarının yeniden düşünülmesini sağlayarak ve tecrübelerimizi etkileyerek gelecekte karşılaştığımız benzer durumlarda bu bilgi ve deneyimlerimizi kullanmamıza yardımcı olabilmektedir. ***Eylem için yansıtma*** ise, eylem üzerine yansıtma ve eylem sırasında yansıtma süreçlerinde edinilen deneyimlerin ışığında, bireyin gelecekteki düşünce ve davranışlarına şekil vermesidir."

Dewey (1933) bireylerin yansıtma yapabilmeleri için açık fikirlilik, tam isteklilik ve sorumluluk olmak üzere üç temel özelliğe sahip olmaları gerektiğini belirtmektedir.

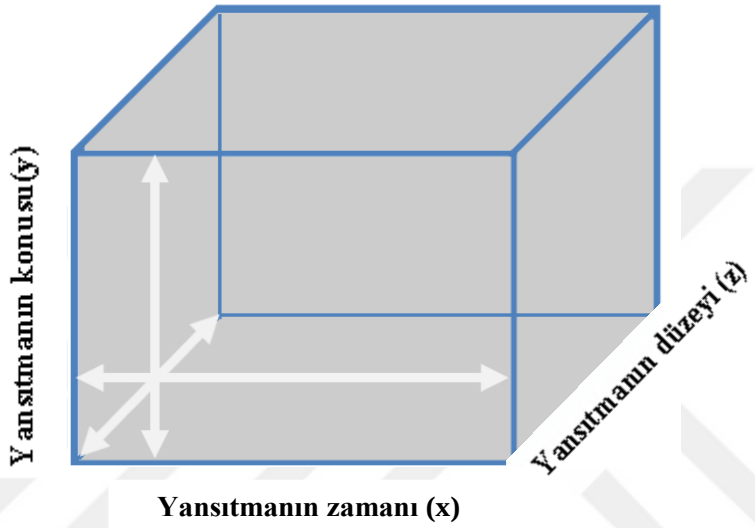
- **Açık fikirlilik**, karşılaşılan probleme farklı yollarla bakabilme ve yeni deneyimler kazanabilme yeteneğini ifade etmektedir.
- **Tam isteklilik**, birey bir konu veya problemle tamamen bütünleştiğinde ortaya çıkmaktadır.
- **Sorumluluk** ise, bireyin yaptığı eylemlerin sonucunu üstlenmesidir.

Hong'a (2011, s.12) göre problem çözme sürecinde yapılan yansıtmanın üç boyutu vardır, bu boyutlar şu şekildedir (Şekil 1):

- **Yansıtmanın zamanı:** Şekil 1'deki küpün x ekseni, bireyin problem çözme sürecinde yansıtma yaptığı zamanları temsil etmektedir. Bu eksenin en soluna yakın bir yer seçilirse problem çözme sürecinin başında yansıtma yapıldığı, en sağına yakın bir yer seçilirse problem çözme sürecinin sonuna doğru yansıtma yapıldığı anlaşılır.
- **Yansıtmanın konusu:** Şekil 1'deki küpün y ekseni, bireyin yansıtma yaptığı bağlamı belirtmektedir. Yansıtma yapılan bağlam; kendi üzerine yaptığı

yansıtma, konu üzerine yansıtma ve duruma bağlı yansıtma olmak üzere üç kategoriye ayrılmaktadır.

- **Yansıtmanın düzeyi:** Şekil 1'deki küpün z ekseni ise, bireylerin yansıtma düzeylerini göstermektedir. Bu düzeyler tek döngü, çift döngü ve üçlü döngü olmak üzere alt kategoriye ayrılmakla birlikte bunlar yansıtmanın derinliğini göstermektedir.



Şekil 2.1. Bireylerin Süreçteki Yansıtmalarını İncelemek İçin Kullanılabilecek Kavramsal Bir Çerçeve

Yapılan alan yazın çalışmasına dayanarak bu araştırmada problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi; öğrencilerin problemi anlama aşamasından değerlendirme aşamasına kadar olan problem çözüm sürecinde yaptıkları yansıtmalar olarak ele alınmıştır. Öğrencilerin süreç boyunca nasıl yansıtma yaptıklarını incelemek için Hong ve Choi'nin (2011) çalışmalarında oluşturmuş olduğu üç boyutlu kuramsal çerçevenin 'yansıtmanın konusu' adlı boyutundan yararlanılmıştır. Araştırma kapsamında Hong ve Choi'den (2011) yansıtmanın konusu ile ilgili olan bilgi, deneyim, his/duygu, bağlam ve grup arkadaşı olmak üzere beş tema alınmıştır. Bilgi, deneyim, his/duygu ve grup arkadaşı temalarının belirleyicileri oluşturulurken Hong ve Choi'nin (2011) görüşlerine bağlı kalınmış fakat araştırma için makul bulunmadığından dolayı bağlam temasının belirleyicileri ise iki uzman görüşü doğrultusunda oluşturulmuştur.

Bilgi: Başarılı bir şekilde problem çözebilmek için problem çözme ile ilgili bilgilere sahip olmak gerekmektedir. Diğer bir deyişle bir bireyin karşısına çıkan veya

çıkabilecek problemleri çözebilmesi için çoklu bilgi parçacıklarına sahip olması gerekmektedir. Bununla birlikte, bir kişinin sadece gerekli matematiksel bilgileri bilmesi bir problemi çözebilmesi için yeterli değildir, bireyin aynı zamanda verilen-istenenleri belirleyebilme, problemi özetleyebilme gibi konularda da donanımlı olması gerekmektedir (Hong, 2011).

Deneyim: Öğrencilerin problem için olası çözümler üretebilmesinde önceki deneyimlerini göz önünde bulundurmasının etkisi büyüktür. Bireylerin mevcut deneyimleri ile karşılaştığı durum arasında benzerlik ve farklılıkları belirleyerek kıyaslamalar yapabilmesi problem çözme becerilerini geliştirme hususunda çok önemlidir (Ahmed, Wallace ve Blessing, 2003). Öğrencilerin deneyimlerine bağlı olarak problemdeki ilgili veya ilgisiz verileri, eksik veya fazlalık olarak verilen ifadeleri belirleyebilmeleri problemi daha rahat bir şekilde çözebilmelerine yardımcı olabilmektedir. Bireylerin ortaya koyduğu farklı çözüm yollarından kendilerine göre iyi olanı belirleyebilmeleri bağlamında deneyim kazanmaları, gelecekte karşılaşabilecekleri problemlere karşı çözüm süreçlerinde önemli rol oynamaktadır (Visscher-Voerman ve Procee, 2007).

His: Öğrencilerin problemi ilk kez okuduğunda çözebileceğini veya çözemeyeceğini hissetmesi, problemi çözemeyeceğini düşündüğü için korku duyması, kendini tedirgin veya mutlu hissetmesi, problemi veya problem çözme sürecini sıkıcı bulması, problemin veya problemin çözüm sürecinin hoşuna gitmesi onların problem çözme performanslarını etkileyebilmektedir (Hong ve Choi, 2015).

Bağlam: Problemin zorluk düzeyi ve içeriği, öğrencilerin problem çözüm süreçlerini etkilemektedir. Bununla birlikte öğrencilerin, çözüm sonucunun doğruluğunu yorumlayabilmesi ve bulduğu bu sonucun mantıklı olup olmamasına ilişkin düşüncesi de problem çözüm sürecinde önemli rol oynamaktadır (Moallem, 1998).

Grup arkadaşı: Grup olarak yapılan problem çözme sürecinde, öğrencilerin grup arkadaşlarının görüşü üstünde düşünmesi önem taşımaktadır. Grup arkadaşlarının görüşleri üzerinde yansıtma yapabilen birey, önceki kararlarını veya seçtiği stratejileri değiştirebilir, grup arkadaşlarının fikirlerine katılabilir veya bu fikirleri zenginleştirebilir (Hong, 2011).

2.1.4.1. Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Adam, Turns ve Atman (2003) yaptıkları çalışmalarında mühendislik bölümünde okuyan birinci ve son sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda, problemin tanımlanmasından çözümüne kadar olan süreçte son sınıfta okuyan öğrencilerin daha sık yansıtma yapabildikleri ve birinci sınıf öğrencilerine göre daha yüksek performans gösterdikleri görülmüştür.

Bjuland (2004) yaptığı çalışmasında, iki geometri problemi kullanarak işbirlikli problem çözme bağlamında öğretmen adaylarının öğrenme süreçleri üzerindeki yansıtmalarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin yansıtmalarının matematiksel alt yapıları ile sınırlı kaldığı, genelde problem çözme görevlerini oldukça zor buldukları, çözüm sürecine katılma endişesi taşıdıkları, deneyimlerinin birikmesi sonucu kendilerini matematik problemi çözmeye motive edebilme konusunda başarılı oldukları görülmüştür.

Wetzstein ve Hacker (2004) yaptıkları çalışmalarında soru temelli yansıtıcı sözlü diyalogların problem çözme süreci üzerindeki etkisini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, özellikle deney grubunda yer alan çoğu katılımcının yeni ilkeler geliştirebildiği ve yaptıkları işlemleri daha zengin açıklamalarla ifade edebildikleri, bunun aksine kontrol grubundaki katılımcıların ise sadece yaptıkları hataları düzeltebildikleri tespit edilmiştir.

NG ve Tan (2006) yaptıkları çalışmalarında Singapur'daki bir grup öğretmen adayının eş zamanlı olmayan (asenkron) bir ortamda yapılandırılmamış problemlerin çözüm süreçlerinde ortaya koydukları yansıtıcı düşünme becerilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin düşük olduğu, asenkron ortamdaki grup tartışmasının yüz yüze iletişim ile karşılaştırıldığında problem çözme adına daha iyi bir yansıtıcı düşünme ortamı sağladığı görülmüştür.

Kızılkaya ve Aşkar (2009) çalışmalarında öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin belirlenmesinde kullanılmak üzere bir ölçek geliştirmeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, 14 maddeden oluşan 5'li likert tipine göre puanlanabilen (Her zaman=5, Çoğu zaman=4, Bazen=3, Nadiren=2, Hiçbir

zaman=1) Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği'ni geliştirmişlerdir.

Mason (2009) yapmış olduğu çalışmasında problem çözme üzerine yapılan fizik kursunda, üniversite öğrencilerin nasıl yansıtma yapabildiklerini görmeyi ve onlara yansıtma yapabilmek için öğretilen stratejileri nasıl kullanabildiklerini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda, üniversiteye yeni başlayan ile mezun olmuş öğrencilerin problem çözümlerinde kategorize etme yetenekleri arasında önemli derecede bir örtüşme olduğu buna rağmen yansıtma yapabilmek adına mezun olan öğrencilerin daha iyi oldukları tespit edilmiştir.

Zhelev ve Petrov (2010) yaptıkları çalışmalarında yansıtma kavramının kısa bir terorik tanımını vermeyi amaçlamışlardır. Bu çalışmada problem çözme üzerine yansıtma yaklaşımı üzerine odaklanılmakla birlikte Bulgaristan'daki matematik olimpiyatlarının hazırlanmasında bu yaklaşımın önemi üzerinde durulmuştur.

Hong (2011) yaptığı çalışmasında mühendislik bölümünde okuyan acemi problem çözücülerin problem çözme sürecindeki yansıtıcı düşünme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin problem çözme performanslarına nazaran yansıtma yapabilme açısından daha iyi oldukları tespit edilmiştir.

Hong ve Choi (2011) yaptıkları çalışmalarında, acemi problem çözücülerin gerçek dünya problemlerini çözme sürecindeki yansıtıcı düşünme becerilerini anlayabilmek amacıyla gelecekte bu bağlamda yapılacak olan araştırmalara yardımcı olması maksadıyla kapsamlı bir kavramsal çerçeve oluşturmayı amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda oluşturulan kavramsal çerçeve; yansıtmanın zamanı, yansıtmanın konusu ve yansıtmanın düzeyi olmak üzere üç boyuttan meydana gelmektedir.

Baki, Güç ve Özmen (2012) yaptıkları çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde genel olarak verilen problemi en kısa yoldan çözmeye odaklandıkları, problemi sorgulama, nedenleme ve çözüm aşamalarını değerlendirme boyutlarına ait yönergelere ve grup arkadaşlarının sorularına yeterli cevap veremedikleri, dolayısıyla bu boyutlara yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin düşük olduğu ortaya çıkmıştır.

Baş ve Kıvılcım (2012) yaptıkları çalışmada 2011–2012 eğitim-öğretim yılında, Niğde ili merkezinde bulunan liselerde öğrenim görmekte olan öğrencilerin matematik ve geometri başarıları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ölçeğinin tüm alt boyutları ile matematik ve geometri derslerindeki akademik başarı arasında anlamlı ve yüksek pozitif bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Tuncer ve Özeren (2012) yaptıkları çalışmalarında 2., 3. ve 4. sınıfta okuyan öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini cinsiyet, bölüm ve sınıf değişkenleri bakımından değerlendirmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda; sorgulama, nedenleme ve değerlendirme boyutları ile sınıf değişkeni arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Şen (2013) çalışmasında, 7. Sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha yüksek yansıtma düzeyine sahip olduğu, ebeveynlerin eğitim düzeyi ile öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerileri arasında pozitif yönlü bir ilişki olduğu, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin ailenin gelirine göre farklılaştığı belirlenmiştir.

Hong ve Choi (2015) yaptıkları çalışmalarında problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisini ölçmek için kullanılabilecek bir anket geliştirmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, çalışmalarda ve eğitim araştırmalarında kullanılmak üzere yansıtmanın zamanı, yansıtmanın konusu ve yansıtmanın düzeyi şeklinde üç boyuttan oluşan ARTID (Problem çözme sürecindeki yansıtmaları değerlendirmek) adını verdikleri anketi geliştirmişlerdir.

Saygılı ve Atahan (2014) yaptıkları çalışmalarında üstün zekâlı çocukların yansıtıcı problem çözme beceri düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda üstün zekâlı çocukların problem çözmeye yönelik yüksek düzeyde yansıtıcı düşünme becerisine sahip oldukları, çocukların anne-baba eğitim düzeyleri, yaş, cinsiyet özellikleri ve bilgisayarda oyun oynama durumu ile yansıtıcı düşünme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmadığı ($p>0.05$) ancak spor yapma

durumuna göre bu çocukların yansıtıcı düşünme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunduğu tespit edilmiştir ($p>0.05$).

Can (2015) yaptığı çalışmasında, fen bilgisi öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini cinsiyet, sınıf seviyesi, akademik başarı, mezun olduğu lise türü, anne ve babanın eğitim seviyesi değişkenleri bakımından değerlendirmeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda, fen bilgisi öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri genel olarak düşük bulunmakla birlikte, bu beceri ile cinsiyet, sınıf seviyesi, akademik başarı, mezun olduğu lise türü, annenin eğitim seviyesi arasında önemli bir farklılık bulunmazken, babanın eğitim seviyesi ile önemli derecede anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Demirel, Derman ve Karagedik (2015) yaptıkları çalışmalarında 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik düşünme becerileri ile matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cinsiyetleri ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmadığı fakat matematiğe yönelik tutum açısından erkekler lehinde önemli bir fark bulunduğu, bunun yanı sıra öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında orta derecede anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

K. Güneş (2015) yaptığı çalışmasında 7 farklı ildeki bilim ve sanat merkezinde öğrenim gören 140 ortaokul 7. sınıf öğrencisinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini, matematik başarılarını ve matematik dersi tutumlarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda; öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin ve matematik tutumlarının örgün eğitim aldıkları okul türüne, cinsiyete, ekonomik durumlarına, anne ve babanın eğitim durumlarına göre farklılık göstermediği fakat matematik dersine yönelik tutumları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme genel ortalamaları arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Tat (2015) yaptığı çalışmasında ortaokul öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini etkileyen öğrenci ve öğretmen düzeyindeki faktörleri hiyerarşik doğrusal modeller yardımı ile belirlemeyi amaçlamıştır. 52 matematik öğretmeni ve 1126 ortaokul öğrencisi ile gerçekleştirilen çalışma sonucunda,

öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile öğretmenlerin problem çözme basamaklarına dair bilgi düzeyleri ve yansıtıcı düşünme eğilimleri arasında ilişki olduğu; öğrencilerin cinsiyetinin, özel matematik dersi alma durumlarının, kitap okuma sıklıklarının, haftalık matematik dersi çalışmaya ayırdıkları sürenin ve problem çözmeye yönelik tutumlarının bağımlı değişken üzerinde etkisinin olduğu tespit edilmiştir.

2.1.5. Literatür Taramasının Sonucu

Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ile ilgili yapılmış olan araştırmalar incelendiğinde, çalışmaların genellikle problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ile farklı değişkenler arasındaki ilişkinin araştırıldığı nicel çalışmalar oldukları görülmüştür. Yapılmış olan nicel çalışmaların örneklemlerinin genellikle ilköğretim ve ortaöğretim düzeyindeki öğrenciler olduğu, nitel çalışmaların ise çalışma gruplarının çoğunlukla üniversite öğrencilerinden oluştuğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak hem yurt içinde hem yurt dışında ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini nitel boyutta inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. İlköğretim düzeyindeki öğrencilerin küçük yaşta problem çözme sürecindeki yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi, var olan durumlarının ortaya konabilmesi ve eksikliklerini tamamlamaya yönelik çalışmalar yapılması onların gelecek hayatlarında karşılaştıkları sorunlara etkili çözümler bulabilmeleri adına gerekli ve önemli bir ihtiyaç olarak görülmektedir. Yapılan araştırmanın, bu ihtiyacın karşılanmasında bir boşluğu doldurması beklenmektedir.

BÖLÜM III: YÖNTEM

3.1.Araştırmanın Modeli

Matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini incelemeyi amaçlayan bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. "Nitel araştırma yaklaşımı; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma yaklaşımı" olarak tanımlanabilir (A. Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.45). Yapılan bu çalışmada, nitel araştırma modellerinden biri olan "*özel durum çalışması"* kullanılmıştır. "Olayı gerçekleştiği doğal ortamında derinlemesine gözlemlemeye, sistematik bir biçimde veri toplamaya, analiz etmeye, sonuçları ortaya koymaya olanak sağlamasının yanı sıra özellikle bireysel olarak yürütülen çalışmalar için uygun olması" (Çepni, 2009, s.66) nedeniyle özel durum çalışması yönteminin yapılan bu çalışmaya en uygun araştırma yöntemi olduğu düşünülmüştür.

3.1.1.Geçerlik

"İç geçerlik daha çok, doğru ve tutarlı veri elde etmenin yollarına vurgu yapan bir kavramdır" (Çepni, 2009, s.193). "Toplanan verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi ve araştırmacının sonuçlara nasıl ulaştığını açıklaması nitel bir araştırmada geçerliğin önemli ölçütleri arasında yer almaktadır" (A. Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.291). Merriam'a (1988) iç geçerliği sağlamak için çeşitleme, katılımcı teyidi, uzman incelemesi, uzun süreli etkileşim gibi yöntemlerin kullanılabileceğini öne sürmektedir.

Bu araştırmada iç geçerliği sağlamak için, dört haftalık bir uygulama süreci boyunca katılımcılarla ve elde edilen verilerle uzun süreli etkileşim halinde olunmuştur. Araştırmaya katılan öğrencilerden açık uçlu problemler, klinik mülakatlar ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yardımıyla farklı yollardan veri toplanarak çeşitleme yapılmıştır. Betimsel analizin kullanıldığı bu çalışmada, çoğu yerde katılımcılardan doğrudan alıntı yapılmış ve bunlardan yola çıkarak sonuçlar açıklanmaya çalışılmıştır. Veriler toplanıp transkript edildikten sonra hazırlanan dokümanlar katılımcılara dağıtılıp yazılanların doğru olduğuna yönelik onay alınmıştır. Araştırma boyunca

düzenli olarak uzman görüşlerine başvurulmuştur. Veriler analiz edildikten sonra iki uzmanla yapılan görüşmeler doğrultusunda bazı verilerin kodları yeniden düzenlenmiştir.

Dış geçerlik, araştırma sonuçlarının ne kadar genellenebileceğine vurgu yapmaktadır. Nitel çalışmada elde edilen sonuçların benzer ortamlara genellenebilmesi için araştırmacının okuyucuyu araştırmanın tüm aşamaları hakkında ayrıntılı bir şekilde bilgilendirmesi gerekmektedir. Amaçlı örneklem seçme yoluna gitmek de dış geçerliği artıran bir yöntemdir (A. Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Çalışmada dış geçerliği artırmak için veriler yorum katılmadan alıntılar yoluyla sunulmuş ve ayrıntılı bir betimleme yapılmıştır. Çalışma grubu matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerden seçilerek amaçlı örnekleme yapılmıştır.

3.1.2.Güvenirlik

Güvenirlik, bulguların ne kadar tekrarlanabileceğini açıklamak için kullanılan bir kavramdır (Çepni, 2009). İç güvenirlik, yürütülen çalışmalarda aynı süreçler izlenerek benzer sonuçlara ulaşılmasına ilişkindir. Bu durum, bir araştırmacı tarafından bulunan bir sonucun başka bir araştırmacı tarafından da bulunmasını ifade etmektedir (Karasar, 2002). "LeCompte ve Goetz (1982) iç güvenirliğin sağlanması için; elde edilen verilerin herhangi bir yoruma tabi tutulmadan sunulması, araştırmaya birden fazla uzman kişinin dâhil edilmesi, analiz aşamasında elde edilen verilerin bir başka uzman tarafından da incelenmesi, önceden oluşturulmuş ve ayrıntılı olarak tanımlanmış bir veri analizi yapılması gerektiğini vurgulamaktadır "(A. Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.294).

Çalışmada iç güvenirliği artırmak için, toplanan veriler betimsel bir yaklaşımla sunulmuş, önceden oluşturulmuş ve ayrıntılı olarak tanımlanmış kavramsal çerçeveye bağlı olarak veri analizi yapılmış, yapılan analizler sonucunda veriler ile kodların tutarlılığına, sonuçların mantıklı olup olmadığına yönelik iki uzman görüşü alınmıştır. Yapılan değerlendirmeler sonucunda gerekli görülen yerler düzenlenmiştir.

Dış güvenirlik, araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde edilip edilmeyeceğini ifade etmek için kullanılmaktadır (Çepni, 2009). Dış güvenirliğin sağlanması için, araştırmacı süreç içerisindeki konumunu tasvir etmeli, katılımcıları,

araştırma ortamını, kullandığı kavramsal çerçeveyi, veri toplama ve analiz yöntemlerini ayrıntılı bir biçimde tanımlamalıdır (A. Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Dış güvenirliği sağlamak için, araştırma sonucunda ulaşılan sonuçların, yapılan yorumların ve önerilerin verilerle olan tutarlılığını belirlemek için iki uzmanın görüşleri alınmış ve bu görüşler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Araştırmacının çalışmadaki konumu ve bu süreci nasıl sürdürdüğü "uygulamanın gerçekleşme süreci" başlığı altında belirtilmiştir. Çalışmada yer alan katılımcılar, "çalışma grubu" başlığı altında açık bir şekilde tanımlanmaya çalışılmış, uygulama sürecinin nasıl bir ortamda sürdürüldüğü ve verilerin toplanma şekli "uygulamanın gerçekleşme süreci" başlığı altında anlatılmıştır. Verilerin çözümlenme süreci ise "verilerin analizi" başlığı altında detaylı olarak anlatılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden "benzeşik (homojen) örnekleme" yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi, zengin bilgi alınacağı düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına imkân tanımaktadır. Bu tür örneklemede, araştırmacı kimlerin seçileceği konusunda kendi yargısını kullanmakta ve araştırmanın amacına en uygun olan bireyleri araştırmaya almaktadır. Benzeşik (homojen) örneklemede ise amaç küçük, benzeşik bir örneklem oluşturma yoluyla belirgin özelliklere sahip bir alt grubu tanımlamaktır (A. Yıldırım ve Şimşek, 2013). Yapılan bu çalışma için araştırmanın amacına en uygun çalışma grubunun başarılı problem çözücüler olduğu ve bu öğrencilerden zengin veri elde edilebileceği düşünüldüğünden dolayı amaçlı örneklem yoluna gidilmiştir.

Aynı zamanda matematik öğretmeni olan araştırmacı, dersine girdiği öğrenciler arasından matematik problemlerini çözmede başarılı beş öğrenci belirlemiştir. Daha sonra, belirlenen öğrencilerin dersine giren Fen Bilgisi öğretmenine danışılmış ve verilen durumu yorumlama, karşılaşılan probleme alternatif çözümler sunabilme, ilişkilendirme yapabilme bakımlarından öğrenciler hakkında görüş alınmıştır. Ardından belirlenen öğrencilerin dersine giren Türkçe öğretmenine danışılmış ve okuduğunu anlayabilme, yorum yapabilme, duygu ve düşüncelerini sözel olarak rahatlıkla ifade edebilme, arkadaşlarıyla etkili iletişim kurabilme bakımlarından öğrenciler hakkında

görüş alınmıştır. Fen Bilgisi ve Türkçe öğretmenlerinden alınan bilgiler ışığında, gönüllük ilkesinin de göz önüne alınması sonucu araştırmanın çalışma grubunu; Trabzon'daki bir köy ortaokulunda öğrenim gören, matematik problemlerini çözmede başarılı 3 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada araştırma etiği açısından öğrencilerin gerçek isimleri yerine Alp, Bora ve Cenk şeklinde takma isimler kullanılmıştır. Alp akademik başarısı yüksek, derse aktif katılımı olan, ilişkilendirme ve yorum gücü yüksek olmasının yanı sıra sessiz yapıya sahip bir öğrencidir. Bora akademik başarısı yüksek, derse aktif katılımı olan, ilişkilendirme ve yorum gücü yüksek, girişken yapıya sahip bir öğrencidir. Cenk akademik başarısı yüksek, derse aktif katılımı olan, bağımsız çalışmayı sevmesinin yanı sıra sessiz yapıya sahip bir öğrencidir.

3.3.Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı olarak kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinlikleri, bağlamları değiştirilen problem çözme etkinlikleri, yarı yapılandırılmış görüşme formu, video ve ses kaydı kullanılmıştır.

3.3.1.Kaynak Taraması Sonucu Oluşturulan Problem Çözme Etkinlikleri

Kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinlikleri tasarlanırken; öncelikle ilgili literatür (yüksek lisans, doktora tezleri, makaleler, ulusal ve uluslararası sınav soruları, matematik ders-çalışma kitapları) taranmıştır. Bu tarama sonucunda birden fazla yolla çözülebilen 10 rutin olmayan problemden meydana gelen bir madde havuzu oluşturulmuştur. Madde havuzundaki problemlerin, öğrenci seviyesine uygunluğuna, rahatlıkla anlaşılır olup olmadığına, birden fazla yolla çözülebilirliğine yönelik üç uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda bazı problemlerin araştırma amacına tam olarak hizmet etmediği görülmüş ve bu problemler araştırma kapsamından çıkarılmıştır. Yapılan uzman görüşleri sonucunda araştırmada kullanılmak üzere üç problem çözme etkinliği belirlenmiştir. İki Türkçe öğretmenine danışılarak problemlerde anlaşılır olmayan ifadeler düzeltilmiş, problemlerden anlam bakımından çıkarılması gereken bazı ifadeler silinmiş, problemler anlatım, noktalama ve imla kuralları açısından tekrar düzenlenerek, son şeklini almıştır. Belirlenen problemler

“Yerel Saat Problemi (Bkz. Ek 1)”, “Saksıdaki Çiçekler Problemi (Bkz. Ek 3)” ve “Disk Taşıma Problemi (Bkz. Ek 5)” şeklinde isimlendirilmiştir.

3.3.2. Bağlamları Değiştirilen Problem Çözme Etkinlikleri

Bağlamları değiştirilen problem çözme etkinlikleri oluşturulurken, kaynak taraması sonucu oluşturulan üç rutin olmayan problem çözme etkinliğinin bağlamları değiştirilmiştir. Bağlamları değiştirilmiş problem çözme etkinliklerinin öğrenci seviyesine uygunluğuna, rahatlıkla anlaşılır olup olmadığına, birden fazla yolla çözülebilirliğine yönelik üç uzman görüşü alınmıştır. Problemlerden bir tanesinde anlaşılır olmayan bazı yerler düzeltilmiş, diğer iki problem durumunda ise bir değişiklik yapılmamıştır. Belirlenen problemler “Değişen Saatler Problemi (Bkz. Ek 2)”, “Taksi Problemi (Bkz. Ek 4)” ve “Boncuk Taşıma Problemi (Bkz. Ek 6)” şeklinde isimlendirilmiştir. “Yerel Saat Problemi”nin bağlamı değişmiş hali “Değişen Saatler Problemi”dir. “Saksıdaki Çiçekler Problemi”nin bağlamı değişmiş hali “Taksi Problemi”dir. “Disk Taşıma Problemi”nin ise bağlamı değişmiş hali “Boncuk Taşıma Problemi”dir. Bağlamı değişmiş üç problem çözme etkinliğinde yer alan ilk on iki ve son iki yönerge aynıdır. Bu yönergeler, bulgular kısmında tekrar tekrar yazılmayacak, sayı verilerek hangi yönerge kapsamında bulguların ortaya konduğu ifade edilecektir. Etkinliklerde belirtilen yönergeler dışında kalan birkaç yönerge verilen problemin koşulları değişmiş halinden oluşmaktadır, bulgular kısmında bu problem durumları ifade edilecektir.

3.3.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Yarı yapılandırılmış görüşme formu öğrencilerin problem çözüm sürecinde yaşadıkları duyguları, neler hissettiklerini, bireysel ve grup olarak problem çözme sürecini değerlendirmelerini, verilen problem etkinliklerini değerlendirmelerini, problem çözüm sürecinde kendilerini değerlendirmelerini belirlemeye yönelik olarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Geliştirilen görüşme formu hazırlanırken; soruların kolaylıkla anlaşılması ve çok boyutlu olmaması, yanıtlayan kişiyi yönlendirici olmaması gibi ilkelere dikkat edilmiştir (Bogdan ve Biklen, 1992). Görüşme soruları hazırlanırken cevabı evet ya da hayır olabilecek soru türlerinden kaçınılmış, katılımcıların ayrıntılı bilgi vermesini sağlayacak sorular oluşturulmuştur. Formun geçerlik ve güvenirliğini

sağlamak adına iki akademisyenin, formda yer alan sorulara yönelik görüş ve önerileri alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda forma son şekli verilerek 18 maddeden oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formu araştırma için hazır hale getirilmiştir (Bkz. Ek 7).

3.4. Verilerin Toplanma Süreci

3.4.1. Hazırlık Süreci

Araştırma Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde bulunan bir devlet okulunda gerçekleştirileceği için veriler toplanmaya başlamadan önce Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü aracılığıyla gerekli yazışmalar yapılarak Trabzon İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınmıştır (Ek 10). Buna ek olarak çalışma grubu başlığı altında belirlenen kriterler doğrultusunda gönüllülük ilkesinin de dikkate alınması sonucu seçilen üç öğrencinin velisine öğrenciler aracılığıyla 'Veli Onay Mektubu' gönderilerek velilerin araştırma süreci hakkında bilgi sahibi olmaları sağlanmış ve bunun sonucunda çocuklarının araştırmaya katılıp katılmamaları konusunda onlardan izin istenmiştir. Üç veli de çocuklarının araştırmaya katılması konusunda gerekli izni vermiştir (Ek 9). Uygulama öncesinde öğrencilere problem çözme sürecinin tamamının kamerayla, süreçle ilgili değerlendirmelere yönelik yapılacak olan görüşmenin ise ses kayıt cihazı ile kaydedileceği, elde edilecek olan görüntülerin sadece araştırmacı ve danışmanı tarafından izlenip elde edilecek olan ses kayıtlarının ise sadece araştırmacı ve danışmanı tarafından dinleneceği söylenerek araştırma süreci hakkında gerekli bilgilendirmeler yapılmıştır. Öğrencilere problem çözme etkinliklerinin bir notla değerlendirilmeyeceği sadece problem çözüm sürecinde yaptıkları, söyledikleri, düşündüklerinin dikkate alınacağı ile ilgili gereken açıklamalar yapılmıştır.

3.4.2. Uygulamanın Gerçekleşme Süreci

Araştırmanın uygulama sürecine 2015-2016 eğitim-öğretim yılı Aralık ayının ikinci haftası başlanmış ve bu süreç 4 hafta sürmüştür. Araştırma sürecinin ilk üç hafta öğrencilere veri toplama aracı olarak seçilen problem çözme etkinlikleri uygulanmıştır. Kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinliklerinde öğrenciler bireysel

olarak uygulama sürecine alınırken, bağlamları değiştirilmiş problem çözme etkinliklerinde ise öğrenciler üç kişilik grup halinde bulunmuşlardır. Araştırma sürecinin dördüncü hafta ise öğrencilere hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formundaki sorular yöneltilerek veriler toplanmıştır. Bu süreç alt başlıklar halinde ayrıntılı olarak şu şekilde açıklanmıştır.

3.4.2.1. Bireysel Olarak Yürütülen Problem Çözüm Süreci

Öğrencilerin bireysel olarak yürüttüğü problem çözüm süreçleri, onların rahat edebileceği bir yer olması açısından araştırma kapsamında seçilen okulun kütüphanesinde gerçekleştirilmiştir. Seçilen üç öğrenci ilk olarak Aralık ayının 2. haftasında pazartesi, salı, çarşamba günleri okul çıkışı birbirinden bağımsız bir şekilde bireysel olarak uygulama sürecine alınmıştır. Uygulama öğrencilerin istekleri doğrultusunda pazartesi günü Cenk, Salı günü Bora, Çarşamba günü ise Alp ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin önüne "Yerel Saat Problemi (Bkz. Ek 1)" konulmuş ve öğrenciler ile klinik mülakatlar yapılarak veri toplama yoluna gidilmiştir. Verilen problemin yönergelerinden her biri öğrencileri araştırma kapsamında belirlenen alt boyutlara yönelik yansıtma yapmaya teşvik edecek niteliktedir. Araştırmacı, öğrencilerin yaptığı işlemleri takip edebilmek için onlarla mülâkat yaparken, yanlarına oturmuştur. Bu süreç video kayıt altına alınmıştır. Klinik mülakat yöntemi oldukça karmaşık bir süreç olarak tanımlanan problem çözme sürecini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını, düşüncelerini, verilen problem durumuna yönelik ortaya koyduğu yorumlarını ayrıntılı inceleme ve araştırmaya olanak tanımaktadır. Bu görüşmeler sonucunda elde edilen veriler genellenemez, amaç sadece özel bir durumu derinlemesine incelemektir (Karataş ve Güven, 2004). Bu doğrultuda, öğrencilerin problem çözme sürecini derinlemesine incelemek ve bu süreçte belirlenen alt boyutlara göre nasıl yansıtma yapabildiklerini ortaya koyabilmek için bu yöntem tercih edilmiştir. Goldin (1998, s.62) "problem çözme sırasında öğrenciler ile klinik mülâkatlar yapılmasının zengin veri toplama açısından önemli olduğunu belirtmektedir". "Yerel Saat Problemi"nin uygulama sürecinde Alp ile yapılan klinik mülakat 26.44 dakika, Bora ile yapılan klinik mülakat 21.36 dakika, Cenk ile yapılan klinik mülakat ise 23.04 dakika sürmüştür.

Seçilen üç öğrenci Aralık ayının 3. haftasında yine pazartesi, salı, çarşamba günleri okul çıkışı birbirinden bağımsız bir şekilde teker teker uygulama sürecine alınmıştır. Yine aynı şekilde uygulama pazartesi günü Cenk, Salı günü Bora, Çarşamba günü ise Alp ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin önüne "Saksıdaki Çiçekler Problemi (Bkz. Ek 3)" konulmuş ve yine öğrenciler ile klinik mülakatlar yapılarak veri toplama yoluna gidilmiştir. Verilen problemin yönergelerinden her biri öğrencileri araştırma kapsamında belirlenen alt boyutlara yönelik yansıtma yapmaya teşvik edecek niteliktedir. "Saksıdaki Çiçekler Problemi"nin uygulama sürecinde Alp ile yapılan klinik mülakat 30.11 dakika, Bora ile yapılan klinik mülakat 21.58 dakika, Cenk ile yapılan klinik mülakat ise 22.42 dakika sürmüştür.

Seçilen üç öğrenci Aralık ayının 4. haftasında yine pazartesi, salı, çarşamba günleri okul çıkışı birbirinden bağımsız bir şekilde teker teker uygulama sürecine alınmıştır. Yine aynı şekilde uygulama pazartesi günü Cenk, Salı günü Bora, Çarşamba günü ise Alp ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin önüne "Disk Taşıma Problemi" konulmuş ve yine öğrenciler ile klinik mülakatlar yapılarak veri toplama yoluna gidilmiştir. Verilen problemin yönergelerinden her biri öğrencileri araştırma kapsamında belirlenen alt boyutlara yönelik yansıtma yapmaya teşvik edecek niteliktedir. Bu problem, diğer iki problemden farklı olarak materyal kullanımını gerektirdiği için araştırma öncesinde uygun materyal hazırlanmış ve uygulamaya sırasında öğrencilerden verilen materyali kullanarak problemi çözmeleri istenmiştir. "Disk Taşıma Problemi (Bkz. Ek 5)"nin uygulama sürecinde Alp ile yapılan klinik mülakat 38.55 dakika, Bora ile yapılan klinik mülakat 35.42 dakika, Cenk ile yapılan klinik mülakat ise 32.01 dakika sürmüştür.

Bu üç problem çözüm sürecinde yapılan klinik mülakatlar göz önüne alındığında, en kısa süren klinik mülakatın 21.36 dakika olduğu, en uzun süren klinik mülakatın ise 35.55 dakika olduğu belirlenmiştir.

Bu üç problem çözme sürecinde öğrencilere "Daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaştınız mı? Eğer cevabınız evet ise verilen problem ile daha önce karşılaştığınız problemi benzerlik ve farklılık yönünden ilişkilendirir misiniz?", "Problemin zorluk derecesine yönelik görüşleriniz nedir?", "Problemi kendi cümleleriniz ile özetleyebilir misiniz?", "Problemde verilenler ile istenenlerin neler olduğunu ifade edebilir misiniz?", "Çözüme nasıl başlamayı düşünüyorsunuz? Çözüm

için hangi bilgilere ihtiyacınız var?", "Çözüm yönteminizi adım adım açıklayarak kullandığınız şekil, tablo, grafik, denklem, formül veya dört işlemi neden seçtiğinizi ifade eder misiniz? Seçtiğiniz stratejiye (yönteme) bir isim verin, dense stratejinizi ne diye adlandırırsınız?", "Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? Sizce bulduğunuz sonuç mantıklı mı? Çözümün doğru olduğundan nasıl emin olabilirsiniz? Çözümünüz doğru değilse çözüm yönteminizi tekrar gözden geçirerek yeni bir çözüm planı geliştiriniz.", Problemi kullandığınız çözüm yolundan farklı bir yolla çözebilir misiniz? Eğer cevabınız evet ise çözüm yolunuzu açıklayınız.", "Size göre hangi çözüm yolunuz en iyisidir? Neden?", "Size verilen problemden yararlanarak yeni bir problem durumu yazabilir misiniz? Yazdığınız problem çözülebilir mi, nedenini açıklayınız.", "Problemi ilk kez okurken, çözerken ve sonucu bulduğunuzda ne hissettiğinizi ayrı ayrı ifade eder misiniz?" gibi sorular sorularak çözümleri, süreç boyunca yaptıkları, neler hissettikleri hakkında veriler elde edilmiştir.

3.4.2.2. Grup Olarak Yürütülen Problem Çözüm Süreci

Öğrencilerin grup olarak yürüttüğü problem çözüm süreçleri, onların rahat edebilecekleri bir yer olması açısından araştırma kapsamında seçilen okulun kütüphanesinde gerçekleştirilmiştir. Aralık ayının 2. haftasındaki cuma günü okul çıkışında, seçilen üç öğrenci bir araya getirilmiş ve bu öğrencilerden bir grup oluşturulmuştur. Öğrenciler bir masa etrafında toplanmıştır. Öğrenciler problemi rahat okuyabilsinler diye problem durumu üç öğrencinin de önüne konmuştur. Gruptaki öğrencilerden önlerine koyulan bağlamı değiştirilmiş ilk problem olan "Değişen Saatler Problemi (Bkz. Ek 2)"ni grup tartışması yaparak çözmeleri istenmiştir. Verilen problemin yönergelerinden her biri öğrencileri araştırma kapsamında belirlenen alt boyutlara yönelik yansıtma yapmaya teşvik edecek niteliktedir. Öğrenciler verilen problemi tartışırken araştırmacı ortamda bulunmuş fakat öğrencilerin problem çözme sürecine dâhil olmamıştır. Grup, etkinlik süresince video kaydına alınmıştır. Yapılan video kaydı, 20.53 dakika sürmüştür.

Aralık ayının 3. haftasındaki cuma günü okul çıkışında, yine seçilen üç öğrenci bir araya getirilmiş ve bu öğrencilerden bir grup oluşturulmuştur. Öğrenciler bir masa etrafında toplanmıştır. Öğrenciler problemi rahat okuyabilsinler diye problem durumu üç öğrencinin de önüne konmuştur. Gruptaki öğrencilerden önlerine koyulan "Taksi

Problemi (Bkz. Ek 4)"ni grup tartışması yaparak çözmeleri istenmiştir. Verilen problemin yönergelerinden her biri öğrencileri araştırma kapsamında belirlenen alt boyutlara yönelik yansıtma yapmaya teşvik edecek niteliktedir. Öğrenciler verilen problemi tartışırken araştırmacı ortamda bulunmuş fakat öğrencilerin problem çözme sürecine dâhil olmamıştır. Grup, etkinlik süresince video kaydına alınmıştır. Yapılan video kaydı, 44.49 dakika sürmüştür.

Aralık ayının 4. haftasındaki cuma günü okul çıkışında, seçilen üç öğrenci bir araya getirilmiş ve bu öğrencilerden bir grup oluşturulmuştur. Öğrenciler bir masa etrafında toplanmıştır. Öğrenciler problemi rahat okuyabilsinler diye problem durumu üç öğrencinin de önüne konmuştur. Gruptaki öğrencilerden önlerine koyulan "Boncuk Taşıma Problemi (Bkz. Ek 6)"ni grup tartışması yaparak çözmeleri istenmiştir. Verilen problemin yönergelerinden her biri öğrencileri araştırma kapsamında belirlenen alt boyutlara yönelik yansıtma yapmaya teşvik edecek niteliktedir. Öğrenciler verilen problemi tartışırken araştırmacı ortamda bulunmuş fakat öğrencilerin problem çözme sürecine dâhil olmamıştır. Grup, etkinlik süresince video kaydına alınmıştır. Yapılan video kaydı, 35.29 dakika sürmüştür.

3.4.2.3. Görüşme Süreci

"Görüşme, insanların bakış açılarını, deneyimlerini, duygularını ve algılarını ortaya koymada kullanılan bir yöntemdir" (A. Yıldırım ve Şimşek 2013, s.147). Patton'a (1987) göre ise görüşmenin amacı, bireyin iç dünyasına girerek onun bakış açısını anlamaktır. Karasar'a (2005) göre görüşmeler yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış olmak üzere üçe ayrılmaktadır. A. Türnüklü'ye (2000, s.544) göre "yapılandırılmış görüşmede, araştırmacı araştırmaya katılan her bir kişiye aynı soruları aynı biçimde ve aynı sözcüklerle sormaktadır. Kişinin vermiş olduğu yanıtlar kapalı uçludur. Kişi kendisine sunulan olası seçeneklerden birisini seçerek yanıtını verir. Bu tür görüşme, görünümü itibariyle anket çalışmalarına benzemektedir". A. Yıldırım ve Şimşek'e (2013) göre yapılandırılmamış görüşmede önceden belirlenen herhangi bir soru yoktur, bir kişiyle yapılan görüşme doğal akışı içerisinde spontane olarak yapılmaktadır. Denscombe'ye (2007) göre yarı yapılandırılmış görüşme, araştırmacının bütün katılımcılarda kullanacağı genel bir soru dizini oluşturmasını gerektirmektedir. Sorulacak sorular, önceden, genel hatlarıyla oluşturulmuş olmasına rağmen görüşme

sırasındaki gelişmelere bağlı olarak, bu sorular çerçevesinde katılımcılara farklı sorular da sorulabilmektedir. Uygulama sürecindeki bu esnekliğinden dolayı, araştırma sürecinde öğrencilerle yapılan görüşmeler, yarı yapılandırılmış görüşme tekniğine uygun şekilde Ocak ayının ilk haftası gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu oluşturan üç öğrenci ile okul çıkışı üç farklı gün yapılan görüşmeler, onların rahat edebileceği bir yer olması açısından araştırma kapsamında seçilen okulun kütüphanesinde gerçekleştirilmiştir. Hazırlanan görüşme formundaki sorular yazılan sırayla katılımcılara sorulmuştur (Bkz. Ek 7). Katılımcıların görüşme sırasında verdikleri cevapları daha ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarmak için bazen, önceden sorulması planlanmayan ek sorular da yöneltilmiştir. Katılımcılarla yapılan görüşmeler ile onların problem çözüm sürecinde yaşadıkları duyguları, neler hissettiklerini, bireysel ve grup olarak problem çözme sürecini değerlendirmelerini, verilen problem çözme etkinliklerini değerlendirmelerini, problem çözüm süreci bağlamında kendilerini değerlendirmelerini ortaya koymaya çalışılmıştır.

Alp ile yapılan görüşme 22.29 dakika, Bora ile yapılan görüşme 25.52 dakika, Cenk ile yapılan görüşme ise 32.08 dakika sürmüştür. Görüşmelerin tamamı ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Kaydedilerek yapılan görüşmelerin bitmesi ile birlikte veri toplama aşaması sona ermiştir. Bu sayede, daha önce elde edilen veriler doğrulanmaya çalışılmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Kaynak taraması sonucu oluşturulan problem çözme etkinlikleri ve bağlamları değiştirilen problem çözme etkinlikleri sırasında elde edilen video kayıtları ile yarı yapılandırılmış görüşme uygulaması sırasında elde edilen ses kayıtları öncelikle bilgisayara aktarılmış, daha sonra ise kelimesi kelimesine (gülüşme, cevap vermeme, mimikler gibi durumlar köşeli parantez içerisinde gösterilmiştir) yazılı metine dönüştürülmüştür. Elde edilen bu veriler ise betimsel analiz yaklaşımı kullanılarak çözümlenmiştir. Betimsel analizin seçilme nedeni; nitel çözümlemelerde yer alan sözcüklere, ifadelere, kullanılan dile, diyalogların yapısına ve özelliklerine, kullanılan sembolik anlatımlara ve benzetmelere dayanarak araştırmacının var olan durumu tanımlayıcı bir analiz yapmasına olanak tanımasıdır (Kümbetoğlu, 2005). A. Yıldırım

ve Şimşek'e (2011, s.256) göre "betimsel analiz yaklaşımına göre, elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Betimsel analizde, görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık yer verilmektedir". Onlara göre araştırmalarda kullanılan betimsel analiz dört aşamadan oluşmaktadır. Bu dört aşama kapsamında yapılanlar şu şekilde belirtilmiştir:

(i) Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturulması: Öğrencilerin süreç boyunca nasıl yansıtma yapabildiklerini incelemek için Hong ve Choi'nin (2011) çalışmalarında oluşturmuş olduğu üç boyutlu kuramsal çerçevenin 'yansıtmanın konusu' adlı boyutundan yararlanılmıştır. Araştırma kapsamında Hong ve Choi'den; yansıtmanın konusu ile ilgili olan bilgi, deneyim, his/duygu, bağlam ve grup arkadaşı olmak üzere beş tema alınmıştır. Bilgi, deneyim, his/duygu ve grup arkadaşı temalarının belirleyicileri oluşturulurken Hong ve Choi'nin görüşlerine bağlı kalınmış fakat araştırma için makul bulunmadığından dolayı bağlam temasının belirleyicileri ise iki uzman görüşü doğrultusunda oluşturulmuştur. Böylece veri analizi için bir çerçeve oluşturularak verilerin hangi temaların altında sunulacağı belirlenmiştir. Oluşturulan tematik çerçeve Tablo 3.1'de gösterilmiştir.

(ii) Verilerin işlenmesi: Bu aşamada, bir önceki aşamada oluşturulan tematik çerçeveye bağlı olarak veriler okunarak düzenlenmiştir. Verilerin tanımlama amacıyla seçilmesi söz konusu olduğu için tema ile ilişkili veriler bir araya getirilirken, ilgili olmayan veriler ise dışarıda bırakılmıştır, bulgular kısmında yazılacak doğrudan alıntılar da seçilmiştir. Yapılan bu aşamada öğrencilerin belirlenen temalara göre nasıl yansıtma yapabildikleri incelenmiştir. Temaların göstergeleri doğrultusunda, öğrencilerin belirlenen göstergeleri ortaya koyabilme durumlarının nasıl olduğuna bakılmıştır. Öğrencilerin süreç içerisindeki yansıtmaları incelendiğinde önemli görülen bazı yansıtmaların göstergelerin herhangi birinin içeriği kapsamında ele alınamadığı görülmüştür. Bu nedenle uzman görüşü de alınarak D9 ve D10 göstergeleri Tablo 3.1'e eklenmiştir.

Eğer öğrenci, grup arkadaşı ve his/duygu temalarının belirleyicileri dışında yer alan göstergeleri tam anlamıyla gösterebilmiş ise ele alındığı kapsamda başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, göstergeleri eksik olarak gösterebilmişse yansıtmasında

eksiklikler olduğu (söylediği şeyin nedenini de belirtmesini gerektiren göstergeler kapsamında öğrenci eğer neden belirtmemiş ise yansıtmasında eksiklik olduğu ifade edilmiştir), göstergeyle ilgili herhangi bir davranış gösterememiş veya herhangi bir şey söyleyememiş ise ele alındığı gösterge bağlamında yansıtma yapamadığı belirtilmiştir. Grup teması kapsamında yapılan yansıtmalar ise, öğrenciler kendi yaptığı açıklamaları sonucu arkadaşlarının düşüncelerine katıldığını belirtmişse bu durum G1 göstergesiyle, gruptaki arkadaşlarının fikirlerine karşı çıkarak farklı fikirler ortaya koyabilmişse bu durum G2 göstergesiyle, arkadaşlarının fikirlerine katılmasının yanı sıra kendi düşünceleri ile ekleme yapabilmiş ise G3 göstergesiyle ortaya konmuştur. Ayrıca belirleyiciler başarılı yansıtma olarak değerlendirilen yerlerde parantez içinde aynen yazılmış, eksik yansıtma olarak ele alınan yerlerde ise yanına eksi işareti konarak sunulmuştur.

(iii) Bulguların tanımlanması: Bu aşamada düzenlenen veriler tanımlanmış ve bu veriler gerekli görüldüğü yerlerde doğrudan alıntılarla betimsel olarak sunulmuştur.

(iv) Bulguların yorumlanması: Bu aşamada tanımlanan bulguların açıklanması, birbirleriyle ilişkilendirilmesi yapılmıştır. Gerekli görüldüğü yerlerde katılımcıların durumları karşılaştırılmıştır.

Tablo 3.1. Veri Analizinde Kullanılan Tematik Çerçeve ve Temaların Göstergeleri

YANSITMANIN KONUSU	GÖSTERGELE<R
BİLGİ	**B1.**Problemi kendi cümleleri ile özetleyebilmesi **B2.**Problemde verilenleri ve istenenleri ifade edebilmesi **B3.**Çözüm için kullandığı şekil, denklem, formül veya dört işlemi neden seçtiğini ifade edebilmesi **B4.**Çözüm için yapacağı bir sonraki adımda neyi neden yapmayı düşündüğünü söyleyerek, bunu uygulayabilmesi **B5.**Seçtiği stratejiyi, matematik müfredatında yer alan stratejilerden uygun olanı ile isimlendirebilmesi **B6.**Seçtiği şekil, denklem, formül veya dört işlemin çözüme yardımcı olup olmadığı hakkında fikrini nedenleriyle birlikte ifade edebilmesi **B7.**Çözümünün doğruluğuna ilişkin düşüncelerini nedenleriyle birlikte söyleyebilmesi **B8.**Çözümünün doğru olmadığını düşündüğü için farklı bir çözüm planı oluşturarak bunu uygulayabilmesi **B9.**Problemi farklı bir çözüm yolu oluşturarak tekrar çözebilmesi **B10.**Oluşturduğu benzer problemin çözülebilir olup olmadığını çözmeye çalışarak kontrol edebilmesi
DENEYİM	**D1.**Daha önce, verilen probleme benzer bir problem ile karşılaşıp karşılaşmadığını söyleyebilmesi **D2.**Problemde çözüm için eksik veya fazla bilgi olup olmadığı hakkındaki düşüncesini nedenleriyle birlikte ifade edebilmesi **D3.**Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacı olduğunu ifade edebilmesi **D4.**Problem ile daha önce karşılaştığı bir problemi benzerlik ve farklılık yönünden ilişkilendirebilmesi **D5.**Çözüme nereden başlayacağını nedenleriyle birlikte ifade edebilmesi **D6.**Seçtiği farklı çözüm yollarından hangisinin ona göre daha iyi olduğunu nedenleriyle birlikte ifade edebilmesi **D7.**Problem için kullandığı çözüm yolunun, problemin koşulları değiştiğinde kullanılıp kullanılamayacağını nedenleriyle birlikte ifade edebilmesi **D8.**Benzer bir problem kurabilmesi **D9.**Verilen problem durumu ile ilgili olacak şekilde günlük hayat deneyimlerini ortaya koyabilmesi **D10.** Verilen problem çözme etkinliği sırasında yaşadığı deneyimleri, süreç içerisinde hatırlayıp kullanabilmesi
HİS/DUYGU	**H1.**Problemi (zor) çözebileceğini hissetmesi **H2.**Problemi çözemeyeceğini hissetmesi **H3.**Kendini mutlu-iyi hissetmesi/ sevinmesi **H4.**Problemin hoşuna gitmesi **H5.**Problemi sıkıcı bulması **H6.**Problem sürecini eğlenceli bulması **H7.**Problemi çözerken hata yapabileceğini hissetmesi **H8.**Korku duyması/tedirginlik hissetmesi **H9.**Rahatlama duygusu
BAĞLAM	**BA1.**Problemin zorluk düzeyi hakkında görüşünü ifade edebilmesi **BA2.**Problemin bağlamına yönelik görüşünü ifade edebilmesi **BA3.**Bulduğu sonucun neyi ifade ettiğini açıklayabilmesi **BA4.**Bulduğu sonucun mantıklı olup olmadığını nedenleriyle birlikte ifade edebilmesi
GRUP ARKADAŞI	**G1.**Arkadaşlarının fikirlerine katılma **G2.**Arkadaşlarının fikirlerini reddetme **G3.**Arkadaşlarının fikirlerini zenginleştirme

BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde araştırma kapsamında toplanan verilerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular sunulurken, araştırma sürecinde yer alan problem çözme etkinliklerinin uygulanma sırası göz önüne alınmış ve her bir problem çözme etkinliği belirlenen beş temaya göre betimlenerek ortaya konmuştur. Ayrıca gerektiği yerlerde, problem çözme etkinlikleri sırasında gerçekleşen klinik mülakatlardan kesitler sunulmakla birlikte, öğrencilerin problem çözme sürecindeki düşüncelerini desteklemek amacıyla, yarı yapılandırılmış görüşmelerden doğrudan alıntılar yapılmıştır.

4.1. "Yerel Saat Problemi"nden Elde Edilen Bulgular

'Yerel Saat Problemi (Bkz. Ek 1)' uygulama sürecinin ilk problem çözme etkinliği olmakla birlikte, aynı zamanda kaynak taraması sonucu oluşturulan bir problemdir.

Bu problem çözme etkinliği sırasında yapılan klinik mülakatlarda öğrenciler problemi okuduktan sonra, onlara ilk olarak *'Daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaştınız mı?*' sorusu sorulmuştur. Sorulan bu soruya Cenk *"Hayır karşılaşmadım."*, Bora *"Daha önce verilen probleme benzer problemle karşılaşmadım."*, Alp ise *"Karşılaşmadım."* cevabını vermiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiğinde, bu üç öğrencinin deneyim temasının D1 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği görülmüştür. Öğrencilerin daha önce, verilen probleme benzer bir problemle karşılaşmadıkları dolayısıyla bu konuda herhangi bir deneyime sahip olmadıkları belirlenmiştir.

Öğrencilere ikinci olarak *'Problemin zorluk derecesine yönelik ne düşünüyorsun? Zor mu, orta mı, kolay mı?'* sorusu yöneltilmiştir. Gerçekleştirilen klinik mülakatlarda Cenk bu soruya *"Bana göre orta derecede bir zorluğu olan problem"*, Bora *"Bence zor bir probleme benziyor"*, Alp ise *"[eli çenesinde düşünüyor] Immmm. Saat 9 diyor, on saat ileri. Bu orta zorlukta problem bence"* cevabını vermiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiğinde, bu üç öğrencinin bağlam temasının BA1 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği görülmüştür. Cenk ve Alp problemin onlara göre orta zorlukta olduğunu belirtirken, Bora ise zor bir probleme benzediğini söylemiştir.

Cenk ile yapılan klinik mülakat şu şekilde devam etmiştir:

Araştırmacı: Problemi kendi cümlelerin ile ifade edebilir misin?

Cenk: Yani iki yer arasında saat farkı var. 10 saat fark varmış Los Angeles ile İstanbul arasında. Burak denen çocuk 4 saattir uyuyor. Telefon konuşması saat 09.00'da oldu Los Angeles saati ile. Buna göre çocuk İstanbul saati ile saat kaçta uyumaya başladı soruyor bize [konuşurken problemdeki bilgileri parmağıyla gösteriyor].

Cenk'in problemi özetlerken kendi cümlelerini kullanmak yerine, problemi hızlıca tekrar okuyarak problemde yer alan bilgileri söylediği, bununla birlikte problemde verilen iki yer arasında 10 saat fark olduğunu söylemesine rağmen hangi şehirdeki yerel saatin ileri veya geri olduğunu ifade etmediği görülmüştür. Hangi şehirdeki saatin daha ileride olduğu, çözüm için önem taşıdığı düşünülmektedir. Tüm bunlar göz önüne alındığında bu problem durumu çerçevesinde Cenk'in bilgi temasının B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora verilen problemi şu şekilde özetlemiştir:

Problemde bize İstanbul'un saatinin Los Angeles'tan 10 saat ileri olduğunu söylüyor. Los Angeles'ta yaşayan Ayten Hanım sabah Los Angeles saati ile 09.00'da İstanbul'daki kızı ile konuşuyor. Kızının oğlu var. Adı Burak. Bu tam 4 saattir uyuyormuş. Bu çocuğun uyumaya başladığı saati İstanbul saatine göre soruyor.

Bora'nın Cenk'in aksine iki şehir arasındaki saat farkını ve hangi şehirdeki saatin daha ileride olduğunu belirttiği görülmüştür. Buna rağmen, Bora'nın problemi özetlerken kendi cümlelerini kullanmadığı söylenebilir. Dolayısı ile bu problem durumu dâhilinde Bora'nın B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp'ten problemi özetlemesi istendiğinde, araştırmacı ile Alp arasında şu diyalog geçmiştir:

Alp: Bir çocuk var. Saat kaçta uyuduğunu soruyor.

Araştırmacı: O kadar mı?

Alp: [Gülüyor] Nasıl?

Araştırmacı: Biraz daha bahsedebilir misin? Orda (problemi göstererek) başka bir şeyler de var sanki.

Alp: Şimdi İstanbul'da saat 10 saat ileri Los Angeles'tan. Ayten Hanım kızını Los Angeles saatine göre 09.00'da arıyor, kızı da torununun 4 saattir uyuduğunu söylüyor. Buna göre torunu İstanbul saatine göre kaçta uyudu, bunu soruyor [Söylediklerini parmağıyla kâğıt üzerinde gösteriyor].

Diyalogdan da görüldüğü üzere Alp, başlangıçta problemi özetlerken yeterli bilgi vermeyip, kestirme bir cevap verme yoluna gitmiştir. Fakat araştırmacının Alp'ten biraz daha kapsamlı bir özet yapmasını istemesi üzerine Alp, ilk başta yaptığı özetin aksine problemdeki bilgileri kullanarak yaptığı özetin kapsamını genişletmiştir. Fakat Alp problemi özetlerken kendi cümlelerini kullanmak yerine, problemde yer alan bilgileri birebir söyleme yoluna gitmiştir. Bu nedenle verilen problem çerçevesinde Alp'in B1 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk, *'Problemde verilenler ile istenenler ifade edebilir misin?'* sorusuna şu şekilde cevap vermiştir:

İstanbul'un saati Los Angeles'a göre 10 saat ilerideymiş bu verildi. Eeeee sonra. [problemi hızlıca bir daha okuyor] Şu başta örnek bir bilgi verilmiş, işte İstanbul'da perşembe günü saat 18.00 ise Los Angeles'ta saat perşembe günü 08.00'i gösteriyormuş yani 10 saat farkı anlatmak istemiş bize. Burak 4 saattir uyuyormuş bunu da verdi. Ayten Hanım ile kızı telefon görüşmesini Los Angeles saatine göre 09.00'da yapmış. İstediği de Burak'ın İstanbul saatine göre saat kaçta uyumaya başladığı.

Cenk'in verdiği cevap incelendiğinde, bir problemde verilenler ile istenenleri belirleyebilme bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle Cenk'in bilgi temasının B2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Aynı soruya Bora şu şekilde cevap vermiştir:

İstenen Burak İstanbul saati ile saat kaçta uyumuş bunu istiyor. Problemde bize Los Angeles ile İstanbul arasındaki saat farkını vermiş 10 saat, İstanbul'un saati daha ileriydi. Ayten Hanım'ın torunu tam 4 saattir uyuyormuş sabah 09.00'dan beri Los Angeles saatine göre, bunları verdi.

Bora'nın verdiği cevap incelendiğinde, bir problemde verilenler ile istenenleri belirleyebilme bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle Bora'nın bilgi temasının B2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Aynı soruya Alp ise şu şekilde cevap vermiştir:

> *İstanbul'un saati Los Angeles'a göre 10 saat ileri verdi. Kızının saat 09.00'da aradığını verdi Los Angeles saatine göre. Torununun 4 saattir uyuduğunu verdi. İstediği çocuğun saat kaçta uyuduğu İstanbul saati ile.*

Alp, problemi özetleme kısmının başlangıcında yaptığı gibi kestirme bir cevap vermeyip, yöneltilen soruya açıklayıcı bir cevap vermiştir. Alp'in verdiği cevap incelendiğinde, bir problemde verilenler ile istenenleri belirleyebilme bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle Alp'in bilgi temasının B2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Çözüme 10 saatlik zaman farkını kullanıp İstanbul'daki yerel saati bularak başlayacağını belirten Cenk, çözüm için, verilen saat 09.00 ile çocuğun dört saattir uyuduğu bilgisini kullanacağını belirtmiştir. Problemin başında verilen 08.00 ile 18.00 saatlerinin ise çözüm için kullanmayacağı bilgiler olduğunu dile getirmiştir. Cenk ayrıca, bu iki saatin zaman farkını anlaması için örnek olarak verildiğini söylemiştir. Cenk'in, çözüm için gerekli olan bilgileri açıklamasında belirttiği görülmüştür. Bu nedenle Cenk'in deneyim temasının D3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna ek olarak, Cenk'in problemde çözüm için kullanmayacağı fazlalık bilgilerin olduğunu söyleyebilmesi D2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiğini göstermiştir. Cenk çözüme nereden başlayacağını belirtmesine rağmen, neden 10 saatlik saat farkını kullanıp İstanbul'daki yerel saate geçeceğini belirtmemiştir. Buradan Cenk'in deneyim temasının D5 göstergesinde kapsamında, yaptığı yansıtmanın nedenini belirtmediğinden dolayı, eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora çözüm için Los Angeles'ın saati olan 09.00, Burak'ın dört saattir uyuduğu, İstanbul'un Los Angeles'tan 10 saat ileri olduğu bilgilerine ihtiyacı olduğunu belirtmiştir. Buradan Bora'nın deneyim temasının D3 göstergesi dâhilinde başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Cenk'in aksine Bora, problemde eksik veya fazla bilgi olup olmadığı hakkında herhangi bir şey söylememiştir. Bu nedenle,

Bora'nın deneyim temasının D2 kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir. Bora, çözüme iki şehir arasındaki saat farkını kullanıp İstanbul'daki yerel saati bularak başlayacağını ifade etmiştir. Bora da Cenk'in yaptığı gibi çözüme nereden başlayacağını belirtmesine rağmen, neden 10 saatlik saat farkını kullanıp İstanbul'daki yerel saate geçeceğini belirtmemiştir. Buradan Bora'nın da deneyim temasının D5 göstergesinde kapsamında, yaptığı yansıtmanın nedenini belirtmediğinden dolayı, eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ise çözüm için Los Angeles saatine göre saat kaçta konuştuklarını gösteren 09.00'a, İstanbul'un saatinin 10 saat ileri olmasına bir de çocuğun kaç saattir uyuduğunu gösteren 4 saat bilgisine ihtiyacı olduğunu belirtmiştir. Buradan Alp'in deneyim temasının D3 göstergesi dâhilinde başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Cenk'in aksine Alp de Bora gibi, problemde eksik veya fazla bilgi olup olmadığı hakkında herhangi bir şey söylememiştir. Bu nedenle, Alp'in deneyim temasının D2 kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir. Alp '*Çözüme nasıl başlamayı düşünüyorsun?'* sorusuna *"Sabah saat 09.00'da Los Angeles saatine göre konuştular ya. Ben o sırada İstanbul'da saat kaç, onu bularak devam edeceğim."* şeklinde bir cevap vermiştir. Ayrıca Alp, problemde çocuğun İstanbul saatine göre saat kaçta uyumaya başladığını sorduğu için İstanbul'un yerel saatine geçiş yaparak çözüme başlayacağını ifade etmiştir. Buradan Alp'in Bora ve Cenk'in aksine, deneyim temasının D5 göstergesinde kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk'in problem için yaptığı çözüm şu şekildedir:

> *Los Angeles'ta saat 09.00, şeyde İstanbul'da 10 saat ileriymiş bu nedenle 10 saat eklemem gerek. Saat 19.00 olur İstanbul 'da (B3, B4). Kızı ve torunu İstanbul'da yaşıyor. Çocuk 4 saattir uyuduğuna göre başlangıcı bulmam için 4 saati çıkarmam gerek, yani Burak saat 15.00'da uyumaya başlamış İstanbul saatine göre (B3, B4).*

Cenk'in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde yaptığı işlemleri neden seçtiğini belirtmiş olduğu görülmüştür. Bu nedenle Cenk'in bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna ek olarak Cenk bir sonraki adımda neyi neden düşündüğünü ifade ederek, düşündüklerini uygulayabilmiştir. Dolayısı ile

Cenk B4 göstergesi kapsamında başarılı yansıtmalar (bu yansıtmalar parantez içinde gösterilmiştir) yapabilmiştir.

Cenk'in çözüm yolu incelendiğinde matematik cümlesi yazma stratejisini kullandığı görülmüştür. Cenk'ten seçmiş olduğu stratejiye bir isim vermesi istendiğinde ise Cenk *"Strateji adı bilmiyorum. Geçsem olur mu?"* şeklinde yanıt vermiştir. Buradan Cenk'in seçtiği stratejiyi uygun bir şekilde isimlendiremediği, bu durumun da öğrencinin müfredatta yer alan problem çözme stratejilerini bilmediğinden kaynaklandığı, dolayısı ile Cenk'in bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Çözüm sürecinde Bora ile araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Bora: Los Angeles'ta saat 09.00'muş. İstanbul 10 saat ileri. Toplarsam 19.00.

Araştırmacı: Nerenin saatine göre 19.00?

Bora: İstanbul'un saatine göre.

Araştırmacı: Neden toplama yaptın peki?

Bora: Toplama yapmak gerek çünkü İstanbul'un saati ileri. 19.00'dan 4 saat geri gelirsek saat 15.00 olur.

Araştırmacı: Neden çıkarma işlemi yaptın peki?

Bora: Çünkü çocuk 4 saat uyuyormuş, başlangıcı bulmak çıkarma işlemi ile olur.

Bora'nın yapmış olduğu çözüm incelendiğinde yaptığı işlemleri neden seçtiğini belirtmiş olduğu görülmüştür. Bu nedenle Bora'nın bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora'nın çözüm yolu incelendiğinde matematik cümlesi yazma stratejisini kullandığı görülmüştür. Bora'dan seçmiş olduğu stratejiye bir isim vermesi istendiğinde ise Bora *"Strateji bulmak da ne zor iş [ofluyor]. Aklıma bir şey gelmiyor. Bilmiyorum strateji adı."* şeklinde yanıt vermiştir. Buradan Bora'nın seçtiği stratejiyi uygun bir şekilde isimlendiremediği, bu durumunda öğrencinin müfredatta yer alan problem çözme stratejilerini bilmediğinden kaynaklandığı, dolayısıyla Bora'nın bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Alp'in yapmış olduğu çözüm ise şu şekildedir:

> *Saat 09.00'da aradı. İstanbul'daki saat 10 saat ileri. İleri dediği için 10 saati eklemem lazım. Demek İstanbul'da saat 19.00 (B3, B4). O da saat 7 demek. Daha sonra uyuduğu 4 saate odaklanacağım. Çünkü sona yaklaşıyorum. Dört saat uyuduğuna göre 4 saati çıkaracağız. Çıkarmam gerek çünkü 4 saattir uyuyor. Başladığı saat çıkararak bulunur. 19.00'dan dört saati çıkarınca da saat 15.00 oluyor (B3, B4).*

Alp'in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde yaptığı işlemleri neden seçtiğini belirtmiş olduğu görülmüştür. Bu nedenle Alp'in bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında başarılı yansıtmalar yapabildiği söylenebilir. Buna ek olarak Alp bir sonraki adımda neyi neden düşündüğünü ifade ederek, düşündüklerini uygulayabilmiştir. Dolayısı ile Alp'in B4 göstergesi kapsamında başarılı yansıtmalar yapabildiği söylenebilir.

Alp'in çözüm yolu incelendiğinde matematik cümlesi yazma stratejisini kullandığı görülmüştür. Alp'ten seçmiş olduğu stratejiye bir isim vermesi istendiğinde ise Alp *"Ne kadar zor soru, bilmiyorum ki. Immm ne desem acaba. Bilmiyorum."* şeklinde yanıt vermiştir. Dolayısıyla Alp herhangi bir problem çözme stratejisi adı bilmediğine yönelik bilgi eksikliği olduğunu gösteren bir yansıtma yapmış ve sonuç olarak seçtiği stratejiyi uygun bir şekilde isimlendirememiştir. Buradan Alp'in bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Üç öğrenci de seçtiği stratejiye uygun bir isim vermeyi başaramamıştır. Öğrencilerin çözümleri incelendiğinde üçünün de problemi aynı yaklaşım ile çözdüğü görülmüştür. Öğrencilerin hepsi matematik cümlesi yazma stratejisi kullanarak çözüme ulaşmıştır.

Cenk bulduğu sonucun, *"Burak'ın İstanbul saatine göre kaçta uyumaya başladığını"*, Bora *"Burak'ın ne zaman uyumaya başladığını"*, Alp ise *"çocuğun saat kaçta uyumaya başladığını"* ifade ettiğini belirtmiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, sadece Cenk'in Burak'ın neredeki saate göre uyumaya başladığını belirttiği görülmüştür. Dolayısıyla Alp ve Bora buldukları sonucun neyi ifade ettiğini açıklarken eksik bir söylemde bulunmuşlardır. Bu nedenle Cenk bağlam temasının BA3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, Alp ve Bora'nın yaptıkları yansıtmalarda ise eksiklik olduğu söylenebilir.

Cenk'e *'Bulduğun sonuç mantıklı mı?'* sorusu sorulduğunda, Cenk ile araştırmacı arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Cenk: Sonuç bence mantıklı.

Araştırmacı: Neden mantıklı?

Cenk: Çünkü doğru yaptım.

Araştırmacı: Bir şeyin mantıklı olması ile çözümün doğru olması aynı şey mi demek sence?

Cenk: Evet.

Cenk'e göre, bulduğu sonuç doğrudur, bu nedenle bulduğu sonuç mantıklıdır. Buradan Cenk'in bağlam temasının BA4 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Aynı soruda Bora ile araştırmacı arasında geçen diyalog ise şu şekildedir:

Araştırmacı: Bulduğun sonuç mantıklı mı sence?

Bora: Sonuç mantıklı.

Araştırmacı: Neden sence sonuç mantıklı? Bir şeyin mantıklı olması ne demektir?

Bora: Yani, eeee hani biz diyoruz ya uzunluk eksili olmaz. Yani diyelim bir uzunluğu (-2) bulursak mantıksız olur. Çünkü uzunluk eksili olamaz.
Araştırmacı: Güzel, peki burada uzunluk yok. Bunun mantıklı olduğuna nasıl karar verirsin?

Bora: Eeee 15.00 diye bir saat olabilir. Bu nedenle mantıklı.

Bora'nın açıklamaları incelendiğinde, bulduğu sonucun mantıklı olmasının ne anlama geldiğini örnek vererek ifade edebildiği görülmüştür. Buna ek olarak Bora, problem için bulduğu sonucun neden mantıklı olduğunu açıklayabilmiştir. Bu nedenle Bora'nın bağlam temasının BA4 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ise bulduğu sonucun mantıklı olduğunu, mantıklı olmasının nedeni olarak ise bir kişinin uyuma saatinin 15.00 olabileceği olarak ifade etmiştir. Alp'in açıklamasına

bakıldığında, problem için bulduğu sonucun neden mantıklı olduğunu ifade edebildiği, bu nedenle bağlam temasının BA4 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

'*Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?'* sorusuna Cenk şu şekilde cevap vermiştir:

> *Çözümümde hata yapmadım bence bu nedenle doğru olduğunu düşünüyorum. Ya da tersten gideyim. İstanbul saati ile 15.00'te uyumaya başladı buldum. 4 saat uyusun saat 19.00 olur İstanbul'a göre. Eee [gözünü kısarak] Los Angeles 10 saat geride olması lazım. Çıkarırsam 09.00 olur. Başa dönmüş oldum. Aynısı çıktı onun için çözümüm doğru eminim.*

Cenk'in açıklaması incelendiğinde, geriye doğru giderek problemin başındaki bilgiye ulaşmaya çalıştığı, başlangıçtaki bilgiye ulaştığında ise çözümünün doğru olduğunu söylediği görülmüştür. Bu nedenle, Cenk'in bilgi temasının B7 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora ise, yaptığı işlemleri kontrol ederek hata yapmadığını dolayısı ile de bulduğu sonucun doğru olduğunu söylemiştir. Bu nedenle Bora'nın da bilgi temasının B7 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Benzer şekilde Alp de yaptığı işlemleri kontrol ederek hata yapmadığını dolayısı ile de bulduğu sonucun doğru olduğunu söylemiştir. Bu nedenle Alp'in de bilgi temasının B7 kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ve Bora çözüm için yaptıkları işlemleri kontrol etme yoluna giderken, Cenk ise bulduğu sonuçtan geriye doğru giderek başladığı noktaya varmaya çalışmıştır. Üç öğrenci de çözümünün doğru olduğunu düşündüğü için farklı bir çözüm planına gerek duymadığını belirtmiştir. Bu nedenle üç öğrencinin de B8 kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Cenk'e *'Problemi kullandığın çözüm yolundan farklı bir yolla çözebilir misin?'* sorusu sorulduğunda şu cevabı vermiştir:

> *Immm [düşünüyor-problemi tekrar okudu-ilk yaptığı çözüm yoluna baktı]. Telefonda konuştuklarında saat 09.00'du Los Angeles saati ile. Çocuk 4 saattir uyuyor. Bundan 4 saat geri gelip 10 saat ileri giderim. Aslında ben böyle*

yapmak yerine telefon konuşma saati var ya 09.00 bunu 6 saat ileri atarsam aynı şeyi yapmış olurum. Bu nedenle çocuk İstanbul saati ile 15.00'te uyumaya başlamış derim (B4).

Cenk'in problemi, önceki çözümündeki gibi matematik cümlesi yazma stratejisi kullanarak farklı bir yolla tekrar çözebildiği görülmüştür. Bu nedenle, Cenk'in bilgi temasının B9 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Ayrıca, öğrencinin çözüm yolu incelendiğinde, bir daha ileri-geri hesabı yapmak yerine 4 saat geri 10 saat ileri almanın aslında verilen saati 6 saat ileri almak demek olduğunu düşünmesi dikkat çekmiştir. Cenk'e *'Sana göre hangi çözüm yolun en iyisidir? Neden?'* sorusu sorulduğunda, Cenk ikinci kullandığı çözüm yolunun kendisine göre daha iyi olduğunu belirtmiştir. Bunun nedenini, ikinci çözüm yolunun birinciye göre daha kısa olması, birincide iki işlem yapmasına rağmen ikinci çözüm yolunda hemen bir işlemle sonucu bulabilmesi olarak ifade etmiştir. Buradan Cenk'in deneyim temasının D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora araştırmacının aynı sorusuna *"Farklı bir çözüm yolu ımmmm. [4-5 dk düşünüyor] Şimdilik aklıma bir şey gelmedi. Daha sonra buna dönerim."* şeklinde bir cevap vermiştir. Yapılan klinik mülakatın sonunda araştırmacı Bora'ya *"İlk verilen problemi farklı yolla çözebilir misin diye sormuştum, onu atlamıştık geldi mi aklına bir yöntem, çözebilir misin farklı yolla?"*sorduğunda Bora şu şekilde cevap vermiştir:

İlk yöntemimde ilk başta hemen İstanbul'a geçmiştim. Bu yöntemde de önce Los Angeles üzerinden gideyim. 4 saattir uyuyor çocuk. 09.00-04.00=05.00'te uyudu Los Angeles'a göre. İstanbul 10 saat ileri. 05.00+10.00=15.00 diyebilirim. Gerçi yine toplama çıkarma kullandım. Ama diğerinden farklı oldu.

Bora'nın söylediklerine bakıldığında, ilk başta problem için farklı bir çözüm yolu bulamadığı fakat daha sonra, ilk yöntemde olduğu gibi matematik cümlesi yazma stratejisi kullanarak diğerinden farklı bir çözüm yolu ortaya koyabildiği görülmüştür. Bu nedenle, Bora'nın bilgi temasının B9 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Araştırmacının kendisine yönelttiği *'Sana göre hangi çözüm yolun en iyisidir? Neden?*' sorusuna Bora *"Aslında ikisi de aynı. Ama bana göre ilk yol daha iyi. Çünkü direkt sorduğu şehrin saatine geçiş yapmak problemin istediğine*

beni daha çok yaklaştırıyor gibime geldi." şeklinde bir cevap vermiştir. Buradan Bora'nın deneyim temasının D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Aynı soru kapsamında, Alp ile araştırmacı arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Alp: [Düşündü] Bence başka yolla çözülmez.*
>
> *Araştırmacı: Bir problem sadece bir yolla mı çözülür sence?*
>
> *Alp: Yooo.*
>
> *Araştırmacı: O zaman, dediğine göre bu da belki çözülebilir.*
>
> *Alp: [Düşünüyor] Denklem falan mı kullanarak çözeceğim yani? Çünkü demin toplama çıkarma yaptım. Farklı olacak ya.*
>
> *Araştırmacı: Gerekiyorsa onu da kullanabilirsin, dört işlemi yine kullanabilirsin ama deminki yönteminden farklı bir bakış açısı ile çözebilir misin soruyorum.*
>
> *Alp: [5 dakika düşündü] Başka yok herhalde ama buna sonra dönerim.*

Alp bir problemin birden fazla çözüm yolu olabileceğini söylemesine rağmen, verilen problemin farklı bir yolla çözülemeyeceğini ifade etmiştir. Bunu ifade ederken, *"herhalde"* diyerek tereddütte olduğunu belirtmiştir. Yapılan klinik mülakatın sonunda Alp ikinci çözüm için düşüncelerini şu şekilde dile getirmiştir:

> *Farklı yol şöyle yapabilirim. Buldum. Direkt İstanbul saatine geçmem. Los Angeles üstünden giderim. Çünkü farklı yol olması lazım. Los Angeles saatiyle 09.00'da aramıştı. Çocuk 4 saattir uyuyor, demek ki çocuk Los Angeles saati ile sabah 05.00'te uyumaya başlamış, çünkü uyumaya başlama saatini bulmam için çıkarmam gerek (B3). İstanbul saati 10 saat ileriydi bu nedenle bunu toplarım, toplayınca da saat 15.00'te uyuduğu ortaya çıkar (B3, B4).*

Alp'in söylediklerine bakıldığında, ilk başta problem için farklı bir çözüm yolu bulamadığı fakat daha sonra önceki çözümündeki gibi matematik cümlesi yazma stratejisi kullanarak diğerinden farklı bir çözüm yolu ortaya koyabildiği görülmüştür. Bu nedenle, Alp'in bilgi temasının B9 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Araştırmacının kendisine yönelttiği *'Sana göre hangi*

çözüm yolun en iyisidir? Neden?' sorusuna Alp *"Bana göre ikisi de aynı. En iyi yok bence."* şeklinde cevap vermiştir. Buradan Alp'in deneyim temasının D6 göstergesi kapsamında yansıtma herhangi bir yapamadığı söylenebilir.

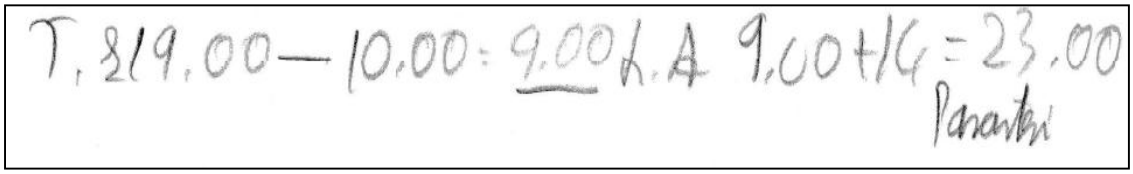
Cenk ile yapılan klinik mülakat şu şekilde devam etmiştir:

> *Araştırmacı: Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığın çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydin? (problem araştırmacı tarafından öğrencinin önüne konuluyor)*
>
> *Eğer Ayten Hanım'ın kızı, telefonda annesine İstanbul Atatürk Havalimanı'ndan pazartesi günü İstanbul saatine göre 19.00 uçuşu ile yaklaşık olarak 14 saat süren uçuş sonrasında Los Angeles'a ineceğini söylemiş olsaydı Los Angeles saati ile hangi gün ve saatte Los Angeles'a inerdi?*
>
> *Cenk: Önceki çözümde önce İstanbul'a geçmiştim. Zaten iki problem de benziyor. Aynı yolla çıkar bu da o zaman. İstanbul saatine göre 19.00 ise Los Angeles saatine göre 09.00 olur çünkü 10 saat geri. Çıkarırım (B3). Yolculuk 14 saat sürecekmiş bunu eklersem saat 23.00 olur demek ki pazartesi günü gece saat 23.00'te Los Angeles saati ile oraya inecek (B3, B4).*

Cenk'in söylemlerine bakıldığında, problem için kullandığı çözüm yolunun problemin koşulları değişse de kullanılabileceğini ifade edebildiği görülmüştür. Cenk bunun nedenini, iki problem durumun benzerlik taşıması dolayısıyla aynı çözüm yolunun geçerli olabilmesi olarak belirtmiştir. Buradan Cenk'in deneyim temasının D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora ve Alp de Cenk'in söylediği gibi, bu problemin diğeri ile benzerlik gösterdiğini, bu nedenle aynı çözüm yolunun geçerli olacağını söylemiştir. Bora ve Alp başlangıçta Cenk ile aynı çözüm yolunu seçtiği için (hangi şehirdeki saat verilmiş ise diğer şehrin yere saatine geçiş yapıp çözümü ilerleterek), bu problem durumunda da Cenk ile aynı gidişata sahip bir yol izlemişlerdir. Bu nedenle Alp ve Bora'nın deneyim temasının D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

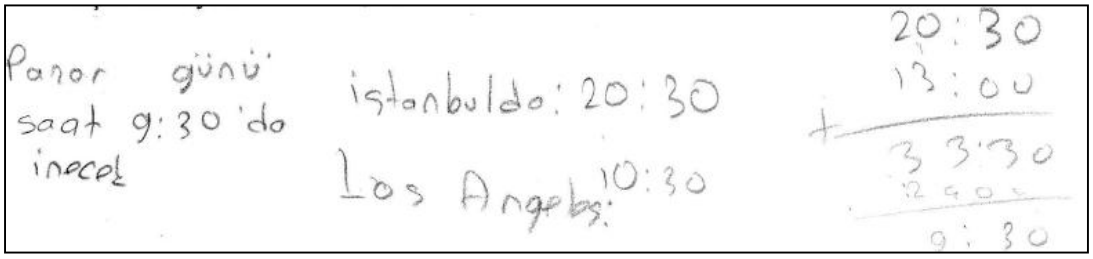
Alp'in çözümü şu şekildedir:



Şekil 4.1. Alp'in "Yerel Saat Problemi"nin Koşulları Değiştirilerek Oluşturulan İlk Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm

(T.R ile İstanbul'un yerel saatini, L.A ile Los Angeles'ın yerel saatini kast etmiştir.)

Öğrencilerin önüne problemin koşulları değişmiş hali olan *'Eğer Ayten Hanım'ın kızı telefondaki konuşmasının devamında annesine Los Angeles'tan cumartesi günü Los Angeles saatine göre 10.30 uçuşu ile yola çıkacağını ve 13 saatlik uçuş sonrasında İstanbul Atatürk Havalimanı'na ineceğini söylemiş olsaydı, İstanbul saati ile Atatürk Havalimanı'na hangi gün ve saatte inerdi?'* problemi koyulmuş ve yine aynı çözüm yolunun geçerli olup olamayacağı hakkındaki görüşleri belirlenmeye çalışılmıştır. Cenk, problemlerin yine benzediklerini bu nedenle aynı çözüm yolunu kullanabileceğini dile getirmiş ve *"Los Angeles'ta saat 10.30 ise İstanbul'da 10 saat ileri, ileri dediği için toplarım 20.30 olur (B3, B4). Buna 13 saati eklemek lazım çünkü varış zamanını soruyor, eklersek 33.30 olur (B3, B4). Bundan 24.00'ı çıkarırsak 09.30 olur. Yani İstanbul saati ile ertesi gün olan Pazar günü sabah 09.30'da inecek."* şeklinde bir çözüm sunmuştur. Cenk'in açıklaması ve çözümü dikkate alındığında, deneyim temasının D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora ve Alp de, bu problemin diğeri ile benzerlik gösterdiğini, dolayısı ile aynı çözüm yolunun geçerli olabileceğini söylemiştir. Bora ve Alp başlangıçta Cenk ile aynı çözüm yolunu seçtiği için (hangi şehirdeki saat verilmiş ise diğer şehrin yere saatine geçiş yapıp çözümü ilerleterek), bu problem durumunda da Cenk ile aynı gidişata sahip bir yol izlemişlerdir. Bu nedenle Alp ve Bora'nın deneyim temasının D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildikleri söylenebilir. Bora'nın çözüm yolu şu şekildedir:



Şekil 4.2. Bora'nın "Yerel Saat Problemi"nin Koşulları Değiştirilerek Oluşturulan İkinci Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm

Kendisine '*Sana verilen problemlerden yararlanarak yeni bir problem durumu yazabilir misin?'* sorusu yöneltilen Cenk, *"Sevilay Hanım telefondaki konuşmasında oğluna çarşamba günü İstanbul saatine göre 17.00 uçuşu ile yola çıkacağını söylemiştir. Uçuş 9 saat süreceğine göre Sevilay Hanım Los Angeles saatine göre Los Angeles'a saat kaçta ve hangi gün inecektir?"* şeklinde bir problem durumu yazabilmiştir. Cenk'in yazdığı problem incelendiğinde, önceki problem durumundaki isimleri, saati ve uçuş süresini değiştirerek yeni bir problem yazabildiği görülmüştür. Buradan Cenk'in deneyim temasının D8 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Cenk'e yazmış olduğu problemin çözülebilir olup olmadığı sorulduğunda *"İstanbul saatine göre 17.00+09.00=26.00 yani gece 02.00'de inecektir. Ama Los Angeles 10 saat geri, çıkarayım, iki saat geri gelirsem gece 00.00 olur, 8 saat daha geri gelmem lazım, önce 6 saat geri geleyim, saat 18.00 olur, 2 saat daha gelirsek 16.00 olur (B3, B4). Günü ise eee [düşünüyor] aynı gün olur Çarşamba."* şeklinde açıklama yapıp, çözülebilir olduğunu göstermiştir. Buradan Cenk'in bilgi temasının B10 göstergesi dâhilinde başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora *"Ayten Hanım'ın kızı telefondaki konuşmasında annesine Los Angeles'tan cumartesi günü Los Angeles saatine göre 00.00 uçuşu ile yola çıkacağını ve 15 saatlik uçuş sonrasında İstanbul Atatürk Havalimanı'na ineceğini söylemiştir. Buna göre uçak İstanbul saati ile hangi gün ve hangi saatte inecektir?"* şeklinde yeni bir problem yazabilmiştir. Bora, saat 00.00'ı bilerek seçtiğini, işlem yapmada bu saatin ona kolaylık sağlayacağını belirtmiştir. Bora'ya önceki problemde, Los Angeles'tan Atatürk Havalimanı'na uçuş süresinin 13 saat verildiği, bu sürenin 15 saat olarak verilmesinin doğru olup olmadığı sorulduğunda *"İstanbul'dan Los Angeles'a 14 saat demişti*

diğerinde. Bunda 13 değişmiş ben de bu nedenle 15 olabilir düşündüm yolda zaman kaybedemezler mi, yani bir şey olur uçtuğu toplam süre değişebilir diye düşündüm. Hiç uçağa binmediğim için pek de bilmiyorum uçuş süresi değişir mi diye." şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bora'nın açıklaması göz önüne alındığında, herhangi bir uçuş deneyimi yaşamadığından dolayı yolculuk süresinin değişip değişmeyeceği hakkında emin bir şekilde konuşamadığı söylenebilir. Bora'nın yazdığı problem incelendiğinde ise, önceki problem durumundaki saati ve uçuş süresini değiştirerek yeni bir problem yazabildiği görülmüştür. Buradan Bora'nın deneyim temasının D8 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora'ya yazmış olduğu problemin çözülebilir olup olmadığı sorulduğunda *"Los Angeles'ta saat 00.00 ise İstanbul'da 10.00 olacak. Yolculuk 15 saat sürüyorsa 25.00 yapar, demek bir gün 1 saat yapar. Yani Pazar günü gece 1'de Atatürk Havalimanı'na iner."* şeklinde açıklama yapıp, çözülebilir olduğunu göstermiştir. Buradan Bora'nın B10 göstergesi dâhilinde başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Aynı soru kapsamında, Alp ile araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

> *Alp: Ama öğretmenim başka bir yerin saati ne kadar ileri bilmiyorum ki problem yazarken yine bunları kullansam olur mu?*
>
> *Araştırmacı: Hiç saat farklarını bildiğin iki yer yok mu?*
>
> *Alp: Aslında öğretmenim, annemin telefonunda bazı ülkelerin saatleri vardı Yeni Zelanda ile İstanbul arasındaki saat farkı 23'tü, ora bizden daha ileriydi. Şimdi ben bunları kullanarak problem yazmak istesem yolculuk orası ile burası arasında kaç saat bilmiyorum. Tahmin etmeye çalışsam [gözlerini kısarak düşünüyor] tahminle de olmuyor ki bunlar. Bu nedenle önceki problemlerdeki bilgileri kullanayım. Kesin bilgi olsa daha doğru olur. Ben yine emin olmak için Los Angeles ile İstanbul'u kullanayım. Yine bu aynı kişileri kullansam olur mu?*
>
> *Araştırmacı: Sence olur mu?*
>
> *Alp: Olur neden olmasın ki, farklı bir şeyler eklerim ben de.*

Alp'in açıklamalarına bakıldığında, İstanbul ile (Los Angeles haricinde) farklı bir ülke arasındaki saat farkı hakkında [yapılan klinik mülakat sonrası araştırmacı İstanbul ve

Yeni Zelanda arasındaki saat farkına bakmış ve iki yer arasındaki saat farkının gerçekten de 23 olduğunu görmüştür.] telefondaki saat uygulamalarını kullanması sonucu bir deneyime sahip olduğu görülmüştür. Buradan Alp'in deneyim temasının D9 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Fakat Alp söylediği iki yerin uçuş süreleri hakkında bir bilgisi olmadığından dolayı yazacağı problemde yine Los Angeles ve İstanbul'u kullanacağını ifade etmiştir. Alp'in yazmış olduğu problem *"Ayten Hanım da İstanbul'a gidecektir. Los Angeles saatine göre 10.40'ta yola çıkacaktır. Uçak yarım saat geç kalkmıştır. Cuma günü yola çıkan Ayten Hanım 13 saatlik uçuş sonrasında İstanbul saati ile Los Angeles saati ile kaçta varır?"* şeklindedir. Alp'e yazmış olduğu problemin çözülebilir olup olmadığı sorulduğunda *"Los Angeles saati ile 10.40. Şimdi ben bunu İstanbul saatine göre ayarlayayım. 10 saat ileriydi, bu nedenle toplarsam 20.40 olur (B3, B4). Sonra bunu da 13 ile toplarım, varış zamanını bulmak için, o zaman bu 13 saat uçmuş, gece 12'ye göre ayarlasam bunu, 24.00-20.40=03.20 bunu işimi kolaylaştırmak için yaptım, belli bir saati ifade etmiyor yani, 13 saat bir de 30 dk vardı başlangıçta 03.20'si giderse geriye 10.10 kalır, 03.20+10.10=13.30 olur (B3, B4)."* şeklinde bir açıklama yapıp çözülebilir olduğunu göstermiştir. Buradan Alp'in bilgi temasının B10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

'Problemi ilk kez okurken ne hissettin?' sorusuna Cenk *"İlk defa okurken daha önce hiç böyle bir problemle karşılaşmadığım için orta zorlukta gibi geldi. Ama buna rağmen çözemeyeceğimi düşünmedim. Çözebilirim gibi hissettim. Çözemem diye korkmadım."* şeklinde cevap vermiştir. Buradan Cenk'in H1 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora, problemi ilk kez okuduğunda ona zor geldiğini bu nedenle problemi çözemeyecekmiş gibi hissettiğini belirtmiştir. Alp ise saatlerin ona biraz karışık geldiğini, bu nedenle de problemi çözemeyecekmiş gibi hissettiğini söylemiştir. Buradan Bora ve Alp'in H2 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir.

'Problemi çözerken ne hissettin?' sorusunu Cenk, problemi çözebildiğini gördüğü için kendini mutlu hissettiğini söyleyerek cevaplamıştır. Bora bu soruyu *"Çözerken, çözemeyeceğim hissi gitti. Giderek kolaylaştığını anladım. Bu nedenle çözerken kendimi mutlu hissettim."* şeklinde yanıtlamıştır. Alp de benzer bir görüş ortaya koymuş ve

problemi çözebildiğini gördüğü için sevindiğini belirtmiştir. Buradan üç öğrencinin de H3 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk sonucu bulduğunda, kendini rahatlamış hissettiğini bu nedenle de kendini mutlu hissettiğini belirtmiştir. Bora benzer olsa da sayıları değişen farklı problemlerle karşılaştığını, bunların hepsini çözüp sonuca ulaştığı için de mutlu olduğunu ifade etmiştir. Alp de benzer şekilde sorulan problemlerin sonuçlarını bulduğunda kendini iyi ve mutlu hissettiğini dile getirmiştir. Buradan üç öğrencinin de H3 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrencilerin "Yerel Saat Problemi" sürecinde bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki mevcut durumları Tablo 4.1'de gösterilen şekilde özetlenmiştir.

Tablo 4.1. Öğrencilerin "Yerel Saat Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	BA1	BA2	BA3	BA4	TP
A	2	3	3	3	0	0	3	0	3	3	3	0	3	0	3	0	3	3	3	0	3	0	3	3	47
B	2	3	3	0	0	0	3	0	3	3	3	0	3	0	2	3	3	3	0	0	3	0	2	3	42
C	2	3	3	3	0	0	3	0	3	3	3	3	3	0	2	3	3	3	0	0	3	0	2	3	48

A: Alp ***B: Bora*** ***C: Cenk*** ***TP: Toplam puan***

Tablo 4.1 incelendiğinde, öğrencilerin bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında ortaya koymuş olduğu yansıtmaların puanlanması sonucunda en fazla puanı Cenk'in, en az puanı ise Bora'nın aldığı görülmüştür. Öğrencilerin hiçbirinin B5, B6, B8, D4, D10 ve BA2 göstergeleri kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı tespit edilmiştir. Buna rağmen üç öğrencinin de B2, B3, B7, B9, B10, D1, D3, D7, D8, BA1 ve B4 göstergeleri kapsamında başarılı yansıtmalar ortaya koyabildiği söylenebilir.

.

4.2. “Değişen Saatler Problemi”nden Elde Edilen Bulgular

‘Değişen Saatler Problemi (Bkz. Ek 2)’ uygulama sürecinin ikinci problem çözme etkinliği olmakla birlikte, aynı zamanda bağlamı değiştirilerek oluşturulan ilk problemdir. Bu problem çözme etkinliği sırasında, öğrenciler problemde verilen yönergeleri sırası ile okumuş ve okudukları her yönerge hakkında görüş ileri sürmüşlerdir.

Öğrenciler ‘*Daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaştınız mı? Eğer cevabınız evet ise verilen problem ile daha önce karşılaştığınız problemi benzerlik ve farklılık yönünden ilişkilendirir misiniz?’* şeklinde verilen birinci yönergeyi okumuş ve ardından aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Alp: Ben karşılaştım [gülümseyerek]. Los Angeles sorusu vardı ya ona benziyor.

Bora: Bence ona benzemiyor, ben benzetemedim.

Cenk: Hayır, bence benziyor. Gerilik saatin geriliği ileri olması falan benziyor. Ben ondan benzettim başka benzetemedim.

Bora: Ama o problemde 10 saat ileri vardı sadece bunda birinde 5 dk geri birinde 7 dk ileri diyor. Benzemiyor ki.

Alp: Zaten sana dikkat ettiysen aynısı gibi bir problemle karşılaştın mı sormuyor, hani benzer yeri de olur farklı olan yeri de anladın mı Bora?

Bora: Ama bu başka ya. 10 saat falan dememiş ki. Onda 10 saat fark vardı, şimdikinde biri doğru saate göre 7 dk ileri diğeri 5 dk geri alıyor.

Alp: Yok yani demek istediğim Los Angeles’lı problem vardı ya hatırladın değil mi?

Bora: Evet.

Alp: Hehh işte bu problemde ona benzeyen yer var mı veya farklı olan bunu soruyorum sana.

Bora: Haa, o zaman dediğiniz gibi Los Angeles'lı probleme benzetebilirim. İleri geri yönünden benziyor size katılıyorum şimdi. Aradaki fark işi ikisinde de benzer (D4-).

Cenk: Benzemeyen yeri ise diğerinde iki yer arasında 10 saat fark vardı.

Alp: Evet ileri geri, saatlerin farkı yerleri benziyor. 10 saat benzemiyor. Haklısın. Bunda iki kişinin kol saati başka saati gösteriyor çünkü farklı yani. Orda iki yer arasında saat farkı vardı.

Öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında, Alp ve Cenk'in daha önce, verilen probleme benzer bir problemle karşılaştıklarını ifade edebildiği görülmüştür (D1). Ayrıca bu iki öğrenci, verilen problem ile bu problemin bağlamı değişmeden önceki hali olan "Yerel Saat Problemi" arasında bir benzerlik olduğunu ifade edebilmişlerdir. Bora'nın ifadelerine bakıldığında, arkadaşlarının verilen problemi "Yerel Saat Problemi"ne benzetmelerine karşın ısrarla iki problemin benzemediğini iddia ettiği görülmüştür. Bunun üzerine Alp, Bora'ya "Yerel Saat Problemi"ni hatırlayıp hatırlamadığını sormuş ve Alp'in sorularla kendisini yönlendirmesi sonucu Bora verilen problem ile "Yerel Saat Problemi" arasında bir benzerlik kurabilmiştir (D1). Buradan Bora'nın ilk başlarda grup arkadaşı temasının G2 göstergesi kapsamında bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Fakat Bora'nın Alp ile olan diyalogu sonucunda ise fikrini değiştirdiği görülmüştür, bu nedenle grup arkadaşı temasının G1 göstergesi kapsamında bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Üç öğrencinin de verilen problem ile "Yerel Saat Problemi" arasında bir benzerlik kurmasının ardından, Cenk iki problemin saat farkındaki ileri-geri durumu yönünden benzediğini, 10 saatlik farkın bu problemde olmadığından dolayı bir farklılık olduğunu söylemiştir. Cenk'in söylemleri incelendiğinde deneyim temasının D4 göstergesi kapsamında eksik bir şekilde yansıtma yapabildiği görülmüştür. Alp, Cenk'in sözlerine katıldığını belirtmiş ve bunlara ek olarak "Yerel Saat Problemi"nde iki yer arasındaki saat farkından söz edilirken, verilen problemde ise iki kişinin saatlerinin söz konusu olduğunu dile getirmiştir (D4). Bunun yanı sıra Alp'in grup arkadaşı temasının G1 ve G3 göstergeleri kapsamında da yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora ise iki problemin ileri-geri, saat farkı gibi yönlerden benzerlik gösterdiğini bu nedenle arkadaşlarının fikirlerine katıldığını belirtmiştir. İki problemin benzerliği hakkında fikir

söyleyip diğer öğrencilere katıldığı için Bora'nın grup arkadaşı temasının G1 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler verilen problemin kendilerine göre orta zorlukta olduğunu ifade etmişlerdir. Buradan üç öğrencinin de bağlam temasının BA1 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

'Problemi kendi cümleleriniz ile özetleyebilir misiniz?' şeklinde verilen 3. yönergeye bağlı olarak öğrenciler arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Bora: Başlayayım. Ayşe kol saatini doğru bir saate göre 7 dakika ileri almış. Ali ise doğru saate göre 5 dakika geri alıyor. Buna göre 90 dakika sürecek bir dizi 13.00'te başlıyor. Buna göre saat kaçta başladı onu soruyor.*
>
> *Alp: Hayır, öyle sormuyor ki.*
>
> *Bora: Ne soruyor ki?*
>
> *Alp: Yanlış dedin. 90 dakika sürerek Ali'nin saatine göre 13.00'te bitecek olmalıydı. Sen 13.00'te başlayacak dedin, yanlış yani. Bu dizi Ayşe'nin saatine göre kaçta başlamış bunu sordu. Gerisinde sana katılıyorum.*
>
> *Cenk: Ben bu problemi anlamadım. Karışık geldi bana.*

Problemi özetleme işine ilk olarak Bora başlamıştır. Fakat Bora problemi kendi cümleleri ile özetlemek yerine, problemi hızlıca okuyup problemde yer alan sayısal bilgileri söylemiştir. Ardından Alp, Bora'nın yanlış söylediğini, dizinin 13.00'te başlamayıp o saatte bittiğini belirtmiştir. Buna ilaveten Alp, problemde sorulanın Ayşe'nin saatine göre dizinin başladığı saat olduğunu dile getirmiştir. Alp Bora'nın bazı söylemlerinin yanlış olduğunu belirtip doğrusunu söyleyerek grup arkadaşı temasının G2 ve G3 göstergeleri kapsamında bir yansıtma ortaya koyabilmiştir. Alp ve Bora'nın açıklamaları incelendiğinde B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildikleri söylenebilir. Cenk ise bu kapsamda herhangi bir yansıtma yapamamıştır. Cenk'in problemi anlamadığını söylemesi üzerine Alp ve Bora problemi Cenk'e anlatmış ve bunun sonucunda ise, Cenk *"Problemi şimdi anladım."* demiştir.

'Problemde verilenler ile istenenlerin neler olduğunu ifade edebilir misiniz?' şeklinde verilen 4. yönergeye bağlı olarak öğrenciler arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Cenk: Eee zaten özetleme yaparken ettik ya ne gerek var.

Bora: Olsun diyelim bir daha. Ayşe'nin saati doğru saate göre 7 dk ileri, Ali'ninki 5 dk geri. Eeee…

Alp: 90 dk süren dizi var Ali'nin saatine göre 13.00'te bitmiş bunlar verilmiş. Dizinin başlama saatini Ayşe'nin saatine göre soruyor. Biz bunu bulacağız.

Cenk problemi özetleme sırasında verilen istenenlerin belirtildiğini, bu nedenle bir daha bunların belirtilmesinin gereksiz olduğunu söylemiştir. Bu nedenle Cenk'in bilgi temasının B2 göstergesi kapsamında yansıtma yapamadığı söylenebilir. Bora ile Alp ise verilen istenen bilgileri birbirlerinin söylemlerini tamamlayarak birlikte ortaya koyabilmiştir. Bu nedenle bireysel olarak ele alındıklarında Alp ve Bora'nın B2 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildikleri, buna rağmen ikisi bir olarak ele alındıklarında ise aynı gösterge kapsamında ortaya başarılı yansıtmalar koyabildikleri söylenebilir.

'Çözüme nasıl başlamayı düşünüyorsunuz? Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacınız var? Açıklayınız.' şeklinde verilen 5. yönerge okunduktan sonra öğrenciler arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Cenk: İlk dizi bittiğinde Ayşe'nin saati kaçtı onu buluruz. Sonra 5 dk geri 7 dk ileri bunları kullanırız. Bunlara göre yaparız problemi.

Bora: Bence bu ikisinin saatleri arasında 12 dakikalık fark var bunu kullanarak yaparız.

Alp: Şey olmayacak mı? Ali'nin saatine göre saat 13.00'te bitiyor. O zaman bundan 1.30 saati çıkarırız 90 dk 1,5 saat eder. Sonra şu ileri-geri demesini kullanırız. Çözüm için dizinin kaç dk sürdüğüne, ne zaman bittiğine bir de şu kaç dk ileri kaç dk geriye ihtiyacımız var.

Diyalog incelendiğinde Cenk ve Bora'nın çözüm için gerekli olan bilgilere yönelik herhangi bir şey söylemediği görülmüştür. Bu nedenle Cenk ve Bora'nın deneyim temasının D3 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir. Alp ise çözüm için ihtiyacı olan bilgilerin neler olduğunu ifade edebilmiştir. Buradan Alp'in D3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bununla birlikte üç öğrencinin de problemin çözümüne yönelik farklı başlangıç

metotları ortaya koymalarına rağmen neden, seçtikleri şekilde çözüme başlamayı düşündüklerini belirtmedikleri görülmüştür. Dolayısıyla, üç öğrencinin de deneyim temasının D5 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

'Çözüm yönteminizi adım adım açıklayarak kullandığınız şekil, denklem, formül veya dört işlemi neden seçtiğinizi ifade eder misiniz? Seçtiğiniz stratejiye (yönteme) bir isim verin, dense stratejinizi ne diye adlandırırsınız?' şeklinde verilen 6. yönergeye bağlı olarak öğrenciler arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Cenk: 90 dk süren dizi, 13.00'ten 90 dk geri gelerek yani çıkarma yaparak başlama saatini bulacağız Ali'ye göre (B4-). Öyle değil mi? Katılıyor musunuz?*
>
> *Alp: Evet, yani 11.30'ta başlamış oluyor. Ama şeye göre, Ali'ye göre (G1).*
>
> *Bora: Ayşe ile Ali'nin saatleri arasında 12 dk fark yok mu, o zaman 11.18 mi olacak, yookkk nasıl ya dur bir daha okuyayım. 11.42 de bitmiyor mu o zaman, yokk ya öyle midir?[zihninden hesaplama yapıyor]*
>
> *Cenk: Bence demene 11.18 gibi ama dur bir daha düşünelim. Kafam karıştı.*

Diyalog incelendiğinde, Cenk'in çözüme başladığı ve Alp'in bu başlangıcı onayladığı, buna rağmen Bora'nın bu çözümden farklı bir şekilde zihninden işlem yaparak Cenk ve Alp'in diyalogunun arasına girdiği görülmüştür. Bora, Alp'in açıklaması üzerine kafasının karıştığını belirtmiştir.

Konuşma şu şekilde devam etmiştir:

> *Bora: Ooooy nasıl bir soru bu ya. Saatler çok karışık geldi şimdi bana. Şöyle olmayacak mı şimdi dizi 13.00'te bitti, ee Ali'nin saati 5 dk geri gerçek saatten demek gerçek saat 13.05. Ayşe'nin saati 7 dk ileri gerçek saate göre. O zaman 13.12 değil mi arkadaşlar. Bundan da 1,5 saati çıkarırız.*
>
> *Alp: Nasıl yani anlamadım anlat bir daha.*
>
> *Cenk: Bence de bir kez daha anlatsan iyi olur, anlamadım ben de.*
>
> *Bora: Şimdi bu 13.00'te bitiyor ya. Ali'nin saati gerçek saate göre 5 dk geri. Bu nedenle 5 dk ileri alacağız, 13.05 olur (B3, B4).*

Cenk: Niye 5 dk geri almıyoruz, öyle diyor, 12.55 olmaz mı gerçek saat dizinin bitiş saati yani.

Alp: Ama diyor ki bak Ali'nin saati gerçek saate göre 5 dk geri. Ee 13.00'te bitmiş ise ona göre gerçek saatin 13.05 olması gerek 5 dk ilerisi yani.

Bora *"Bu ne biçim soru. Saatler çok karışık geldi şimdi bana."* diyerek probleme yönelik düşüncesini ortaya koymuş, dolayısıyla bağlam temasının BA2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabilmiştir. Bora'nın bu diyalogda ortaya koymuş olduğu çözüm yolunun bir önceki konuşmada kullandığı çözüm yolundan farklı olduğu görülmüştür. Bu durum, Bora'nın ortaya atmış olduğu ilk çözüm yolunun arkadaşlarından destek alamamasına bağlanabilir. Alp ve Cenk'in başlangıçta ortak hareket etmelerine rağmen (bu diyalogda da görüldüğü gibi) tercih ettikleri çözüm yolunu terk ederek Bora'nın ortaya koymuş olduğu çözüm yoluna odaklandıkları görülmüştür. Cenk daha önceden problemi anladığını belirtmesine rağmen, problemde verilen 5 dk geri ifadesinden gerçek saate geçememiştir. Bu durumdan yola çıkarak, Cenk'in problemi tam olarak anlayamadığı söylenebilir.

Bora: Anladınız mı, böyle olur mu sizce de?

Cenk: Ama başka yolla da yapabiliriz 90 dk geri alsak ilkten (B4-).

Alp: Sen hala 90 dakikada kaldın. Bundan da çıkar bize göre. Sen de katılıyor musun?

Cenk: Tamam bunu, yapalım olur. [düşündü] Ya Alp, ilk başta 90 dk geri alıp yapsak daha kolay olur ama.

Bora: Tamam o zaman Alp, Cenk'in dediği yoldan yapalım.

Alp: Tamam.

Öğrencilerin şu ana kadar olan problem çözme sürecine bakıldığında, hala ortak bir çözüm planı geliştiremedikleri görülmüştür. Bu nedenle Cenk ve Alp çözüm adına farklı şekilde ilerlemeyi tercih etmiştir. Bora ise ortaya atılan adım ne ise ona göre hareket etmiştir. Bora bu durumu kendisi ile yapılan görüşmede şu şekilde ifade etmiştir:

Ayşe'li problemde ortak bir plan oluşturmada zorlandık çünkü ortak bir karara varmak zor olmuştu. Çatışma yaşadığımız anlar çok oluyor çünkü. Benim

söylediklerim üzerinden gidilmeyince üzülüyorum. Bu grup olarak problem çözmenin olumsuzluklarından biri bana göre.

Cenk, Alp'in çözüm yöntemini anladığını fakat kendi çözüm yolunun daha kolay olduğunu belirtmiştir. Bunun üzerine Alp ve Bora, Cenk'in çözüm yolu üzerine odaklanmaya karar vermiştir.

Cenk: Şimdi bak Ali'ye göre dizi 11.30'ta başlıyor değil mi?

Alp: Evet.

Cenk: Ali'nin saati 5 dk geri ya. Olur saat 11.25.

Alp: Hayır geri almayacağız. Çünkü gerçek saat 5 dk ileri oluyor (G2).

Bora: 5 dk ileri alacaksın evet. Geri değil. Cenk aynen doğru saate göre 5 dk geri ise doğru saat 5 dk ileridir anladın mı? (G2)

Cenk: Şey evet doğru ya şimdi 5 dk ileri alacağız (B4-). İleri alınca Ali'nin gerçek saatini bulacağız. (G1)

Cenk 5 dk'yı çıkaracağını söylediğinde Alp ve Bora itiraz ederek 5 dk'nın ileri alınması gerektiğini nedenleriyle birlikte açıklamıştır. Bunun üzerine Cenk arkadaşlarına katılmıştır. Cenk bu durumu kendisi ile yapılan görüşme sürecinde dile getirmiş ve grup olarak çalışmanın problemdeki bazı kısımları anlamlandırması üzerinde olumlu etkisinin olduğunu belirtmiştir. Cenk'in açıklaması şu şekildedir:

Ayşe ile ilgili problemde ben problemde nereyi anlamadığımı arkadaşlarıma söyledim. Arkadaşlarım da anladıklarını bana anlatmaya çalıştı. Onların problemde anlamadığım o ileri geri yerini bana anlatmaları problemin o kısımlarını daha iyi anlamamı sağladı. Yani problemi anlamam kolaylaştı.

Çözüm sürecinin devamı şu şekildedir:

Alp: Ali'nin gerçek saati yok ki. 5 dk ileri alınca dizinin gerçek başlama saatini buluruz. 11.35 yani (B4). Buna 7 dk daha eklemeyecek miyiz? (B4-)

Bora: 7 dk'yı ekleyeceğiz değil mi? Kafam karıştı.

Alp: Tabii. Ya bunların saatleri neden bozuk ki? Uğraşıyoruz şimdi (BA2).

Cenk: Ne demiş, şuradaydı. Ayşe'nin saati doğru saate göre 7 dk ileri. Demin bulduk dizinin gerçek başlama saatini. 11.35 bunu da 7 dk ileri alacağız, toplayacağız (B3, B4-).

Bora: Evet o zaman bulduk 11.42'de başlamış olur Ayşe'ye göre.

Öğrencilerin ortak bir çözüm yolu üzerine odaklanmalarını takiben yaptıkları grup tartışması sayesinde sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Bora ve Cenk çözüm sürecinde kafalarının karıştığını belirtmiş ve kendileri ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde bu durumu şu şekilde dile getirmişlerdir:

Bora: "Değişen Saatler Problemi"nde bir plan kurmuştuk ama uygulamada yani çözerken kafamızın karıştığı anlar olmuştu.

Cenk: "Değişen Saatler Problemi"nde planı uygulama konusunda zorluk yaşamıştık. İleri geri olayı kafamızı karıştırmıştı. Bazen 5 dk ve 7 dk'yı ileri mi yoksa geri mi alacağımızı, şaşırdığımız anlar olmuştu.

Öğrenciler seçtikleri stratejiye isim vermeye çalışırken aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Alp: Bir de isim verin stratejiye demişti. Ne olabilir, algoritmik diyelim mi?

Cenk: Diyebiliriz bence çünkü 4 işlemden bazılarını kullandık. Sence Bora?

Bora: Bence de diyebiliriz.

Öğrencilerin söylemlerinden yola çıkarak algoritmik çözüm yolu ile dört işlem kullanarak gerçekleştirilen çözüm yolunun aynı şey olduğunu düşündükleri söylenebilir. Fakat öğrencilerin seçmiş oldukları yaklaşım incelendiğinde matematik cümlesi yazma stratejisini kullandıkları görülmüştür. Buradan üç öğrencinin de B5 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı söylenebilir.

'Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? ' şeklinde verilen 7. yönerge okunduktan sonra Cenk, buldukları sonucun Ayşe'nin saatine göre dizinin başlama saatini gösterdiğini belirtmiştir. Alp ise *"Evet, öyle."* diyerek Cenk'e katıldığını belirtmiş fakat kendisi herhangi bir fikir ortaya koymamıştır. Bora ise bu soruya herhangi bir cevap vermemiştir. Buradan Cenk'in bağlam temasının BA3 göstergesi kapsamında başarılı

bir şekilde yansıtma yapabildiği, buna rağmen Alp ve Bora'nın ise aynı gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

'Sizce bulduğunuz sonuç mantıklı mı?' şeklinde verilen 8.yönerge okunduktan sonra sadece Bora *"Saat bu şekilde çıkabilir mantıklı yani."* diyerek bir görüş ortaya koyabilmiştir. Buradan Bora'nın BA4 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, buna rağmen Alp ve Cenk'in ise bu gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

'Çözümün doğru olduğundan nasıl emin olabilirsiniz?' şeklinde verilen 9. yönerge okunduktan sonra öğrenciler arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Cenk: Kontrol edelim bir daha yaptıklarımızı. Ali'ye göre dizi 11.30'ta başlıyor.*
>
> *Bora: Tamam.*
>
> *Alp: Gerçek saat 5 dk ilerde olmalı 11.35 yani. Bunu 7 dk ileri almamız lazım Ayşe'ninkini bulmak için. Yapınca 11.42 oluyor. Tamam doğru yaptık. Evet doğru bulduk eminim.*
>
> *Bora: Bence de doğru yaptık.*

Öğrencilerin söylemlerine bakıldığında Cenk'in çözümün doğruluğundan emin olmak için yaptıkları işlemleri kontrol etmeyi tercih ettiği görülmüştür. Cenk işlemleri kontrol etmeye başladıktan sonra Alp devamını getirmek için araya girmiştir. Bora ise herhangi bir açıklama yapmadan, arkadaşlarının söylediklerini onayladığını belirtmiştir. Buradan Alp'in bilgi temasının B7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, buna rağmen Cenk ve Bora'nın ise bu gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

'Çözümünüz doğru değilse çözüm yönteminizi tekrar gözden geçirerek yeni bir çözüm planı geliştiriniz.' şeklinde verilen 10. yönerge okunduktan sonra sadece Cenk görüş belirtmiş ve *"Çözüm doğru olduğu için başka plana gerek yok."* demiştir. Diğer iki öğrenci Cenk'in bu görüşünü onaylamıştır. Üç öğrenci de çözümlerinin doğru olduğunu düşündüğünden dolayı bilgi temasının B8 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamamıştır.

'Problemi kullandığınız çözüm yolundan farklı bir yolla çözebilir misiniz? Eğer cevabınız evet ise çözüm yolunuzu açıklayınız.' şeklinde verilen 11. yönerge okunduktan sonra öğrenciler arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Bora: Ali ile Ayşe'nin saatleri arasında 12 dk fark oluyor değil mi?

Alp: 5 dk geri 7 dk ileri, evet 12 dk oluyor (G1).

Bora: O zaman Ali'ye göre dizi 13.00'te bitiyorsa Ayşe'ye göre 12 dk sonra yani 13.12 de biter, dimi?

Alp: Evet. Ali'ye göre 90 dk sürüyorsa Ayşe'ye göre de 90 dakika sürer, 13.12'den 90 yani 1.30 çıkarırsak durun yazayım şuraya. 11.42 olur (B4).

Alp: Şöyle de olurdu değil mi, bitişte gerçek saat 13.05 olur madem Ali 5 dk geri. 1,5 saat geri gelirsek 11.35 olur gerçek saat. Ayşe 7 dk ileri, toplarsak 11.42 (B3, B4).

Bora: Olur al sana farklı iki yol daha.

Bu konuşma incelendiğinde, öğrencilerin problem için ortak bir çözüm yolu bulmadan önce ortaya koydukları stratejileri ele alarak sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Öğrenciler önceki çözümlerinde Cenk'in çözüm yoluna odaklanmışlardı, burada ise Alp ve Bora farklı iki çözüm yolu ortaya koyabilmiştir. Bora ortaya farklı bir çözüm planı koyabilmesine rağmen bu planı uygulama konusunda Alp de söz sahibi olmuştur. Bu nedenle Bora'nın bilgi temasının B9 göstergesi kapsamında eksik bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna rağmen Alp farklı bir çözüm planı ortaya koyarak, kurduğu planı tek başına uygulayabilmiştir. Buradan Alp'in Bora'nın aksine B9 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, Cenk'in ise aynı gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

'Size göre seçtiğiniz hangi çözüm yolu en iyisidir? Neden?' şeklinde verilen 12.yönerge okunduktan sonra öğrenciler bu soruyu şu şekilde cevaplamıştır:

Bora: Bana göre şu başta 12 dk'yı kullandığımız yöntem daha iyiydi. Çünkü bir daha gerçek saati bulmak yok Ali'ninkini oradan Ayşe'ninkini gibi uzun yapmadık. Hemen çıktı.

Cenk: Bence ilk yaptığımız yöntem daha güzeldi. Çünkü saat 13.00'ten 1,5 saat geri gelerek işlem yapmak daha kolaydı.

Alp: Ben Bora'nın dediği yöntem daha iyiydi. Çünkü öyle düşünmek daha zor, diğer yöntemler daha kolay bence. Kolayı herkes yapar, zoru herkes yapamaz. Bu nedenle bunu sevdim.

Öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında, Bora ve Alp'in iki kişinin saatleri arasındaki 12 dakikalık farkı kullanarak yapılan çözüm yolunu beğendikleri görülmüştür. Bora bu yöntemin diğerlerine göre daha kısa olduğunu, bu nedenle bu çözüm yolunun kendisine göre daha iyi olduğunu belirtirken; Alp söylediği çözüm yolunu sevmesinin nedenini bu yolu düşünmenin daha zor olması olarak ifade etmiştir. Cenk ise arkadaşlarının aksine problem için ilk başta ortaya koyulan çözüm yönteminin kendisine göre daha iyi olduğunu, böyle düşünme sebebinin ise söylediği çözüm yolunun kendisine kolay gelmesine bağlamıştır. Buradan üç öğrencinin de deneyim temasının D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problemin koşullarının değişmiş hali olarak *'Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığın çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz? Ayşe, kol saatine göre 15.30'da okuldan çıkıp servis aracına binseydi Ali'nin kol saatine göre 17.00'de evine varmış olacaktı. Bu duruma göre Ayşe kaç dakikada eve ulaşmış olacaktı?'* şeklinde verilen 13.yönergeyi okuduktan sonra aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Bora: İlk problem durumu için kullandığımız yöntem algoritmikti. İşlemli yani. Bu da diğer probleme benzediği için aynı yolu kullanabiliriz diye düşünüyorum. Diğerini gerçek saat üzerinden çözmüştük.

Cenk: Evet kullanabiliriz toplama çıkarmayı. Benziyor zaten.

Cenk ve Bora'nın söylemlerine bakıldığında, problem için kullandıkları çözüm yolunun problemin koşulları değişse de kullanılabileceğini ifade edebildikleri görülmüştür. Bunun nedenini, iki problem durumun benzerlik taşıması dolayısıyla aynı çözüm yolunun geçerli olabilmesi olarak belirtmişlerdir. Buradan Cenk ve Bora'nın deneyim temasının D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp aynı gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma yapamamıştır.

Konuşmanın devamı şu şekildedir:

Cenk: İlk başta 15.30'u 7 dk geri alacağız. 15.23 (B4-)

Alp: Bu gerçek saat.

Bora: Gerçek saat evet. Kızın okuldan çıkmasının gerçek saatini bulmuş olduk. Ali'nin kol saati 5 dk geriydi gerçek saate göre. 17.00 demiş o zaman 16.55 olacak (B4).

Alp: Hayır. Eklememiz lazım.

Cenk: Aynen, eklememiz lazım.

Bora: 17.00 Ali'nin saati doğru, gerçek saate göre 5 dk geriydi haa evet 5 dk ilerde olması gerek ekleyeceğiz. 17.05 olur yani (B3, B4).

Cenk Ayşe'ye göre verilen saati kullanarak gerçek saati bulma yoluna gitmiş ve problemin çözüm sürecini başlatmıştır. Cenk çözüme nereden başlayacağını ifade etmesine rağmen, neden seçtiği şekilde bir başlangıcı tercih ettiğini söylememiştir. Bu nedenle Cenk'in D5 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora ve Alp ise çözüme başlamak için herhangi bir fikir ortaya koyamadıkları için, bu iki öğrencinin aynı gösterge dâhilinde (D5) yansıtma yapamadığı söylenebilir. Bora 17.00'yi 5 dk geri alarak gerçek saati bulabileceğini söylemiş fakat Alp ve Cenk bu duruma itiraz etmiştir. Bunun üzerine Bora saat 17.00'nin Ali'nin saati olduğundan dolayı 5 dk ileri alınarak gerçek saate ulaşabileceğini söyleyerek arkadaşlarına katılmıştır. Buradan Bora'nın grup arkadaşı temasının G1 göstergesi dâhilinde bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bununla birlikte Bora'nın yapacağı işlemi neden seçtiğini ifade ettiği, Cenk'in başlangıçta 15.30'tan 7 dk'yı neden çıkaracağını ifade etmediği, Alp'in ise çözüm adına herhangi bir işlem yapamadığı görülmüştür. Buradan B3 göstergesi dâhilinde Bora'nın başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, Cenk'in eksik bir şekilde yansıtma yapabildiği, Alp'in ise herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Diyalog şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Gerçek saatleri bulmuş olduk. 17.05'ten 15.23'ü çıkarmamız lazım (B4-).

Bora: Tamam çıkaralım. 01.42 çıkıyor. Buna 7 ekleyelim (B4-).

Alp: Neden ekleyelim ki?

Bora: Çünkü Ayşe'nin saati 7 dk ileri, bizim bulduğumuz gerçek saat eklemek lazım geçen süreye.

Cenk: 7 dk ekleyelim evet gerçek saate göre 7 dk ileri diyor Ayşe için.

Alp: Hımm tamam 7 dk ekleyelim o zaman. 01.49 olur (B4-).

Alp, buldukları 17.05 ve 15.23'ün gerçek saatleri ifade ettiğini, bu nedenle belirtilen iki saati çıkarmaları gerektiğini söylemişlerdir. Alp yapacağı işlemi neden seçtiğini ifade etmemiştir. Bu nedenle Alp'in bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora yapılan çıkarma işleminin sonucunun 01.42 çıktığını söylemiş ve bu süreye 7 dk eklemeleri gerektiğini ifade etmiştir. Alp ise neden 7 dk eklemeleri gerektiğini sormuş, Bora da Ayşe'nin saatinin gerçek saate göre 7 dk ileri olduğunu bu nedenle geçen süreye 7 dk eklenmesi gerektiğini dile getirmiştir. Alp ve Cenk, 7 dk ekleme konusunda Bora'ya katılmıştır.

Alp: Ama duuurrr [heyecanla], eklememize gerek yok ki.

Cenk: Demin ekleyeceğiz dedik katıldın, ekleyeceğiz mi eklemeyeceğiz mi? Bizi mi kandırıyorsun?

Diyalogun devamında Alp birden heyecanlı bir şekilde, buldukları 1.42'lık süreye 7 dk eklemeyeceklerini söylemiştir. Bunun üzerine ise Cenk, az önce ekleyeceğiz dediklerinde kendilerine katıldığını, bir ekleyip bir eklemeyelim diyerek kendileri ile dalga geçer gibi bir tutum sergilediğini dile getirmiştir.

Bora: Bu bize gerçek saate göre mi kaç dk'da eve ulaştı soruyor, Ayşe'nin saatine göre mi kaç dk'da ulaştı soruyor?

Alp: Ayşe kaç dk'da eve ulaştı soruyor? Bize saati sormadı ki, geçen süreyi sordu, şunu düşünmemiz gerekmiyor mu yanlış saate göre geçen süre ile doğru saate göre geçen süre aynı değil midir?

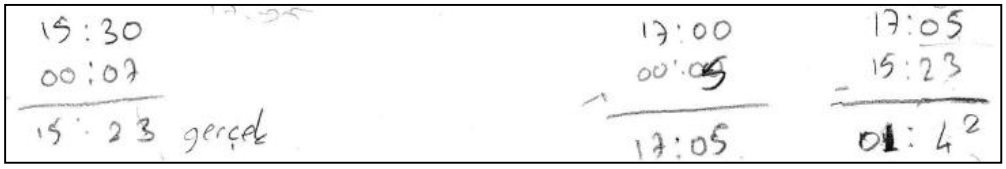
Bora: Aynı mı olur ki düşüneyim.

Bora'nın söyledikleri incelendiğinde, Ayşe'nin kendi saatine göre eve varış süresi ile gerçek saate göre varış süresinin farklı olduğunu düşündüğü görülmüştür. Bunun üzerine Alp, Bora'ya kendilerine saatin sorulmadığını, sürenin sorulduğunu söyleyerek,

yanlış bir saate göre geçen süre ile gerçek bir saate göre geçen sürenin aynı olup olmadığına dair bir soru yöneltmiştir.

> *Alp: Diyelim yanlış saate göre kız eve 20 dk'da gitsin. Eee doğru saatin başlama ve gidiş zamanı farklı olabilir ama süre aynı olur bence.*
>
> *Bora: Hımmm anladım haklısın Alp. O zaman demin yanlış yaptık. 7 dk eklemeyeceğiz. Süre değişmez. O zaman 01.42'ye 7 dk eklemeye gerek yok. Çünkü Ayşe'nin saatine göre okula gidiş saatine 7 dk eklenecek dönüş saatine de 7 dk eklenecek. Yani değişen bir şey olmuyor aslında. Doğru. Gerçek saatteki süre ile aynı oluyor (G3).*
>
> *Cenk: Bence de. Doğru. Ayşe'nin saatine göre de gerçek saate göre de 1 saat 42 dk'da eve gider.*

Alp bir örnek vererek söylemek istediğini ifade edebilmiştir. Alp'in söylediklerini anladığını belirten Bora, 7 dk eklenmemesi gerektiği konusunda ikna olarak Alp'e katılmış ve neden sürenin değişmediği yönünde bir açıklama yapabilmiştir. Buradan Bora'nın grup arkadaşı temasının G1 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp ise herhangi bir düşünce ortaya koymadan arkadaşlarına katıldığını belirtmiştir.



Şekil 4.3. Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi"nin Koşulları Değiştirilerek Oluşturulan İlk Problem Durumuna Yönelik Yaptıkları Çözüm

Öğrenciler problemin koşullarının değişmiş hali olarak *'Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz? Ali cumartesi günü evine 25 dakika uzaklıkta bulunan sinemaya gidip, kol saatine göre 14.25'te başlayıp 100 dakika süren sinema filmini izlemiş olsaydı, film Ayşe'nin saatine göre kaçta bitmiş olurdu?'* şeklinde verilen 14. yönergeyi okumuş ve iki problemin benzediğini, bu nedenle önceki çözüm yolunun kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Buradan üç öğrencinin de deneyim temasının D7

göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Öğrenciler arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Cenk: Şu 25 dk'yı niye vermiş ki, ona gerek yok bence. Ne gerek var bununla ilgili bir şey sormamış.

Alp: Ali'nin saatine göre 14.25 ise 5 dk geriydi. Bu nedenle doğru saat 14.30 olur.

Cenk: Evet.

Alp: Sonra 7 dk eklemeyecek miyiz? (B4-)

Bora: Şimdi mi ekleyelim?

Cenk: Olsun şimdi ekleyelim. O zaman film başladığında Ayşe'nin saati 14.37'dir.

Bora: 14.37'ye 100 dk yani 01.40 ekleyelim. Kaç olur? 15.77 yani 16.17 olur (B4).

Cenk problemde verilen 25 dk'nın fazlalık bir bilgi olduğunu söylemiş, bu durumun nedenini 25 dk ile ilgili bir şey sorulmadığı olarak belirtmiştir. Buradan Cenk'in deneyim temasının D2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp neden 7 dk eklemesi gerektiğini belirtmemiştir. Benzer şekilde Bora da 14.37'yi neden 100 dk ile topladığını belirtmemiştir. Bu nedenle Alp ve Bora'nın bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

'Size verilen problemden yararlanarak yeni bir problem durumu yazabilir misiniz? Yazdığınız problem çözülebilir mi, nedenini açıklayınız.' şeklindeki 15.yönerge okunduktan sonra öğrenciler arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Bora: Yeni problem yazın diyor. Yazalım. Nasıl başlayalım.

Alp: Ayşe pazar günü voleybol kursuna Ali'nin saatine göre eee kaçta gitsin?

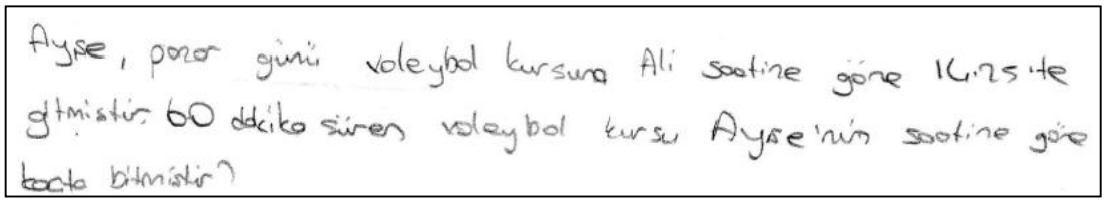
Cenk: 14.25 olsun.

Bora: Tamam. Kaç dk sürsün peki?

Alp: Bence 60 dk yaz daha kolay çözülsün, uğraşmayalım çok.

Cenk: Aynen 60 dk yaz.

Öğrencilerin yazdıkları problem şu şekildedir:



Şekil 4.4. Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi"ne Benzer Oluşturdukları Problem

Öğrencilerin, oluşturdukları problemi çözüm süreci şu şekildedir:

> *Alp: Gerçek saat 14.30 olur. 1 saat ekleyelim. Bitiş istiyor çünkü. 15.30 olur (B4).*
>
> *Bora: Ayşe'nin saati gerçek saate göre 7 dk ileriydi eklersek kaç olur 15.37 olur dimi? (B4-)*
>
> *Cenk: Bakayım hı hı evet doğru.*
>
> *Alp: Bence de.*

Diyalog incelendiğinde Alp ve Cenk'in birbirini tamamlayarak benzer bir problem kurabildiği görülmüştür. Bu iki öğrencinin deneyim temasının D8 göstergesi kapsamında bireysel olarak değerlendirildiklerinde eksik, birlikte değerlendirildiklerinde ise başarılı bir şekilde yansıtma yapabildikleri, buna rağmen Bora'nın aynı gösterge kapsamında herhangi yansıtma yapamadığı söylenebilir. Ayrıca Alp'in kurdukları problemde çözüm kolay olsun diye süreyi 60 dakika olarak vermeleri dikkat çekmiştir. Alp 60 dakika demesinin sebebini çözüm için kolaylık sağlayacağını düşünmesine bağlamıştır. Çözüm süreci incelendiğinde Alp ve Bora'nın aktif rol oynadıkları belirlenmiştir. Alp 14.25'e neden 5 dk eklediğini belirtmemesine rağmen, bitişi bulmak için 1 saat eklemesi gerektiğini ifade edebilmiştir. Buradan Alp'in B3 göstergesi dâhilinde eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora ise neden 7 dk ekleme gereği duyduğunu belirtmiştir. Bu nedenle Bora'nın bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Tüm bunlar ışığında, bireysel olarak ele alındıklarında Alp ve Bora'nın B10 göstergesi kapsamında eksik, birlikte değerlendirildiklerinde ise aynı gösterge çerçevesinde ortaya başarılı yansıtmalar koyabildikleri söylenebilir. Cenk ise arkadaşlarının aksine, çözüm

sürecinde herhangi bir fikir ortaya koymamıştır bundan dolayı Cenk'in B10 gösterge kapsamında yansıtma yapamadığı ifade edilebilir.

'Problemi ilk kez okurken, çözerken ve sonucu bulduğunuzda ne hissettiğinizi ayrı ayrı ifade eder misiniz?' şeklinde verilen 16.yönerge okunduktan sonra öğrenciler duygu ve hislerini şu şekilde ifade edebilmiştir:

> *Cenk: İlk okurken problem karışık geldi bana. Çözemeyebilirim gibi hissettim karıştırabilirim diye düşündüm çünkü (H2). Anlamadığım yerler olmuştu. Ama çözerken arkadaşlarım da fikirlerini söylediği için zorlanmadım. Daha sonradan anlayınca bir rahatlama hissettim. Anlayınca çözmek daha kolay geldi ve çözerken mutlu hissetmeye başladım. Sonucu bulduğumuzda ise kendimi iyi hissettim, sevindim.*
>
> *Bora: İlk okuduğumda bana da karışık geldi, saatler bir ileri bir geri. Problemi çözerken hata yapabilirim gibi hissettim (H7). Çözerken bir de tartışırken problemi daha da iyi anladım. Arada karıştırdığım oldu ileri geriyi. Ama çözerken mutluydum. Sonucu bulduğumuzda ise sevindim. Sonuçta karışık gelen bir daha doğrusu üç problem bir de kendi yazdığımız problemi çözdük.*
>
> *Alp: İlk okurken bana da karışık geldi. Bu nedenle biraz korktum karıştırabilirim diye. Ama çözerken rahatladım. Sonucu bulduğumuzda ise mutlu oldum.*

Üç öğrenci de problemi ilk kez okuduğunda kendilerine karışık gibi geldiğini söylemiştir. Cenk bu durumu kendisi ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakat sürecinde şu şekilde dile getirmiştir:

> *Ayşe'li problem saatin ileri geriliğinden dolayı kafa karıştırıcıydı. Pek de zor demeyeyim de, diğer problemlere göre daha kafa karıştırıcıydı yani.*

Bora ise problemdeki ileri geri saat durumunu karıştırabileceğinden dolayı çözerken hata yapabileceğini dile getirmiştir. Bora bu durumu kendisi ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakat sürecinde şu şekilde dile getirmiştir:

> *"Değişen Saatler Problemi" bence bu altı problem içinde en zor olanıydı. İleri-geri işini ayarlamak zordu. Yani kafa karıştırıcı bir problemdi.*

Alp ise problemdeki ileri geri durumunu karıştırabileceğinden dolayı korktuğunu ifade etmiştir. Buradan Alp'in H8 göstergesi dâhilinde bir yansıtma yapabildiği belirlenmiştir. Cenk çözüm sürecinde arkadaşlarının açıklamaları sayesinde problemi daha iyi anladığını belirtmiştir. Bora ve Cenk problemi çözerken mutlu olduklarını ifade ederken, Alp ise korkusunun kaybolup rahatladığını dile getirmiştir. Buradan Bora ve Cenk'in H3 göstergesi, Alp'in ise H9 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Üç öğrenci de sonucu bulduklarında sevinip, mutlu olduklarını belirtmiştir. Bu nedenle üç öğrencinin de H3 göstergesi dâhilinde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi" sürecinde bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki mevcut durumları Tablo 4.2'de gösterilen şekilde özetlenmiştir.

Tablo 4.2. Öğrencilerin "Değişen Saatler Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	BA1	BA2	BA3	BA4	TP
A	2	2	1	3	0	0	3	0	3	2	3	0	3	2	2	3	0	2	0	0	3	3	0	0	37
B	2	2	3	2	0	0	0	0	2	2	3	0	0	2	2	3	3	2	0	0	3	3	0	3	37
C	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	2	2	3	3	0	0	0	3	0	3	0	21

A: Alp ***B: Bora*** ***C: Cenk*** ***TP: Toplam puan***

Tablo 4.2 incelendiğinde, öğrencilerin bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında ortaya koymuş olduğu yansıtmaların puanlanması sonucunda Cenk'in en düşük puanı, Alp ve Bora'nın ise aynı puanı aldığı görülmüştür. Bir önceki "Yerel Saat Problemi"nde en yüksek puanı alan Cenk'in "Değişen Saatler Problemi"nde en düşük puanı alması ise araştırmacının dikkatini çekmiştir. Ayrıca öğrencilerin hiçbirinin bu süreçte B5, B6, B8, D2, D9 ve D10 göstergeleri kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı, buna rağmen öğrencilerin üçünün de D1, D6 ve BA1 göstergeleri kapsamında başarılı yansıtmalar ortaya koyabildiği söylenebilir.

4.3. Saksıdaki Çiçekler Problemi"nden Elde Edilen Bulgular

Bu problem çözme etkinliği sırasında öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar incelendiğinde Cenk ve Bora'nın daha önce, verilen probleme benzer bir problemle karşılaşmadığı tespit edilmiştir (D1). Alp ile araştırmacı arasında ise şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Verilen probleme benzer bir problemle daha önceden karşılaştın mı?

Alp: Eskiden böyle problemler çözüyorduk.

Araştırmacı: Peki, o problemler ile bu problemin benzeyen veya farklı olan yönleri neler?

Alp: Bu kadar şey aldı kaç TL öder gibi problemdi onlar. Burada da çiçek almış, şu kadar para verdi, kaç tane çiçek aldı falan soruyor.

Araştırmacı: Aynı böyle şart sunuyor muydu problemde, yani saksı getirirse şu kadar, getirmezse bu kadar gibi mi soruyordu öncekilerde?

Alp: Yok. Saksı getirme falan yoktu. Onlar daha basitti. Küçükken çözüyorduk. Müşteri ne kadar veriyor, kaç tane şey alıyor gibiydiler. Burada şartlara göre para miktarı değişiyor. Bu farklı.

Araştırmacı: Bu tarz bir probleme rastlamadın yani, öyle mi?

Alp: [Başını sallıyor] Evet.

Alp daha önce, verilen probleme benzer problemlerle karşılaştığını belirtmiştir. Alp'in açıklamaları incelendiğinde, küçükken karşılaştığı problemlerin hesap yapmayı gerektiren rutin problemler olduğu söylenebilir. Alp önceden karşılaştığı problemlerin de benzer şekilde müşteri belli bir miktar para verirse, istediği şeyden kaç tane aldığını sorduğunu belirtmiştir. Buna ek olarak Alp önceki problemlerin bu probleme göre daha kolay olduğunu, değişen şartlara göre para miktarının da farklılaşmasından dolayı verilen problem tarzıyla ilk defa karşılaştığını söylemiştir. Her ne kadar Alp verilen problem tarzında bir problem ile daha önceden karşılaşmamış olsa da, ilkokul düzeyindeki rutin problemler ile benzerlik ve farklılıkları ortaya koyabildiği için

deneyim temasının D1 ve D4 göstergeleri kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ve Cenk verilen problemin kendilerine göre orta dereceli bir zorluğa sahip olduğunu belirtirken, Bora ise önceki iki saatli probleme göre bu problemin kendine daha kolay geldiğini ifade etmiştir. Buradan üç öğrencinin de bağlam temasının BA1 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Cenk yapılan görüşmede araştırma süresince karşılaştığı altı problem içerisinde kendisine en zor gelenin "Saksı Problemi" olduğunu belirtmiştir. Bunun sebebi sorulduğunda ise *"Problemi birkaç defa okuyunca anladım çünkü. Kafamda çözümü kurguladım. 1,4 ile 5'i çarpınca 7 buldum aklımdan. Ama geri kalan 33 lirayı ne yapacağımı hemen anlamamıştım. Bu yüzden tam anlayana kadar okumaya devam ettim. Anlayınca kolaylaştı. Anladım 33 lirayı ne yapacağımı."* şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Verilen problemi Cenk *"Bir müşteri Mehmet Amca'ya 5 adet saksı veriyor. Ve aldığı çiçeklerin adrese teslim edilmesini istiyor. Mehmet Amca'ya 40 TL ödedi ve kaç tane çiçek satın aldığını soruyor."* şeklinde özetlemiştir. Fakat Cenk'in yaptığı özetlemeye bakıldığında, kendi cümlelerini kullanmadığı görülmüştür. Bu nedenle Cenk'in B1 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora ile yapılan klinik mülakat şu şekilde devam etmiştir:

> *Bora: Problemde bize Mehmet Amca 5 adet saksı getiriyor. Aldığı çiçeklerin adrese teslim edilmesini istiyor. Bir de 40 TL veriyor. Buna göre kaç çiçek almış onu bulacağız.*
>
> *Araştırmacı: Mehmet Amca mı 5 adet saksı getiriyor?*
>
> *Bora: Mehmet Amca 5 adet saksı evet.*
>
> *Araştırmacı: Bak bakalım probleme bir daha.*
>
> *Bora: Bir müşteri Mehmet Amca'ya 5 adet saksı getiriyor. Haaa, bir müşteri saksı getiriyor. Düzelteyim.*

Bora problemi özetlerken saksı getiren kişiyi müşteri değil Mehmet Amca olarak ifade etmiştir. Araştırmacının Bora'yı sorularla düşünmeye yönlendirmesi üzerine Bora, yaptığı hatayı düzeltmiştir. Fakat Bora'nın yaptığı özetlemeye bakıldığında, kendi

cümlelerini kullanmadığı görülmüştür. Bu nedenle Bora'nın da B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ile yapılan klinik mülakat ise şu şekilde devam etmiştir:

Alp: 40 TL ödeyecek ona kaç tane çiçek aldı soruyor?

Araştırmacı: Bu kadar mı, diyelim problemi hiç okumadım. Pek bir şey anlamadım dediğinden. Bir 40 TL verdi bir de kaç çiçek aldı, yeterli değil gibi? Orda başka bir şeyler de var sanki değil mi?

Alp: Fiyatı da var. Şimdi şey müşteri 5 adet saksı getiriyor. Adrese teslim istiyor. Adrese teslim, kendi alırsa, saksı getirirse falan farklı fiyat ödeniyor. Bu kadar.

Alp bir önceki bireysel problem çözüm etkinliğinde (Yerel Saat Problemi) olduğu gibi problemi özetlerken yine kestirme bir cevap verme yoluna gitmiştir. Araştırmacı, Alp'in söylediklerinin problemi okumayan biri için problemi anlamaya yetmeyeceğini ve problemde farklı verilerin de var gibi göründüğünü dile getirmiştir. Bunun üzerine Alp söylediklerine, başlangıçta özetleme için kullanmadığı bilgileri eklemiştir. Fakat Alp'in yaptığı özetlemeye bakıldığında, kendi cümlelerini kullanmadığı görülmüştür. Bu nedenle Alp'in de B1 göstergesi kapsamında eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk ve Bora problemde verilen ve istenenleri şu şekilde belirtmiştir:

Cenk: Müşterinin kaç tane çiçek aldığını soruyor bize. Bu istenmiş. Ama 5 adet saksı getirmiş. Ve aldığı çiçeklerin adrese teslim edilmesini istemiş. Geriye kalanları da saksı getirmeden alacak ama adrese teslim istiyor. Bir de şu tabloda bu olursa şu kadar bu olursa bu kadar fiyat vermiş.

Bora: Bir müşteri Mehmet Amca'ya 5 tane saksı getiriyor. Aldığı çiçekleri adrese teslim istiyor. Sonra Mehmet Amca'ya 40 TL veriyor. Bunlar verilenler bir de şurada koşullar var adrese teslim kendi alırsa burada farklı fiyatlar var bunlar da verildi. Kaç tane çiçek aldı müşteri bunu soruyor.

Cenk ve Bora'nın söyledikleri incelendiğinde problemde verilen ve istenenleri eksiksiz olarak ifade edebildiklerinden dolayı ikisinin de B2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ile araştırmacı arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Alp: Şimdi bu verilenlere göre, durumlara göre fiyatın kaç TL olduğunu vermiş. Mesela adrese teslim olursa veya müşteri gelip alırsa kaç TL olduğunu vermiş. Sonra kaç saksı aldığını da dedi.*
>
> *Araştırmacı: Kaç saksı aldığını dedi mi?*
>
> *Alp: Dedi.*
>
> *Araştırmacı: Demin problemi özetlerken dedin ki müşteri 5 saksı getiriyor, aldı demedin ki.*
>
> *Alp: Yanılmışım haklısınız. Müşteri 5 saksı getirdi diyor, kaç tane aldı bilmiyorum şu an doğru. Sonra adrese teslim istemiş. Müşteri 40 TL ödemiş onlara. Bunları biliyorum. Kaç çiçek satın aldığını soruyor.*

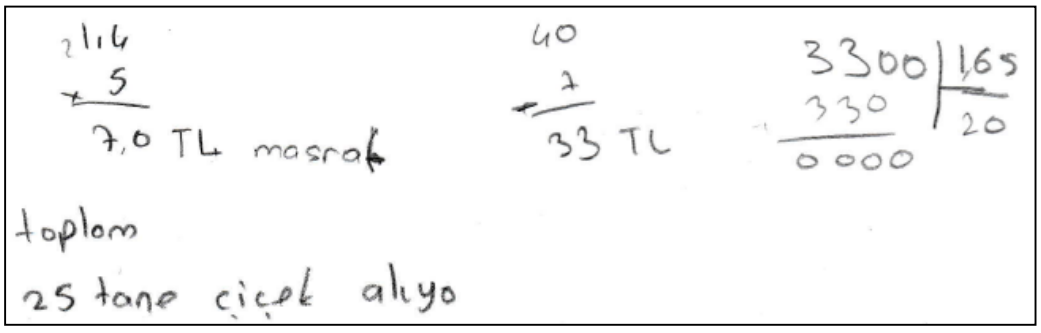
Alp problemde verilenleri ifade ederken, müşterinin aldığı saksı sayısının da verildiğini söylemiştir. Araştırmacı Alp'e problemi özetleme aşamasında müşterinin aldığı saksı hakkında bir şey demeyip, müşterinin 5 saksı getirdiğini söylediğini belirttiğinde Alp yanıldığını dile getirmiştir. Bunun üzerine Alp, verilenler ve istenenler ile ilgili olarak söylediklerine doğru eklemeler yapabilmiştir. Alp'in başlangıçta verilenler ve istenenler konusunda yanlış bir bilgiyi yansıtmasına rağmen durumu toparladığı söylenebilir. Alp'in söyledikleri göz önüne alındığında, B2 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği denilebilir.

Cenk *"Kaç adet saksı getirdiğine ve adrese teslim edilecek mi yoksa müşteri mi gelip alacak ona ihtiyacımız var. Ve müşteri Mehmet Amca'ya kaç lira ödedi ona göre bulacağız. Önce saksı getirdi diye bu 5 tanenin fiyatını hesaplayacağım. Sonra geri kalan fiyatı bulup saksı getirmeden adrese teslim fiyatına bölüp bulacağım."* şeklinde bir açıklama yaparak hem çözüm için gerekli bilgilerin neler olduğunu hem de çözüme nasıl başlamayı düşündüğünü ifade edebilmiştir. Alp de *"Şimdi şey şurada [söylediklerini problem üzerinde gösteriyor] kaç tane saksı getirmiş, sonra bir de parası da var. Bir de şu şartlar var ya oradaki fiyatlara ihtiyacım var. Önce saksı getirdi diye bunlara ödeyeceği parayı bulurum. 40 TL ödedi bakarım saksı getirmeden alacağı çiçeklere kaç TL ödedi. Öyle öyle giderim."* şeklinde bir açıklama yaparak Cenk'in yaptığı gibi hem çözüm için gerekli bilgilerin neler olduğunu hem de çözüme

nasıl başlamayı düşündüğünü ifade edebilmiştir. Bora ise "*Çözüme ilk önce, 5 tane saksı getiriyor adrese teslim istiyor. Buradan başlayacağız. Sonra adrese teslim istiyor 1,4 TL bir çiçek bunu 5 ile çarpacağım. Mehmet Amca'ya 40 TL ödüyor. Oradan geriye bakacağım başka çiçekler kaç tane alacak diye saksı getirmeden.*" şeklinde bir açıklama yaparak çözüme nasıl başlamayı düşündüğünü ifade edebilmiştir. Buna rağmen Bora'nın çözüm için gerekli bilgilerin neler olduğunu ifade etmediği görülmüştür. Öğrencilerin açıklamaları göz önüne alındığında, Alp ve Cenk'in çözüme neden söyledikleri şekilde başlayacağını belirttiği görülmüştür. Dolayısı ile bu iki öğrencinin D5 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, buna rağmen Bora'nın neden belirtmediğinden dolayı aynı gösterge dâhilinde eksik bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna ek olarak Alp ve Cenk'in deneyim temasının D3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildikleri, Bora'nın ise aynı gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Cenk'in problemi çözüm yöntemi şu şekildedir:

> *Müşteri, Mehmet Amca'ya 5 adet saksı getirdi ve aldığı çiçeklerin adrese teslim edilmesini istediğine göre 1,4 liradan hesaplanacak bu tabloya göre. 5 taneyi bulmak için çarpacağım 1,4.5= 7 lira yapar (B3, B4). Mehmet Amca'ya 40 TL ödedi, 40 TL ödediğine göre 7 TL zaten buna ödeyecek geriye kalanı bulacağım, çıkardım onları 33 TL (B3, B4). Diğer çiçekler için saksı getirmediğine göre 1,65'ten hesaplanacak tanesi demek. Kaç çiçek aldığını bulmak için 33'ü 1,65'e böleceğim, 33:1,65 virgül kaydırıp diğerine iki sıfır eklersek 3300:165 olur 20 çıkar (B3, B4). Yani 20 çiçek aldı ve 5 adet saksı da oradan. 5 çiçek yani. 20+5 ten 25 çiçek olur.*



Şekil 4.5. Cenk'in "Saksı Problemi" İçin Yaptığı Çözüm

Cenk'in problemde verilen tabloyu yorumlayıp, istenen duruma göre hesaplamada kullanması gereken fiyatı bulabildiği görülmüştür. Buna ilaveten Cenk, yaptığı işlemleri, neden seçtiğini söyleyebilmiştir. Buradan Cenk'in B3 göstergesi kapsamında başarılı yansıtmalar yapabildiği söylenebilir.

Bora ile yapılan klinik mülakat şu şekilde devam etmiştir:

Bora: İlk önce müşteri 5 adet saksı getiriyor. Bir de adrese teslim istiyor. Yani 5 tane getiriyorsa 1,4 ile 5'i çarpacağız, toplam 7 TL buradan veriyor (B4-). 7 TL buradaki masraf.

Araştırmacı: Neden 1,4 TL'yi seçtin.

Bora: Çünkü saksı getirip adrese teslim isterse 1,4 TL demiş.

Araştırmacı: Neden 5 ile çarptın?

Bora: Çünkü bir tanesi 1,4 beş tanesinin fiyatını bulmak için çarpma yapılır.

Araştırmacı: Güzel, devam edebilirsin.

Bora: Müşteri 40 lira ödüyormuş. O zaman gerisi müşteri saksı getirmiyor ama adrese teslim ediliyor yani 1,65 liradan hesaplanacak. İlk önce 40'tan 7'yi çıkarayım, 33 TL yapar 33'ü 1,65'e bölsek buluruz, bir taneyi bulmak için bölme yapıyorum, 33:1,65. 1,65'ten iki virgül kaydırırsam 33'e iki sıfır eklerim, o zaman 3300:165 olur, 20 yapar (B4). Demek müşteri saksı getirmeden adrese teslim edilmesini istediği 20 tane daha çiçek aldı.

Araştırmacı: Kaç tane çiçek aldı yani?

Bora: Toplam 25 tane çiçek alıyor. Çünkü 5 tane de başta vardı.

Bora'nın da Cenk gibi problemde verilen tabloyu yorumlayıp, istenen duruma göre hesaplamada kullanması gereken fiyatı bulabildiği görülmüştür. Buna ilaveten Bora'nın da yaptığı işlemleri neden seçtiğini ifade edebildiği, dolayısıyla B3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ile yapılan klinik mülakat ise şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Şimdi 5 adet saksı getirdi, adrese teslim edilirse 1,4 lira. Her bir saksıya bir çiçek dikildiğine göre o zaman bu çarpma işlemi ile olur yani 1,4.5=7 lira oluyor (B3, B4). Ama bu 40 lira veriyor ona.

Araştırmacı: Gerisi nerden gelecek peki?

Alp: O zaman gerisi şeyden olacak. Müşteri saksıyı getirmeyecek, adrese teslim isteyecek.

Araştırmacı: Yani yine çiçek alacak ama saksı getirmeyecek bu mu?

Alp: Evet. Öyle olması lazım.

Araştırmacı: Tamam, devam et bakalım.

Alp: Devamında şimdi 33 lira geriye kaldı, çıkarma yaptım. Saksı getirmediği için geride kalan çiçekler 1,65 liradan hesaplanacak. Ben bunu nasıl bulayım ki, toplamayla kolay bulunmaz bu. 33 lirayı 1,65 liraya bölsem çıkar. Bir tanesi bulunur bölme ile (B4-).

Araştırmacı: Tam çıkar mı sence?

Alp: Yapılır da biraz karışık olur sanki. Niye bunu 1,65 lira verdi ya. 1,5 verse daha kolay olurdu ama vermemiş. Hiç 1,65 lira olur mu?

Araştırmacı: Neden olmasın peki?

Alp: Öğretmenim 1,5 lira olur mesela. Bilmiyorum bizim burada çiçek fiyatları 40 kuruş 65 kuruşlu değil de ondan dedim.

Alp 33 lirayı 1,65 liraya bölmesi gerektiğini söylemesine rağmen, 1,65'e bölme işleminin kendisine karışık geldiğini belirtmiştir. Ayrıca problemde neden bölme işlemini kolaylaştıracak 1,5 lira gibi bir fiyat verilmediğini sorgulayarak *"1,65 liraya çiçek olur mu"* şeklinde bir yansıtma yapabilmiştir. Araştırmacı Alp'e neden 1,65 lira gibi bir çiçek fiyatı olamayacağını düşündüğünü sorduğunda, Alp yaşadığı çevrede çiçek fiyatlarının 40 kuruş veya 65 kuruşlu bir şekilde olmadığını söylemiştir. Alp'in yansıtmalarına bakıldığında, problemin içeriğinde yer alan sayılara yönelik sorgulayıcı bir bakış açısı içerisinde olduğu ve dolayısıyla BA2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ile yapılan mülakat şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Şöyle yapsam olur mu acaba?

Araştırmacı: Nasıl yani?

Alp: Şurada 1,4 ile 5'i çarptım ya burada da 1,65 ile 5'i çarpayım bakayım kaç lira çıkar (B4-).

Araştırmacı: Kaç çıktı?

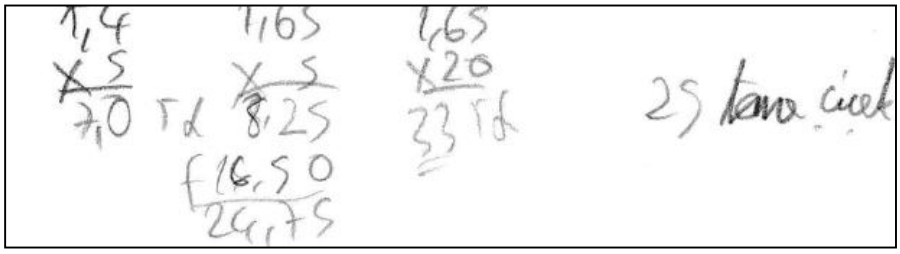
Alp: 8,25. Demek ki bu 5 tane çiçek almadı. Daha fazla alması lazım. 10 tane alsaydı 8,25+8,25=16,5 lira olurdu. Demek ki bu 10 tane de almadı kaç tane aldı bu [kendine soruyor].

Araştırmacı: Evet. Eee sonra.

Alp: 15 tane alsa 16,5+8,25=24,75 lira olurdu. Demek 15 tane de almadı. Şimdi bu 20 tane alsa 16,5+16,5=33 eder. 33 liraya ulaştık demek ki bu 20 tane çiçek almış [Daha sonra 1,65 ile 20'yi çarpmış ve sonucun 33 çıktığından emin olmak istemiştir].

Araştırmacı: Hımm, ne yaptın yani. 20 ne oluyor?

Alp: Saksı getirmeden aldığı çiçek sayısı. Bir de önceden saksı getirdiği var 5 tane de oradan yani toplamda 25 tane çiçek almış. Bu kadar çiçeği ne yapacaksa.



Şekil 4.6. Alp'in "Saksı Problemi" İçin Yaptığı Çözüm

Alp'in çözüm yöntemi incelendiğinde, 33 lirayı 1,65 liraya böleceğini söylemesine rağmen 1,65 lirayı kullanarak tahmin ve kontrol strateji yardımı ile 33 liraya ulaşabildiği görülmüştür. Alp kendisi ile yapılan görüşme sırasında sorulan '*Bireysel olarak cevap verdiğin üç problem durumu için çözüm planını uygulayabilme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?'* sorusuna "*Saksılı problemde yaşamıştım. 33'ü 1,65'e bölmedeydi bu zorluk. Çünkü bir sayıyı ondalıklıya bölmeyi önceki senelerde görmüştük. Aklıma gelmedi ondan."* şeklinde bir cevap vermiştir. Alp söylediği bölme işleminin nasıl yapıldığını hatırlamamasına rağmen,

diğer öğrencilerden farklı bir yaklaşım sergileyerek sonuca ulaşmıştır, bu durum araştırmacının dikkatini çekmiştir. Buna ilaveten Alp de Cenk ve Bora gibi yaptığı işlemleri, neden seçtiğini ifade edebilmiştir. Bu nedenle Alp'in de B3 göstergesi kapsamında başarılı şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Yapılan klinik mülakat sırasında öğrencilerden seçtikleri stratejiye bir isim vermeleri istendiğinde, üç öğrenci de bir önceki problem çözme etkinliğindeki grup sürecinde olduğu gibi toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemler yaptıklarını bu nedenle de çözüm stratejilerini algoritmik çözüm stratejisi olarak isimlendirdiklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin bireysel olarak, birbirinden bağımsız şekilde problem çözmelerine rağmen grup sürecinde ortaya atılan algoritmik çözüm stratejisi kavramını tekrar kullanmaları ve "Saksı Problemi" için seçtikleri yolu bu şekilde isimlendirmeleri dikkat çekmiştir. Fakat Cenk ve Bora'nın seçmiş oldukları çözüm yolları incelendiğinde matematik cümlesi yazma stratejisini kullandıkları görülmüştür. Alp ise ilk başta matematik cümlesi yazma, devamında ise tahmin kontrol stratejisinden faydalanmıştır. Dolayısı ile üç öğrencin de bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Öğrenciler buldukları sonucun neyi ifade ettiğini şu şekilde açıklamıştır:

> *Cenk: Bulduğum sonuç müşterinin Mehmet Amca'dan aldığı toplam çiçek sayısını ifade ediyor.*
>
> *Bora: Bulduğum sonuç müşterinin Mehmet Amca'dan istediği çiçek sayısını veriyor.*
>
> *Alp: Müşterinin toplam kaç çiçek aldığını buldum.*

Üç öğrenci de bulduğu sonucun neyi ifade ettiğini açıklayabilmiştir. Bu nedenle üç öğrencinin de bağlam temasının BA3 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler buldukları sonucun mantıklı olup olmadığı hakkında şunları söylemiştir:

> *Cenk: Mantıklı çünkü çiçek sayısı 25 olabilir. Negatif falan bulsaydım mantıksız olurdu.*
>
> *Bora: Bence mantıklı çünkü çiçek sayısı 25 olabilir.*

Alp: Mantıklı çiçek sayısı 25 olabilir.

Üç öğrencinin de buldukları sonucun neden mantıklı olduğunu açıklayabildiği görülmüştür. Buradan üç öğrencinin de BA4 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Üç öğrenci de yaptıkları işlemleri kontrol ederek hata yapmadığını söylemiş, bu nedenle buldukları sonuçların doğru olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir. Buradan üç öğrencinin de bilgi temasının B7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Üç öğrenci de çözümünün doğru olduğunu düşündüğü için farklı bir çözüm planına gerek duymadığını belirtmiştir. Bu nedenle üç öğrencinin bilgi temasının B8 dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Cenk ve Bora problemi farklı yoldan denklem kullanarak çözebileceklerini belirtmiş ve şu şekilde açıklama yapmışlardır:

Cenk: 1,4 çarpı beş 7 lira eder. 1,65'ten kaç tane aldığını bilmiyorum buna x diyeyim. Şöyle olur. 1,4.5+1,65.x= 40 yani 7+1,65.x = 40. 7'yi karşıya atarım. Bilinen bir tarafa bilinmeyen bir tarafa yaparım, 1,65.x=33 olur (B4-). 33'ü 1,65'e bölüyoruz. x, 20 olur. 5 tane de baştan vardı yani 5+20'den 25 çiçek aldı.

Bora: Saksı getirmeden aldığı çiçek sayısına x diyeceğim. Kaçtı [tabloya bakıyor] 1,65 lira tanesi. 1,4.5 + 1,65.x ödemesi gereken toplam para. Çünkü 5 tanesi de 1,4'ten hesaplanacak, 40 TL eşittir demem gerek, 1,4 . 5 = 7, yani 7 + 1,65 . x = 40 olur, 40'tan 7 çıkaralım 1,65 . x = 33'e eşit (B4-). Buradan x = 33/1,65 olur. Yani 3300/165 virgül kaydırınca diğerine iki sıfır eklerim, x = 20. İlk başta da 7 vardı. Yok 5 çiçekti. Toplam 25 tane çiçek.

İki öğrencinin de, verilen problemin çözümüne yönelik olarak denklem kurabildiği ve kurdukları denklemleri çözerek sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Buradan Cenk ve Bora'nın bilgi temasının B9 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ile yapılan klinik mülakat ise şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Farklı yol olarak denklem olabilir mi acaba?

Araştırmacı: Denklem oluşturmak için sana ne lazım.

Alp: Bilinmeyen.

Araştırmacı: Güzel, peki bu problemde bilinmeyen var mı?

Alp: Var. Adamın aldığı çiçek sayısı bilinmiyor.

Araştırmacı: Hımmm, bilinmeyen var o zaman demene denklem oluşturulabilir burada, öyle mi?

Alp: Evet de nasıl oluşturacağım? [kendine soruyor, sesli düşünmeye başlıyor]

Alp araştırmacıya, farklı bir yol olarak denklem kurma stratejisinin olup olamayacağını sormuştur. Araştırmacının Alp'e denklem oluşturmak için neyin gerekli olduğunu sorması üzerine Alp bilinmeyene ihtiyacı olduğunu belirtmiştir. Alp müşterinin aldığı çiçek sayısını bilinmeyen olarak ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı, Alp'in söylediklerinden yola çıkarak bilinmeyenin var olduğunu belirttiği için Alp'e denklem oluşturabileceğini söylemiş ve Alp denklemi nasıl oluşturacağına yönelik kendine bir soru sormuştur.

Konuşma şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Ne yapsam getirdiği saksı sayısına x desem.
Araştırmacı: Ama problemde 5 saksı getirdi diyor, bilmiyor musun bunu ki x diyeceksin.
Alp: Evet 5'i biliyorum. Bilmediğim daha kaç tane aldığı. 5 tane çiçek aldı sonra bir daha x tane çiçek aldı. 5+x=40 demek mi gerek. Immm [düşünüyor]

Araştırmacı: 5 ile x çiçek sayısı dedin. Bunu 40'a eşitledin 40 lira cinsinden. Yani toplam çiçek sayısını paraya eşitledin, olur mu böyle sence?

Alp: Yok. Yanlış oldu şöyle olmalı 1,4.5'den 7+x ama burada x'in yanında da para cinsi olmalı. 1,65 diyeyim. 7+1,65.x (B4-) olur da böyle x mi olur öğretmenim x in önüne 1,65 gelir mi ki?[şaşkınlık yaşıyor]

Araştırmacı: Neden olmaz sence, x'in önüne katsayı olarak 1,65 gelemez mi?

Alp'in başlangıçta denklemi kurarken zorlandığı ve müşterinin aldığı toplam çiçek sayısını para miktarına eşitlediği görülmüştür. Alp araştırmacının sorusu üzerine söylediğinin yanlış olduğunu belirtmiş ve ardından çözüme dair denklem kurabilme

konusunda doğru bir yol izlemeye başlamıştır. Konuşmanın devamında Alp, x'in katsayısının 1,65 olması karşısında şaşkınlık yaşamış ve araştırmacıya böyle bir durumun olup olamayacağını sormuştur.

Alp bir süre düşündükten sonra şunları söylemiştir: "*Gelebilir [çekingen tavırla dedi-emin değil gibi]. [aniden] Ama durun geçen görmüştüm matematik kitabını karıştırırken, x/2, 1,5.x veya (-2/3)x oluyordu hatta köklü bile oluyor katsayı, her zaman tam sayı gelmek zorunda değil ya, 1,65 de gelir gelir eminim. Devam edeyim mi?"*. Alp ilk başta çekimser bir tavırla 1,65'in x'in katsayısı olarak yazılabileceğini ifade ederken daha sonra aniden fikrini değiştirerek matematik kitabını karıştırırken x'in katsayısı olarak 1/2, 2/3, 1.5 gibi sayılar gördüğünü ifade etmiştir. Alp ayrıca katsayının her zaman tam sayı olamayacağını, bundan dolayı 1,65 gibi bir katsayı olabileceğini belirtmiş ve düşüncesinden emin olduğunu söylemiştir. Alp günlük hayatında kitabı karıştırırken edindiği bir deneyimi süreçte yansıtabilmiştir, buradan Alp'in deneyim temasının D9 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Konuşma şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Denklem 1,65.x=40-7=33 olur. O zaman 1,65.x=33

Araştırmacı: x'i nasıl bulursun peki?

Alp: x'i nasıl bulacağım 1,65 kafamı karıştırdı?

Araştırmacı: 2.x=10 ifadesinde x'i nasıl buluyorsun?

Alp: İki tarafı da 2'ye bölüyordum. Burada da böleceğim o zaman 1,65.x/1,65=33/1,65 (B4-). Bunlar gider x kalır eşittir 33/1,65'e. Yine aynı bölme, cevap 20 ama ben bunu bölerek bulacağım [düşünüyor] Aa buldum kesir bölmesi gibi yapayım (B4-).

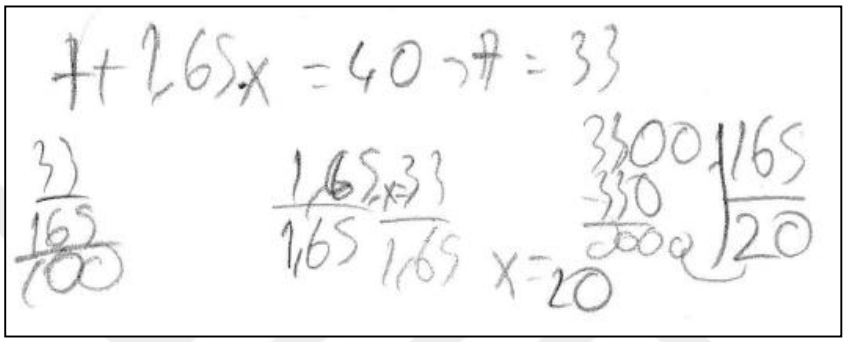
Araştırmacı: Nasıl yani?

Alp: 33'ün altında 1 var 1,65'i de 165/100 yazarım. 33/1.100/165 yazarım bölmede ikincisi ters çevriliyordu. 3300/165 olur (B4-).

Araştırmacı: 3300 de 165 kaç kere var yani?

Alp: 20 kere. Bana toplam çiçeği soruyordu 5 de önceden var. 25 eder.

Alp denklemi çözerken sıra 33'ü 1,65'e bölmeye geldiğinde daha önceden bu işlemin sonucu olarak bulduğu 20'yi direkt almak yerine daha öncekinin aksine tahminle değil bölme işlemi yaparak sonucu bulmaya karar vermiştir. Bir süre düşündükten sonra, 1,65'i kesir çizgisi ile yazabileceğini bu şekilde bölme işlemi yapabileceğini söylemiş ve sonuca ulaşabilmiştir. Alp'in farklı çözüm yolu oluşturabilmeye dayalı açıklamaları incelendiğinde, B9 göstergesi kapsamında başarılı şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.



Şekil 4.7. Alp'in "Saksı Problemi" İçin Yaptığı İkinci Çözüm

Üç öğrencinin de problemi önceki kullandıkları çözüm yönteminden farklı olarak denklem yardımıyla çözebildiği görülmüştür. Bu üç öğrenci içerisinde denklem kurabilme ve çözebilme konusunda en çok Alp'in zorlandığı belirlenmiştir.

Cenk ve Bora, problem için seçtikleri ilk çözüm yollarının kendilerine göre daha iyi olduğunu belirtmişlerdir. Bunun nedenini, denklem kurma ve çözmenin uzun süre alması olarak ifade etmişlerdir. Alp ise seçtiği ikinci yolun kendisine göre daha iyi olduğunu belirtmiştir. Neden böyle düşündüğü sorulduğunda Alp "*Bence denklem kullanarak çözmek daha zor. Ama denklem oluşturmayla uğraşmak güzel. İlk yöntemi herkes yapabilir ama herkes denklem oluşturamaz bence."* şeklinde açıklama yapmıştır. Üç öğrencinin de deneyim temasının D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

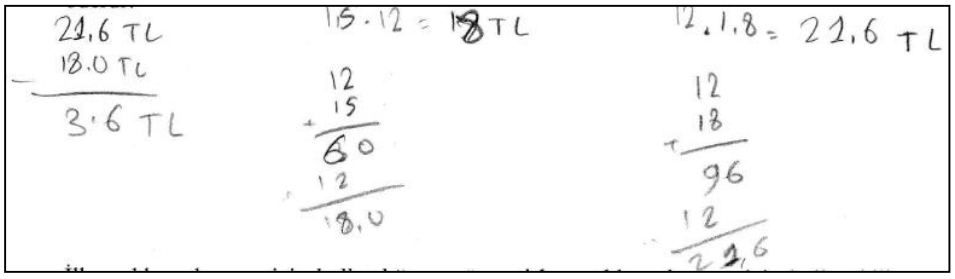
Öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar sırasında onlara "*Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığın çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydin? Müşteri saksı getirmeden dükkândan 12 çiçek beğenip ayırtsaydı ve bunları daha sonra kendi gelip alsaydı; aynı koşullara göre saksı getirip ödeyeceği*

tutardan kaç TL fazla para öderdi?" sorusu sorulmuş ve öğrenciler şu şekilde cevap vermişlerdir:

Cenk: Aynı yolu kullanabilirim. Çünkü problemler benziyorlar, sayılar farklı işte. Saksı getirmeden müşteri gelip alacak. O zaman 1,8 liradan hesaplanmalı tanesi. Müşteri saksıyı getirecek. Evet 1,8 lira. 1,8 ile 12'yi çarpacağız. 21,6 lira eder (B4-). 21,6 müşteri gelip kendisi alacak ve saksı getirmeyecek bunun tutarı. Müşteri saksı getirip alsaydı diyor devamında. Saksı getirip müşteri kendi gelip alırsa 1,5 lira tanesi. 12 ile 1,5'u çarpacağız, 18 TL eder (B4-). Yani çiçekleri saksı getirip kendi alsaydı 18 TL olacaktı. Ama önceki yaptığım işlemden hani saksı getirip kendisi alsaydı 21,6'dan 18'i çıkaracağız. 3,6 TL daha fazla para öderdi (B4-).

Alp: Bunda da işlem kullanarak sonucu bulabilirim. Benziyorlar. Aynı yoldan gidersem çıkar. İlk bilgilere bakacağım. 12 çiçek beğendi daha sonra alacak ayırtıyor. Ama saksı getirmedi. O zaman 1,8 liradan hesaplanacak 12'yi çarpacağız. 21,6 lira olur. (B4-) Saksı getirip alsaydı bu sefer 1,5 liradan hesaplanacaktı. Yine 12 çiçek alırdı. 1,5.12 tam 18 lira olurdu. 21,6'dan 18'i çıkınca 3,6 lira oluyor. Yani 3,6 lira daha fazla para öderdi.

Bora: Bu problem öbürüne benziyor. Aynı yoldan yapılabilir, çarpma falan. 12 tane çiçek beğeniyor. Ama saksı getirmiyor. Saksı getirmediği üzerinden gideceğiz. Ama sonra kendisi gelip alacak. O zaman tanesi 1,8'den hesaplanacak. 12.1,8=21,6 TL. Saksı getirip alsaydı saksı getiriyor kendi alacak. 1,5 olurdu. 1,5.12=18 TL. Kaç lira fazla para öderdi demiş. 21,6-18=3,6 TL daha fazla para öderdi.



Şekil 4.8. Bora'nın "Saksı Problemi"nin Değiştirilerek Oluşturulan İkinci Problem Durumuna Yönelik Yaptığı Çözüm

Üç öğrenci de bu problemin koşulları değişmeden önceki hali ile benzerlik gösterdiğini, bu nedenle aynı çözüm yolunun verilen problemde de geçerli olacağını söylemişlerdir. Bu nedenle üç öğrencinin de deneyim temasının D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Öğrenciler benzer şekilde matematik cümlesi yazma stratejisi kullanarak sonuca ulaşabilmiş olmasına rağmen hiçbiri kullandığı işlemleri neden seçtiğini ifade edememiştir. Buradan bu problem durumu bazında, üç öğrencinin de B3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk verilen problemden yararlanarak "*Bir müşteri saksı getirip 5 çiçek beğenmiştir ve bunları Mehmet Amca'ya ayırtmıştır. İş yerinde işinin olduğunu söyleyerek gitmiş ve daha sonra gelip çiçekleri almıştır. Bu müşteri çiçekleri getirmeden alsaydı kaç lira zarar ederdi?"* şeklinde bir problem durumu yazabilmiştir. Araştırmacı Cenk'e yazdığı problemin çözülebilir olup olmadığını sorduğunda, Cenk şu şekilde açıklama yapmıştır:

> *5 çiçek beğendiğine göre müşteri saksı getirdi. 1,4 ile 5'i çarpacağız. 7 lira oluyor (B4-). Bu müşteri çiçekleri saksı getirmeden alsaydı ama müşteri gelip alacak [tabloya bakıyor] ben bunu yanlış yaptım 1,4'ten değil 1,5'ten hesaplanmalıydı. Adrese teslim edilir demedim çünkü. 1,5 çarpı 5 yapmalıyım. Bu eşittir 7,5 lira o zaman (B4-). Müşteri saksı getirmeden alsaydı 1,8'den hesaplanacaktı. 1,8 ile 5'i çarpıyoruz. 9 lira ödemiş olurdu (B4-). Ve çıkarınca 9 eksi 7,5'tan 1,5 lira zarara girerdi.*

Cenk verilen problemden yararlanarak benzer bir problem yazabilmiş ve yazdığı problemin çözülebilir olduğunu gösterebilmiştir. Buradan Cenk'in bilgi temasının B10, deneyim temasının ise D8 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna ek olarak Cenk'in yazdığı problemi çözümü incelendiğinde, yaptığı işlemleri neden seçtiğini belirtmediği için bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında eksik yansıtmalar yapabildiği söylenebilir.

Bora'nın yazdığı problem şu şekildedir:

> *Bora Bey saksı getirerek 10 tane çiçek beğenmiş ve bunları Mehmet Amca'ya ayırtmıştır. Parkta az işinin olduğunu söyleyerek gitmiş ve daha sonra gelip çiçekleri almıştır. Bora Bey saksı getirip çiçeklerin adrese teslim edilmesini isteseydi ne kadar az para öderdi?*

Bora yazdığı problemin çözülebilir olup olmadığını şu şekilde kontrol etmiştir:

> *Saksı getirerek 10 tane çiçek alıyor. Müşteri gelip alıyor. Yani [tablodan bakıyor] 1,5 çarpı 10'dan 15 lira normal borcu. Eee Bora Bey saksı getirip fakat adrese teslim edilmesini isteseydi dedik 1,4 çarpı 10'dan 14 TL. Yani 15'ten 14'ü çık 1 TL az öderdi.*

Bora verilen problemden yararlanarak benzer bir problem yazabilmiş ve yazdığı problemin çözülebilir olduğunu gösterebilmiştir. Buradan Bora'nın bilgi temasının B10, deneyim temasının D8 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna rağmen Bora'nın yazdığı problem için yaptığı çözümü incelendiğinde, bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma ortaya koyabildiği söylenebilir. Buna ilaveten, araştırmacı Bora'ya *"10 taneyi bilerek mi yazdın?"* şeklinde bir soru sormuştur. Buna karşılık Bora *"Evet. Çünkü 10 ile çarpmak hemen bir virgül kaydırmak demek."* şeklinde bir yanıt vermiştir. Bora'nın açıklaması göz önüne alındığında, problemi yazarken kendisine göre çözümü kolaylaştıracak sayıyı önceden belirleyebildiği, diğer bir deyişle problemi yazarken aslında çözümü zihninde kurgulayabildiği söylenebilir.

Alp ile araştırmacı arasında ise şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Alp: Bir müşteri saksı getirmeden 15 tane çiçek aldı. Eğer saksı getirseydi kaç TL az para öderdi?*
>
> *Araştırmacı: Şimdi de çözülebilir mi bak bakalım.*
>
> *Alp: 15 tane çiçek aldı saksı getirmeden, şimdi bunu 1,8 ile çarpacağım (B4-).*
>
> *Araştırmacı: Niye 1,8 ile çarpacaksın?*
>
> *Alp: Çünkü saksı getirmedi.*
>
> *Araştırmacı: Tamam 1,65 ile çarp.*
>
> *Alp: Ama adrese teslim istemedi.*
>
> *Araştırmacı: Ama sen probleminde bunu belirtmedin ki, nasıl anlayacağım onu kast ettiğini?*
>
> *Alp: Yoo demedim aklımda bunu planladım da yazmamışım diyeyim o zaman [probleme müşteri kendisi gelip aldı, ifadesini ekledi]. Çünkü farklı anlaşılır.*

Biri, müşteri gelip kendisi alır hesaplardı diğeri adrese teslimden hesaplardı farklı çıkardı o zaman karışıklık çıkardı.

Araştırmacı: Anladım. Şimdi çöz bakalım.

Alp: 1,8 ile 15'i çarparsak 27 lira olur. Şimdi saksı getirseydi bu sefer 1,5 TL olacaktı şurada virgül yokmuş gibi çarpayım, 22,5 TL olurdu (B4-). 27'den 22,5'u çıkarırsak 4,5 TL az öderdi. Getirseydi saksı.

Alp benzer bir problem kurabilmiştir. Fakat problemi çözmesi istendiğinde, Alp 15 çiçeğin tanesini 1,8 liradan hesaplayacağını söylemiştir. Bunun üzerine araştırmacı Alp'e çiçeklerin tanesinin 1,65 liradan da hesaplanabileceğini belirtmiştir. Alp araştırmacıya adrese teslimatın istenmediğini söyleyerek 1,65 ile çarpmaya itiraz etmiştir. Araştırmacı Alp'e adrese teslim edilmeyeceği bilgisini problemde vermediğini söylemiş, bunun üzerine Alp müşterinin kendisinin gelip çiçekleri aldığını zihninde kurguladığını fakat bunu problemde yazmadığını belirtmiştir. Alp bu durumu belirtmediği takdirde çözüm adına bir kargaşa ortaya çıkacağını dile getirmiş ve yazdığı probleme son şeklini vermiştir. Buradan Alp'in deneyim temasının D8 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp yazdığı problemin çözülebilir olduğunu gösterebilmiştir. Dolayısı ile Alp'in B10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Fakat Alp seçtiği işlemleri kullanarak, sonuca ulaşabilmesine rağmen yaptığı işlemleri neden seçtiğini belirtmemiştir. Bu nedenle Alp'in yazdığı problem için yaptığı çözüm süreci incelendiğinde bilgi temasının B3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problemi ilk kez okuduklarında hissettiklerini/yaşadıkları duyguları şu şekilde belirtmişlerdir:

Cenk: İlk kez okurken bir korku geldi yani yapamayacağımı hissettim. Ama sonradan iki üç kez daha okuyunca ne yapacağımı anladım, korkum geçti.

Bora: İlk kez okurken problemi anladığım için bana çok zor gelmedi. Bu nedenle çözebilirim hissettim. Bir de problemi beğendim, sevdim diyeyim yani. Tablo yorumlama işi güzeldi.

Alp: İlk başta biraz zor gibi geldi bana fiyatları farklı ya karıştırırım diye tedirgin oldum biraz. Çünkü daha önce görmediğim bir problemdi.

Cenk verilen problemi ilk kez okurken bir korku duygusu yaşadığını (H8), bu nedenle problemi çözemeyeceğini hissettiğini (H2) belirtmiştir. Yapılan klinik mülakat sırasında, Cenk'e neden bu şekilde düşündüğü sorulduğunda "*İlkten problem biraz karışık geldi, şu saksı getirmeden alma işi hemen aklıma gelmedi çünkü. Para üstü olacak demeyince anladım. Ama bu problem diğer saatli problemlere göre biraz daha zordu bence."* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bora problemi ilk kez okuduğunda problemin kendisine çok zor gelmediğini, bu nedenle verilen problemi çözebileceğini hissettiğini söylemiştir. Bora buna ilaveten, verilen problemdeki tablo yorumlama işinin hoşuna gittiğini, bu nedenle de problemi sevdiğini dile getirmiştir. Dolayısı ile Bora'nın H1 ve H4 göstergeleri kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp verilen probleme benzer bir problem ile daha önce karşılaşmadığından dolayı problemin ilk başta kendisine zor geldiğini, problemde verilen farklı fiyatları karıştırabileceğini düşündüğü için tedirginlik hissettiğini söylemiştir. Buradan Alp'in H8 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Üç öğrenci de problemi çözerken kendini mutlu hissettiğini söylemiştir. Buradan üç öğrencinin de H3 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Öğrenciler problemin sonucu bulduklarında hissettiklerini/yaşadıkları duyguları şu şekilde belirtmişlerdir:

Cenk: İyi hissettim kendimi.

Bora: Sonuçları bulduğumda sevindim tabi ki de. Ayrıca size yardım ettiğim için de kendimi mutlu hissettim.

Alp: Mutlu oldum. Sonuçta yapabildiğimi gördüm. Oh be sonunda çözebildim diye düşündüm.

Cenk problemin sonucunu bulduğunda kendini iyi hissettiğini, Bora sevindiğini, Alp ise mutlu olduğunu belirtmiştir. Buradan üç öğrencinin de H3 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna ilaveten Bora, çalışması süresince araştırmacıya yardımcı olduğu için de kendini mutlu hissettiğini dile getirmiştir. Öğrencilerin "Saksı Problemi" sürecinde bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki mevcut durumları Tablo 4.3'te gösterilen şekilde özetlenmiştir.

Tablo 4.3. Öğrencilerin "Saksı Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	BA1	BA2	BA3	BA4	TP
A	2	3	2	3	0	0	3	0	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	55
B	2	3	2	1	0	0	3	0	3	3	3	0	0	0	2	3	3	3	0	0	3	0	3	3	40
C	2	3	2	3	0	0	3	0	3	3	3	0	3	0	3	3	3	3	0	0	3	0	3	3	46

A: Alp ***B: Bora*** ***C: Cenk*** ***TP: Toplam puan***

Tablo 4.3 incelendiğinde, öğrencilerin bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki yansıtmalarının puanlanması sonucunda en yüksek puanı Alp'in, en düşük puanı ise Bora'nın aldığı görülmüştür. Öğrencilerin hiçbirinin verilen problemin uygulama sürecinde B5, B6, B8, D2 ve D10 göstergeleri kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı, buna rağmen öğrencilerin üçünün de B2, B7, B9, B10, D1, D6, D7, D8, BA1, BA3 ve BA4 göstergeleri kapsamında başarılı yansıtmalar ortaya koyabildiği söylenebilir.

4.4.Taksi Problemi"nden Elde Edilen Bulgular

'Taksi Problemi (Bkz. Ek 4)' uygulama sürecinin dördüncü problem çözme etkinliği olmakla birlikte, aynı zamanda bağlamı değiştirilerek oluşturulan ikinci problemdir. Bu problem çözme etkinliği sırasında, öğrenciler problemde verilen yönergeleri sırası ile okumuş ve okudukları her yönerge hakkında görüş ileri sürmüşlerdir.

Öğrenciler birinci yönergeyi okuduktan sonra, üçü de daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaşmadığını söylemiştir. Ardından öğrencilerin arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Cenk: [Gözünü kısarak bir şey hatırlar gibi oluyor] Ama yok, karşılaştım. Önceki saksılı probleme benziyor sanki. Ama azıcık benziyor.

Bora: Evet doğru biraz benziyor.

Alp: Neresi benziyor?

Bora: Burada taksimetre açılış ücreti 3,5. Her 50 metrenin ücreti 0,25 beklediği sürede de 0,30. Diğer saksılı soruda da şart veriyordu. Hani müşteri gelip alırsa bu kadar adrese isterse şu kadar. Hatırladın mı?

Alp: Evet benziyor biraz, fikrimi değiştim. İkisinde de para var. Paralı yeri benziyor. Benzemeyen yerler de var? Mesela ee bakayım bunda kilometre falan var. Onda km yoktu ki adam geliyor alıyor gidiyor o tarzdı.

Cenk: Bir tek para benzemiyor ki. Bunda da şartlar var. Hepsinde para aynı değil. Duruma göre fiyat değişiyor. Onda saksı vardı bunda yol taksi var bu farklı bir de.

Bora: Evet bunda gittiği km var beklediği dk var farklı.

Cenk verilen problemi bir önceki "Saksı Problemi"ne benzettikten sonra, Bora da başlangıçtaki fikrini değiştirmiştir. Alp, iki problemin ne yönden benzediğini sorduktan sonra Bora şartlara göre değişen para miktarı olduğu yönünde bir benzerlik ilişkisi kurduğunu söylemiştir. Bunun üzerine Alp önceki düşüncesini değiştirmiş ve iki problem arasında benzerlik olduğunu kabul etmiştir. İlk başta olmasa da, üç öğrencinin deneyim temasının D1 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği görülmüştür. Alp

iki problemi benzerlik farklılık yönünden karşılaştırabilmiştir. Cenk ise Alp'in açıklamaları üzerine ekleme yapmıştır. Buradan Alp'in D4 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği, Cenk'in ise grup arkadaşı temasının G3 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir. Cenk aynı zamanda D4 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabilmiştir. Bora'nın söyledikleri incelendiğinde ise aynı gösterge dâhilinde eksik yansıtma ortaya koyabildiği tespit edilmiştir.

Alp verilen problemin kendisine göre orta derecede bir zorluğa sahip olduğunu söylerken, Bora ve Cenk ise verilen problemin daha önceki "Saksı Problemi"ne benzediğinden dolayı kendilerine göre daha kolay bir problem olduğunu belirtmişlerdir. Buradan üç öğrencinin de bağlam temasının BA1 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora problemi *"Adamın 19.30 uçuşu var. Önce şantiyeye gidecekmiş. Taksimetre açılışı 3,5 lira veriyor. 50 metrede 0,25 TL olduğunu veriyor ondan sonra da beklediği her dakika için taksici 0,30 TL alıyor. Diyor işte Ahmet Bey'in evi ile şantiye arasındaki uzaklık 5 km, şantiye ile hava alanı arasındaki uzaklık 3 km. Ondan sonra da 15 dk beklemiş diyor. 39 TL veriyor, şey burada restoran var restoranla şantiye arasındaki mesafeyi soruyor."* şeklinde özetlemiştir. Bora'nın yaptığı özetleme incelendiğinde kendi cümlelerini kullanmadığı görülmüştür. Alp ve Cenk kendilerine ait herhangi bir düşünce belirtmeden, Bora'ya aynen katıldığını ifade etmişlerdir. Buradan Bora'nın B1 göstergesi kapsamında eksik bir şekilde yansıtma yapabildiği, Alp ve Cenk'in ise bu gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Öğrenciler 4.yönergeyi okuduktan sonra aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Alp: Şimdi burada taksimetre açılışı fiyatının 3,5 lira olduğunu vermiş. Bu taksimetre açılışı demek bindiği anda ödeyeceği para oluyor değil mi?*
>
> *Cenk: Evet.*
>
> *Alp: Ondan sonra her 50 m başına 0,25 lira aldığını vermiş.*
>
> *Cenk: Ahmet Bey'in evi ile şantiye arasındaki uzaklığı vermiş 5 km, şantiye ile havalimanı arasındaki uzaklık da 3 km.*
>
> *Bora: Taksiciye 39 lira vermesi gerektiğine göre şantiye ile restoran arasındaki mesafeyi soruyor, bu da istenen.*

Bora problemde neyin istendiğini belirtirken, Alp ve Cenk ise problemde verilenlerden bazılarının neler olduğunu ifade edebilmiştir. Bireysel anlamda bakıldığında, öğrencilerin hiçbirinin B2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapamadığı söylenebilir. Öğrenciler grup olarak ele alındıklarında ise problemde istenen bilginin doğru bir şekilde ifade edildiği, buna rağmen problemde verilenlerin eksik bir şekilde belirtildiği görülmüştür. Çünkü öğrencilerden hiçbiri taksinin beklediği her dk için 0,30 lira aldığını ve Ahmet Bey'in şantiyedeki işi için taksiyi 15 dk beklettiğini söylememiştir. Bu bakımdan, öğrencilerin grup olarak da B2 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler 5.yönergeyi okuduktan sonra Cenk arkadaşlarına *"Her bilgiyi kullanacak mıyız burada?"* şeklinde bir soru sormuş, Bora ve Alp şu şekilde cevap vermiştir.

Bora: Bence şu 19.30'a şimdilik gerek yok çünkü saat ile ilgili bir şey demedi. Boş bilgi.

Alp: Bence de gerek yok çünkü kaçta ineceğini falan sormuyor ki.

Bora Cenk'in sorduğu soruya karşılık, verilen 19.30 saatine gerek olmadığını, bu nedenle o an için boş bilgi durumunda olduğunu söylemiştir. Buradan Bora'nın D2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp de problemde Ahmet Bey'in kaçta ineceğini sormadığını, bu nedenle 19.30 bilgisine gerek duymadığını söyleyerek Bora'ya katıldığını belirtmiştir (D2). Dolayısı ile Alp'in grup arkadaşı temasının G1 göstergesi kapsamında da yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk çözüm için, taksimetre açılış fiyatı olarak verilen 3,5 liraya, Alp ise şantiyede beklediği süre olan 15 dakikaya ihtiyaçları olduğunu belirtmiştir. Buradan iki öğrencinin de D3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği, Bora'nın ise bu gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir. Bora öncelikle ev ile şantiye arasındaki uzaklık olarak verilen 5 km'nin metre cinsine çevrilmesi, sonra bulunan ile 0,25'in çarpılması gerektiğini söyleyerek çözüme nasıl başlamayı düşündüğünü ifade edebilmiştir. Fakat Bora çözüme neden bu şekilde başlamayı düşündüğünü belirtmemiştir. Bu nedenle Bora'nın deneyim temasının D5 göstergesi kapsamında eksik bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna rağmen, diğer iki öğrencinin bu gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı görülmüştür.

Öğrenciler 6.yönergeyi okuduktan sonra aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Alp: Evden ilk şantiyeye gidecek.

Cenk: 5 km 5000 metre eder. 5000'i 50'ye bölersek 100.

Bora: 100 ile 0,25'i çarpmayacak mıyız? (B4-)

Alp: Hayır öyle yapmayacağız. 50 metre dimi, o zaman 100 metrede 50 kuruş 200 metrede 1 lira eder. O zaman bunu beş ile çarpacağız. 1 km'dekini bulmak için, o zaman 5 TL bir km'de (B3, B4). Ondan sonra 5 km'de 25 TL yapar yani.

Cenk: Bence 100 çarpı 0,25 yapalım. Çünkü 100 tane 25 kuruş oluyor (B4-).

Alp: Bence benim dediğim daha kolay.

Bora: Nasıl demiştin sen?

Alp: Şimdi her 50 m'de 0,25 ise bunu 4 ile çarpalım olur 1 lira (B4-). Doğru orantı olacak yani. Çünkü biri arttıkça diğeri de artacak. Ters orantıda biri artarken diğeri azalırdı. 200 m'de 1 lira yapar. Her ikisini de 5 ile çarparız. Yani 1 km'de 5 lira olur (B4-).

Cenk 5000 metre içinde yüz tane 50 metre olduğunu, bulunan 100'ün 0,25 ile çarpılması gerektiğini söylerken, Alp 200 metrenin 1 liraya denk geldiğini, buradan 1 km'lik yolun gidiş ücretinin 5 lira olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Alp kendi gidişatının daha kolay olduğunu da dile getirmiştir. Bunun üzerine Cenk Bora'ya *"Alp'in dediği gibi yapalım mı?"* şeklinde bir soru sormuş, Bora da "*Tamam yapalım."* şeklinde cevap vermiştir. Öğrenciler grup halinde çözdükleri bir önceki etkinlik olan "Değişen Saatler Problemi"ne kıyasla, bu problemde daha kısa sürede ortak bir çözüme varmışlardır. Konuşma şu şekilde devam etmiştir:

Bora: 5 km'de 25 lira olur o zaman. Şantiyeye kadar olan yol ücreti.

Cenk: 3,5 lira da baştan vardı, 28,5 şu ana kadar olan tutar.

Bora: Taksiyi 15 dk bekletmiş. 0,30'la 15'i çarpacağız 4,5 lira yapar (B4-). Yani şu ana kadar ödemesi gereken para 28,5 ile 4,5'un toplamından 33 lira yapar.

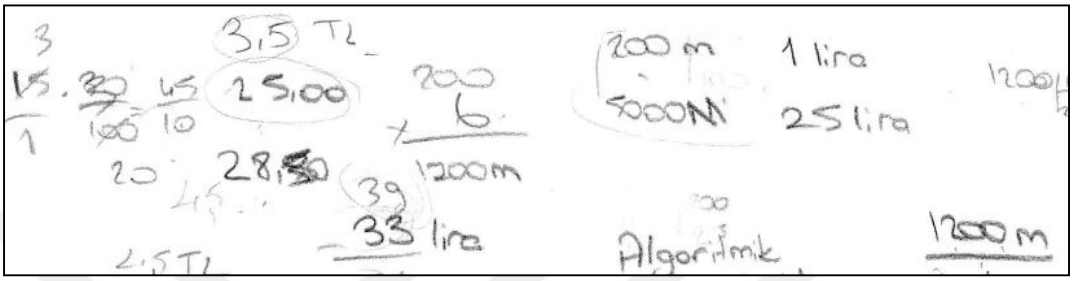
Alp: 39 TL veriyor o zaman kalıyor 6 lira.

Cenk: Şimdi 6 liralık yolu bulacağız.

Alp: Buldum. 1200 metre daha gitti. Çünkü her 200 metrede 1 liraydı. O zaman 6 ile 200'ü çarparsak 1200 olmaz mı?

Bora: 1 lirada 200 metre giderse 6 lirada kaç doğru orantı oluyor yani, haklısın.

Cenk: Evet 1200 metre oluyor.



Şekil 4.9. Öğrencilerin "Taksi Problemi" İçin Yaptıkları Çözüm

Öğrenciler grup içinde gerçekleşen fikir alışverişleri yardımıyla, problemin sonucuna ulaşabilmiştir. Üç öğrenci de problem çözümüne katkıda bulunmuştur. Fakat öğrenciler yaptıkları işlemleri, neden seçtiklerini belirtmemişlerdir. Bu nedenle, üç öğrencinin de B3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir. Ayrıca Bora, doğru orantı kullanarak sonucun 1200 metre çıkacağını söyleyerek Alp'e katıldığını belirtmiştir. Bu nedenle Bora'nın grup arkadaşı temasının G1 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Cenk kendisi ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmede *"Taksili olan saksılıya göre daha kolaydı. Saksılı problemi anlamada biraz zorlanmıştım. Taksili olanı grup olarak çözmüştük. Bir sürü fikrin ortaya çıkması çözümü daha da kolaylaştırmıştı."* diyerek "Saksı Problemi" ile "Taksi Problemi"ni zorluk derecesi bakımından karşılaştırmış ve grup olarak problem çözmenin çözüm sürecini kolaylaştırdığını belirtmiştir.

Üç öğrenci de daha önceki problem çözme etkinliklerinde olduğu gibi, problemin çözümünde dört işlemin hepsini kullandıkları için, seçtikleri stratejiyi algoritmik çözüm olarak isimlendirmiştir. Fakat öğrencilerin seçmiş oldukları yaklaşım incelendiğinde matematik cümlesi yazma stratejisi kullandıkları görülmüştür. Dolayısı ile üç öğrencinin de bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Bora buldukları sonucun şantiye ile restoran arasındaki uzaklığı ifade ettiğini belirtirken, diğer iki öğrenci bu hususta herhangi bir şey söylememiştir. Buradan Bora'nın bağlam temasının BA3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, Alp ve Cenk'in ise aynı gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Alp "*Zaten bu yol en fazla 3000 metre olabilirdi. Biz 1200 metre bulduk. Bu nedenle sonuç mantıklı."* şeklinde bir açıklama yaparken, diğer iki öğrenci sonucun mantıklı olup olmadığı hakkında herhangi bir şey söylememiştir. Buradan Alp'in bağlam temasının BA4 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, Bora ve Cenk'in ise aynı gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Öğrenciler 9. yönergeyi okuduktan sonra aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Bora: İşlemi kontrol edelim. Ne yaptık bakalım. 3,5 lira zaten vardı. 15 dk beklemişti 0,30'la çarptık 4,5 mu yapar, evet doğru.*
>
> *Alp: Bir de 1200 metre var. 200 metre 1 liraydı. O zaman 1200 metre 6 lira eder. Bu da doğru.*
>
> *Cenk: 5 km vardı, bu da 25 lira yapardı evet doğru işlem. Toplarsak 3,5+4,5+25+6'dan 39 lira yapar. İşlemler doğru yani, bu nedenle sonuç da doğru.*
>
> *Bora: Doğru yaptık demek, evet yanlış yok çünkü.*
>
> *Alp: Evet, yanlış yok bu yüzden sonuç doğru diyebiliriz.*

Öğrenciler yapmış oldukları işlemleri kontrol ettikten sonra, herhangi bir işlem hatası yapmadıklarını, bu nedenle sonucun doğru olduğunu söylemişlerdir. Buradan üç öğrencinin de B7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

10. yönerge okunduktan sonra, Alp *"Çözüm doğru dedik. Bu yüzden yenisine gerek yok."* demiştir. Diğer iki öğrenci de çözümlerinin doğru olduğunu düşündükleri için Alp'e katıldıklarını belirtmiştir. Buradan üç öğrencinin de B8 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı söylenebilir.

Öğrenciler 11. yönergeyi okuduktan sonra aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Bora: Farklı yol denklem olabilir. Şantiye ile restoran arasındaki uzaklık bilinmiyor. Bilinmeyen var yani.

Cenk: Denklemi nasıl kuracağız?

Bora: Geçenki denklemde nasıl demiştim? 1,4 çarpı 5 vardı artı 1,65 çarpı x demiştim eşittir 40 [sesli düşünüyor].

Cenk: Evet ben de öyle yapmıştım.

Alp: Evet hatırladım, ben de o şekilde yapmıştım.

Bora: Şimdi bunların hepsinin cinsi lira olmalı. 39 liraya eşitleyeceğiz çünkü. Bunları lira yapacağız (B4-). Nasıl hesapladık onları?

Alp: Şimdi beklediği süre için 15 çarpı 0,30 yaptık sonuç lira oldu. Demek süre ile fiyatını çarpınca lira çıkıyor.

Bora problemde bilinmeyen olduğu için, problem çözümü adına farklı bir yol olarak denklem kullanılabileceğini söylemiştir. Bunun üzerine Cenk denklemi nasıl kuracaklarını sormuştur. Ardından, Bora "Saksı Problemi"nde kurmuş olduğu denklemi nasıl oluşturduğunu hatırlamaya çalışmış ve hatırladıktan sonra geçmişte yaşadığı deneyimi sesli olarak ifade edebilmiştir. Alp ve Cenk de bir önceki problem çözme etkinliğinde benzer şekilde denklem kurabildiklerini söylemiştir. Bora, bu problem için kuracakları denklemin iki tarafının da para cinsinden olması gerektiğini dile getirmiştir. Alp Bora'nın sorusuna karşılık, verilen süre ile para miktarının çarpılması gerektiğini, böylece lira cinsine ulaşılabileceğini söylemiştir. Bu fikir alışverişini üzerine konuşma şu şekilde devam etmiştir:

Bora: O zaman şöyle kuralım denklemi. 3,5 zaten vardı. 5 km'yi ifade etmek için de 5000 metre yapar. İlk başlarda yaptığımız gibi 5000/50 yapsak bunu 0,25 ile çarparsak olur yani şöyle olacak: 3,5+ 5000/50.0,25 (B4-)

Cenk: 30.0,30 ekle (B4-).

Bora: Tamam şöyle olacak. 3,5+5000/50.0,25+30.0,30 şimdi x'li yeri ekleyeceğiz, x restoran ile şantiye arası olsun (B4-) . Nasıl ekleyeceğiz?

Cenk: 50 metre 0,25 ise 1 metreyi bulalım x ile çarparız, orantı kuralım bence (B4-).

Alp: Tamam içler dışlar çarpımı yaparsak 1 metrenin fiyatı 0,25/50 olur.

Bora: O zaman 3,5+5000/50.0,25+15.0,30+x.0,25/50=39 oldu mu?

Cenk: Oldu çözelim. 5000/50= 100 eder. 100'ü 0,25 ile çarparsak 25.

Alp: 15.0,30 eder 4,5. Düzenleyelim 3,5+25+4,5+x.0,25/50=39 yani 33+x.0,25/50=39. Buradan x.0,25/50= 6 olur. Devamında da…

Bora: İçler dışlar çarpımı yap x.0,25=300, bu da x/4=300 yapar (B4-).

Cenk: Yani x=1200 çıktı. Doğru yaptık (B7-).

Denklem oluşturma sürecini Bora başlatmıştır. Cenk Bora'nın yazdığı cebirsel ifadeye 30.0,30 eklenmesi gerektiğini söyledikten sonra, Bora bunu onaylamıştır. Ardından Bora, bilinmeyen ifade eden terimi nasıl ekleyeceklerini sorunca, Cenk 1 metre yol gitmenin ne kadar ettiğini bulmaları gerektiğini, bunun da orantı sayesinde bulunabileceğini söylemiştir. Bunun üzerine Alp 1 metrenin fiyatının orantı sonucu 0,25/50 olarak hesaplanabileceğini belirtmiştir. Bu fikir alışverişleri sonucunda, Bora denkleme son şeklini vermiş ve arkadaşlarından dönüt almaya çalışmıştır. Cenk denklemin istenen şekilde oluşturulduğunu belirttikten sonra, üç öğrenci de denklemi çözmeye katkıda bulunabilmiştir. Bütün bunların sonucunda ise bilinmeyenin değeri hesaplanabilmiştir. Öğrenciler bireysel olarak ele alındığında, üçünün de B9 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna rağmen, öğrenciler grup olarak değerlendirildiğinde ise aynı gösterge kapsamında ortaya başarılı yansıtmalar koyabildikleri belirtilebilir.

Alp, Bora ve Cenk ilk seçtikleri çözüm yolunun kendilerine göre daha iyi olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenciler bunun nedenini verilen problem için denklem kurmanın düşündürücü ve zor olmasına bağlamıştır. Dolayısı ile üç öğrencinin de D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp söylediklerine denklem oluşturmada zorlandığını buna rağmen denklem çözmede iyi olduğunu eklemiştir. Cenk ise bu problemin çözümüne yönelik denklem oluşturma sürecinin "Saksı Problemi"ndeki denklemi oluşturmaya göre daha zorlayıcı olduğunu dile getirmiştir.

"Taksi Problemi"nin 13. yönergesi olan '*Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz? Ahmet Bey, şantiyedeki işi için taksiyi yarım saat bekletmiş olsaydı ve çıktığında ise doğruca havalimanına gitseydi taksiciye kaç TL ödeyecekti?'* okunduktan sonra öğrenciler arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Bora: Dört işlem kullanmıştık ilk öncesinde. Bu da önceki probleme benziyor. Aynı yöntemi kullanabiliriz bu nedenle.

Alp: Evet aynen.

Cenk: Bence de aynısı.

Bora verilen problem durumunun ilk başta yer alan problem ile benzediğini, bu nedenle önceki çözüm yolunun kullanılabileceğini belirtmiştir. Buradan Bora'nın D7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği, buna rağmen, diğer iki öğrencinin bu gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Öğrenciler problemi çözmeye hazırlandıkları sırada Alp *"Bir dakika bir dakika bu evden şantiyeye gidene kadar 25 lira ödeyecekti. Hatta 28,5 lira var yine. Bir daha uğraşmayalım. Bunu kullanalım."* diyerek deneyim temasının D10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabilmiştir. Bora "*30 ile 0,30'u çarpacağız. 30.0,30'dan 9 lira olur (B4-). 28,5+9 eşittir 37,5 lira olur."* diyerek çözüme devam etmiştir. Cenk ise *"Taksimetreyi kapatmadı. Eklemeye gerek yok. O zaman şantiye ile havalimanı arası 3 km bundan gideceğiz. 3000 metre eder. Doğru orantı yapacağız. 200 metrede 1 lira. 3000 metrede 15 lira eder (B4-). Eklersek 52,5 lira yapar."* şeklinde açıklama yaparak çözümü noktalamıştır. Bora ve Cenk yaptıkları işlemleri neden seçtiklerini ifade etmemiştir. Bu nedenle Bora ve Cenk'in B3 göstergesi kapsamında eksik bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp ise başlangıçta süreç içerisinde edindiği bir deneyimini ortaya koyabilmesine rağmen, çözüm sürecinin devamında pasif kalmıştır. Üç öğrenci de işlem hatası yapmadıklarından dolayı buldukları sonucun doğru olduğu yönünde görüş ortaya koymuştur. Dolayısı ile öğrencilerin B7 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrencilerin verilen probleme benzer bir problem kurabilme sürecinde aralarında şu konuşma geçmiştir:

Cenk: Alp Bey diyelim evden çıkıp doğruca havalimanına gitsin.

Bora: Ama bu sefer de Alp'in evi ile havalimanı arasındaki uzaklık değişecek iş uzar. Bir de aynı taksiye mi binecek? Şartlar değişirse farklı taksi olamaz mı?

Alp: Bence de yine Ahmet Bey olsun. Ahmet Bey evden çıkıp nereye gitsin, mağaza olur mu?

Bora: Alışveriş mağazası olsun ['Ahmet Bey alışveriş merkezine gitmiştir', yazdı].

Bora: Taksi ile yazsana, yürüyerek de gidebilir öyle anlaşılıyor. Hatta aynı taksi ile gidiyor yaz. Daha doğru olur. Çünkü başka taksiye binse, işler değişir.

Cenk'in problem için kullanacağı kişinin adını Alp Bey olarak vermesi üzerine, Bora problemi yeni bir kişi ile kurmanın evi ile havalimanı arasındaki uzaklıkları değiştirebileceğini, bu durumun işlerin uzamasına neden olabileceğini belirtmiştir. Problemin yine Ahmet Bey'i içermesi kararlaştırıldıktan sonra Bora probleme taksi ile gidildiği bilgisinin eklenmesi gerektiğini aksi takdirde problemden belirtilecek yere yürüme gidebileceği anlamının da çıkabileceğini söylediği görülmüştür. Öğrenciler yaptıkları tartışmalar ve fikir alışverişleri sonucunda şu şekilde bir problem kurabilmiştir:

Ahmet Bey alışveriş merkezine aynı taksi ile gitmiştir. [Evden alışveriş merkezine 4 km'dir.] Alışveriş merkezinde Ahmet Bey taksiciyi 30 dk bekletmiştir. Tekrar eve gidince taksiciye kaç lira verir?

Üç öğrenci de birbirini tamamlayarak verilen probleme benzer bir problem yazabilmiştir. Öğrenciler bireysel olarak ele alındığında, üçünün de D8 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir. Buna rağmen, öğrenciler aynı gösterge kapsamında grup olarak değerlendirildiğinde aynı gösterge bağlamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildikleri söylenebilir. Öğrenciler kurdukları problemin çözülebilir olup olmadığını kontrol ederken aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Bora: 1 lira 200 metre oluyorsa 8 km yani 8000 metre kaç lira? 40 lira oluyor. Başlangıç için de 3,5 vardı.

Alp: Beklediği var. 9 lira. Yarım saat bekleme süresinin parası (D10).

Cenk: Kaç oluyor. 40+3,50+9,00= 52,50 TL

Alp: Yine aynı para çıktı.

Cenk: Ayarlamadık onu ki ama.

Bora: Niye aynı çıktı?

Alp: Şimdi biz bunda dedik ya gidiş geliş 8 km oluyor. Bir öncekinde de şantiyeye kadar 5 km, şantiyeden havaalanına 3 km ya aslında orada da 8 km yol gidiyordu.

Bora: Doğru ya anladım.

Üç öğrenci de birbirini tamamlayarak yazdıkları problemin çözülebilir olduğunu gösterebilmiştir. Bu nedenle bireysel olarak ele alındıklarında, üçünün de B10 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin hiçbiri kullandığı işlemi neden seçtiğini ifade etmemiştir. Bu nedenle üç öğrencinin de B3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği ifade edilebilir. Öğrenciler kurdukları problem için buldukları sonuç ile problemin koşulları değişmiş hali olan bir önceki problem durumundaki sonucu aynı bulunca şaşkınlık yaşamıştır. Alp ise neden aynı sonucu bulduklarını arkadaşlarına doğru bir şekilde açıklayabilmiştir.

Alp ilk başta içinde, problemi zor çözebilecekmiş gibi bir his uyandığını söylemiş ve bunun nedenini problemin uzun olmasına bağlamıştır (H1). Bora ve Cenk ise "Taksi Problemi"ni ilk okuduklarında problemin kendilerine kolay geldiğini, bu nedenle problemi çözebilecekmiş gibi hissettiklerini belirtmişlerdir (H1). Öğrenciler problemi çözerken hissettiklerini şu şekilde açıklamışlardır:

Alp: Çözerken aslında zor bir problem olmadığını anladım. Çözebildiğimi gördüğüm için kendimi daha iyi hissetmeye başladım (H3).

Bora: Çözebildiğimi görünce mutlu oldum (H3).

Cenk: Problemi çözerken eğlendim (H6).

Öğrenciler sonucu bulduklarında hissettiklerini ise şu şekilde açıklamışlardır:

Alp: Sonucu bulduğumuzda sevindim. Kendimi mutlu hissettim (H3).

Bora: Sonucu bulduğumuzda mutlu oldum ve üçümüzün de matematikte iyi olduğunu anladım (H3).

Cenk: Sonucu bulduğumuzda ise iyi bir matematik öğrencisi olduğumu gördüğüm için çok iyi hissettim kendimi (H3). Çünkü verilen problemi başarı ile sonuçlandırmada katkım oldu.

Bora ve Cenk'in açıklamaları incelendiğinde, ikisinin de verilen problemin sonucunu bulabildikleri için kendilerini matematik adına iyi bir öğrenci olarak değerlendirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin "Taksi Problemi" sürecinde bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki mevcut durumları Tablo 4.4'te gösterilen şekilde özetlenmiştir.

Tablo 4.4. Öğrencilerin "Taksi Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları

	B1	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**	**B6**	**B7**	**B8**	**B9**	**B10**	**D1**	**D2**	**D3**	**D4**	**D5**	**D6**	**D7**	**D8**	**D9**	**D10**	**BA1**	**BA2**	**BA3**	**BA4**	**TP**
A	0	2	1	1	0	0	3	0	2	2	3	3	2	2	0	3	0	2	0	3	3	0	0	3	35
B	2	2	1	2	0	0	3	0	2	2	3	3	0	2	2	3	3	2	0	0	3	0	3	0	38
C	0	2	1	1	0	0	3	0	2	2	3	0	2	3	0	3	0	2	0	0	3	0	0	0	27

A: Alp B: Bora C: Cenk TP: Toplam puan

Tablo 4.4 incelendiğinde, öğrencilerin bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında ortaya koymuş olduğu yansıtmaların puanlanması sonucunda en yüksek puanı Bora'nın, en düşük puanı ise Cenk'in aldığı görülmüştür. Öğrencilerin hiçbirinin verilen problemin uygulama sürecinde B5, B6, B8, D9 ve BA2 göstergeleri kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı, buna rağmen öğrencilerin üçünün de B7, D1, D6 ve BA1 göstergeleri kapsamında başarılı yansıtmalar ortaya koyabildiği söylenebilir.

4.5. "Disk Taşıma Problemi"nden Elde Edilen Bulgular

Yapılan klinik mülakatlarda üç öğrenci de daha önce, verilen probleme benzer bir problem ile karşılaşmadığını söylemiştir (D1). Buna ilaveten Alp *"Biraz garip bir problem. Daha önceki çözdürdüklerimizde işlemler vardı. Bunda sayı falan yok."* diyerek problemin içeriğine yönelik bir görüş ortaya koyabilmiştir. Dolayısı ile Alp'in bağlam temasının BA2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği belirtilebilir.

Bora verilen problemin kendisine göre kolay olduğunu söylerken, Alp ve Cenk problemin kendilerine göre zor olduğunu belirtmiştir (BA1). Buna ilaveten Alp, *"Pek de matematik problemine benzemiyor. Zekâ kitaplarındaki zekâ soruları gibi."* diyerek problemin içeriğine yönelik görüş bildirmiştir (BA2).

Cenk problemi *"Üç çubuktan oluşan düzenek vermiş. Kurallar var işte. Her hamlede en üstteki diski başka bir çubuğa taşıyacağız. Ve her hamlede sadece bir disk taşınabilecekmiş. Küçük diskin üzerine kendinden büyük disk konulamaz. Çıkarılan disk istediğimiz başka çubuğa takılabilir. Bunları dikkate alarak problem yapılmalı. Diyor ki, şekildeki üç diski en az kaç hamlede başka çubuğa taşırsın?"* şeklinde özetlemiştir. Bora verilen problemi "*Problemde bize şey en az kaç hamlede başka bir çubuğa üst üste yine aynı şekil çıkacak şekilde taşınabilir onu soruyor. Kuralları vermiş zaten. En üstteki disk başka çubuğa taşınabilir. Her hamlede sadece bir disk taşınabilir. Bir diskin üzerinde kendinden büyük olamaz, çıkarınca diski istenilen yere takabiliriz gibi. Böyle. Üç tane disk var."* şeklinde bir özetleme yapmıştır. Bora ve Cenk'in yaptıkları özetlemeler sırasında kendi cümlelerini kullanma konusunda pek başarılı olamadığı, dolayısıyla bu iki öğrencinin B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir. Problemi özetleme sürecinde Alp ile araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

> *Alp: Şimdi, bu 3 disk en az kaç hamlede taşınır, bunu soruyor. Kuralları da verdi bana.*

Araştırmacı: Peki anladın mı kuralları, bahseder misin?

Alp: Her hamlede en üstteki disk taşınacak. Her bir hamlede 1 disk oynanacak. Ondan sonra bu büyük bu küçüğün üstüne gelemez. Bir de çıkarılan disk, istenilen herhangi bir çubuğa takılabilir [kâğıttan okuyup söylüyor].

Alp'in de diğer iki öğrenci gibi problemi özetleme sırasında kendi cümlelerini kullanma konusunda pek başarılı olamadığı, dolayısıyla B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Üç öğrenci de kurallardan bahsederek verilenleri, üç diskin başka bir çubuğa en az kaç hamlede taşınabileceğini söyleyerek de istenileni ifade edebilmiştir. Dolayısı ile öğrencilerin B2 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildikleri söylenebilir.

Öğrencilerin üçü de çözüm için kurallara ihtiyaçları olduğunu belirtmiş (D3) ve onlara verilen somut materyal üzerinde taşıma yaparak çözüme başlamanın işlerini kolaylaştıracağını düşündüklerini dile getirmişlerdir (D5).

(Öğrencilerin diskleri taşıma işlemi tanımlanırken diskin numarası ile diskin taşındığı çubuğun adından yararlanılmıştır. Örneğin 1B ile 1.diskin B çubuğuna taşınması kast edilmiştir.)

Cenk'in çözüm için yaptığı disk taşıma süreci şu şekildedir: "*Diyor ki burada en üstteki hareket etmeli, bu nedenle ilk en küçük hareket edecek demek şuraya taşırım o zaman bir (1B). Bu (2.disk), buna gelemez (B çubuğuna) çünkü küçüğün üstüne büyük kalıyor bu nedenle şuraya gitmek gerek (2C). İki etti. Sonra bu, buraya gelsin (1C). Şu büyük de gitsin (3B). Dört oldu. Beş (1A). Sonra buraya altı (2B). Sonra da buraya geleceğiz (1B). Yedi hamle oluyor".* Cenk ilk iki hamleyi yapmadan önce, yapacağı taşıma işleminde neyi neden yapmayı düşündüğünü açıklayabilmiştir (B4). Cenk devamında, önce düşünüp sonra düşündüğü hamleyi yapmıştır fakat bu süreçte Cenk neden seçtiği şekilde bir hamle yaptığını açıklamamıştır. Bu nedenle Cenk'in B4 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora ile yapılan klinik mülakat şu şekilde devam etmiştir:

Bora: Önce şöyle yaparım bir (1B). Sonra böyle iki (2C).

Araştırmacı: Sonra ne yapacaksın?

Bora: Eeee [düşünüyor] sonra şöyle (1C) bu da üç. Şu an şöyle yapsak? [1. ile 2.yi aynı anda hareket ettirmeyi deniyor]

Araştırmacı: Ama demin dedin ki bir hamlede sadece bir disk oynar.

Bora: Doğru. O zaman şöyle yapayım (3B) bu da dördüncü. Sonra şöyle (1A) beşinci hamle. Ortancayı büyüğün üstüne koyarım altı (2B).

Araştırmacı: Ee sonra?

Bora: En son da küçüğü diğer ikisinin üstüne koyarım yedi olur. (1B)

Bora da taşıma işlemi boyunca önce düşünmüş, sonra düşündüğü hamleyi yapmıştır. Fakat bu süreç boyunca Bora da Cenk gibi neden seçtiği şekilde bir hamle yaptığını açıklamamıştır, bu nedenle Bora'nın da B4 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp'in yaptığı taşıma işlemi ise şu şekildedir:

Alp: O zaman ilk başta mecbur bunla başlayacağız (1.diskle). Şuna mı atsam buna mı atsam (B veya C çubuğu). Şimdi şöyle atayım (1B). Bir. Sonra, bu gidecek buraya başka bir yere gidemiyor (2C). İki. Şimdi şunu buraya koyayım (1C). Üç. Sonra bunu böyle taşırım (3B). Dört. Beş (1A). Altı (2B). Yedi (1B). Bitti.

Alp ilk iki hamleyi yapmadan önce, yapacağı taşıma işleminde neyi neden yapmayı düşündüğünü açıklayabilmiştir (B4). Alp devamında, önce düşünüp sonra düşündüğü hamleyi yapmıştır. Fakat bu süreçte Alp neden seçtiği şekilde bir hamle yaptığını açıklamamıştır, bu nedenle Alp'in B4 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problemi çözerken alan yazında yer alan materyal kullanma stratejisinden yararlanmışlardır. Fakat Alp seçtiği stratejiyi *"taşıma yöntemi"*, Bora *"yerinden oynatma stratejisi"*, Cenk ise *"yer değiştirme yöntemi"* olarak isimlendirmiştir. Öğrenciler seçtikleri stratejileri, alan yazında yer alan uygun strateji ile isimlendiremediklerinden dolayı üçünün de bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Alp bulduğu sonucun *"problemde verilen üç diski taşıyabileceği en az hamle sayısını"* ifade ettiğini, Bora *"verilen disklerin en az kaç hamlede bir daha başka bir yerde üst*

üste gelebileceği" anlamını taşıdığını, Cenk ise *"üç diskin en az kaç hamlede başka bir çubuğa gittiğini"* belirtmekte olduğunu söylemiştir. Buradan üç öğrencinin de bağlam temasının BA3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Üç öğrenci de hamle sayısının en az 7 olabileceğini, bu nedenle buldukları sonucun mantıklı olduğunu düşündüklerini söylemiştir (BA4). Öğrenciler, taşıma işlemini baştan yaparak buldukları sonucun doğruluğunu kontrol etmişlerdir. Bunun üzerine Cenk *"Evet çözüm doğru, kesinlikle eminim. En az 7 oluyor."*, Bora *"7'den daha az olmuyor. Ama 7'den fazla olur. Hamle sayısını artırabilirim."*, Alp ise *"Burada verilen kurallara göre 7'den daha az hamle mümkün değil."* diyerek buldukları sonuçlardan emin olduklarını dile getirmişlerdir. Buradan üç öğrencinin de B7 göstergesi kapsamında başarılı şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrencilerin hepsi, çözümlerinden emin olduklarını bu nedenle farklı bir çözüm planı uygulamaya gerek kalmadığını söylemiştir. Bu nedenle, öğrencilerin hiçbirinin B8 göstergesi kapsamında yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Yapılan klinik mülakatların devamında öğrencilere *'Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığın çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydin? 4 disk aynı kurallara göre* ***en az kaç hamlede*** *başka bir çubuğa taşınabilir?'* sorusu yöneltilmiştir. Üç öğrenci de bu problemin, önceki üç diskli probleme benzediğini bu nedenle de yine diskleri taşıma işlemi yaparak çözüme başlayacaklarını söylemiştir (D7). Cenk yaptığı taşıma işlemleri sonucunda verilen 4 diskin başka bir çubuğa en az 15 hamlede gidebileceğini söylemiştir. Bunun üzerine araştırmacı Cenk'e *"Acaba bu dört disk 15'ten daha az hamlede taşınabilir miydi?"* şeklinde bir soru sormuştur. Bu soru doğrultusunda Cenk ve araştırmacı arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Cenk: En az 15 oluyor. Ama daha fazlası olabilir. 15'ten az olmaz kesinlikle. Bunun kuralı var, buldum. 15 çıkıyor.*
>
> *Araştırmacı: Nasıl bir kuralı varmış?*
>
> *Cenk: Şimdi sadece bir disk olsaydı en az bir hamle, iki disk olsaydı şöyle [materyal üzerinde diskler ile gösteriyor] en az 3 hamle oluyor. 3 diskliyi demin bulduk 7 çıkmıştı, 4'ü de yaptım 15 çıktı (D10). Aradaki farklar hep 2 ile*

çarpılıyor. Yani bunlar arasında 2 (bir ve iki diski kullanarak bulunan en az hamle sayıları arasındaki farkı kast ediyor), bunlar arasında 4 (iki ve üç diski kullanarak bulunan en az hamle sayıları arasındaki farkı kast ediyor), bunlar arasında 8 [7 hamle ile 15 hamle]. Demek bir sonraki fark 16 olacak çünkü 8'in 2 katı olmalı. 15'le toplarsam 31 çıkacak (B3-, B4). Şöyle de olur. Aradaki farklar bana 2'nin üslü halleri ile ilgili.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Cenk: Şimdi bakın, 2 üzeri 1 iki yapar. 2 üzeri 2 dört yapar. 2 üzeri 3 sekiz yapar. 2 üzeri 4 on altı yapar. Böyle gider. Ama her adımdaki sayı bunların 1 eksiği kadar. Yani 1, 3, 7, 15, 31 diye gidiyor. Kural eee, 2^n-1 yani. Bu kural hepsi için tutuyor, bir daha taşıma ile uğraşmaya gerek yok. Disk sayısını n yerine koy, çıksın (B6).

Araştırmacı: Oradaki n neye dedin?

Cenk: Disk sayısına dedim.

Cenk dört diski kullanarak taşıma işlemi yaptıktan sonra, bu disklerin kesinlikle en az 15 hamlede taşınabileceğini, yapılabilecek en az hamle sayısını ortaya koyan bir kural bulduğunu söylemiştir. Araştırmacı, Cenk'in nasıl bir kuraldan bahsettiğini sorması üzerine, Cenk bir ve iki diski kullanarak taşıma işlemi gerçekleştirmiş ve yapılabilecek en az hamle sayılarını bulmuştur. Bunun üzerine bir diskin en az 1 hamlede, iki diskin 3 hamlede, üç diskin 7 hamlede, dört diskin 15 hamlede taşınabileceğini, bununla birlikte hamle sayıları arasındaki farkların 2'nin kuvvetleri şeklinde arttığını belirtmiştir. Buna dayanarak beş diskin en az 31 hamlede taşınabileceğini söylemiş ve hamle sayılarını 2'nin üslü kuvvetleri ile ilişkilendirerek 2^n-1 şeklinde bir kural ortaya koyabilmiştir. Araştırmacı Cenk'e kullandığı harf ile neyi kast ettiğini sorduğunda ise Cenk, n harfinin disk sayısını ifade ettiğini söylemiştir. Cenk bu kuralı ilk problem durumu [üç diskli] için de kullanabileceğini bu sayede farklı bir çözüm yolu ile aynı problemi çözebileceğini belirterek, 2^3-1'den 7'ye kolay bir şekilde ulaşabileceğini dile getirmiştir (B9). Cenk farklı bir çözüm yolu olarak öncelikle problemi basitleştirme stratejisi kullanmış ve problemin daha küçük sayıları içeren modellerindeki hamle sayılarını bulmuştur. Daha sonra bu sayılar arasındaki ilişkiyi kullanarak bağıntı arama (örüntü bulma) stratejisinden yararlanmıştır. Cenk'e verilen problem durumu için iki farklı yol

kullandığı, kendisine göre bu çözüm yollarından hangisinin daha iyi olduğu sorulduğunda şu şekilde açıklama yapmıştır:

> *Bence ikincisi daha iyi. Zaten kuralda n yerine sayı koyduğumuzda hemen çıkıyor. Ama ilkinde taşıma var. Kaçta kaldığımızı unutabiliriz. Ya da yanlış tarafa gideriz fazla hamle çıkar. Bu zor bence. Kurallı yöntem daha kolay. Hemen sayı koy, çıksın. Bu nedenle kurallı daha iyi bence.*

Cenk'in açıklamaları incelendiğinde, D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora dört diski taşıma sürecinde yedinci hamleyi yaptığında araştırmacı ile arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Araştırmacı: 7 hamleye kadar kaç tane diski yerinden oynattın?*
>
> *Bora: Üç.*
>
> *Araştırmacı: Doğru yolda olduğunu gösteriyor mu bu sence?*
>
> *Bora: Evet. Çünkü demin üç taneyi iki defa taşıdığımda yapmıştım, ikisinde de yedi çıkmıştı. Burada da üç diski hareket ettirdim. Dört tane de olsa beş tane de olsa hepsi, ben üç taşı en az 7 hamlede oynarım.*
>
> *Araştırmacı: Yani diyorsun ki, elimdeki disk sayısı değişse de ben üç tanesini her zaman en az 7 hamlede hareket ettiririm. Böyle mi?*
>
> *Bora: Evet.*

Bora süreç boyunca yaptığı taşıma işlemlerinde edindiği deneyimlerine bağlı olarak, toplam disk sayısı değişse de üç diskin her zaman en az 7 hamlede taşınabileceğini belirtmiştir. Dolayısı ile Bora'nın D10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora taşıma işlemini iki kez yinelemiş ve verilen dört diskin en az 15 hamlede taşınabileceğini söylemiştir.

Devamında Bora ile araştırmacı arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Araştırmacı: Peki, kural oluşturabilir misin bulduklarınla? Dedin ki 3 disk en az 7 hamlede taşınabilir, demin yaptın dedin ki 4 disk en az 15 hamlede taşınabilir.*

Bora: Başlangıçlarını yazayım. Mesela 1 disk olsaydı en az bir hamlede olurdu [materyalde bir taneyi yerinden oynatarak gösteriyor]. 2 disk olsaydı üç. 3 ve disk olursa demin buldum. Beş taneyi de bulayım mı?

Araştırmacı: Tabi.

Bora: 1'den 3'e iki artıyor. 3'ten 7'ye dört artıyor. 7'den 15'e sekiz artıyor. 15'ten kaç artmalı aradaki farklar hep 2'nin kuvveti. Mesela 2 üzeri bir. İki üzeri iki. İki üzeri üç. Bunun arasındaki fark 2 üzeri 4 yani 16 olacak. 15 ile toplarsam 31 olmalı (B3-). Acaba genel terimi bulabilir miyim?

Araştırmacı: Bulabilir misin sence?

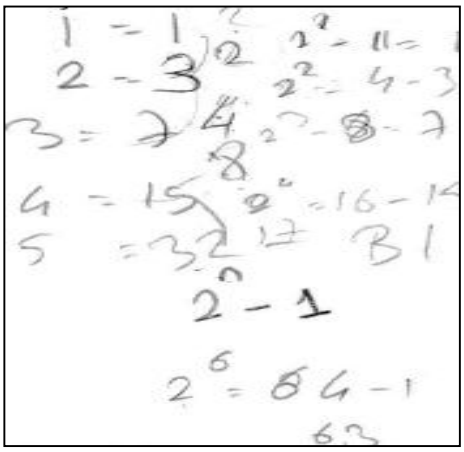
Bora: Düşüneyim. 1'in karesi bir desem. 2'nin karesi dört. Olmuyor. Aradaki farklar hep 2'nin kuvveti şeklinde. 2 üzeri 1 iki eder. 2 üzeri 2 dört eder. 2 üzeri 3 sekiz eder. 2 üzeri 4 on altı eder. Buldum. 2 üzeri n desek 1 çıkarmam gerek (B3-). Formülü buldum 2^n-1.

Araştırmacı: n de nedir?

Bora: n buradaki disk sayısı yani. O zaman 5 tanede 2 üzeri 5'ten 32 yapar, 1 çıkarırsam 31 olur. 6 tane de 64, 1 çık 63 olur.

Araştırmacı: Oldu mu sence bu kural?

Bora: [gülümseyerek] Bence oldu, bakın her sayı için tutuyor, bu nedenle bir daha taşıma ile uğraşmadan bu kural ile sonucu bulabilirim (B6).



Şekil 4.10. Bora'nın "Disk Taşıma Problemi" İçin Yaptığı İkinci Yol

Bora da Cenk gibi önce problemi basitleştirme stratejisinden yararlanmış, daha sonra bulduğu hamle sayılarını kullanıp bir genellemeye vararak verilen problemin çözümü için bir kural bulabilmiştir. Bora bulduğu kuralın çözüm için neden işe yarar olduğunu açıklayabilmiştir. Bu nedenle Bora'nın B6 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora kuralı bulmasının ardından beş diskin gerçekten de en az 31 hamlede taşınıp taşınmayacağını kontrol etmek istemiş ve taşıma işlemine başlamıştır. Bora ilk dört diski hareket ettirirken yaptığı 14. hamleden sonra durmuş ve yanlış yaptığını söyleyerek baştan başlamak istemiştir. Araştırmacı ona neden gidişatının yanlış olduğunu düşünüp baştan başlama gereği duyduğunu sorduğunda Bora *"Çünkü dört diski daha önceden yaptığımda en az 15 hamlede taşımıştım. Burada ise bir hamlem kaldı. Ve bu dördü bir adımda üst üste hayatta gelmez. Bu nedenle baştan başlamam gerek, hatta 7 hamleden başlasam da olur. Çünkü üç disk en az 7 hamlede taşınıyordu."* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bora'nın açıklamaları incelendiğinde, süreç içerisinde edindiği deneyimleri hatırlayarak taşıma işleminde doğru bir yolda olmadığını düşündüğü görülmüştür. Bununla birlikte taşıma işlemine bir daha baştan başlamayıp 8. hamleyi yaparak devam edebileceğini belirtmesi dikkat çekmiştir. Bora'nın açıklamalarına bakıldığında D10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora yaptığı dördüncü deneme sonucunda 4 diski en az 15 hamlede taşımayı başarmıştır. Bunun üzerine doğru yolda olduğunu söyleyerek taşıma işlemine devam etmiştir. Bora taşıma sürecinde 31 hamleye ulaşamayacağını düşündüğü zamanlar, bir daha baştan başlamak yerine 4 diskin başka bir çubuğa en az 15 hamlede taşınacağını belirterek 16. hamleyi yapma yoluna gitmiştir ve süreç şu şekilde devam etmiştir (D10).

Bora: 16 (5B). 17 (1B). 18 (2A). 19 (1A). 20 (3B). 21 (1C). 22 (2B). 23 (1A). 24 (2C). Bu olmayacak. Bir daha baştan başlamaya da gerek yok. Yok ben 15'ten bir daha başlayayım.

Araştırmacı: Neden?

Bora: Çünkü böyle olmaz. 7 hamlem kaldı. Ama 7 hamlede 5 tanesini üst üste getiremeyeceğim.

Araştırmacı: Tamam başla bakalım.

Bora: 16 (1B). Yok 16 bu olsun (5B).

Araştırmacı: Neden küçüğü hareket ettirmekten vazgeçtin?

Bora: Çünkü bunu (5.yi) her halükarda oynayacağım. Ne kadar erken oynarsam o kadar iyi olur.

Araştırmacı: [disk elinde ama 1.yi A'ya mı B'ye mi oynayacağına karar veremiyor] Küçüğü A'ya mı B'ye mi oynasan daha az hamle olur? Amacın ne şu an?

Bora: 4.'yü 5.'nin üstüne getirmek amacım. Bu nedenle şuraya gelsin (1A). 17 oldu. 18 (2B). 19 (1B). 20 (3A). 21 (1C). 22 (2A). 23 (1A). 24 (B). 25 (1B). 26 (2C). 27 (1C). 28 (3B). 29 (1A). 30 (2B). 31 (1B).

Bora 5 diski yaklaşık olarak on beş dakikada taşımıştır. 31 hamleye ulaşıp beş diski başka bir çubuğa taşıdığında ise *"Ne zordu, canım çıktı. Ohhhh, sonunda bitti. Zaten 31 hamle olmalıydı örüntüye göre. Doğru yaptım yani."* diyerek zor bir süreci atlattığını söylemiş ve düşündüğü hamle sayısına ulaştığı için doğru yaptığından emin olduğunu belirtmiştir.

Bora da Cenk gibi, bulduğu kuralı ilk problem durumu [üç diskli] için kullanabileceğini bu sayede farklı bir çözüm yolu ile aynı problemi çözebileceğini belirterek, 2^3-1'den 7'ye kolay bir şekilde ulaşabileceğini dile getirmiştir (B9). Bora'nın farklı bir çözüm yolu olarak bağıntı arama (örüntü bulma) stratejisinden yararlandığı görülmüştür. Bora'ya verilen problem durumu için iki farklı yol kullandığı, kendisine göre bu çözüm yollarından hangisinin daha iyi olduğu sorulduğunda şu şekilde açıklama yapmıştır:

Bunda [somut materyali gösteriyor] zaten birle yap, ikiyle yap, üçle yap, dörtle yap ama ilerledikçe daha çok zorlanıyorsun. Mesela beş ile ben sabahtan beri uğraşıyorum. Hocam 10'la olsa bunu sabaha kadar yapamazlar bence [gülüyor]. Bana göre şu ikincisi daha iyi, zaten formül var. Hani yaptım ya 2 üzeri n'li o daha iyi yani. Direkt altı diskle olanı sorsa 2 üzeri 6, 64 eksi bir 63. Bu kadar kolay bitiyor.

Bora'nın açıklamaları incelendiğinde, D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp dört diskli problem durumu için yaptığı taşımalar sonucunda 3 diski başka bir çubukta 8 hamlede üst üste getirebilmiştir. Bunun üzerine araştırmacı ile Alp arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Demin demiştin ki üç disk başka bir çubuğa en az 7 hamlede taşınıyor, sen 8 hamlede taşımış oldun. Hamle sayısı değişmeli mi sence?

Alp: Toplam disk sayısı değişti ama arttı. Eskiden 3 çubuk 3 disk vardı kolayca gidiyorlardı ama şimdi 3 çubuk 4 disk var bir çubuğu boş bırakmak zorlaştı. Değişmeli bence. Farklı olmalı bence.

Alp toplam disk sayısının değişmesinin, üç diskin başka bir çubuğa taşınabileceği en az hamle sayısını değiştirdiğini düşünmüştür.

Alp: 8 böyleyken, 9 (4B). 10 (1B). 11 (2A). (B4-) Sonra bunu böyle atsam (1A). Sonra bu (3B). 14 (1C). 15 (2B). 16 (1B).

Araştırmacı: Acaba 16'dan daha az var mıdır?

Alp: Olabilir.

Araştırmacı: Sen 3 diski 8 hamlede taşıdın. İlk durumda en az 7 bulmuştun. 100 disk olsaydı da üç diski yine en az 7 hamlede mi taşırdın? Değişmeli mi ki bu sayı?

Alp: Bir daha deneyeyim bence. (disklerin hepsi B'de). Bir (1C). İki (2A). Üç (1A). Dört (3C). Beş (1B). Altı (2C). Yedi (1C).

Araştırmacı: 7 buldun.

Alp: O zaman oluyormuş öğretmenim. Sayı değişmedi.

Araştırmacı: Yani 3 disk hep en az 7 hamlede mi taşınacak?

Alp: [evet anlamında başını salladı] Hı hı. Disk sayısı değişse de 3 diski en az 7 hamlede taşıyoruz demek.

Araştırmacı: Demin dedin ki sayı değişir.

Alp: Ama demin öğretmenim çok değişmedi 8 hamle demiştim 1 hamle değişti.

Araştırmacı: 1 hamle fazla bulman sonucu değiştirir mi?

Alp: Evet. Fazla bulurum.

Alp yaptığı deneme yanılmalar sonucunda fikrini değiştirmiş ve toplam disk sayısı değişse de, üç diskin başka bir çubuğa her zaman en az 7 hamlede taşınabileceği görüşünü savunmaya başlamıştır.

> Alp: *Devam edeyim. 8 (4A). 9 (1B). Bunu (2) nereye oynayacağım? [düşünüyor] (B4-) Şunu şuraya değil de buraya atayım, 8 (1A). 9 (2B). 10 (1B). 11 (3A). 12 (1C). 13 (2A). 14 (1A).*
>
> *Araştırmacı: Bütün diskleri hareket ettirmen lazımdı, sen şu taşı (4) hiç hareket ettirmedin?*
>
> *Alp: Evet ya başlangıçta zaten A çubuğundaydılar, yine orda oldular. Bir daha baştan yapayım. Hatta yok 7'den devam edeyim. Şöyleydi. [üçünü C çubuğuna koyuyor]. 8 (4B). 9 (1B). 10 (2A). 11 (1A). 12 (3B). 13 (1C). 14(2B). 15 (1B). En az 15 olur öğretmenim. Doğrusu bu olmalı.*

Alp başlangıçta, üç diski başka bir çubuğa 8 hamlede taşıdığı için dört diskin en az 16 hamlede taşınabileceği belirtmişken, daha sonra ise bu sayının 14 olduğunu söylemiştir. Araştırmacının Alp'e en büyük diski yerinden oynatmadığını söylemesi üzerine, Alp bir daha baştan başlamak yerine üç diski direkt yerinden oynatarak 7 hamleyi geride bıraktığını belirterek 8. hamleyi yapmaya koyulmuş ve dört diskin en az 15 hamlede taşınabileceğini dile getirmiştir. Alp'in doğrudan 7 hamleden başlaması süreç içerisinde edindiği bir deneyimi kullanabildiğini göstermiştir, bu nedenle Alp'in D10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Alp ile yapılan klinik mülakat şu şekilde devam etmiştir:

> *Araştırmacı: Peki bir kural bulabilir misin bu bulduklarını içine alan? Mesela dedin ki üç disk en az 7 hamle taşınıyor, dört disk en az 15 hamlede taşınıyor. Deseler sana ki 6 disk en az kaç hamlede taşınır? Taşıma yapmadan bunu bulabilir miydin?*
>
> *Alp: Şimdi iki disk olsaydı bakayım [materyal üzerinde gösteriyor] üç hamlede taşınıyor. Bir tane disk olsaydı zaten bir hamle olurdu. Şimdi şurada 2 artmış, şurada 4 artmış, şurada 8 artmış. O zaman artış sayıları hep 2 ile çarpılmış. O zaman bir dahaki adımda yani 5 disk olsaydı en az 31 hamle olur.*
>
> *Araştırmacı: Neden?*

Alp: Çünkü 15'e 8'in 2 katı yani 16 eklenecek (B3-, B4-).

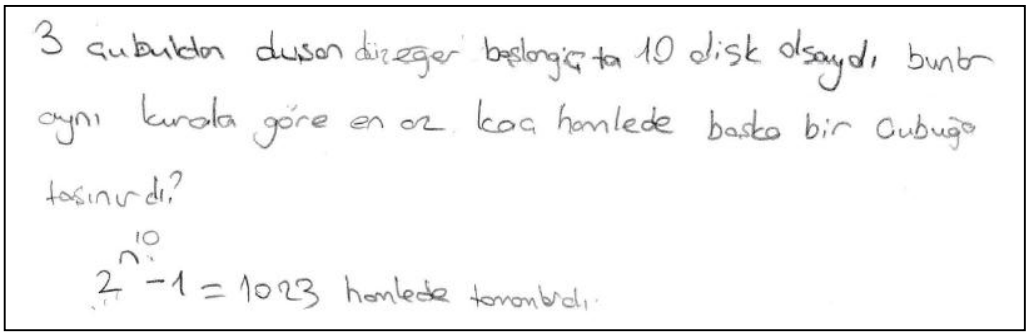
Araştırmacı: Peki 7 disk en az kaç hamlede taşınır diye sorsaydı nasıl olurdu?

Alp: Şimdi 6 disk ise bu sefer artış miktarının 32'ye çıkması lazım. Yani 31+32'den 63 olurdu. 7 diskte ise artış 64 olurdu. Yani 63+64 den 127 olurdu (B3-).

Alp de arkadaşları gibi problemi basitleştirerek hamle sayılarını bulmuş ve bu sayılar arasındaki örüntüyü keşfetmiştir. Fakat arkadaşlarının aksine herhangi bir bağıntı oluşturamamıştır. Alp hamle sayıları arasındaki bu örüntüyü ilk problem durumu [üç diskli] için de kullanabileceğini bu sayede farklı bir çözüm yolu ile aynı problemi çözebileceğini belirterek, 1, 3, 7 dizisinden sonuca kolay bir şekilde ulaşabileceğini dile getirmiştir (B9). Alp'e verilen problem durumu için iki farklı yol kullandığı, kendisine göre bu çözüm yollarından hangisinin daha iyi olduğu sorulduğunda şu şekilde açıklama yapmıştır:

Bence aradaki farklardan gittiğim yöntem daha iyiydi ve de kolaydı. Çünkü taşıma yöntemi çok disk olunca yapılamaz hale gelebilir. Zorlanabilirim. Diğerinde ekleyerek git sonuç hemen çıksın.

Alp'in açıklamaları incelendiğinde, D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.



Şekil 4.11. Cenk'in "Disk Taşıma Problemi"ne Benzer Oluşturduğu Problem

Cenk Şekil 4.11'deki gibi benzer bir problem durumu kurabilmiştir (D8). Cenk yazdığı problemin çözülebilir olduğunu bulduğu kural ile göstermeye çalışmış ve problemin doğru cevabının 2^{10}-1'den 1023 olduğunu söylemiştir. Cenk'in B10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Bora *"Başlangıçta düzenekte 3 çubuktan birinde 9 disk olsaydı bunlar aynı kurallar ile kaç hamlede başka çubuğa taşınırdı?"* şeklinde bir problem kurabilmiş ve araştırmacı ile arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Araştırmacı: Buradaki problem durumlarında en az hamle diye belirtmişti. Sen en az demedin. Acaba en az demezsen çözüm değişir mi?*
>
> *Bora: Mesela en az demezsem o daha fazla hamlede bulunabilir. Mesela ben 6 diskliyi 63'te buldum ya, ben en az demezsem başka biri onu 65, 66 hamlede de bulabilir. Ben o zaman en az diyeyim daha net olsun. Başlangıçta düzenekte 3 çubuktan birinde 9 disk olsaydı bunlar aynı kurallar ile en az kaç hamlede başka çubuğa taşınırdı?*

Bora araştırmacı ile olan konuşması sonucu yazdığı benzer probleme *"en az"* diye bir ekleme yapmış ve böylece problemin net bir sonucunun bulunabileceğini söylemiştir. Yazdığı probleme yaptığı ekleme sonucu, Bora'nın D8 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir. Bora yazdığı problemin çözülebilir olduğunu bulduğu kural ile göstermeye çalışmış ve problemin doğru cevabının 2^9-1'den 511 olduğunu söylemiştir. Bora'nın B10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Alp ise *"Aynı kurallara göre 7 disk en az kaç hamlede başka bir çubuğa taşınır?"* şeklinde benzer bir problem kurabilmiştir (D8). Alp yazdığı problemin çözülebilir olduğunu hamle sayıları arasındaki örüntüden yararlanarak göstermeye çalışmış ve hamle sayılarını 1, 3, 7, 15, 31, 63 şeklinde gösterip 63'e 64 eklenmesi gerektiğini söylemiş, cevabı 127 bulmuştur. Dolayısı ile Alp'in de B10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problemi ilk kez okurken hissettiklerini şu şekilde ifade etmişlerdir:

> *Cenk: İlk başta zor dedim ama kendime inandığım için çözebileceğimi hissettim (H1). Önceden çözdürdüğünüz problemlerde hep sayı vardı, bunda yoktu. İşlem, sayı falan olmadığından pek matematik problemi gibi gelmedi bana (BA2).*
>
> *Bora: İlk kez okurken bunda sayı falan yoktu diye hemen çözüp sonucu bulabilirim gibi hissettim (H1, BA2). İlk başta kolay gelmişti bana, işlem yok*

diye. Ama sonradan baktığımda bana zor geldi. Çünkü çözüm süreci çok uğraştırıcıydı. Yani pek de kolay bir problem olmadığını anladım.

Alp: Problem bana zor gibi gelmişti ama çözebilirim diye hissetmiştim (H1).

Problemi ilk okuduğunda, problemin kolay bir zorluğa sahip olduğunu söyleyen Bora beş diski taşıma sırasında baya zorlandığı için süreç sonunda fikrini değiştirmiş ve pek de kolay olmayan bir problemle karşılaştığını belirtmiştir.

Öğrenciler problemi çözerken hissettiklerini şu şekilde ifade etmişlerdir:

Cenk: Şu taşıma işlemini yaparken en az mıdır, hangi tarafa gitmeliyim falan biraz tedirgin oldum (H8). Burada biraz korktum hata yaparım diye (H8). Ama taşıma işlemi çok eğlenceliydi (H6). Bence şu ana kadarki en eğlenceli ve güzel problem buydu, hoşuma gitti (H4).

Bora: Şu taşıma işleminde üç ve dört kolaydı ama beş diskle zordu. Taşırken zorlandım bu yüzden sıkıldım (H6). Ama bana göre şu ana kadar en çok eğlendiğim problem bu.

Alp: Pek eğlenceli bir süreç değildi (H6) çünkü ben zekâ oyunlarında falan da iyi değilim. Bu da onlara benziyordu. Sıkıcı bir problemdi (H5). İlk başta hamle sayılarında eksik veya fazla yaptım mı diye biraz endişelenir gibi oldum tedirgin hissettim yani ama sonradan geçti (H8).

Öğrenciler problemin sonucunu bulduklarında hissettiklerini ise şu şekilde ifade etmişlerdir:

Cenk: Mutlu oldum (H3). Çünkü bana zor gelen bir problemi çözebildim ve rahatladım (H9).

Alp: Sonucu bulduğumda problemleri çözdüğüm için rahatladığımı hissettim (H9). Endişelerim gitti. Korkum yenildi o eksik fazladaki endişelerim yani. Başta zor demiştim ama sonucu bulduğumda gayet kolay olduğunu anladım.

Bora: Çözünce en çok kendimi mutlu hissettiğim bu problem oldu, sonucu bulunca iyi hissettim kendimi (H3). Mesela hocam ben bu sonuçları buldum ya, diyelim bu problemi başka birilerine sorabilirim. Onlar bulamadı diyelim bana bul deseler hemen ben cevabını verebilirim. Çünkü formülünü biliyorum.

Bora'nın kendisi ile yapılan görüşmede *"Saksılı problemi çözmek beni daha çok mutlu etti. Çünkü bireysel olarak denklem kurup da çözebildim ya ondan."* demesi üzerine araştırmacı ile arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Araştırmacı: "Disk Taşıma Problemi"nde daha çok eğlendim, çözünce en çok bu problemde mutlu oldum demiştin?*
>
> *Bora: Genel olarak bakarsak disk taşımalı beni mutlu eden. Ama bunun 5 disklisini yaparken çok sıkıldım.*
>
> *Araştırmacı: Yani hangisini çözmek seni daha mutlu etti saksılı olan mı, diskli olan mı?*
>
> *Bora: Disklide taşıma işlemi olduğundan dolayı bana daha farklı ve eğlenceli geldi. Bundan dolayı disk taşıma diyorum.*

Bora verilen problemle tekrar karşılaşması durumunda oluşturduğu formülü kullanarak hızlı bir şekilde sonuca ulaşabileceğini dile getirirken, Alp de Bora gibi süreç sonunda problemin zorluğuna yönelik başlangıçta söylediği fikrini değiştirmiş ve sonucu bulduğunda problemin kendine kolay geldiğini belirtmiştir. Öğrencilerin "Disk Taşıma Problemi" sürecinde bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki mevcut durumları Tablo 4.5'te gösterilen şekilde özetlenmiştir.

Tablo 4.5. Öğrencilerin "Disk Taşıma Problemi" Sürecinde Bilgi, Deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	BA1	BA2	BA3	BA4	TP
A	2	3	1	1	0	0	3	0	3	3	3	0	3	0	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	49
B	2	3	1	1	0	3	3	0	3	3	3	0	3	0	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	52
C	2	3	1	1	0	3	3	0	3	3	3	0	3	0	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	52

A: Alp ***B: Bora*** ***C: Cenk*** ***TP: Toplam puan***

Tablo 4.5 incelendiğinde, öğrencilerin bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında ortaya koymuş olduğu yansıtmaların puanlanması sonucunda Bora ve Cenk'in aynı puanı aldığı görülmüştür. Bir önceki "Taksi Problemi"nde en düşük puanı alan Cenk'in "Disk Problemi"nden aldığı puan araştırmacının dikkatini çekmiştir. Öğrencilerin hiçbirinin verilen problemin uygulama sürecinde B5, B8, D2, D4 ve D9 göstergeleri kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı, buna rağmen öğrencilerin üçünün de B2, B7, B9, B10, D1, D3, D5, D6, D7, D8, D10, BA1, BA2, BA3 ve BA4 göstergeleri kapsamında başarılı yansıtmalar ortaya koyabildiği söylenebilir.

4.6.”Boncuk Taşıma Problemi”nden Elde Edilen Bulgular

‘Boncuk Taşıma Problemi (Bkz. Ek 6)’ uygulama sürecinin altıncı ve son problem çözme etkinliği olmakla birlikte, aynı zamanda bağlamı değiştirilerek oluşturulan üçüncü problemdir. Bu problem çözme etkinliği sırasında, öğrenciler problemde verilen yönergeleri sırası ile okumuş ve okudukları her yönerge hakkında görüş belirtmişlerdir.

Öğrenciler birinci yönergeyi okuduktan sonra üçü de verilen problemin “Disk Taşıma Problemi”ne benzediğini söylemiş ve D1 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabilmişlerdir. Ardından öğrencilerin arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

> *Cenk: Burada her seferde bir boncuk taşınıyor. Diğerinde de her hamlede bir disk taşınıyordu. Burası benzer, ikisinde de taşıma var. Ama öbüründe diskleri istediğimiz yere taşıyabiliyorduk ama büyük küçüğün üstüne gelmiyordu. Bunda ise sadece sağına veya soluna gidiyor, bu farklı. İkisinde de önümüzde düzenek var, bu da benzer.*
>
> *Bora: Öbüründe 3 tane çubuk vardı. Bunda 4 tane var. Farklı burası. Benzer yerleri Cenk zaten söyledi.*
>
> *Alp: Farklı olan yerlerden biri de şu: Geçenki problemde başlangıçta bir çubukta üç veya dört disk vardı. Bunda sayılar farklı her çubuk başlangıçta dolu. Bir, iki, üç, dört boncuk şeklinde.*

Cenk’in açıklamaları incelendiğinde, “Disk Taşıma Problemi” ile “Boncuk Taşıma Problemi” arasındaki benzerlikleri başarılı bir şekilde ortaya koyabildiği, buna rağmen iki problem arasındaki farklılıkları ortaya koyma adına söylediklerinde bazı eksiklikler olduğu görülmüştür. Bu eksiklikler Alp ile Bora’nın katkıları ile tamamlanmış ve iki problem arasındaki benzer ve farklı olan yönler başarılı bir şekilde ortaya koyulabilmiştir. Dolayısı ile öğrenciler bireysel olarak ele alındığında üçünün de D4 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği, buna rağmen grup olarak ele alındıklarında ise aynı gösterge dâhilinde başarılı bir grup yansıtması ortaya koyabildikleri söylenebilir.

Öğrenciler problemin zorluk derecesine yönelik görüşleri şu şekildedir:

Bora: Bence kolay (BA1). Çünkü geçenki probleme de benziyor.

Cenk: Bana göre orta derecede bir zorluğu var (BA1).

Alp: Zor gibi görünüyor (BA1). Ama denememiz lazım. Belki çözerken kolay gelir.

Verilen problemi özetleme işine ilk olarak Alp başlamış ve süreç şu şekilde devam etmiştir:

Alp: Kurallar var işte. Her hamlede sadece bir boncuk taşınabilir. Taşınacak boncuk da ya bir sağına ya da bir soluna gidebilir.

Cenk: Şimdi bunlar 1, 2, 3, 4 boncuk şeklinde. Ama biz 4, 3, 2, 1 şeklinde yapmalıyız. Bunu yapmak için gereken en az hamle sayısını soruyor.

Alp ve Cenk'in problemi kendi cümleleri ile özetleme hususunda başarılı yansıtma yapamadıkları, bu nedenle Alp ve Cenk'in B1 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildikleri söylenebilir. Bora ise aynı gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamamıştır.

Alp "*Her hamlede sadece tek bir boncuk taşınabilir. Taşınacak boncuk bir sağına veya bir soluna gidebilir. Bir de önümüze kâğıttaki şeklin aynısı verilmiş."* diyerek problemde verilenleri ifade edebilirken, Bora ise *"Sorduğu da boncuklar en az kaç hamlede 4, 3, 2, 1 olacak biçimde taşınır."* diyerek problemde istenilenin ne olduğunu belirtebilmiştir. Buradan Alp ve Bora'nın B2 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabilmelerine rağmen, birbirilerinin söylediklerini tamamlayarak problemde verilen ve istenenlerin neler olduklarını ifade edebildikleri söylenebilir. Buna rağmen Cenk'in aynı gösterge dâhilinde herhangi bir yansıtma yapamadığı eklenebilir.

Öğrenciler beşinci yönergeyi okuduktan sonra aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Cenk: Taşınacak boncuk bir sağ veya bir sola gidecek, bu bilgiye ihtiyacımız var.

Alp: Her hamlede sadece bir boncuk taşınabilir. Buna da kesin ihtiyacımız var.

Bora: Bir de en az kaç hamlede taşınabilir, bu da önemli. Buna da ihtiyacımız var. Nasıl yapacağız, taşıyarak dimi?

Cenk: Evet taşıyarak yapacağız.

Alp: Evet tabi başka nasıl yapacağız ki şu anlık sadece taşıma olur. Kural varsa ilerde çıkar. Şimdi olmaz.

Alp ve Bora çözüm için kuralların gerekli olduğunu dile getirirken, Bora ise rastgele bir hamle sayısına değil olabilecek en az hamle sayısına ihtiyaçları olduğunu belirterek bu bilginin önemini vurgulamıştır. Dolayısı ile öğrenciler bireysel olarak ele alındığında üçünün de D3 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği, buna rağmen grup olarak ele alındıklarında ise aynı gösterge dâhilinde başarılı bir grup yansıtması ortaya koyabildikleri söylenebilir. Öğrenciler çözüme taşıma işlemi yaparak başlayacağını belirtmiştir. Fakat sadece Alp ellerinde herhangi bir kural olmadığından dolayı mecbur taşıma işlemi yaparak çözüme başlayacaklarını söyleyerek D5 göstergesi kapsamında başarılı, diğer iki öğrenci ise bu gösterge dâhilinde eksik yansıtma yapabilmiştir.

Öğrenciler çözüm yöntemlerini şu şekilde açıklamışlardır:

(Taşıma işleminin kodlaması şöyle yapılmıştır: D1C ile kast edilen D çubuğundan 1 tane boncuk alınıp C çubuğuna konmuştur.)

Alp: Bir (D1C).

Cenk: İki (B1A).

Bora: Şunu alalım üç (C1B).

Alp: Dört (D1C).

Bora: Beş (C1B).

Altı (B1A).

Bora: Yedi (C1B).

Cenk Sekiz (B1A).

Bora: Dokuz (D1C).

Alp: On (C1B). Bu kadar mıdır ki? Emin olmak için denesek mi bir daha başka şekilde?

Cenk: Bence de.

Alp: Bence de emin olmamız lazım.

Öğrenciler boncukları 10 hamlede istenilen şekilde dizmiştir. Fakat buldukları sonuçtan emin olamadıkları için önceki yaptıklarından farklı bir şekilde taşıma işlemi yapmaya karar vermişlerdir. Ardından süreç şu şekilde devam etmiştir:

Bora: Bir (B1A).

Alp: Şunu şöyle yapalım (B1A). İki.

Cenk: Üç - dört olur. (C1A).

Alp: Bence uzattık.

Cenk: Niye ki?

Alp: Şurayı boş bıraktık ya ondan. [C çubuğunun boş olması ona göre işi uzattığını ifade etmektedir.]

Bora: Alp, deneme yapıyoruz zaten. Çubuk boş kalmayacak diye bir şey denmedi, yapalım böyle. Kesin bu olacak demedik ki. Bakacağız işte.

Cenk: Beş (C1B).

Alp: Altı (C1B).

Bora: Yedi, sekiz olur (D1B).

Alp: Dokuz (D1C).

Cenk: On (D1C). Demin uzattık demiştin Alp. Demek değişmiyormuş. O zaman en az 10 hamlede. İstersek uzatabiliriz bunu ama en az 10.

Alp: Evet. Demek ki en az 10'muş.

Bora: Aynen, en az 10 hamle oluyor kesinlikle.

Öğrenciler farklı bir taşıma yolu izleyerek yine 10 sonucuna ulaşmış ve boncukların kesinlikle en az 10 hamlede istenilen şekilde dizileceğini söylemişlerdir. Alp taşıma işlemi sırasında C çubuğunun boş kalmasının hamle sayısını artırabileceğini düşünmüş, daha sonra ise bu durumun hamle sayısını artırmadığını belirtmiştir.

Öğrenciler problemi çözerken alan yazında yer alan somut materyal kullanma stratejisinden yararlanmalarına rağmen, verdikleri ortak karar sonucu seçmiş oldukları stratejiyi *"taşıma stratejisi"* olarak isimlendirmişlerdir. Öğrenciler seçtikleri stratejileri,

alan yazında yer alan uygun strateji ile isimlendiremediklerinden dolayı üçünün de bilgi temasının B5 göstergesi kapsamında yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Bora *"Bu diziliş en az kaç hamlede 4, 3, 2, 1 boncuk şeklinde olur bunu ifade ediyor."* diyerek buldukları sonucun ne anlama geldiğini söyleyerek BA3 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabilmiştir. Buna rağmen diğer iki öğrenci aynı gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma yapamamıştır. Cenk "*Bence mantıklı. Çünkü hamle sayısı illaki pozitif bir şey olacak. İki kere yaptık aynı çıktı, gayet mantıklı bu nedenle."* diyerek buldukları sonucun neden mantıklı olduğunu söyleyerek BA4 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabilirken, diğer iki öğrenci aynı gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma yapamamıştır. Alp ise "*En az 10 çıktı. Başka da olmaz. İki kere farklı yoldan boncuk taşıyarak yaptık. 10 çıktı. Demek 10'dan daha az olmaz."* diyerek B7 göstergesi kapsamında başarılı bir yansıtma yapabilmiş, aynı gösterge dâhilinde diğer iki öğrenci herhangi bir yansıtma yapamamıştır.

Öğrenciler buldukları sonuçtan emin oldukları için farklı bir çözüm planına gerek duymadıklarını belirtmiştir. Bu nedenle üçünün de B8 göstergesi kapsamında herhangi bir yansıtma yapamadığı söylenebilir.

Öğrenciler 11. yönergeyi okuduktan sonra farklı bir çözüm planı oluşturmak adına aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Alp: Bunda da geçenki problemde yaptığım gibi durum değişirse ne olur onu bulalım. Çubuk sayısı değişirse kaç olur onu bulalım yani (B4-).*
>
> *Bora: Evet bence de öyle yapalım. Bu sefer 5 çubuk olsun. Boncukları da kuralların dediği gibi dizeceğiz.*
>
> *Cenk: Bence de farklı durumlardaki hamle sayılarına bakmakta fayda var. Bir çubuk daha ekleyelim. Şimdi dizelim. 1, 2, 3, 4, 5 boncuk şeklinde olacak. Biz tersini yapacağız.*

Öğrenciler "Disk Taşıma Problemi"nde yaptıkları gibi farklı koşullarda yapılacak en az hamle sayısını bulmayı planlamış ve düzeneğe beşinci çubuğu (E çubuğu olarak isimlendirilmiştir) eklemişlerdir. Buna ilaveten, A çubuğunda bir boncuk, B çubuğunda iki boncuk ve benzer şekilde diğer çubuklara da bir artacak şekilde boncuk takmışlardır. Öğrenciler yaptıkları taşıma işlemi sonucunda 5, 4, 3, 2, 1 boncuk olacak şekilde bir

dizilime en az 20 hamlede ulaşılabileceğini söylemiş, bundan emin olmak adına baştan başlayarak farklı bir taşıma yolu izlemişlerdir. Bu taşıma işlemi sonucunda artık emin olduklarını ve beş boncuğun aynı kurallara göre en az 20 hamlede taşınabileceğini belirtmişlerdir. Devamında Cenk "*6 boncuk ile de mi denesek. Kuralı bulurduk."* şeklinde arkadaşlarına bir öneri sunmuş, Alp ise *"3 boncukluyu deneyelim bence. O daha kolay olur."* diyerek Cenk'in önerisini reddetmiştir (G2). Bora da üç boncuk kullanmanın daha kısa sürede taşınabileceğinden dolayı kolay olduğunu belirterek Alp'e katıldığını belirtmiştir (G1). Bunun üzerine öğrenciler üç boncuk kullanarak en az 4 hamlede bir taşıma gerçekleştirilebileceğini uygulama yaparak belirtmişlerdir. İki boncuk ile de taşıma yapmışlar ve yapılabilecek en az hamle sayısının 1 olduğunu ifade etmişlerdir. Cenk kural bulmak adına altı boncuklu taşıma işleminin gerekli olduğunu söylemiş, bu sefer Alp ve Bora Cenk'in önerisini kabul etmiştir (G1). Yaptıkları taşıma işlemi sonucunda, 6 boncuğun en az 35 hamlede istenilen şekilde taşınabileceği konusunda hem fikir olmuşlardır. Süreç şu şekilde devam etmiştir:

Bora: Şimdi 1 çubuk olsa oynatma yok 0 hamle, 2 çubuk olsa en az 1 hamle, 3 çubuk olsa en az 4 hamle, 4 çubuk olsa 10, 5 çubuk olsa 20, 6 çubuk olunca 35.

Cenk: Hamle sayıları arasındaki farka bakalım, 0'dan 1'e bir artmış, 1'den 4'e üç artmış, 4'ten 10'a altı artmış, 10'dan 20'ye on artmış, 20'den 35'e on beş artmış. Ne var burada kural olarak ki?

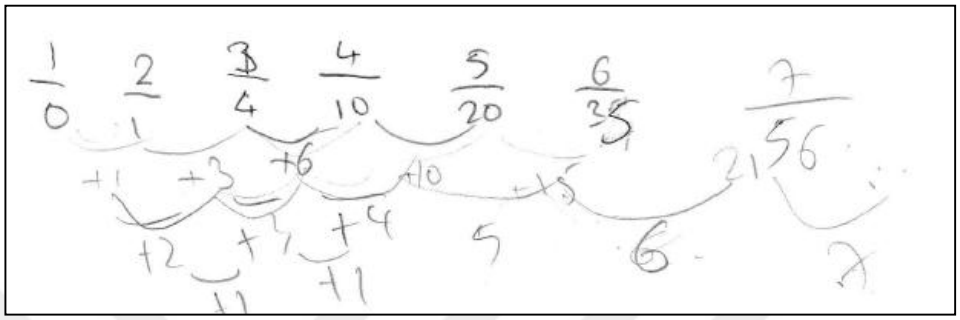
Alp: Buldum. Aradaki artan farklar arasındaki sayı var ya o her seferde bir artıyor. Şurada mesela bakın birinci fark 1, ikinci fark 3. Bunlar arasındaki fark 2. Şimdi 3 ile 6 farkları bulduk ya bunların arasındaki fark da 3. 6 ile 10 farkları bulduk ya bunlar arasındaki farka bir daha bakarsak 4. 10 ile 15 farklarını bulmuştuk. Bunların arasındaki fark 5. Demek bir sonraki öyle olacak 15 ile arasında 6 fark olmalı, yani 21 artacak bir önceki hamle sayısından, yani aynı kurallara göre 7 çubuk koysak boncukları dizsek 35+21'den 56 hamlede olacaktı (B3-, B4).

Cenk: Evet. Öyle olur. Bence de.

Bora: Evet.

Bora: n'li bir formül bulunmuyor sanki. Aritmetik dizi değil. Geometrik dizi de değil.

Cenk: Bence n'li bir şey olmuyor. Alp'in dediği mantıklı. Aradaki farklar üstünden gideceğiz.



Şekil 4.12. Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi" İçin Yaptığı İkinci Çözüm

Öğrenciler sıralı olan altı durum için yapılabilecek en az hamle sayısını bulduktan sonra dizinin hangi kurala göre türediğini bulmaya çalışmışlardır. Alp hamle sayıları arasındaki örüntüyü keşfederek bunu arkadaşlarına açıklayabilmiştir. Dolayısı ile farklı bir çözüm planı kurabilme adına üçü de başarılı şekilde yansıtma yapabilmelerine rağmen, oluşturdukları bu çözüm planından yararlanarak problemi farklı bir şekilde çözebilen sadece Alp olmuştur. Bu nedenle Bora ve Cenk'in B9 göstergesi kapsamında eksik, Alp'in ise başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problem için ortaya konan iki farklı çözüm yolundan hangisinin kendilerine göre daha iyi olduğunu şu şekilde belirtmişlerdir:

Bora: Bana göre 2.si daha iyi çünkü daha kolay. Hemen hamle sayısını bulabiliyoruz. Mesela diyelim 10 çubuk verdiler bize, o kadar şeyi taşımak çok yorucu ve zor olur. Yaptığımız bu örüntüde 10'luyu bulsak daha basit olur.

Alp: Bence de 2.si. Çünkü sayılar arasındaki örüntüye göre istenileni hemen bulabiliriz. Bu yöntemle daha kolay çıkıyor taşıma yapmaya gerek duymadan.

Cenk: 2.si bence de. Çünkü kolaylık sağlıyor bize.

Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde üçünün de hamle sayıları arasındaki örüntünün kullanıldığı çözüm yolunun kendilerine göre daha iyi olduğunu ifade ettikleri görülmüştür. Üç öğrenci de bu durumun sebebini belirttikleri çözüm yolunun kolay

olmasına bağlamıştır. Dolayısı ile Alp, Bora ve Cenk'in D6 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problemin koşulları değişmiş hali olan 13. yönergeyi okuduktan sonra beş boncuk kullanarak taşıma işlemini yaptıklarını belirtmiş *[farklı çözüm yolu bulmak adına diziyi oluşturmak için kullanmışlardı.]* ve cevabı 20 olarak bulduklarını söylemişlerdir (B9).

Öğrenciler yaptıkları tartışmalar ve fikir alışverişleri sonucunda Şekil 13'teki gibi benzer bir problem yazabilmiştir:



Şekil 4.13. Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi"ne Benzer Oluşturdukları Problem

Üç öğrenci de birbirini tamamlayarak verilen probleme benzer bir problem kurabilmiştir. Öğrenciler bireysel olarak ele alındığında üçünün de D8 göstergesi kapsamında eksik yansıtma yapabildiği, buna rağmen grup olarak ele alındıklarında ise aynı gösterge dâhilinde başarılı bir grup yansıtması ortaya koyabildikleri söylenebilir. Alp ve Bora arasında kurabildikleri problemin çözülebilir olup olmadığına yönelik şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

> *Alp: Neydi, 1 çubuk olsa 0 hamle, 2 çubuk olsa en az 1 hamle, 3 çubuk olsa en az 4 hamle, 4 çubuk olsa 10, 5 çubuk olsa 20, 6 çubuk olunca 35.*
>
> *Bora: Aradaki farkların farkı da 1 artıyor demiştik yani bu sefer 21 ekleyeceğiz (B3, B4). Demek ki 35+21'den 56 olur (B3-).*

Alp'in 7'den daha az çubuk sayısı kullanımında yapılabilecek en az hamle sayılarını hatırlatması üzerine Bora iki hamle arasındaki farkın 21 olması gerektiğini söylemiş ve

ardından sonucu 56 bulmuştur. Buradan Bora'nın B10 göstergesi kapsamında başarılı bir şekilde yansıtma yapabildiği söylenebilir.

Öğrenciler problemi ilk kez okurken hissettiklerini şu şekilde ifade etmişlerdir:

> *Alp: Başlangıçta bana zor bir problem gibi gelmişti. Önceki disk taşımalı soruya da biraz benziyordu. Zor gelmesine rağmen bu benzerlikten dolayı çözebileceğimi hissettim (H1).*
>
> *Bora: Bence öteki problem daha zordu. İlk okuduğumda bunu çözebileceğimi hissettim çünkü ona göre daha kolay gelmişti bana (H1).*
>
> *Cenk: Okurken çubuk sayısı fazla, boncuk sayısı fazla olduğu için bana orta zorlukta bir problem gibi gelmişti. Veri sayısı fazlaydı kısaca. Ama taşıma işleminde biri hata yaparsa diğeri düzeltir grup olduğumuz için diye çözebileceğimizi düşündüm (H1).*

Öğrenciler problemi çözerken hissettiklerini şu şekilde ifade etmişlerdir:

> *Bora: Bence diğerine göre eğlenceli değildi. Bu bana çözerken sıkıcı geldi. Bunu herkes yapar. Ama diğerini herkes yapamaz. Mesela geçen sorduk diğerini arkadaşlara 5 diskli olanı yapamayız dediler. O daha zor, daha güzeldi.*
>
> *Alp: Bu da diğeri gibi bence. Çözerken de sıkıldım. Geçenki daha zordu bence bu ona göre daha kolaydı. Öbüründe çubuk sayısı değişmiyordu ama bunda değişiyor bu nedenle daha kolay geldi çözerken. Başta zor gelmişti sonra kolay.*
>
> *Cenk: Çözerken bana da sıkıcı bir problem geldi. Öbüründe de taşıma vardı. Ama o bence de daha güzeldi. Bu pek matematik problemine benzemiyordu bence, problemde sayı yok bir şey yok (BA2).*

Üç öğrenci de verilen problemin kendilerine sıkıcı geldiğini dile getirerek H5 göstergesi kapsamında yansıtma yapabilmiştir. Bora ve Cenk bir önceki "Disk Taşıma Problemi"nin çözüm sürecinin verilen probleme göre daha eğlenceli olduğunu eklemişlerdir. Cenk bu düşüncesini yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde de dile getirmiş ve "*Disk taşımalı daha zordu. Bir de o daha eğlenceliydi. Çünkü kural bulmuştum. Kural bulduğum için daha mutlu oldum. Şöyle diyeyim, diğer problemleri*

çözünce de mutlu oldum evet. Ama disk taşımadaki kural daha farklı ve güzel geldi bana." şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Problemi ilk kez okuduklarında, problemin zor olduğunu söyleyen Bora ile Alp ise süreç sonunda fikrini değiştirmiş ve aslında kolay bir problemle karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Bora ve Alp kendileri ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde araştırma süresince karşılaştıkları altı problem içinde en kolayının "Boncuk Taşıma Problemi" olduğunu dile getirmişlerdir. Bu bağlamda Alp ile araştırmacı arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Alp: En kolayı boncuklu olandı. Çünkü taşıma vardı.

Araştırmacı: Diskli olanda da taşıma vardı. Neden bu daha kolay olmuyor?

Alp: Çünkü disklide daha az çubuk vardı. Sınırlı sayıda yere gidip hamle sayısını az tutmak boncukluya göre bence daha düşündürücüydü. Bu nedenle bu daha zordu, en kolay boncukluydu bana göre. Bu problemler içinde en zoru diskli olandı bana göre.

Üç öğrenci de problemin sonucunu bulduklarında mutlu olup sevindiğini belirtmiştir. Dolayısı ile öğrencilerin H3 göstergesi kapsamında yansıtma yapabildikleri söylenebilir.

Öğrenciler daha önce, verilen probleme benzer bir problem ile karşılaşmış olmalarının problem çözüm sürecinde işlerini kolaylaştırdığına değinerek şu şekilde açıklama yapmışlardır:

Cenk: Önceki çözdüğüm problemi nasıl çözdüğümü hatırlıyorum. Yeni problemle ilişkisini düşünüp öncekinde uyguladığım yöntemi uygulamaya çalışıyorum. "Disk Taşıma Problemi"nde kural bulmuştum ben. Ona göre istediği adımdaki hamle sayısını bulmuştum. "Boncuk Taşıma Problemi"nde de arkadaşlarla benzer bir yöntem yaptık. Hamle sayılarını bulup sayılar arasındaki ilişkiyi bulmaya çalışıyorum. Yani bana yeni problemi çözmede kolaylık sağlıyor.

Bora: Eski problemde yaptığım çözüm yolunun benzerini yeni problemde kullanmaya çalışıyorum. Bu da yeni problemi daha kolay bir şekilde çözmemi sağlıyor.

Alp: İşimi kolaylaştırıyor bu durum. Benzer yöntemi yenisinde kullanmaya çalıyorum çünkü.

Öğrenciler kendileriyle yapılan görüşmeler sırasında grup olarak problem çözmenin destekleme, süreci hızlı değerlendirme, sonuçtan daha emin olma gibi kolaylıklar sağladığını belirtmekle birlikte; tartışmak zorunda kalınması, ortak noktayı bulmanın uğraştırıcı olması, tartışmanın süreyi uzatması gibi zor yönleri olduğunu ekleyerek şu şekilde açıklama yapmışlardır:

Alp: Şöyle diyebilirim, grupla olunca problemin değerlendirme aşaması daha hızlı oluyor. 6 gözle baktık yaptığımıza. İşleme daha fazla kişinin bakması işi kolaylaştırıyor. Bu yönden kolaylığı var yani. Başka da yok. Ama zorluğu var, başkaları ile tartışmak zorunda kalmak bu da.

Bora: Grupla çözdüğümde bulunan sonuçtan daha emin oluyorum. Çünkü destekleme var. Bu bir kolaylık. Bir kolay olan yanı da şu, çözüme nasıl başlayacağımız konusunda ortak bir görüş hemen ortaya koyuluyorsa yani üçümüz aynı şeyi düşünüyorsak kısa sürede bitiyor. Ama herkes farklı bir yol düşününce iş uzuyor. Herkes farklı şey diyor. Bu zor yanı. Süre uzuyor bu nedenle sıkıcı bir hale geliyor.

Cenk: Kolay olan yönleri şöyle, birisinin açığını başkası kapatıyor, tamamlıyor yani. Mesela ben yanlış bir şey diyince diğeri düzeltebiliyor. Ama zor yönü de tartışmaya düşmek. Bu durum uzun sürüyor bazen. Sıkılıyorum. Farklı fikirler olması iyi ama bazen kimin doğru, kimin yanlış dediğini düşünmek uğraştırıcı. Ortak noktayı bulmak zor kısaca.

Öğrenciler yapılan görüşmelerde grup olarak problem çözerken kendilerini mutsuz eden olaylar ile ilgili olarak söylediklerinin destek görmemesi, ortak hareket etmenin sıkıcı olması, sürecin uzun sürmesi gibi hususlara değinirken, kendi fikirleri üzerine odaklanılmasının mutlu hissettiren bir durum olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin açıklamaları şu şekildedir:

Alp: Grupla problem çözmeyi sevmedim. Hep ortak hareket etmek zorundasın çünkü. Bu çok sıkıcı. Bunlar beni mutsuz etti. Problemi tek başıma çözerek sonucu bulsam daha mutlu oluyorum. Grupla olunca beni mutlu eden bir olay olmadı.

Bora: Grup halinde olunca benim fikrim üzerine odaklanıldığı zaman mutlu oluyorum. Ama desteklenemediğim, işte fikrimi kabul etmedikleri zaman mutsuz oluyorum.

Cenk: Uzun sürmesi mutsuz etti beni. Diretiyor herkes kendi fikrinde. Uzuyor bu nedenle. Benim söylediklerim üzerine odaklanıldığında mutlu oluyorum. Ama bazen beni dinlemediler. Bu beni mutsuz etti.

Öğrenciler kendileriyle yapılan görüşmeler sırasında bireysel olarak problem çözmenin birini dinlemek zorunda olmama, kısa sürede sonuca ulaşma gibi kolaylıklar sağladığını belirtmekle birlikte; bazen problemi uzun sürede anlama, hata yapınca anında fark edememe, sonuçtan emin olamama gibi zor yönleri olduğunu belirterek şu şekilde açıklama yapmışlardır:

Bora: Kolay şu, karşımda biri yok. Birinin görüşünü dinlemek zorunda değilsin. Kendi bildiğim gibi yapıyorum. Zor olan yönü de şu, işlem hatası yaptığımı anında fark edemeyebiliyorum. Bazen de problemi uzun sürede, tekrar tekrar okuyarak anlıyorum.

Alp: Kolay diyeyim, başkası ile tartışmak durumunda kalmıyorum. Kendim çözünce daha mutlu oluyorum. Zor yanı bence yok.

Cenk: Kolay yanı, daha kısa sürede çözüyorum. Çünkü düşündüğümü tek ben yapıyorum, hani biri yok itiraz eden, ortak karar almak zorunda da değilsin. Bireysel olunca kendimi daha iyi ortaya koyuyorum. Zor yan ise, bazen bulduğum sonuçtan emin olamıyorum. Yaptığım işlemi anında düzelten yok çünkü. İşlem hatası yaptım mı diye düşünüyorum.

Öğrenciler kendileriyle yapılan görüşmeler sırasında, problem çözüm sürecinde genel olarak iyi olduklarını belirtirken, dikkatsizlik yapma, seçtikleri stratejiye isim verebilme, grup olarak problem çözebilme gibi hususlarda eksikliklerinin olduklarına değinmişlerdir. Öğrencilerin bu hususta yaptığı açıklamalar şu şekildedir:

Cenk: Problem sürecinde düşünmede iyiyim. Problemi anlamada iyiyim. Kısaca problem çözmede iyi olduğumu düşünüyorum. Eksik olduğum da dikkatsizlik yapmak. Bir de yaptığım stratejiye isim vermek. İsim ver sorusu gelip cevap veremeyince mutsuz oldum. Çünkü ben hiç strateji adı bilmiyorum.

Alp: Problemi anlama, çözüm yolu bulma, işlem yapma, kontrol konusunda iyiyim. Bireysel olarak problem çözmede iyiyim bence. Ama seçtiğin yönteme isim ver denince kalıyorum, bu konuda eksiğim. Bir de grup ile problem çözme konusunda eksiğim. Yani alışmadığım bir durum bu. Tartışarak ortak yol bulmak falan garip geliyor bana.

Bora: En başta strateji ismi verme konusunda eksiğim var. Çok zor bu. Çözmek kolay da. İsimlendirme işin içine girdi mi sıkılıyorum. Genel olarak problem çözmede iyiyim bence. Anlama olsun, çözme olsun. Sadece ufak tefek dikkatsizliklerim oluyor bu da eksik diyebilirim.

Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi" sürecinde bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamındaki mevcut durumları Tablo 4.6'da gösterilen şekilde özetlenmiştir.

Tablo 4.6. Öğrencilerin "Boncuk Taşıma Problemi" Sürecinde Bilgi, deneyim ve Bağlam Temaları Kapsamındaki Mevcut Durumları

	B1	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**	**B6**	**B7**	**B8**	**B9**	**B10**	**D1**	**D2**	**D3**	**D4**	**D5**	**D6**	**D7**	**D8**	**D9**	**D10**	**BA1**	**BA2**	**BA3**	**BA4**	**TP**
A	2	2	1	1	0	0	3	0	3	0	3	0	2	2	3	3	0	2	0	0	3	0	0	0	30
B	0	2	1	1	0	0	0	0	2	3	3	0	2	2	2	3	0	2	0	0	3	0	3	0	29
C	2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	3	0	2	2	2	3	0	2	0	0	3	3	0	3	27

A: Alp ***B: Bora*** ***C: Cenk*** ***TP: Toplam puan***

Tablo 4.6 incelendiğinde öğrencilerin; bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında ortaya koymuş olduğu yansıtmaların puanlanması sonucunda Alp'in en yüksek puanı, Cenk'in ise en düşük puanı aldığı görülmüştür. Öğrencilerin hiçbirinin verilen problemin uygulama sürecinde B5, B6, B8, D2, D7, D9 ve D10 göstergeleri kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadığı, buna rağmen üçünün de D1, D6 ve BA1 göstergeleri kapsamında başarılı yansıtmalar ortaya koyabildiği söylenebilir.

BÖLÜM V: SONUÇ

Bu bölümde araştırma sonuçlarına ilişkin yargılara, elde edilen sonuçların tartışılmasına ve araştırmada ulaşılan sonuçlar doğrultusunda yapılan önerilere yer verilmiştir.

5.1.Yargı

Bu bölümde yapılan analizler sonucunda elde edilen araştırma sonuçlarına yönelik yargılara yer verilmiştir.

Matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelendiği bu araştırmada, öğrencilerin genel olarak bilgi, deneyim ve bağlam temaları çerçevesinde başarılı şekilde olmakla birlikte, his/duygu ve grup arkadaşı temalarında da yansıtmalar ortaya koyabildikleri, buna rağmen belirlenen göstergeler dâhilinde yansıtma yapmakta zorlandıkları, eksik yansıtma yapabildikleri veya herhangi bir yansıtma yapamadıkları durumların da olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmanın birinci alt problemine ilişkin analizlerin sonucuna göre bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında yapılan yansıtmalardan elde edilen puanlamalar doğrultusunda en yüksek puanı Alp'in, en düşük puanı ise Bora'nın aldığı belirlenmiştir. Bireysel olarak problem çözüm sürecinde bilgi teması kapsamında yapılan yansıtmaların puanlanması sonucunda en yüksek puanı Cenk'in, en düşük puanı Bora'nın aldığı; deneyim teması kapsamında yapılan yansıtmaların puanlanması sonucunda en yüksek puanı Alp'in, en düşük puanı Bora'nın aldığı; bağlam teması kapsamında yapılan yansıtmaların puanlanması sonucunda Alp'in en yüksek puanı, Bora ve Cenk'in ise aynı puanları aldığı görülmüştür. Buna ilaveten öğrencilerin problem çözüm sürecinde his/duygu boyutunda da yansıtmalar ortaya koyabildiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin, problemleri ilk kez okuduklarında bazen çözebilecekmiş bazen de çözemeyecekmiş gibi hissettikleri; problemi çözerken yapabildiklerini gördükleri için mutlu oldukları, çözemeyecekmiş gibi hissettikleri problemlerde bu durumun kaybolmasından dolayı rahatlama duygusu yaşadıkları, sonuca ulaştıklarında ise kendilerini iyi hissettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin uygulama sürecindeki

bazı problemleri sıkıcı buldukları, bazı problemleri çözerken ise eğlendikleri belirlenmiştir.

Öğrencilerin bireysel problem çözüm süreçlerinde ortaya koydukları yansıtmalardan en başarılı olanlarının:

- Problemde verilenleri-istenenleri ifade edebilme
- Çözümünün doğruluğuna ilişkin düşüncelerini nedenleriyle birlikte söyleyebilme
- Problemi farklı bir çözüm yolu oluşturarak tekrar çözebilme
- Oluşturduğu benzer problemin çözülebilir olup olmadığını çözmeye çalışarak kontrol edebilme
- Daha önce, verilen probleme benzer bir problem ile karşılaşıp karşılaşmadığını söyleyebilme
- Problem için kullandığı çözüm yolunun, problemin koşulları değiştiğinde kullanılıp kullanılamayacağını nedenleriyle birlikte ifade edebilme
- Benzer bir problem kurabilme
- Problemin zorluk düzeyi hakkında görüşünü ifade edebilme
- Bulduğu sonucun mantıklı olup olmadığını nedenleriyle birlikte ifade edebilme olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin bireysel problem çözüm süreçlerinde şu iki gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadıkları sonucuna ulaşılmıştır:

- Seçtiği stratejiyi, matematik müfredatında yer alan stratejilerden uygun olanı ile isimlendirebilme
- Çözümünün doğru olmadığını düşündüğü için farklı bir çözüm planı oluşturarak bunu uygulayabilme

Araştırmanın ikinci alt problemine ilişkin analizlerin sonucuna göre bilgi, deneyim ve bağlam temaları kapsamında yapılan yansıtmalardan elde edilen puanlamalar doğrultusunda en yüksek puanı Bora'nın, en düşük puanı ise Cenk'in aldığı görülmüştür. Grup olarak problem çözüm sürecinde bilgi teması kapsamında yapılan yansıtmaların puanlanması sonucunda en yüksek puanı Alp ve Bora'nın (ikisi de aynı puanı almıştır), en düşük puanı Cenk'in; deneyim teması kapsamında yapılan yansıtmaların puanlanması sonucunda en yüksek puanı Alp'in, en düşük puanı Cenk'in;

bağlam teması kapsamında yapılan yansıtmaların puanlanması sonucunda en yüksek puanı Bora'nın, en düşük puanı ise Alp'in aldığı belirlenmiştir. Buna ilaveten öğrencilerin problem çözüm sürecinde grup arkadaşı ve his/duygu boyutunda da yansıtmalar ortaya koyabildiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin grup olarak problem çözüm süreçlerinde ortaya koydukları yansıtmalardan en başarılı olanlarının:

- Daha önce, verilen probleme benzer bir problem ile karşılaşıp karşılaşmadığını söyleyebilme
- Seçtiği farklı çözüm yollarından hangisinin ona göre daha iyi olduğunu nedenleriyle birlikte ifade edebilme
- Problemin zorluk düzeyi hakkında görüşünü ifade edebilme olduğu belirlenmiştir.

Öğrencilerin grup olarak problem çözüm süreçlerinde şu üç gösterge kapsamında herhangi bir yansıtma ortaya koyamadıkları sonucuna ulaşılmıştır:

- Seçtiği stratejiyi, matematik müfredatında yer alan stratejilerden uygun olanı ile isimlendirebilme
- Çözümünün doğru olmadığını düşündüğü için farklı bir çözüm planı oluşturarak bunu uygulayabilme
- Verilen problem durumu ile ilgili olacak şekilde günlük hayat deneyimlerini ortaya koyabilme

5.2.Tartışma

Bu bölümde elde edilen bulgulardan yararlanılarak yapılan değerlendirmelere yer verilmiştir.

Baki, Güç ve Özmen (2012) yaptıkları çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının problem çözüm sürecinde yaptıkları yansıtmalarda en çok hangi işlemi neden yaptığını düşünme ve problemi okuduğunda çözüm için hangi bilgiye ihtiyacı olduğunu düşünme üzerine, en az ise bir problemi okuduğunda daha önce çözdüğü problemler ile aralarında ilişki kurma, problem çözerken farklı çözüm yolları bulmak için kendine sorular sorma, benzer bir problemi oluşturabilme üzerine yoğunlaştıklarını tespit etmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermemektedir.

Öğrenciler süreç boyunca verilen durumları özetlerken kendi cümlelerini yansıtmak yerine, problemi tekrar okuyarak problemde yer alan bilgileri benzer şekilde söyleme yoluna gitmiştir. Bu sonuca paralel olarak, Aydemir ve Kubanç (2014) yaptıkları çalışmada bazı öğrencilerin problemi kendi cümleleri ile açıklamak yerine tekrar okumayı tercih ettiklerini belirlemiştir.

Öğrencilerin ortaya koydukları yansıtmalar incelendiğinde kaynak taraması sonucu oluşturulan problemlere benzer problemler ile daha önce karşılaşmamış oldukları görülmüştür. Öğrenciler bu problemler ile bağlamı değişen problemler arasında benzerlik farklılık yönünden ilişki kurabilme hususunda genel olarak iyi bir performans sergilemişlerdir. Öğrenciler verilen probleme benzer problem ile önceden karşılaşmış olmanın işlerini kolaylaştırdığını belirtip, deneyim boyutu ile ilgili başarılı yansıtmalar ortaya koyabilmiştir. Tüm bunlar dikkate alınarak, bağlam benzerliğinin öğrencilerin verilen problemi çözebilme üzerinde genel olarak olumlu bir etkiye sahip olduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde Erkan (2013) yaptığı çalışmasında bağlam tanıdıklığının problemin matematiksel olarak ifade edilişini olumlu etkilediğini gözlemlerken, Arcavi (2002) bağlamın tanıdık olması durumunda öğrencilerin problemi matematik ile daha kolay ilişkilendirip çözüme ulaştırabildiklerini tespit etmiştir. Jonassen (2000) de problem çözücünün benzer bir problemle daha önce karşılaşmış olmasının daha sonradan karşılaşacağı benzer tipteki problemleri aşina olmadığı problemlere kıyasla daha kolay çözebileceğini ifade etmiştir.

Araştırma sonucunda öğrencilerin bağlamları değiştirilen problemleri çözebilmek için, daha önce karşılaştıkları benzer problemde kullandıkları stratejiyi kullanma eğilimi gösterdikleri ve bu doğrultuda yansıtmalar ortaya koyabildikleri görülmüştür. Bu sonuca paralel olarak Yeşilova (2013) yaptığı çalışmasında akademik başarısı iyi olan öğrencilerin seçecekleri stratejiye karar verirken daha önce karşılaştıkları benzer problemlerde kullandıkları stratejileri düşündüklerini ve bu stratejilerin probleme uygunluğuna baktıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde Polya (1957) da problem çözücülerin karşılaştıkları benzer durumlarda, önceden çözdükleri problemleri hatırladığını ve benzer stratejiye başvurduklarını ifade etmiştir.

Öğrencilerin uygulama boyunca kimi zaman araştırmadan önceki, kimi zaman içinde bulundukları problem çözüm sürecinde edindikleri deneyimleri üzerinde başarılı

yansıtmalar yapabildiği görülmüştür. Öğrenciler bu sayede ortaya başarılı bir problem çözüm süreci koyabilmiştir. Ahmed, Wallace ve Blessing (2003) çalışmalarında başarılı problem çözücülerin problemle karşılaştıklarında olası çözümler üretmek amacıyla deneyimleri üzerine yansıtmalar yapabildiklerini belirtmiştir. Boud, Keogh ve Walker (1985) çalışmalarında öğrencilerin deneyimleri üzerine yansıtma yapmalarının problem çözme sürecinde işlerini kolaylaştırdığını ifade etmiştir. Yeşilova (2013) çalışmasında öğrencilerin benzer problemlerle daha önce karşılaşmış olmaları sayesinde sahip oldukları deneyimlerinin problem çözme sürecini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin problemler için çözümler üretmelerinde hem deneyimleri hem de matematiksel bilgileri üzerine yansıtmaları etkili olmuştur. Öğrenciler yansıtmaları sayesinde deneyimlerini ve bilgilerini yeni durumlara uyarlayabilmişlerdir. Kitchener (1983) yaptığı çalışmasında öğrencilerin probleme olası çözümler üretmesinde deneyimlerin yanı sıra bilginin de gerekli olduğunu belirtmiştir. Ertmer ve Newby (1996) yansıtmalar sayesinde bilginin yeni durumlara transfer edilmesinin kolaylaştığını ifade etmiştir. Renkl (2002) çalışmasında öğrencilerin önceden sahip oldukları bilgilerinin yansıtma sürecini kolaylaştıran önemli bir faktör olduğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Öğrencilerin verilen problemleri çözerken en az iki adım kullandıkları görülmüştür. NG ve Tan (2006) yaptıkları çalışmasında öğretmen adayların çoğunun problemleri bir adımda çözdüğünü belirlemiştir. Ortaya çıkan bu sonuç, yapılan bu çalışmanın sonucuyla örtüşmemektedir.

Öğrenciler uygulama sürecindeki problemler için ikinci bir çözüm yolu sunarken başarılı yansıtmalar yapabilmişlerdir. NG ve Tan (2006) çalışmalarında öğretmen adaylarının ikinci bir çözüm yolu için yeterince yansıtma yapamadıklarını belirtmiştir. Baki, Güç ve Özmen (2012) yaptıkları çalışmalarında öğretmen adaylarının verilen problem için ikinci bir çözüm yolu ortaya koymadığını ve öğretmen adaylarının bunu gereksiz gördüklerini tespit etmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmaların sonuçlarıyla tutarlılık göstermemektedir.

Öğrenciler seçtikleri farklı çözüm yollarından kendilerine göre daha iyi olanı nedenleriyle birlikte ifade edebilme konusunda genel olarak başarılı şekilde yansıtma yapabilmişlerdir. Bu sonuç Bingham (2004) ve Shermis'in (1992) görüşleri ile paralellik göstermektedir. Bingham (2004) yansıtma sayesinde, problem için ortaya konan çözüm yollarının değerlendirildiğini ve en iyi çözüm yolunun seçildiğini belirtmiştir. Shermis (1992, s.51) de "yansıtıcı düşünmenin amacının bir problemle karşılaşıldığında en uygun çözüm yolunu bulmak olduğunu ifade etmiştir."

Öğrenciler "Saksı Problemi" ve "Taksi Problemi"ni çözerken benzer bir yaklaşım sergilemişlerdir. Bu iki problem için ilk olarak matematik cümlesi yazma stratejisinden, ikinci çözüm yolu olarak ise denklem kurma stratejisinden yararlanmışlardır. Öğrenciler yansıtmalarında bu durumun nedenini denklem kurmanın uğraştırıcı olmasına ve uzun sürmesine bağlamışlardır. Buradan, öğrencilerin problemin çözümü için kendisine kolay gelen stratejiye öncelik verdiği söylenebilir.

Alp "Saksı Problemi" için farklı bir çözüm yolu olarak denklem kurabilmiştir. Fakat yansıtmaları incelendiğinde 1,65 katsayısını görünce denklemi nasıl çözeceği konusunda tereddüt yaşadığı ve denklemi çözmek için ondalık gösterimlerde bölme işlemi yapmakta zorlandığı görülmüştür. İlk çözümünde 33'ü 1,65'e bölemediğinde tahmin ve kontrol stratejisi yardımıyla sonucu bulabilmiştir. Denklem çözümünde bu bölme ile yeniden karşılaşmış fakat sonucu aynen almak yerine bir süre düşünmüş ve 1,65'i kesir olarak yazıp bölme işlemi yapabilmiştir. Alp'in matematiksel bilgileri arasında ilişkilendirme yapıp yeni bir fikir üretebildiği görülmüştür. Benzer şekilde Yorulmaz (2006) çalışmasında yansıtıcı düşünebilen öğrencilerin süreç içerisinde düşünerek yeni fikirler ürettiğini böylece problemleri çözebildiklerini belirtmiştir. Yeşilova (2013) da çalışmasında akademik başarısı yüksek öğrencilerin bazı problemlerde formülleri unuttukları için zorlandıklarını ancak bu durumlarda endişelenmeyip pes etmeyerek alternatif yollar denediklerini veya çözüm yöntemi üretmeye çalıştıklarını tespit etmiştir. Öğrenciler süreç içerisindeki yansıtmaları sayesinde, kurdukları denklemleri başarılı bir şekilde çözebilmiştir. Yakut Çayir (2013) çalışmasında öğrencilerin problemi temsil eden denklemi kurabildiklerini buna rağmen bu denklemi çözemedikleri sonucuna ulaşmıştır. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmemektedir.

Bora ve Cenk'in "Disk Taşıma Problemi" sürecindeki yansıtmalarında edindikleri deneyimler ve geçmiş bilgileri üzerine odaklandıkları böylece bir genellemeye varabildikleri, Alp'in ise hamle sayıları arasında yinelemeli bir kural oluşturma yoluna gittiği görülmüştür. Yakut Çayir (2013) yaptığı çalışmasında öğrencilerin tekrar eden bir kuralı kullanmak yerine belirgin bir kural oluşturmalarını teşvik etmek amacıyla kullandığı bir problemde, çalışma grubunun büyük bir çoğunluğunun belirgin bir kural elde ettiğini, bir bölümünün ise yinelemeli veya eklemeli bir strateji seçtiğini belirlemiştir. Ortaya çıkan bu sonuç yapılan bu çalışmanın sonuçları ile örtüşmektedir.

Öğrencilerin süreç boyunca çözüm kapsamındaki yansıtmalarına bakıldığında dört stratejiyi kullandıkları bu stratejilerin; matematik cümlesi yazma, denklem kurma, materyal kullanma, örüntü (bağıntı) bulma olduğu görülmüştür. Buna ek olarak öğrencilerin uygulama sürecinde genel olarak matematik cümlesi yazma stratejisi kullandıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde Ulu (2008) yaptığı çalışmasında öğrenci, öğretmen adayı ve öğretmenlerin problem çözerken genel olarak matematik cümlesi yazma stratejisi kullandıkları sonucuna ulaşmıştır.

Öğrencilerin uygulama sürecinde seçtikleri stratejileri matematik müfredatında yer alan stratejilerden uygun olanı ile isimlendirme hususunda herhangi bir yansıtma yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler ilk problem durumu hariç diğer problemler için kullandıkları stratejileri isimlendirmişlerdir. Fakat bu isimlendirmelerin stratejilerin içeriği ile tutarlı olmadığı görülmüştür. Altun ve Arslan (2006) çalışmalarında öğrencilerin seçtikleri çözüm yoluna önerdikleri isimlerin strateji adları ile karşılaştırıldığında içeriği yansıttıklarını belirlemiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmanın sonucuyla paralellik göstermemektedir. Öğrenciler uygulama sürecindeki ilk problemi dört işlemle yapmalarına rağmen bu strateji için herhangi bir isim önerememiştir fakat problemin bağlamı değişmiş halini grup olarak yine dört işlem kullanarak çözdüklerinde seçtikleri çözüm yolunu algoritmik çözüm stratejisi olarak isimlendirmişlerdir. Bu durum sadece belirtilen problemle sınırlı kalmamış, öğrenciler çözüm için her dört işlem kullandıklarında seçtikleri stratejiyi aynı şekilde isimlendirme yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin dört işlem kullanma ile algoritmik çözümün aynı anlama geldiği şeklinde yanlış bir yapılandırmaya sahip olduğu tespit edilmiştir.

Öğrenciler süreç içerisindeki yansıtmaları sayesinde verilen problemlere benzer bir problem kurabilmiştir. Öğrenciler genellikle verilen problemdeki koşulları ve konuyu değiştirmeyip, sayısal değerleri değiştirerek benzer bir problem oluşturabilmiştir. Benzer şekilde Tertemiz ve Sulak (2013) çalışmalarında öğrencilerin çoğunun verilen problem durumundaki koşulları ve konuyu değiştirmeyip, verilen verilerin değerlerini değiştirerek yeni problemini kurduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrenciler aynı zamanda, oluşturdukları benzer problemlerin çözülebilir olduğunu kontrol ederek göstermişlerdir. Leung (1993) çalışmasında problem üreten kişinin matematiksel bilgisine göre problem kurma performansındaki nicel ve nitel değişimlerdeki farkları incelemiş, daha yüksek matematik bilgisine sahip öğrencilerin makul ve çözülebilir problemler olarak sınıflandırılabilecek problemler üretebildiğini ifade etmiştir. Ortaya çıkan bu sonuç yapılan bu çalışmanın sonuçları ile tutarlılık göstermektedir.

Yapılan bu çalışma sonucunda bireysel ve grup olarak problem çözüm sürecine etkin katılım bakımından en belirgin farkın Cenk'te olduğu görülmüştür. Cenk bireysel problem çözüm sürecinde başarılı yansıtmalar yardımıyla bu süreci iyi bir performansla sonlandırırken, grup olarak problem çözüm sürecinde pasif kalmıştır. Cenk kendisi ile yapılan mülakat sırasında grup sürecinde meydana gelen tartışmanın süreci uzattığını, bu nedenle sıkıldığını belirterek toplu olarak problem çözmeyi sevmediğini söylemiştir. Alp ve Bora da Cenk ile benzer görüş ortaya koymuştur. Öğrencilerin başkaları ile ortak hareket ederek problem çözmektense, problemi bireysel olarak çözmeyi tercih ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin bireysel çözüm sürecinde daha başarılı yansıtmalar yapabildiği, grup olmanın yansıtma sürecini olumsuz etkilediği belirlenmiştir. Akran işbirliği üzerine yapılan çoğu çalışma, öğrencilerin bir amacı gerçekleştirmek için bireysele kıyasla daha yüksek performans sergilediğini göstermiştir (Moshman ve Geil, 1998; Samaha ve De Lisi, 2000). Fawcett ve Garton (2005) de araştırmalarında problem çözme görevinde iki kişi olarak çalışan 7 yaşındaki öğrencilerin bireysele nazaran daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmemektedir.

Öğrencilerin grup sürecindeki yansıtmalarının genel olarak anlaşılmayan veya yanlış anlaşılan yerleri açığa kavuşturmaya, ortaya atılan fikirleri değerlendirip elemeye, birbirlerine uygun geri bildirimler vermeye yönelik olduğu görülmüştür. Benzer şekilde Fawcett ve Garton (2005) çalışmalarında iki kişi çalışan öğrencilerin birbirlerinin

söylediklerini değerlendirdiğini, anlaşılmayan yerleri birbirlerine açıkladıklarını tespit etmiştir. Sarıtaş (2002) da çalışmasında başarılı problem çözücülerin işbirliği halindeyken anlamadıkları yer olduğunda birbirine açıklama yaptıklarını belirlemiştir. Hong (2011) çalışmasında acemi problem çözücülerin sık sık bilgileri ve grup arkadaşlarının fikirleri üzerine yansıtma yapabilmelerine rağmen, başarılı bir problem çözüm süreci gerçekleştiremedikleri sonucuna ulaşmıştır. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermemektedir.

Öğrencilerin grup çalışmasının farklı çözüm yolları ortaya koyabilme, bulunan sonuçtan daha emin olabilme, çözüm yolunu kolay değerlendirebilme gibi olumlu yanları olduğunu düşündükleri görülmüştür. Yann-Shya (2010) çalışmasında, grup olarak çalışmanın kontrol ve değerlendirme aşamasını kolaylaştırdığını, öğrencilerin birbirlerinin düşündükleri üzerinde sorgulamalar yaparak çoğu zaman mantıklı çözümler sunabildiğini tespit etmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Öğrenciler kendileriyle yapılan görüşmeler sırasında, problem çözüm sürecinde genel olarak iyi olduklarını belirtirken, seçtikleri stratejiye isim verebilme, grup olarak problem çözebilme, dikkatsizlik yapma gibi eksikliklerinin olduklarına değinmişlerdir. Beveridge, Fruchter, Sanmartin ve deLottinville (2014) çalışmalarında öğrencilerin yansıtmalar sayesinde güçlü ve zayıf yönlerini keşfettiği sonucuna ulaşmıştır. Yeşilova (2013) yaptığı çalışmasında akademik başarısı iyi olan öğrencilerin problem çözme yeteneklerine güvendiklerini belirlemiştir. Muir, Beswick ve Williamson (2008) de çalışmalarında başarılı problem çözücülerin problem çözme yeteneklerine güvendiklerini ve bu hususta iyi olduklarını düşündüklerini tespit etmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir.

5.3. Öneriler

5.3.1.Araştırmacılara Yönelik Öneriler

- Farklı sınıf düzeyinde öğrenim gören başarılı problem çözücüler ile benzer bir çalışma yapılabilir.

- Matematik problemlerini çözmede başarısız öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri hem bireysel hem de grup olarak incelenebilir.
- Matematik problemlerini çözmede başarılı ve başarısız olan öğrencilerden oluşan heterojen grupların problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri incelenebilir.
- Matematik problemlerini çözmede başarılı ve başarısız olan öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini inceleyen boylamsal çalışmalar yapılabilir.

5.3.2. Uygulayıcılara Yönelik Öneriler

- Öğretmenler derslerinde sadece problem çözdürmek yerine, öğrencilerin bu problemleri kendi cümleleri ile ifade edebilmeleri üzerine yoğunlaşabilir ve bu hususta ilerleme kaydedebilmelerinde onlara yardımcı olabilirler.
- İlkokul 1.sınıftan itibaren öğrencilere kullanabilecekleri farklı problem çözme stratejilerini tanımaları için uygun çalışmalar yapılabilir.
- Öğretmenler, ders sürecinde ele aldıkları problem durumlarında kullandıkları stratejileri isimlendirerek öğrencilerin problem çözmede kullanılan farklı stratejileri tanımalarını sağlayabilirler.
- Öğretmenler öğrencilerle benzer problem oluşturabilme hususunda uygun çalışmalar yapabilir. Yapılacak olan bu çalışmalarda benzer problemler oluşturulurken sadece problemdeki verileri değiştirmek yerine problemin bağlamı da değiştirmeyi içeren durumlara yer verilebilir.

BÖLÜM VI: KAYNAKÇA

Adams, R. S., Turns, J. ve Atman, C. J. (2003). Educating effective engineering designers: The role of reflective practice. *Design Studies, 24 (3),* 275-294.

Ahmed, S., Wallace, K. M. ve Blessing, L. M. (2003). Understanding the differences between how novice and experienced designers approach design tasks. *Research in Engineering Design, 14 (1),* 1–11.

Aksu, M. (1991). Problem çözme süreci (Ed. Bekir Özer), Matematik öğretimi (ss.79-92). Eskişehir: A. Ü. Açık Öğretim Fakültesi Yayınları.

Aktamış, H. ve Ergin, Ö. (2006). Fen eğitimi ve yaratıcılık. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 20*, 77-83.

Altun, M. (1995). İlkokul 3, 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme davranışları üzerine bir çalışma. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Altun, M. (2005). Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi. Bursa: Alfa Yayıncılık.

Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. Eğitim Fakültesi Dergisi, 19 (1), 1-21.

Arcavi, A. (2002). The every day and the academic in mathematics. M.E. Brenner and J.N. Moschkovich (Eds.), *Everydayand Academic Mathematics in the Classroom* (pp. 12- 29). Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Arslan, Ç. (2002). İlköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Aydemir, H. ve Kubanç, Y. (2014). Problem çözme sürecinde üst bilişsel davranışların incelenmesi. *Turkish Studies, 9 (2),* 203-219.

Aydoğdu, M. (2013). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu günlük hayat problemlerinin çözümüne olan transfer düzeylerinin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.

Azak, S. (2015). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin ve üst bilişsel davranışlarının belirlenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Baki, A., Güç, A. F. ve Özmen, Z. M. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi, 2(3)*, 60-72.

Baş, G. (2013). İlköğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile fen ve teknoloji dersi akademik başarıları arasındaki ilişkinin yapısal eşitlik modeli ile incelenmesi. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi, 2 (20)*,1-12.

Baş, G. ve Beyhan, Ö. (2012). İngilizce dersinde yansıtıcı düşünme etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarılarına ve derse yönelik tutumlarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1 (2),* 128-142.

Baş, G. ve Kıvılcım, Z. S. (2011). Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile matematik ve geometri derslerindeki akademik başarıları arasındaki ilişki. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 14 (3)*, 1-17.

Başol, G. ve Gencel, E. İ. (2013). Yansıtıcı düşünme düzeyini belirleme ölçeği: Geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13 (2)*, 929-946.

Baykul, Y**.** (2006)**.** İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar için-9.Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Beveridge, T. S., Fruchter, L. L., Sanmartin, C. V. ve deLottinville, C. B. (2014). Evaluating the use of reflective practice in a nonprofessional, undergraduate clinical communication skills course. *Teaching in Higher Education, 19 (1)*, 58-71.

Bjuland, R. (2004). Student teachers' reflections on their learning process through collaborative problem solving in geometry. *Educational Studes in Mathematics*, 55, 199-225.

Bogdan, R. C. ve Biklen, S. K. (1992). Qualitative research for education. An introduction to theory and methods. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Boud, D., Keogh, R. ve Walker, D. (1985). Reflection, turning experience into learning. New York: Nichols Pub.

Boyd, E. ve Fales, A. (1983). Reflective learning: Key to learning from experience. *Journal of Humanistic Psychology, 23 (2),* 99-117.

Brumbaugh, D. K. Rock, D., Brumbaugh, L. ve Rock, M. (2003). Teaching K-6 mathematics. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Can, S. (2015). Pre-service science teachers' reflective thinking skills toward problem solving. *Educational Research and Reviews, 10 (10),* 1449-1457.

Chi, M. T. (2006). Two approaches to the study of experts' characteristics. K.A. Ericsson, N. Charness, P.J. Feltovich and R. R. Hoffman (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp.21-30). Cambridge: Cambridge University Press

Condell, J., Wade, J., Galway, L., McBride, M., Gormley, P., Brennan, J. ve Somasundram, T. (2010). Problem solving techniques in cognitive science. *Artificial Intelligence Review, 34 (3),* 221-234.

Cruickshank, D. R. , Bainer D. L. ve Metcalf K. K. (1995). The Act of Teaching. McGrawHill, USA.

Cüceloğlu, D. (1997). İyi düşün doğru karar ver. İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Çakıroğlu, A. (2007). Üstbiliş. *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi, 11(2),* 21–27.

Çalışkan, S., Selçuk Sezgin, G. ve Erol, M. (2006). Fizik öğretmen adaylarının problem çözme davranışlarının değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 73–81.

Çelik, D. ve Güler, M. (2013). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam problemlerini çözme becerilerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 20,* 180-195.

Çepni, S. (2009). Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (*geliştirilmiş 4.baskı*). Ankara: Pegem Yayınları

Davis, M. (2011). Reviewing Mathematics. New York: Amsco School Publications.

Dede, Y. ve Yaman, S. (2006). Fen ve matematik eğitiminde problem çözme: Kuramsal bir çalışma. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2 (32)*, 116-128.

Delice, A. ve Sevimli, E. (2012). Analiz dersi öğrencilerinin integral hacim hesabı problemlerindeki çözüm süreçlerinin düşünme yapısı farklılıkları bağlamında değerlendirilmesi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Dergisi*, *36*, 95-113.

Demirel, M., Derman, İ. ve Karagedik, E. (2015). A study on the relationship between reflective thinking skills towards problem solving and attitudes towards mathematics. *Procedia – Socialand Behavioral Sciences, 197,* 2086 – 2096.

Denscombe, M. (2007). The good research guide: For small-scale social research projects. Maidenhead, England, New York: Open University Press.

Dewey, J. (1933). How we think. A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston: D. C. Heath.

Dewey, J. (1991). How we think. New York: Prometheus Books.

Erkan, İ. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme basamaklarına problem bağlamlarının etkisinin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Ersözlü, Z. N. (2008). Yansıtıcı düşünmeyi geliştirici etkinliklerin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin sosyal bilgiler dersindeki akademik başarılarına ve tutumlarına etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Elazığ.

Ersözlü, Z. N. ve Kazu, H. (2011). İlköğretim beşinci sınıf sosyal bilgiler dersinde uygulanan yansıtıcı düşünmeyi geliştirme etkinliklerinin akademik başarıya etkisi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24(1)*, 141-159.

Ertmer, P. A. ve Newby, T. J. (1996). The expert learner: Strategic, self-regulated and reflective. *Instructional Science, 24,* 1-24.

Facione, P. A., Facione, N. C. ve Giancarlo, C. A. (2000). The disposition toward critical thinking: Its character, measurement and relationship to critical thinking skill. *Informal Logic, 20 (1),* 61-84.

Fan, L ve Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics An International Journal, 66 (1)*, 61-75.

Fawcett, L. M. ve Garton, A. F. (2005). The effect of peer collaboration on children's problem-solving ability. *British Journal of Educational Psychology, 75,* 157-169.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles - an empirical study, European research in mathematics education III. Erişim tarihi: 19 Ekim 2015, http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_BorromeoFerri_cerme3.pdf.

Fichtner, B. (2005). Reflective learning: Problems and questions concerning a current contextualization of the Vygotskian approach. Hoffmann, M. H. G., Lenhard, J. ve Seeger, F. (Eds.), *Activity and sign grounding mathematics education* (pp.179-190). USA: Springer Publications.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist, 34,* 906-911.

Gallagher, A. ve Lisi, R. (1994). Gender differences in scholastic aptitude test-mathematics problem solving among high-ability students. *Journal of Educational Psychology, 86 (2),* 204-211.

Goldin, G. A. (1998). Observing Mathematical Problem solving through Task-Based Interviews. A. R. Teppo (Ed.), Qualitative Research Methods in Mathematics Education (pp. 164-177). NCTM. Reston.

Gourgey, A. F. (2001). Metacognition in basic skills instruction. H.J. Hartman (Ed.), *Metacognition in learning and instruction* (pp.17-32). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Göktürk, F. (2013). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu günlük hayat problemlerinin çözümüne olan transfer düzeylerinin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.

Gündoğdu, H. (2009). Eleştirel düşünme ve eleştirel düşünme öğretimine dair bazı yanılgılar. *Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 7(1)*, 57-74.

Güneş, F. (2012). Öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirme. *Türklük Bilimi Araştırmaları Dergisi, 32 (17)*, 127-146.

Güneş, G. ve Asan, A. (2005). Oluşturmacı yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme ortamının matematik başarısına etkisi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25 (1)*, 105-121.

Güneş, K. (2015). Bilim sanat merkezi öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri, matematik dersine yönelik tutumları ve matematik başarılarının incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Healy, L. ve Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: Making connections with computers. *Mathematical Thinking and Learning, 1 (1)*, 59-84

Hegarty, M., Mayer, R. E. ve Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psycholog, 87 (1)*, 18-32.

Hong, Y. C. (2011). Exploring novice designers' reflective thinking in solving design problems. Unpublished doctoral dissertation, Georgia University, ABD.

Hong, Y.C. ve Choi, I. (2009, Nisan). An integrated model of reflective practice for learning and solving design problems. American Educational Research Association (AERA) Sözlü bildiri, San Diego, CA.

Hong, Y.C. ve Choi, I. (2011). Three dimensions of reflective thinking in solving design problems: A conceptual model. *Education Technology Research and Development, 59*, 687-710.

Hong, Y.C. ve Choi, I. (2015). Assessing reflective thinking in solving design problems: The development of a questionnaire. British Journal of Educational Technology, 46 (4), 848-863.

Jonassen, D. H. (2000) Towards a design theory of problem solving, *Educational Technology, Research & Development, 48 (4)*, 63-85.

Jonassen, D. H. (2003). Designing research-based instruction for story problems. *Educational Psychology Review, 15*, 267–296.

Karaca, E. T. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan açık uçlu problem çözümlerinin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Karasar, N. (2005). Bilimsel araştırma yöntemi. Ankara: Nobel Yayıncılık.

Karataş, İ. (2002). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme süresinde kullanılan bilgi türlerini kullanma düzeyleri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi, 163,* 1-10.

Kember, D., Leung, D., Jones, A., Loke, A. Y., McKAy, J. Sinclair, K. Tse, H., Webb, C., Wong, F. K. Y., Wong, M. ve Yeung, E. (2000). Development of a questionnaire to measure the level of reflective thinking. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 25*, 380-395.

Kendal, M. ve Stacey, K. (2003). Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework. *Mathematics Education Research Journal, 15 (1),* 22-41.

Kırnık, D. (2010). İlköğretim 5.sınıf Türkçe dersinde yansıtıcı düşünmeyi geliştirici etkinliklerinin öğrenci başarısına etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Elazığ.

Kızılkaya, G. ve Aşkar, P. (2009). Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeğinin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim Dergisi, 34(154),* 83-92.

Kitchner, K.S. (1983). Cognition, metacognition, and epistemic cognition: a three-level model of cognitive processing. *Human Development*, 26, 222-232.

Kolb D.A. (1984). Experiential Learning experience as a source of learning and development. New Jersey: Prentice Hal.

Korkmaz, Z.(2007). Gramer Terimleri Sözlüğü. TDK Yayınları, Ankara.

Köknel, Ö. (2007). Akıl ile düşünce gücü**.** İstanbul: Altın Kitapları Yayıncılık.

Kümbetoğlu, B. (2005). Sosyolojide ve antropolojide niteliksel yöntem ve araştırma. İstanbul: Bağlam Yayıncılık.

Lee, H. J. (2005). Understanding and assessing preservice teachers' reflective thinking. *Teaching and Teacher Education, 21*, 699–715.

Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. R. Lesh (Ed.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). New York: Academic press.

Leung, S. S. (1993). The relation of mathematical knowledge and creative thinking to the mathematical problem posing of prospective elementary school teachers on tasks differing in numerical information content. Unpublished EdD Dissertation Pittsburg.

Li, H. ve Love, P. E. D. (1998). Developing a theory of construction problem solving. *Construction Management and Economics,16*, 721-727.

Lohman, M. C. ve M. Finkelstein. (2000). Designing groups in problem-based learning to promote problem-solving skill and self-directedness. *Instructional Science, 28*, 291–307.

Mahnaz, M. (1997). Content and nature of reflective teaching: A case of an experiment middle school science teacher. *Clearing House, 70(3)*, 143-151.

Mason, A. J. (2009). Reflection on problem solving in introductory and advanced physics. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Pittsburgh School of Arts and Sciences, ABD.

MEB (2005). İlköğretim matematik dersi (6.-8. sınıflar) öğretim programı ve kılavuzu. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Merriam, S. B. (1988). Case study in education: A qualitative approach. San Fransisco: Jossey-Bass.

Mezirow, J. (1991). Transformative dimensions of adult learning. San Francisco: Jossey-Bass.

Moallem, M. (1998). Reflection as a means of developing expertise in problem solving, decision making, and complex thinking of designers. N.J. Maushak, C. Schlosser, T.N. Lloyd and M.Simonson (Eds.), *National Convention of the Association for Educational Communication and Technology* (pp. 281-289). Washington.

Morgan, C. T. (1995). Psikolojiye giriş (10. Baskı). Ankara: Hacettepe Üniversitesi Psikoloji Bölümü Yayınları.

Moshman, D. ve Geil, M. (1998). Collaborative reasoning: Evidence for collective reality. *Thinking and Reasoning, 4,* 231–248.

Muir, T., Beswick, K. ve Williamson, J. (2008). "I'm not very good at solving problems": An exploration of students' problem solving behaviours. *Journal of Mathematical Behavior, 27 (3),* 228-241.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. NCTM, Reston.

NG, C.S.L. ve Tan, C. (2006). Investigating Singapore pre-service teachers' III-structured problem solving processes in an asynchronous online environment: Implications for reflective thinking. *New Horizons in Education, 54,* 1-15.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2004). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. Ankara:Anı Yayıncılık.

Oral, G. (2008). Yine yazı yazıyoruz. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Öktem, S. P. (2009). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin gerçekçi cevap gerektiren matematiksel sözel problemleri çözme becerileri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Özden, B. (2012). Yansıtıcı düşünme uygulamalarının sınıf öğretmeni adaylarının yapılandırmacı öğrenme ortamı hazırlama becerilerine etkisi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Özden, Y. (2005). Öğrenme ve öğretme. Ankara: Pegem A Yayını

Öztürk, S. (2003). Developing a reflective reading model. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Patton, M. Q. (1987). How to use qualitative methods in evaluation. California: Sage Publications.

PISA (2003). Problem solving for tomorrow's world first measures of cross-curricular competencies from PISA 2003. Erişim tarihi: 15 Eylül 2015,

http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/34009000.pdf.

Polya, G. (1997). Nasıl Çözmeli? (Çev: F. Halatçı). İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Pusmaz, A. (2008). Matematik öğretmenlerinin problem çözme sürecinin belirlenmesi ve bu sürecin geliştirilmesinde web tabanlı mesleki gelişim çalışmasının değerlendirilmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Quilici, J. L. ve Mayer, R. E. (1996). Role of examples in how students learn to categorize statistics word problems. *Journal of Educational Psychology, 88(1),* 144-161.

Rawlinson, G. (1995).Yaratıcı düşünme ve beyin fırtınası (Çev: O. Değirmen). Bireysel Yatırım Dizisi, İstanbul: Rota Yayınları.

Renkl, A. (2002). Learning from worked-out examples: Instructional explanations supplement selfexplanations. *Learning and Instruction, 12,* 149-176.

Samaha, N. V. ve De Lisi, R. (2000). Peer collaboration on a nonverbal reasoning task by urban minority students. *Journal of Experimental Education, 69 (1),* 5–14.

Sarıtaş, E. (2002). İşbirlikli ve geleneksel sınıflardaki başarılı ve başarısız problem çözücülerin kullandıkları öğrenme stratejileri, tutumları ve edim düzeyleri. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Saygılı, G. ve Atahan, R. (2014). Üstün zekâlı çocukların problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin çeşitli değişkenler bakımından incelenmesi. *SDÜ Fen Edebiyat Fakültesi Sosyal Bilimler Dergisi, 31*, 181-192.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical problem solving. Orlando, FL: Academic Press.

Schön, D. A. (1987). Educating the reflective practitioner: Toward a new design for teaching and learning in the professions. San Francisco: Jossey-Bass.

Schön, D.A. (1983). Reflective practitioner-how professionals think in action. New York: Basic Books.

Senemoğlu, N. (2010). Gelişim Öğrenme ve Öğretim: Kuramdan Uygulamaya (18. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Shermis, S. S. (1992). Critical thinking: Helping students learn reflectively. Bloomington: EDINFO Press.

Şahin, A. A. (2007). 13-14 yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. Yayımlamanmış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Şen, Ş. (2013). Reflective thinking skills of primary school students based on problem solving ability. *International Journal of Academic Research, 5(5),* 41-48.

Taşçı, S. (2005). Hemşirelikte problem çözme süreci. *Sağlık Bilimleri Dergisi, 14,* 73-78.

Tat, O. (2015). Ortaokul öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini etkileyen faktörlerin hiyerarşik doğrusal modeller ile incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.

Tertemiz, N. ve Sulak, S. E. (2013). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online, 12 (3),* 713-729.

Toksoy, E. S. ve Akdeniz, A. R. (2015). Öğrencilerin kuvvet ve hareket ünitesi ile ilgili problemleri çözerken güçlük çektikleri noktaların ipucu kartlarıyla belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim, 40 (180),* 343-362.

Tuncer, M. ve Özeren, E. (2012). Prospective teachers' evaluations in terms of using reflective thinking skills to solve problems. *Procedia – Socialand Behavioral Sciences, 51,* 666 – 671.

Türnüklü, A. (2000). Eğitim bilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi, 24,* 543-559.

Türnüklü, E. B. ve Yeşildere, S. (2005). Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25 (3),* 107-123.

Ulu, M. (2008). Sınıf öğretmeni, sınıf öğretmeni adayı ve 5. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözmede kullandıkları stratejilerin karşılaştırılması.

Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.

Ünver, G. (2003). Yansıtıcı düşünme. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Van De Walle J.A. (1980) Elementary School Mathematics (Teaching Developmentally), New York & London: Longman.

Visscher-Voerman, I. ve Gustafson, K. L. (2004). Paradigms in the theory and practice of education and training design. *Educational Technology Research and Development, 52 (2),* 69-89.

Wetzstein, A. ve Hacker, W. (2004). Reflective verbalization improves solutions – the effects of question – based reflection in design problem solving. *Applied Cognitive Psychology, 18*, 145-156.

Yakut Çayir, M. (2013). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının ve kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Yann-Shya, W. (2010). The effects of collaborative problem solving on ındividual problem-solving ability. *National Convention of the Association for Educational Communications and Technology, 1-2*, 482-489.

Yavuz, G.2006. Dokuzuncu sınıf matematik dersinde problem çözme stratejileri strateji öğretiminin duyuşsal özellikler ve erişiye etkisi. Yayımlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi. İzmir.

Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejileriyle ilgili gözlemler. *İlköğretim Online, 6 (2)*, 249-263.

Yenilmez, K. (2010). İlköğretim öğrencilerinin problem türlerini belirleme düzeyleri. *The Journal of SAU Education Faculty, 19,* 124-137.

Yeşilova, Ö. (2013). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki davranışları ve problem çözme başarı düzeyleri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (*geliştirilmiş 9.baskı*). Ankara: Seçkin Yayınları

Yıldırım, S. (2010). Üniversite öğrencilerinin biliş ötesi farkındalıkları ile benzer matematiksel problem türlerini çözmeleri arasındaki ilişki. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Tokat.

Yorulmaz, M. (2006). İlköğretim I. kademesinde görev yapan sınıf öğretmenlerinin yansıtıcı düşünmeye ilişkin görüş ve uygulamalarının değerlendirilmesi (Diyarbakır ili örneği). Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.

Yuva, E. (2011). Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Cebeci Araştırma ve Uygulama Hastanesi hemşirelerinin eleştirel düşünme eğilim düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atılım Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Zhelev, Z. ve Petrov, P. (2010). The impact of reflection on mathematics problem solving. *Trakia Journal of Sciences, 8 (3),* 1-5.

EKLER

EK 1. Yerel Saat Problemi



A: Los Angeles B: İstanbul

İstanbul'da yerel saat, Los Angeles'a göre 10 saat ileridir. Örneğin, İstanbul'da perşembe günü saat 18.00'i gösterirken Los Angeles'ta perşembe günü sabah saat 08.00'i göstermektedir. Los Angeles'ta yaşayan Ayten Hanım, İstanbul'da yaşayan kızını Los Angeles saati ile 09.00'da aramıştır. Ayten Hanım torunu olan Burak'ı sorduğunda, kızı tam dört saattir uyuduğunu söylemiştir. Buna göre Burak İstanbul saati ile saat kaçta uyumaya başlamıştır?

- Eğer Ayten Hanım'ın kızı, telefonda annesine İstanbul Atatürk Havalimanı'ndan pazartesi günü İstanbul saatine göre 19.00 uçuşu ile yaklaşık olarak 14 saat süren uçuş sonrasında Los Angeles'a ineceğini söylemiş olsaydı Los Angeles saati ile hangi gün ve saatte Los Angeles'a inerdi?
- Eğer Ayten Hanım'ın kızı telefondaki konuşmasının devamında annesine Los Angeles'tan cumartesi günü Los Angeles saatine göre 10.30 uçuşu ile yola çıkacağını ve 13 saatlik uçuş sonrasında İstanbul Atatürk Havalimanı'na ineceğini söylemiş olsaydı, İstanbul saati ile Atatürk Havalimanı'na hangi gün ve saatte inerdi?

Ek 2. Değişen Saatler Problemi



Ayşe kol saatini doğru bir saate göre 7 dakika ileri, Ali ise 5 dakika geri almıştır.

Bu bilgiye göre 90 dakika sürerek, Ali'nin saatine göre 13.00'te biten bir TV dizisi Ayşe'nin saatine göre kaçta başlamış olur?

1. Daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaştınız mı? Eğer cevabınız evet ise verilen problem ile daha önce karşılaştığınız problemi benzerlik ve farklılık yönünden ilişkilendirir misiniz?
2. Problemin zorluk derecesine yönelik görüşleriniz nedir? Belirtiniz.
3. Problemi kendi cümleleriniz ile özetleyebilir misiniz?
4. Problemde verilenler ile istenenlerin neler olduğunu ifade edebilir misiniz?
5. Çözüme nasıl başlamayı düşünüyorsunuz? Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacınız var? Açıklayınız.
6. Çözüm yönteminizi adım adım açıklayarak kullandığınız şekil, denklem, formül veya dört işlemi neden seçtiğinizi ifade eder misiniz? Seçtiğiniz stratejiye (yönteme) bir isim verin, dense stratejinizi ne diye adlandırırsınız?
7. Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor?
8. Sizce bulduğunuz sonuç mantıklı mı?
9. Çözümün doğru olduğundan nasıl emin olabilirsiniz?
10. Çözümünüz doğru değilse çözüm yönteminizi tekrar gözden geçirerek yeni bir çözüm planı geliştiriniz.
11. Problemi kullandığınız çözüm yolundan farklı bir yolla çözebilir misiniz? Eğer cevabınız evet ise çözüm yolunuzu açıklayınız.
12. Size göre hangi çözüm yolunuz en iyisidir? Neden?
13. Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz? Eğer Ayşe, kol saatine göre 15.30'da okuldan çıkıp servis aracına binseydi Ali'nin kol saatine göre 17.00'de evine varmış olacaktı. Bu duruma göre Ayşe kaç dakikada eve ulaşmış olacaktı?

14. Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz? Ali cumartesi günü evine 25 dakika uzaklıkta bulunan sinemaya gidip, kol saatine göre 14.25'te başlayıp 100 dakika süren sinema filmini izlemiş olsaydı, film Ayşe'nin saatine göre kaçta bitmiş olurdu?
15. Size verilen problemden yararlanarak yeni bir problem durumu yazabilir misiniz? Yazdığınız problem çözülebilir mi, nedenini açıklayınız.
16. Problemi ilk kez okurken, çözerken ve sonucu bulduğunuzda ne hissettiğinizi ayrı ayrı ifade eder misiniz?

Ek 3. Saksı Problemi

Mehmet Amca'nın sadece saksıda yetişen çiçekleri sattığı bir dükkânı vardır. Çiçekleri müşteriler kendileri gelip alabildiği gibi, adrese teslim de yapılmaktadır. Mehmet Amca yaptığı satışlarda çiçek başına aşağıdaki fiyat tarifesini uygulamaktadır.

(Not: Her saksıda sadece bir çiçek bulunmaktadır.)

	Adrese teslim edilirse	**Müşteri gelip alırsa**
Müşteri saksı getirirse	1,4 TL	1,5 TL
Müşteri saksı getirmezse	1,65 TL	1,8 TL

Bir müşteri Mehmet Amca'ya 5 adet saksı getirmiş ve aldığı çiçeklerin adrese teslim edilmesini istemiştir. Mehmet Amca'ya 40 TL ödeyen müşteri kaç tane çiçek satın almış olur?

- Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığın çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydin? Eğer müşteri saksı getirmeden dükkândan 12 çiçek beğenip ayırtsaydı ve bunları daha sonra kendi gelip alsaydı; aynı koşullara göre saksı getirip ödeyeceği tutardan kaç TL fazla para öderdi?

Ek 4. Taksi Problemi



İş adamı olan Ahmet Bey, önemli bir toplantı için o günün akşam saatinde 19.30 uçuşu ile Ankara'ya gidecektir. Havalimanına gitmeden önce şantiyeye uğramak isteyen Ahmet Bey, evinin önünden taksiye binmiştir. Ahmet Bey, taksiciye önce şantiyeye sonra da havalimanına gitmek istediğini söylemiştir. Taksici ise, taksimetre açılışını 3,5 TL ile yaptığını, 50 metreye kadar gidilen her yol ücretinin 0,25 TL olarak hesaplandığını, beklediği her dakika için 0,30 TL aldığını ve beklediği sürede taksimetreyi kapatmadığını söylemiştir. (Ahmet Bey'in evi ile şantiye arasındaki uzaklık 5 km, şantiye ile havalimanı arasındaki uzaklık 3 km'dir.)

Ahmet Bey, şantiyedeki iş için taksiyi 15 dakika bekletmiştir. Şantiyeden çıkıp taksiye bindiğinde şoföre acıktığını söylemiştir. Bunun üzerine taksici, Ahmet Bey'i bir restorana götürmüştür. Tam arabadan inecekken, Ahmet Bey o ana kadar ödeyeceği tutarın ne kadar olduğunu taksiciye sormuş ve taksici 39 TL olduğunu söylemiştir. Buna göre restoran ile şantiye arasındaki uzaklık kaç metredir?

1. Daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaştınız mı? Eğer cevabınız evet ise verilen problem ile daha önce karşılaştığınız problemi benzerlik ve farklılık yönünden ilişkilendirir misiniz?
2. Problemin zorluk derecesine yönelik görüşleriniz nedir? Belirtiniz.
3. Problemi kendi cümleleriniz ile özetleyebilir misiniz?
4. Problemde verilenler ile istenenlerin neler olduğunu ifade edebilir misiniz?
5. Çözüme nasıl başlamayı düşünüyorsunuz? Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacınız var? Açıklayınız.
6. Çözüm yönteminizi adım adım açıklayarak kullandığınız şekil, denklem, formül veya dört işlemi neden seçtiğinizi ifade eder misiniz? Seçtiğiniz stratejiye (yönteme) bir isim verin, dense stratejinizi ne diye adlandırırsınız?
7. Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor?

8. Sizce bulduğunuz sonuç mantıklı mı?
9. Çözümün doğru olduğundan nasıl emin olabilirsiniz?
10. Çözümünüz doğru değilse çözüm yönteminizi tekrar gözden geçirerek yeni bir çözüm planı geliştiriniz.
11. Problemi kullandığınız çözüm yolundan farklı bir yolla çözebilir misiniz? Eğer cevabınız evet ise çözüm yolunuzu açıklayınız.
12. Size göre hangi çözüm yolunuz en iyisidir? Neden?
13. Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz? Ahmet Bey, şantiyedeki işi için taksiyi yarım saat bekletmiş olsaydı ve çıktığında ise doğruca havalimanına gitseydi taksiciye kaç TL ödeyecekti?
14. Size verilen problemden yararlanarak yeni bir problem durumu yazabilir misiniz? Yazdığınız problem çözülebilir mi, nedenini açıklayınız.
15. Problemi ilk kez okurken, çözerken ve sonucu bulduğunuzda ne hissettiğinizi ayrı ayrı ifade eder misiniz?

Ek 5. Disk Taşıma Problemi

Aşağıda 3 çubuktan oluşan bir düzenek vardır. Soldaki çubuğa en altta en büyük disk, en üste en küçük disk olacak şekilde diskler dizilmiştir. Aşağıdaki kuralları dikkate alarak diskler bulundukları çubuktan başka bir çubuğa taşınacaktır.

Kurallar:

- Her hamlede en üstteki disk başka bir çubuğa taşınır.
- Her hamlede sadece bir disk taşınabilir.
- Bir çubuktan çıkartılan disk herhangi bir çubuğa takılabilir.
- Küçük diskin üzerine ondan daha büyük disk koyulamaz.

Buna göre şekildeki üç disk **en az kaç hamlede** başka bir çubuğa taşınabilir?



- Problem eğer şu şekilde olsaydı, deminki durum için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydin? Eğer başlangıçta 4 disk olsaydı bunlar **en az kaç hamlede** başka bir çubuğa taşınabilirdi?

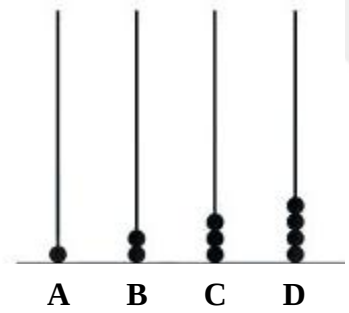
Ek 6. Boncuk Taşıma Problemi

Aşağıda 4 çubuktan oluşan bir abaküs vardır. Bu abaküste A çubuğa bir boncuk, B çubuğa iki boncuk ve benzer şekilde diğer çubuklara da bir artacak şekilde boncuk takılmıştır. Aşağıdaki kuralları dikkate alarak boncuklar taşınacaktır. Bu taşıma işlemi sonucunda A çubuğunda dört boncuk, B çubuğunda üç boncuk ve benzer şekilde diğer çubuklara da boncuklar birer azalacak şekilde yerleşecektir.

Kurallar:

- Her hamlede sadece bir boncuk taşınabilir.
- Taşınacak boncuk çıkartıldığı çubuğun bir sağ veya bir solundaki çubuğa takılabilir.

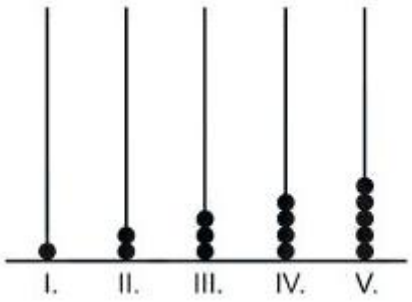
Buna göre boncuklar **en az kaç hamlede** taşınabilir?



1. Daha önce verilen probleme benzer bir problemle karşılaştınız mı? Eğer cevabınız evet ise verilen problem ile daha önce karşılaştığınız problemi benzerlik ve farklılık yönünden ilişkilendirir misiniz?
2. Problemin zorluk derecesine yönelik görüşleriniz nedir? Belirtiniz.
3. Problemi kendi cümleleriniz ile özetleyebilir misiniz?
4. Problemde verilenler ile istenenlerin neler olduğunu ifade edebilir misiniz?
5. Çözüme nasıl başlamayı düşünüyorsunuz? Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacınız var? Açıklayınız.
6. Çözüm yönteminizi adım adım açıklayarak kullandığınız şekil, denklem, formül veya dört işlemi neden seçtiğinizi ifade eder misiniz? Seçtiğiniz stratejiye (yönteme) bir isim verin, dense stratejinizi ne diye adlandırırsınız?
7. Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor?

8. Sizce bulduğunuz sonuç mantıklı mı?
9. Çözümün doğru olduğundan nasıl emin olabilirsiniz?
10. Çözümünüz doğru değilse çözüm yönteminizi tekrar gözden geçirerek yeni bir çözüm planı geliştiriniz.
11. Problemi kullandığınız çözüm yolundan farklı bir yolla çözebilir misiniz? Eğer cevabınız evet ise çözüm yolunuzu açıklayınız.
12. Size göre hangi çözüm yolunuz en iyisidir? Neden?
13. Eğer başlangıçta verilen abaküs aşağıdaki gibi 5 çubuktan oluşsaydı ve 1. çubuğa bir boncuk, 2. çubuğa iki boncuk ve benzer şekilde diğer çubuklara da numarası kadar boncuk takılmış olsaydı;

    Yine aynı kurallara göre yapılacak olan taşıma işlemi sonucunda 1.çubukta beş boncuk, 2.çubukta dört boncuk ve benzer şekilde diğer çubuklara da boncuklar birer azalacak şekilde yerleştirilmek istenseydi **en az kaç hamlede** bu taşıma işlemi yapılabilirdi? İlk problem durumu için kullandığınız çözüm yolunu bu problem durumu için de kullanabilir miydiniz?



14. Size verilen problemden yararlanarak yeni bir problem durumu yazabilir misiniz? Yazdığınız problem çözülebilir mi, nedenini açıklayınız.
15. Problemi ilk kez okurken, çözerken ve sonucu bulduğunuzda ne hissettiğinizi ayrı ayrı ifade eder misiniz?

Ek 7. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları

1) Çalışma süresince size verilen altı problem durumunu zorluk düzeyi bakımından karşılaştırdığında neler söyleyebilirsin?

2) Çalışma süresince size verilen problemler arasında benzerlikler olup olmadığı hakkında neler söyleyebilirsin? Daha önce, sana verilen probleme benzer bir problemle karşılaşmış olman problem çözüm sürecine ne gibi katkılar sağladı?

3) Çalışma süresince karşına çıkan altı problem durumundan hangisini çözmek seni daha çok mutlu etti? Neden?

4) Bireysel olarak cevap verdiğin üç problem durumunu anlama hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

5) Grup olarak cevap verdiğiniz üç problem durumunu anlama hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

6) Grup olarak çalışmanın, problemi anlaman üzerinde olumlu veya olumsuz herhangi bir etkisi olup olmadığı hakkında neler söyleyebilirsin?

7) Bireysel olarak cevap verdiğin üç problem durumu için çözüm planı oluşturabilme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

8) Grup olarak cevap verdiğiniz üç problem durumu için çözüm planı oluşturabilme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

9) Grup olarak çalışmanın, çözüm planı oluşturabilme üzerinde olumlu veya olumsuz herhangi bir etkisi olup olmadığı hakkında neler söyleyebilirsin?

10) Bireysel olarak cevap verdiğin üç problem durumu için çözüm planını uygulayabilme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

11) Grup olarak cevap verdiğiniz üç problem durumu için çözüm planını uygulayabilme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

12) Grup olarak çalışmanın, çözüm planını uygulayabilme üzerinde olumlu veya olumsuz herhangi bir etkisi olup olmadığı hakkında neler söyleyebilirsin?

13) Bireysel olarak cevap verdiğin üç problem durumu için çözüm yolunu değerlendirme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

14) Grup olarak cevap verdiğiniz üç problem durumu için çözüm yolunuzu değerlendirme hususunda yaşadığın zorluklar varsa bu zorlukları ifade edebilir misin?

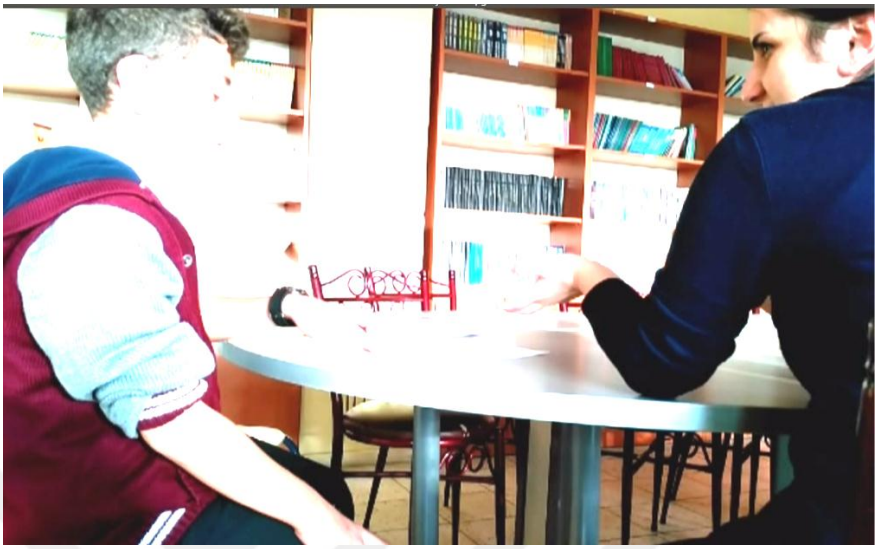
15) Grup olarak çalışmanın, çözüm yolunuzu değerlendirme üzerinde olumlu veya olumsuz herhangi bir etkisi olup olmadığı hakkında neler söyleyebilirsin?

16) Sizce bireysel olarak problem çözmenin kolay ve zor olan yanları nelerdir?

17) Sizce grup olarak problem çözmenin kolay ve zor olan yanları nelerdir? Grup halinde problem çözerken sizi mutlu veya mutsuz eden ne gibi olaylarla karşılaştınız?

18) Kendini değerlendirdiğinde problem çözüm sürecinde iyi olduğun davranışlarının ve eksik olduğun davranışlarının neler olduğunu düşünüyorsun?

Ek 8. Fotoğraflar



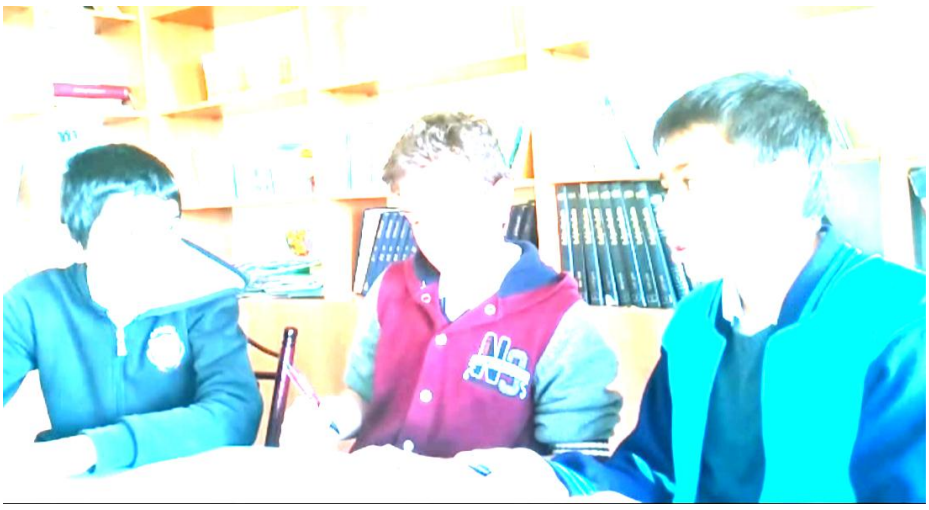
Fotoğraf 1. Bora ile "Yerel Saat Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit



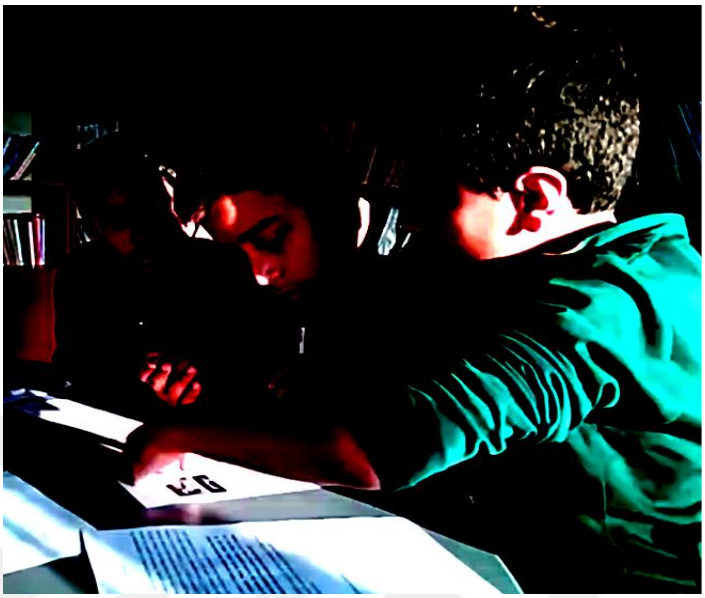
Fotoğraf 2. Cenk ile "Yerel Saat Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 3. “Değişen Saatler Problemi”nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 4. “Değişen Saatler Problemi”nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 5. “Taksi Problemi”nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 6. “Taksi Problemi”nin uygulama sürecinden bir kesit



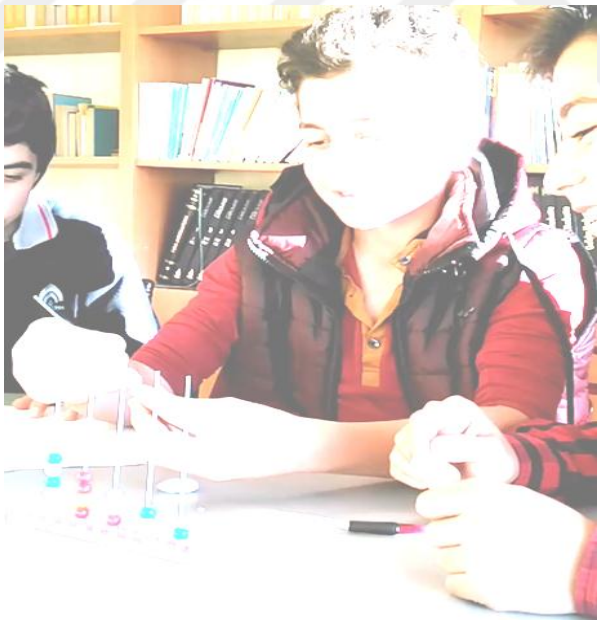
Fotoğraf 7. Bora ile "Disk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 8. Alp ile "Disk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 9. Cenk ile "Disk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 10. "Boncuk Taşıma Problemi"nin uygulama sürecinden bir kesit



Fotoğraf 11. “Boncuk Taşıma Problemi”nin uygulama sürecinden bir kesit

Ek 9. Veli Onay Mektupları

VELİ ONAY MEKTUBU

Sevgili Veliler,

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tez dönemi öğrencisiyim. Tez kapsamında "Matematik problemlerini çözmede başarılı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi: Özel durum çalışması" adlı araştırmayı yürütmekteyim. Araştırmamın amacı, matematik problemlerini çözmede başarılı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini incelemektir. Bu amaçla, çocuklarınızı araştırma kapsamında altı farklı matematik problemini çözerken gözlemleyeceğim.

Araştırmaya katılmasına izin verdiğiniz takdirde, çocuğunuz belirlenmiş olan problemleri çözmek için okul çıkışı yaklaşık olarak 40-45 dakika okulda kalacaktır. Bir gün ise öğle arası görüşmeye katılacaktır. Problem çözme süreci, haftada iki kez olmak üzere toplamda altı defa olacaktır (üç hafta). Çocuğunuz problemleri çözerken, çözüm süreçlerini daha sonra ayrıntılı inceleyebilmek amacıyla katılım süreci video kaydına alınacaktır. Dördüncü haftada bir gün ise öğle arasında, sürece yönelik çocuğunuzla görüşme yapılacaktır.Görüşme sırasında ise veri kaybı yaşamamak için ses kaydı kullanılacaktır. Araştırma sürecindeki video ve ses kayıtları kesinlikle gizli tutulacak ve sadece bu araştırma için kullanılacaktır. Çalışma bitip tez savunması gerçekleştirildikten sonra bu kayıtların silineceğine emin olabilirsiniz. Ayrıca bu form imzalandıktan sonra, istediğiniz zaman çocuğunuz çalışmayı bırakma hakkına sahiptir. Araştırma sonuçlarının özeti, çalışma bitince okula teslim edilecektir.

Araştırma ile ilgili sorularınızı eposta veya telefon numarasını kullanarak bana yöneltebilirsiniz. Saygılarımla. Sevilay TAVŞAN / Danışman: Yrd.Doç.Dr.Alaattin PUSMAZ

Tel: 0535 026 06 47 e-posta: sevilaytavsan@hotmail.com

Lütfen bu araştırmaya çocuğunuzun katılması konusundaki tercihinizi aşağıdaki seçeneklerden size en uygun gelenin altına imzanızı atarak belirtiniz ve bu formu çocuğunuzla okula geri gönderiniz.

A) Çocuğumun bu araştırmada katılımcı olmasına izin veriyorum [X] izin vermiyorum [ ]

B) Çalışmayı istediğimiz zaman yarıda kesip bırakabileceğimizi biliyorum ve yapılacak kayıtların bilimsel amaçlı olarak kullanılmasını kabul ediyorum [X] kabul etmiyorum [ ]

Velinin Adı ve Soyadı: Havva ATABAŞ

İmza:

VELİ ONAY MEKTUBU

Sevgili Veliler,

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tez dönemi öğrencisiyim. Tez kapsamında "Matematik problemlerini çözmede başarılı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi: Özel durum çalışması" adlı araştırmayı yürütmekteyim. Araştırmamın amacı, matematik problemlerini çözmede başarılı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini incelemektir. Bu amaçla, çocuklarınızı araştırma kapsamında altı farklı matematik problemini çözerken gözlemleyeceğim.

Araştırmaya katılmasına izin verdiğiniz takdirde, çocuğunuz belirlenmiş olan problemleri çözmek için okul çıkışı yaklaşık olarak 40-45 dakika okulda kalacaktır. Bir gün ise öğle arası görüşmeye katılacaktır. Problem çözme süreci, haftada iki kez olmak üzere toplamda altı defa olacaktır (üç hafta). Çocuğunuz problemleri çözerken, çözüm süreçlerini daha sonra ayrıntılı inceleyebilmek amacıyla katılım süreci video kaydına alınacaktır. Dördüncü haftada bir gün ise öğle arasında, sürece yönelik çocuğunuzla görüşme yapılacaktır.Görüşme sırasında ise veri kaybı yaşamamak için ses kaydı kullanılacaktır. Araştırma sürecindeki video ve ses kayıtları kesinlikle gizli tutulacak ve sadece bu araştırma için kullanılacaktır. Çalışma bitip tez savunması gerçekleştirildikten sonra bu kayıtların silineceğine emin olabilirsiniz. Ayrıca bu form imzalandıktan sonra, istediğiniz zaman çocuğunuz çalışmayı bırakma hakkına sahiptir. Araştırma sonuçlarının özeti, çalışma bitince okula teslim edilecektir.

Araştırma ile ilgili sorularınızı eposta veya telefon numarasını kullanarak bana yöneltebilirsiniz. Saygılarımla. Sevilay TAVŞAN / Danışman: Yrd.Doç.Dr.Alaattin PUSMAZ

Tel: 0535 026 06 47 e-posta: sevilaytavsan@hotmail.com

Lütfen bu araştırmaya çocuğunuzun katılması konusundaki tercihinizi aşağıdaki seçeneklerden size en uygun gelenin altına imzanızı atarak belirtiniz ve bu formu çocuğunuzla okula geri gönderiniz.

A) Çocuğumun bu araştırmada katılımcı olmasına izin veriyorum ☒ izin vermiyorum ☐

B) Çalışmayı istediğimiz zaman yarıda kesip bırakabileceğimizi biliyorum ve yapılacak kayıtların bilimsel amaçlı olarak kullanılmasını kabul ediyorum ☒ kabul etmiyorum ☐

Velinin Adı ve Soyadı: ...Hakan Aynacı...

İmza: .....

VELİ ONAY MEKTUBU

Sevgili Veliler,

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tez dönemi öğrencisiyim. Tez kapsamında "Matematik problemlerini çözmede başarılı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi: Özel durum çalışması" adlı araştırmayı yürütmekteyim. Araştırmamın amacı, matematik problemlerini çözmede başarılı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini incelemektir. Bu amaçla, çocuklarınızı araştırma kapsamında altı farklı matematik problemini çözerken gözlemleyeceğim.

Araştırmaya katılmasına izin verdiğiniz takdirde, çocuğunuz belirlenmiş olan problemleri çözmek için okul çıkışı yaklaşık olarak 40-45 dakika okulda kalacaktır. Bir gün ise öğle arası görüşmeye katılacaktır. Problem çözme süreci, haftada iki kez olmak üzere toplamda altı defa olacaktır (üç hafta). Çocuğunuz problemleri çözerken, çözüm süreçlerini daha sonra ayrıntılı inceleyebilmek amacıyla katılım süreci video kaydına alınacaktır. Dördüncü haftada bir gün ise öğle arasında, sürece yönelik çocuğunuzla görüşme yapılacaktır.Görüşme sırasında ise veri kaybı yaşamamak için ses kaydı kullanılacaktır. Araştırma sürecindeki video ve ses kayıtları kesinlikle gizli tutulacak ve sadece bu araştırma için kullanılacaktır. Çalışma bitip tez savunması gerçekleştirildikten sonra bu kayıtların silineceğine emin olabilirsiniz. Ayrıca bu form imzalandıktan sonra, istediğiniz zaman çocuğunuz çalışmayı bırakma hakkına sahiptir. Araştırma sonuçlarının özeti, çalışma bitince okula teslim edilecektir.

Araştırma ile ilgili sorularınızı eposta veya telefon numarasını kullanarak bana yöneltebilirsiniz. Saygılarımla. Sevilay TAVŞAN / Danışman: Yrd.Doç.Dr.Alaattin PUSMAZ

Tel: 0535 026 06 47 e-posta: sevilaytavsan@hotmail.com

Lütfen bu araştırmaya çocuğunuzun katılması konusundaki tercihinizi aşağıdaki seçeneklerden size en uygun gelenin altına imzanızı atarak belirtiniz ve bu formu çocuğunuzla okula geri gönderiniz.

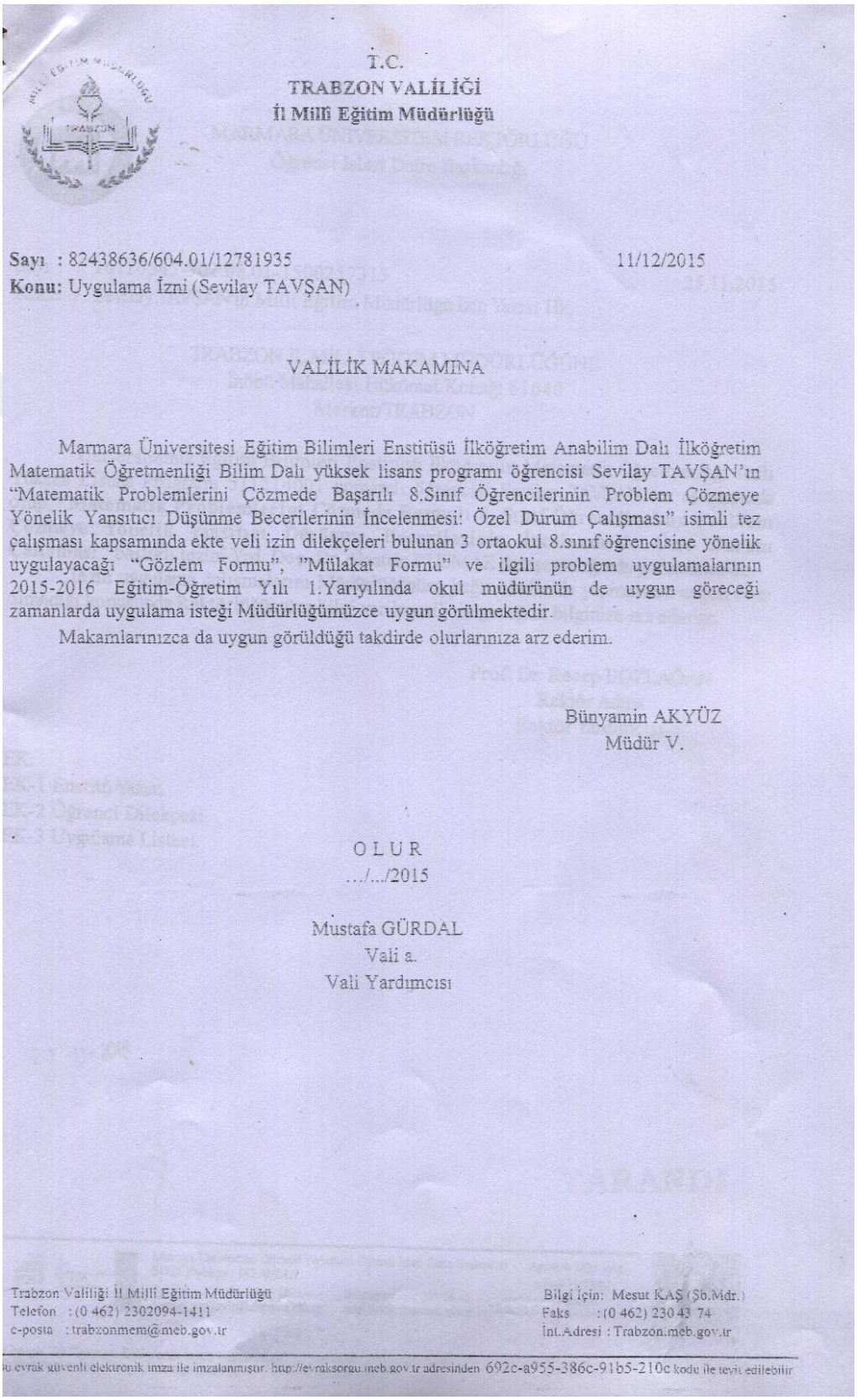
A) Çocuğumun bu araştırmada katılımcı olmasına izin veriyorum ☒ izin vermiyorum ☐

B) Çalışmayı istediğimiz zaman yarıda kesip bırakabileceğimizi biliyorum ve yapılacak kayıtların bilimsel amaçlı olarak kullanılmasını kabul ediyorum ☒ kabul etmiyorum ☐

Velinin Adı ve Soyadı: Hacer YILMAZ

İmza: .....

Ek 10. Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzin Belgesi



T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 82438636/604.01/12781935 11/12/2015
Konu: Uygulama İzni (Sevilay TAVŞAN)

VALİLİK MAKAMINA

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Sevilay TAVŞAN'ın "Matematik Problemlerini Çözmede Başarılı 8.Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi: Özel Durum Çalışması" isimli tez çalışması kapsamında ekte veli izin dilekçeleri bulunan 3 ortaokul 8.sınıf öğrencisine yönelik uygulayacağı "Gözlem Formu", "Mülakat Formu" ve ilgili problem uygulamalarının 2015-2016 Eğitim-Öğretim Yılı 1.Yarıyılında okul müdürünün de uygun göreceği zamanlarda uygulama isteği Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Bünyamin AKYÜZ
Müdür V.

O L U R
.../.../2015

Mustafa GÜRDAL
Vali a.
Vali Yardımcısı

Trabzon Valiliği İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Telefon : (0 462) 2302094-1411
e-posta : trabzonmem@meb.gov.tr

Bilgi İçin: Mesut KAŞ (Şb.Mdr.)
Faks : (0 462) 230 43 74
İnt.Adresi : Trabzon.meb.gov.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 692c-a955-386c-91b5-210c kodu ile teyit edilebilir