The Journal of Academic Social Science Studies

International Journal of Social Science
Doi number:http://dx.doi.org/10.9761/JASSS6944
Number: 57 , p. 199-226, Summer I 2017
Yayın Süreci / Publication Process
Yayın Geliş Tarihi / Article Arrival Date - Yayınlanma Tarihi / The Published Date
27.01.2017 **15.07.2017**

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN OLASILIK VE İSTATİSTİK İLE İLGİLİ ANLAMA VE DÜŞÜNME YOLLARININ DNR TABANLI METODOLOJİK YAKLAŞIMLA İNCELENMESİ

THE ANALYSIS OF 8TH- GRADE STUDENTS' WAYS OF UNDERSTANDING AND THINKING ABOUT PROBABILITY AND STATISTICS ACCORDING TO DNR-BASED METHODOLOGICAL APPROACH

Dr. Filiz Yıldız
MEB, İstanbul Bayrampaşa Nail Reşit Ortaokulu
Doç. Dr. Sare Şengül
Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü, Matematik Öğretmenliği ABD

Öz

Bu araştırmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarının DNR tabanlı metodolojik yaklaşımla incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda çalışma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. I. aşamada öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve değerlendirmek için kullanılacak veri toplama araçlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuştur. Bu aşamada çalışma bir devlet lisesinde öğrenim gören, 8. sınıfı yeni bitiren 30 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiş olup, 6 ders saati (240 dk) sürmüştür. I. aşama sonucunda "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" ile "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)" geliştirilmiştir. Araştırmanın ikinci aşaması olan ana uygulamada ise, ADYBT bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 80 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmış ve öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yolları belirlenmiştir. 5 ders saati (200 dk) süren ana uygulamadan (II. aşama) elde edilen veriler, I. aşamada geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'na (ADYDF)" göre betimsel olarak analiz edilmiş ve öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca ortaya çıkan profillere göre seçilen 3 öğrenci ile anlama ve düşünme yollarını derinlemesine incelemek, problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve nerelerde zorlandıklarını ortaya çıkarmak amacıyla yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Veri analizinde, öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şeması modeline göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda, öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili çok iyi, iyi, orta, yetersiz ve geçersiz olarak

sınıflandırılan anlama ve düşünme yollarına sahip oldukları ve problem çözme sürecinde cevaplarını doğrulamak için daha çok dışsal ve deneysel şemaları kullandıkları tespit edilmiştir. Bu doğrultuda matematik eğitimi ve gelecek araştırmalar için önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Anlama yolları, Düşünme yolları, İspat Şemaları, Olasılık ve İstatistik

Abstract

The purpose of this study is to analyze 8th-grade students' ways of understanding and thinking about probability and statistics through DNR-based methodological approach. In accordance to this purpose, the study was carried out in two stages. In the 1st Stage, developing data collection instruments which would be used for evaluating and identifying students' current ways of thinking and understanding about probability and statistics was emphasized. At this stage, the study was carried out to thirty 9th grade students who have just graduated from a middle school and who are now studying in a public high school and it lasted for six classes (240 minutes). At the end of the 1st Stage, 'The Test of Determining Ways of Understanding and Thinking' (TDWUT) and 'Evaluation Form of Ways of Understanding and Thinking' (EFWUT) were developed. During the main application which is the 2nd stage of the study, The Test of Determining Ways of Understanding and Thinking was conducted to 80 8th grade students who are studying in a public middle school, students' ways of understanding and thinking about probability and statistics have been determined. The data obtained in the main application (2nd Stage) which lasted five classes (200 minutes) were analyzed descriptively according to Evaluation Form of Ways of Understanding and Thinking (EFWUT) which was developed in the 1st Stage and then the profiles of students regarding their ways of understanding and thinking (WUTP) have been found out. In addition to this, semi-structured interviews were conducted to three students who were chosen according to the recent profiles in order to analyze ways of understanding and thinking deeply and to identify how students think in problem solving process and in which part of the problem solving process they have difficulties. During data analysis, the justification schemes which were used by students in the problem solving process were coded as external, empirical and analytical according to proof scheme model which was developed by Harel and Sowder (1998). In accordance with the data obtained, it was identified that students have ways of understanding and thinking which were classified as excellent, good, average, poor and in valid about probability and statistics and used mostly external and empirical schemes to verify their solutions in problem solving processes. Accordingly, some suggestions were made for the future researches and teaching mathematics.

Keywords: Ways of understanding, Ways of Thinking, Proof Schemes, Probability and Statistics

1. GİRİŞ

Matematik eğitimi bireylerde kavramları anlama ve aralarında ilişkiler kurma, akıl yürütme ve doğru çıkarımlar yapma, problem çözme stratejileri geliştirme ve bu stratejileri günlük hayata transfer etme gibi becerileri geliştirmeyi hedeflemektedir. Ancak yapılan araştırmalar öğrencilerin birçok konuda kavramlara çok yönlü bakamadıklarını, muhakeme yapmada ve problem çözmede yetersiz kaldıklarını ve sonuç olarak istenen anlama ve düşünme yollarını geliştiremediklerini göstermektedir (Arslan, 2007; Çakmak, 2014; Çoşkun, 2009; İskenderoğlu, 2003; Ören, 2007; Özer & Arıkan, 2002; Uğurel & Moralı, 2010; Yeşildere & Türnüklü, 2007). Çünkü öğrenciler genellikle matematiği birbiriyle ilişkisiz birçok tanım ve formülden oluşan bir ders

olarak görmekte ve problemlerin çözümlerini ezberleyerek benzer sorulara benzer çözümler üretmeye çalışmaktadırlar. Matematikle ilgili böyle bir düşünme yoluna sahip olan öğrencilerin kavramları ve konuları anlamlı bir şekilde öğrenmeleri ve problem çözme becerilerinin gelişmesi ise mümkün olmamaktadır. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların en çok görüldüğü konulardan birisi de olasılık ve istatistiktir.

Olasılık ve istatistik konularının hem bilimde ve günlük hayatta çok kullanılması hem de akıl yürütme, ilişkilendirme ve eleştirel düşünme gibi üst düzey zihinsel becerilerin gelişimine katkıda bulunmasından dolayı (Baykul, 2009: 509) matematik programında önemli bir yeri vardır. Bununla birlikte, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili günlük hayatta edindikleri tecrübelerle geliştirdikleri sezgilerin okulda edindikleri bilgilerle çelişmesi ve öğretmenlerin genellikle öğrencilerin var olan anlama ve düşünme yollarını dikkate almaksızın bilgiyi doğrudan aktarmaları, öğrencileri kendi bilgilerini yapılandırabilecekleri öğrenme fırsatlarından mahrum bırakmakta ve bu durum konuların öğrenilmesini zorlaştırmaktadır.

Alan yazını incelendiğinde olasılık ve istatistik ile ilgili becerilerin öğrencilerde istenen düzeyde geliştirilemediğini göstermektedir (Bakırcı, 2014; Çelik & Güneş, 2007; Dereli, 2009; Gürakar, 2010; Güven & Özmen, 2014; Hayat, 2009; Memnun, Altun & Yılmaz, 2010; Mills & Holloway, 2013; Şafak & Akkaya, 2014; Yolcu, 2012). Bu nedenle öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarının incelenmesi, bu becerileri geliştirebilecekleri uygun öğrenme ortamlarının oluşturulması açısından önemlidir. Bu doğrultuda, bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yolları DNR tabanlı metodolojik yaklaşımla incelenmiştir.

İlgili literatür incelendiğinde, DNR tabanlı öğretime göre öğrencilerin matematikle ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını inceleyen sınırlı sayıda çalışma yer almaktadır (Harel & Sowder, 1998; Lim, 2006; Şengül & Güner, 2013). Yapılan bu çalışmaların ise, lise ve üniversite öğrencileriyle gerçekleştirilmiş olduğu görülmektedir. Ayrıca literatürde öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını bir arada inceleyen bir çalışmaya rastlanmadığından, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılacak bir veri toplama aracının da olmadığı fark edilmiştir.

Belirtilenler doğrultusunda bu araştırmada öncelikle öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasında ve değerlendirilmesinde kullanılacak veri toplama araçlarının geliştirilmesi amaçlanmıştır. Daha sonra ise, 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolları DNR tabanlı metodolojik yaklaşımla incelenmiştir. Aşağıda DNR teorisi, anlama ve düşünme yolları hakkında detaylı bilgiler verilmiştir.

1.2. DNR Teorisi, Anlama ve Düşünme Yolları

DNR teorisi, öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarına göre uygun öğretimsel hedefler belirlenmesi ve etkinlikler tasarlanması yoluyla öğrencilerde istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilebileceğini ileri süren öğretimsel bir yaklaşımdır. DNR ifadesi 3 öğretimsel ilkenin kısaltmasıdır. Bunlar: Etkileşim (*Duality*), Gereklilik (*Necessity*) ve Sorgulama (*Repeated Reasoning*) ilkeleridir (Harel, 2008b).

Etkileşim ilkesi, anlama ve düşünme yolları arasında gelişimsel bir bağlılık olduğunu ifade eder. Bu bağlılık öğrencilerin mevcut düşünme yollarının, ortaya koydukları anlama yollarını etkilediği veya tam tersi öğrencilerde belirli anlama yollarının geliştirilmesinin, matematikte istenen düşünme yollarının geliştirilmesine yardım edebileceği şeklinde açıklanabilir.

Gereklilik ilkesi, öğrenmedeki entelektüel ihtiyaç zorunluluğunu ifade eder. Bu ilke

öğrencilerin kendilerine öğretmeye çalıştığımız şeyi ihtiyaç olarak gördüklerinde, öğrenmelerinin daha olası olduğunu ileri sürer. Buna göre, öğrencilere öğretmeye çalıştığımız bilgi onlar için anlamlı olmalı ve öğrenme ihtiyacı hissettirmelidir.

Sorgulama ilkesi ise öğrenilen bilginin özümsenmesi, düzenlenmesi ve içselleştirilmesi için tekrar tekrar sorgulanması gerektiğini ifade eder. Yani öğrenciler istenen anlama ve düşünme yollarını içselleştirmek için muhakeme yapmalıdırlar (Harel, 2001).

DNR teorisinin merkezinde anlama ve düşünme yolları yer almaktadır. Anlama yolları, zihnimizde gerçekleştirdiğimiz eylemlerin bilişsel ürünleri olarak tanımlanmaktadır. Buna göre anlama yolları bir öğrencinin bir kavrama, kavramlar arasındaki ilişkiye ya da bir probleme verdiği belirli bir anlam, bir problem için ortaya koyduğu belirli bir çözüm ve bir iddiayı doğrulamak veya çürütmek için sunduğu belirli bir ispat olarak ifade edilebilir (Harel, in press).

Düşünme yolları ise anlama yollarının bilişsel karakteristiğidir. Yani bir anlama yolu kişinin belirli bir matematiksel durumda başvurduğu muhakemeyi ifade ederken, düşünme yolu ise bu anlama yolunu neyin şekillendirdiğine işaret eder. Örneğin, öğrencilerin y =-3x+5 dizisi ile ilgili anlama yolları şunlar olabilir: a) x ve y'nin alacağı değerlerle sınırlı bir denklem, b) Bir x girdisinin y = -3x+5 çıktısına karşılık geldiği, sayı değerli bir fonksiyon, c) Bir (x,y) girdisinin doğru ya da yanlışa karşılık geldiği, doğruluk değerli bir fonksiyon, d) Sol tarafa yapılanın, sağ tarafa da yapıldığı şey. Bu örnekteki ilk üç anlama yolu, matematikte sembollerin temsil ettiği nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri kapsayan olgun düşünme yollarındandır. Diğer taraftan dördüncü anlama yolu, matematiksel sembollerin tutarlı miktar ya da ilişkisel anlamdan bağımsız olduğu bir düşünme yolunu göstermektedir (Harel, 2008a).

Harel'e (1998) göre anlama yolları, öğrencilerin düşünme yollarını ortaya çıkarmak için bir referans noktası olarak kullanılabilir. Çünkü anlama yolları, belirli bir zihinsel eylemle bu zihinsel eylemin belirli özelliklerini yansıtabilecek şekilde bağlantılıdır. Bu özellikler matematikle ilgili inançlar, problem çözme yaklaşımları ve ispat şemaları olarak sınıflandırılan düşünme yollarıdır. *Matematikle ilgili inançlar* bireyin matematiğin ne olduğu ya da ne olmadığı, onun nasıl ortaya çıktığı, entelektüel ve pratik yararları hakkındaki yorumlarının bir özelliği, yani bireyin matematik ile ilgili bakış açısıdır. Bu araştırmada düşünme yolları olarak öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili problem çözme yaklaşımları ve doğrulama şemaları incelenmiştir. İnançlar ise bu araştırmanın kapsamı dışındadır.

Problem çözme yaklaşımları problem çözme eylemi ile bağlantılı olan düşünme yollarıdır. Öğrencinin bir probleme sunduğu çözüm (doğru ya da yanlış) bir anlama yoludur. Çünkü bu, öğrencinin problem çözme eyleminin bilişsel bir ürünüdür. Problem çözme yaklaşımı ise, bu eylemin bilişsel karakteristiğidir ve bu yüzden bir düşünme yoludur. Örneğin "benzer basit bir problemin çözümünden yararlanma", "probleme çözüm ararken olasılıklı düşünme" ve "sadece problem ifadesindeki anahtar sözcükleri arama" gibi problem çözme yaklaşımları en azından bir ölçüde problem çözme eylemini karakterize etmektedirler ve bu nedenle düşünme yolu örnekleri oldukları söylenebilir (Harel, 2008a).

Buna göre, bir öğrencinin problemi çözmek için seçtiği yaklaşım, o öğrencinin problem ifadesini nasıl açıkladığı ve yorumladığına bağlıdır (Harel, 2008b). Eğitimin en önemli hedeflerinden birinin bireylerde problem çözme becerisini geliştirmek olduğu düşünüldüğünde, matematik eğitiminin bu hedefin gerçekleştirilmesinde büyük bir rolü olduğu şüphesizdir. Bu nedenle öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını belirlemek, doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım etmek açısından önemlidir.

Benzer şekilde, *ispat şemaları* da ispatlama eylemi ile ilgili düşünme yollarıdır. Bir ispat şeması kişi için doğrusunu anlama ve

ikna etmeyi neyin oluşturduğunu içerir. Bu yüzden ispat şemaları kişinin doğrulama yöntemlerini kapsamaktadır. Bu bağlamda "ispatlama" ve "doğrulama" birbirinin yerine alternatifli olarak kullanılabilmektedir (Harel & Sowder, 2005). Bu araştırmadaki çalışma grubu göz önüne alındığı zaman, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaptıkları işlemlerin gerekçelerini açıklamaları ve buldukları sonucu nasıl doğruladıkları üzerinde durulduğu için "ispat şeması" yerine "doğrulama şeması" ifadesinin kullanılması uygun görülmüştür.

Harel ve Sowder'in (1998) yaptıkları sınıflandırmada, üç tür ispat şemasından bahsedilmektedir. Bunlar: dışsal, deneysel ve analitik şemalardır. Bu araştırmada öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemaları bu üç şema türüne göre kodlanmıştır. Bu şemaların özelliklerine bakıldığında, dışsal ispat şemalarını kullanan öğrencilerin kendilerini ve diğerlerini ikna etmek için dışsal kaynaklara başvurdukları ve matematiksel iddialarla ilgili değerlendirmelerinin yüzeysel görünümlere dayandığı görülmektedir.

Deneysel ispat şemalarını kullanan öğrenciler iddialarını miktarların doğrudan ölçümlerine ait örneklere (bazen sadece bir örnek), cebirsel ifadelerde belirli sayıların yerine konmasına veya sezgilerine dayanarak doğrulamaya çalışırlar. Analitik ispat şemasını kullanan öğrenciler ise, iddialarını mantıksal çıkarımlara dayanarak doğrularlar.

Harel ve Sowder'a (1998) göre dışsal ve deneysel ispat şemaları değerli olmakla birlikte, özellikle matematik alanında analitik ispat şemasının gerekliliği ve önemi tartışılmazdır. Bununla birlikte, yapılan birçok çalışma öğrencilerin genel olarak dışsal ve deneysel şemaları analitik şemalara göre daha fazla kullanıldıklarını göstermektedir (Arslan, 2007; Harel & Sowder, 1998; İskenderoğlu, 2003; Monoyiou, Xistouri & Philippou, 2006; Neria & Amit, 2004; Ören, 2007). Bu durum, öğrencilerin yaptıkları işlemlerin ve ulaştıkları sonucun ne anlama geldiğini sorgulamadıklarını ve doğal olarak istenen anlama ve düşünme yollarını geliştiremediklerini göstermektedir. Bu nedenle matematik derslerinde öğrencilerin yaptıkları işlemleri gerekçelendirmeleri, buldukları çözümün sadece doğru olduğunu değil neden doğru olduğunu açıklamaları (ispatlamaları) da önem kazanmaktadır (Şengül & Yıldız, 2010).

Yukarıda belirtilenler bağlamında bu araştırmada düşünme yolları olarak öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının yanı sıra, buldukları çözümleri doğrulamak için kullandıkları ispat şemaları da incelenmiştir. Ülkemizde ortaokul düzeyinde öğrencilerin ispat şemalarını inceleyen sınırlı sayıda araştırma (Arslan, 2007; Aylar, 2014; Çalışkan, 2012; Demir, 2011; İskenderoğlu, 2003) olması ve öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili problem çözme yaklaşımlarını ve doğrulama şemalarını bir arada inceleyen bir çalışmaya rastlanmaması, bu araştırmada geliştirilen veri toplama araçlarını ve elde edilen bulguları önemli kılmaktadır. Bu nedenle araştırmanın ilgili literatüre katkı sağlayacağı, öğretmenler ve araştırmacılar için yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Sonuç olarak, bu araştırmanın I. aşamasında öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak için kullanılacak bir test ve bir değerlendirme formu geliştirilmiştir. Araştırmanın II. aşaması olan ana uygulamada ise, 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yolları DNR tabanlı metodolojik yaklaşımla incelenmiştir. Bu doğrultuda ana uygulama kapsamında araştırmanın problem cümlesi "8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yolları nelerdir?" şeklinde belirlenmiştir.

2. YÖNTEM

Araştırmanın her iki aşamasında da nicel ve nitel yöntemlerin bir arada yer aldığı karma metodolojik yaklaşım kullanılmıştır.

Araştırmanın I. aşamasında, öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve değerlendirmek amacıyla kullanılacak veri toplama araçlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuştur. Araştırmanın ikinci aşaması olan ana uygulamada ise, I. aşamada geliştirilen veri toplama araçlarından yararlanılarak 8. sınıf öğrencilerinin mevcut anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmıştır. Her iki aşamada da öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının belirlenmesi sürecinde tarama yöntemi kullanılırken, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının derinlemesine incelenmesi amacıyla yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde ise, özel durum yönteminden yararlanılmıştır.

2.1. Çalışma Grubu

Araştırmada yer alan çalışma grupları belirlenirken öğrencilerin hazır bulunuşluluk düzeyleri dikkate alınmıştır. Buna göre, olasılık ve istatistik ünitesinde yer alan konuları daha önce öğrenmiş olan 9. sınıf öğrencileri ve bulundukları yaş düzeyi bakımından soyut düşünceye geçmeye yakın olmaları nedeniyle 8. sınıf öğrencileri ile çalışılması uygun görülmüştür. Böylece öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarının alt sınıflardaki öğrencilere göre daha iyi gözlemlenebileceği düşünülmüştür. Buna göre, veri toplama araçlarının geliştirildiği I. aşama İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet lisesinde öğrenim görmekte olan 30 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Bu aşamada 9. sınıf öğrencilerinin tercih edilmesinin nedeni, 8. sınıf matematik programında yer alan olasılık ve istatistik konularını daha önce öğrenmiş olmaları ve yeni mezun olmaları nedeniyle bu bilgileri problem çözme sürecinde daha verimli bir şekilde kullanabileceklerinin düşünülmesidir.

Araştırmanın ikinci aşaması olan ana uygulama ise, aynı ilçedeki bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 80 sekizinci sınıf öğrencisi (41 kız, 39 erkek) ile yürütülmüştür. Araştırmanın her iki aşamasında yer alan öğrencilerin tamamı, mevcut anlama ve düşünme yollarının tespit edilmesi amacıyla yapılan tarama basamağında yer alırken; anlama ve düşünme yollarının derinlemesine incelenmesi amacıyla yapılan özel durum çalışması ise, bu öğrenciler arasından anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen öğrenciler ile yürütülmüştür. Buna göre, I. aşamada 5 ve ana uygulamada (II. aşama) 3 öğrenci özel durum çalışmasında yer almıştır.

2.2. Veri Toplama Araçları

Araştırma verileri, öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve değerlendirmek amacıyla I. aşamada geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" ve "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)" ile toplanmıştır. Ayrıca öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını derinlemesine incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere önceden hazırlanan sorular yöneltilmiş ve yazılı sınavda verdikleri cevapları ayrıntılı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Yapılan görüşmelerin tamamı videoya kaydedilmiş ve sözel metne dönüştürülerek analiz edildikten sonra araştırma bulgusu olarak sunulmuştur.

2.3. Verilerin Analizi

Araştırmada nitel analiz yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz, çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasını içeren bir analiz türüdür. Betimsel analiz sürecinde araştırmacı araştırma sorularından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ya da görüşme ve gözlemlerde yer alan boyutlardan hareket ederek veri analizi için bir çerçeve oluşturur. Böylece verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiş olur. Ardından, araştırmacı daha önce oluşturmuş olduğu çerçeveye dayalı olarak verileri okur ve düzenler (Yıldırım & Şimşek, 2003).

Bu doğrultuda araştırmada, öğrencilerin yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere yönelik yanıtları araştırmacılar tarafından ADYDF'ye ve Harel ve Sowder'in (1998) ispat

şeması modeline göre kodlanmıştır. Daha sonra yapılan kodlamalar karşılaştırılarak farklı kodlamalar üzerinde tartışılmıştır. Yapılan tartışmalar neticesinde ortak bir yargıya varılmış ve elde edilen kod listesinin güvenilir olması sağlanmıştır. Veriler daha önce belirlenmiş kavramlara göre kodlandığından, uzman görüşlerinde önemli farklılıklar ortaya çıkmamıştır.

Araştırmacıların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen; "Uzlaşma Yüzdesi = (Görüş Birliği/(Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)) x 100" formülü ile hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda araştırmada kodlamalara ilişkin elde edilen uzlaşma yüzdelerinin 0.90 ile 0.99 arasında değiştiği belirlenmiştir. Buna göre, belirlenen kodların tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca güvenirliği arttırmak, yanlılığı azaltmak ve veriler arasında karşılaştırma yapma olanağı sağlamak amacıyla (Yıldırım & Şimşek, 2008) araştırmada elde edilen veriler tablolaştırılmış ve yüzde ve frekans istatistiklerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Son olarak, konuşma diyaloglarından doğrudan alıntılara yer verilerek durum betimlenmiş ve neden-sonuç ilişkileri açıklanarak elde edilen bulgular yorumlanmıştır.

3. BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırma bulguları iki bölümde incelenmiştir. Birinci bölümde, araştırmanın I. aşamasında gerçekleştirilen veri toplama araçlarının geliştirilmesi sürecinde elde edilen bulgular analiz edilmiştir. İkinci bölümde ise, araştırmanın ana uygulamasında (II. aşama) I. aşamada geliştirilen veri toplama araçlarının uygulanması neticesinde, 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarının belirlenmesine ilişkin elde edilen veriler analiz edilmiş ve yorumlanmıştır.

3.1. Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi Sürecinde (I. Aşama) Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın I. aşaması 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet lisesinde öğrenim gören 30, 9. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. 6 ders saati (240 dk) süren I. aşamada ilk olarak, geliştirilecek veri toplama aracına yönelik soru havuzu oluşturulmuş ve uzman görüşleri doğrultusunda sorular yeniden düzenlenerek kapsam geçerliği sağlanmıştır. Daha sonra, geliştirilen test öğrencilere uygulanmış ve verilen cevapların derinlemesine incelenmesi, eksik kalan yönlerin aydınlatılması için öğrencilerle yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. I. aşama sonucunda, araştırmanın ana uygulamasında kullanılacak olan "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" ve "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)" geliştirilmiştir. Aşağıda bu araçların geliştirilmesi sürecinde yapılanlar detaylı olarak açıklanmıştır.

3.1.1. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)

Olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak ve literatürden yararlanılarak geliştirilen bu test, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Testte yer alan problemleri belirlemek amacıyla öncelikle, bazıları literatürde yer alan 27 açık uçlu problemden oluşan bir soru havuzu oluşturulmuştur. Daha sonra aynı kazanıma ait benzer sorular elenerek soru sayısı 17'ye düşürülmüştür. Seçilen problemlerin olasılık ve istatistik ile ilgili temel kavramları sorgulayan, kavramlar arasında ilişkiler kurmayı gerektiren ve farklı anlama ve düşünme yolları ile doğrulama becerilerini ortaya çıkarabilecek nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Testin taslak formunda yer alan bu 17 madde, kapsam geçer-

liğini sağlamak amacıyla, 3 alan uzmanı ve 2 matematik öğretmeni tarafından "*kazanıma uygunluk*", "*sınıf seviyesine uygunluk*", "*soru ifadesinin anlaşılır olması*", "*doğrulama becerilerini ölçmesi*" ve "*farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması*" kriterlerine göre "uygun", "kısmen uygun" ve "uygun değil" seçenekleri ile değerlendirilmiştir. Uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından geliştirilen formül ile hesaplanmıştır. Buna göre, kapsam geçerliği 0.70'in altında kalan 2 madde testten çıkarılmıştır. Ayrıca uzmanların sorularla ilgili yapmış oldukları açıklamalar doğrultusunda bazı soru ifadeleri yeniden düzenlenmiştir. Testin nihai formuna ait uzlaşma ortalaması 0.98 olarak bulunmuştur. Buna göre belirlenen kategorilerin tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmış ve testin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Testin nihai haline ait örnek problemler, araştırma sonunda Ek 1'de verilmiştir.

Elde edilen test, güvenirliğinin sağlanması için bir devlet lisesinde öğrenim gören toplam 30, 9. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama için öğrencilere 100 dakika zaman verilmiştir. Öğrencilerin yazılı sınavda yer alan her bir probleme ilişkin yanıtları araştırmacılar tarafından cevapların doğruluğuna ve açıklamaların niteliğine göre en iyiden en yetersize doğru "çok iyi (4 puan)", "iyi (3 puan)", "orta (2 puan)", "yetersiz (1 puan)" ve "geçersiz (0 puan)" olarak kodlanmış ve problemlere yönelik anlama ve düşünme yolu kategorileri ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yanıtlarında kullandıkları doğrulama şemaları Harel ve Sowder'in (1998) belirledikleri ispat şeması modeline göre dışsal (1 puan), deneysel (2 puan), analitik (3 puan) ve boş (0 puan) olarak kodlanmıştır. Tablo 1'de araştırmacıların öğrencilerin ADYBT'de yer alan her bir probleme yönelik anlama ve düşünme yolu kategorilerine ve kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yaptıkları kodlamalara ait uzlaşma yüzdeleri gösterilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerin ADYBT'ye Yönelik Yanıtlarına İlişkin Uzlaşma Yüzdeleri

Sorular	Anlama ve Düşünme Yolu Kategorisi	Doğrulama Şeması	Uzlaşma Ortalaması
1	0.93	1	0.97
2	0.90	0.93	0.92
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	0.90	0.90	0.90
7	0.97	1	0.99
8	0.97	1	0.99
9	0.93	1	0.97
10	0.97	0.97	0.97
11	1	1	1
12	1	1	1
13	1	0.97	0.99
14	1	1	1
15	1	1	1
Ortalama	0.97	0.98	**0.98**

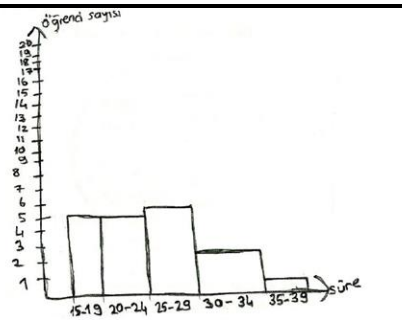
Tablo 1'e göre, öğrencilerin problemlere yönelik anlama ve düşünme yolu kategorilerine ilişkin uzlaşma yüzdesi 0.97 olarak bulunurken, kullandıkları doğrulama şemala-

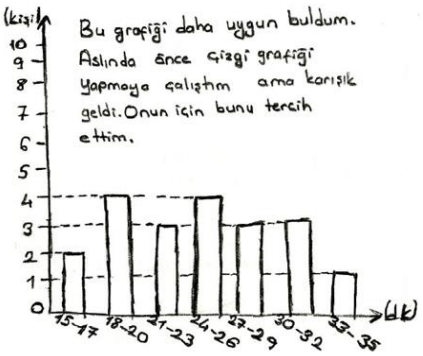
rına ilişkin uzlaşma yüzdesi ise, 0.98 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca verilen farklı kodlar üzerinde tartışma yürütülerek ortak bir noktada uzlaşılmış ve böylece yapılan kodlamaların tutarlı olması sağlanmıştır. Daha sonra öğrencilerin ADYBT'den aldıkları puanlara göre anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) belirlenmiş ve her bir profilden birer öğrenci seçilerek kullandıkları doğrulama şemalarını yakından incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Her bir mülakat yaklaşık 30 dakika sürmüş ve bütün mülakatlar videoya kaydedilmiştir. Video kayıtları sözel metne dönüştürüldükten sonra, araştırmacılar tarafından öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarına göre dışsal, deneysel, analitik ve boş olarak kodlanmıştır. Mülakatlar için yapılan kodlamalarda uzlaşma yüzdesi 0.98 olarak bulunmuştur. Böylece hem testin güvenirliği sağlanmış hem de testte yer alan açık uçlu problemlerin ve görüşme sorularının öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca yapılan bu kodlamalar doğrultusunda, testte yer alan problemlere yönelik öğrencilerin sahip oldukları anlama ve düşünme yollarını, kullandıkları doğrulama şemalarını ve bunların nasıl puanlanacağına ilişkin kriterleri gösteren "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)" geliştirilmiştir. Bu form, ana uygulamada ADYBT'den elde edilen verilerin analizinde ve yorumlanmasında kullanılmıştır.

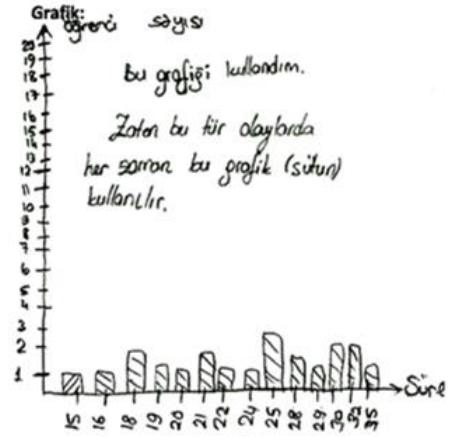
3.1.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)

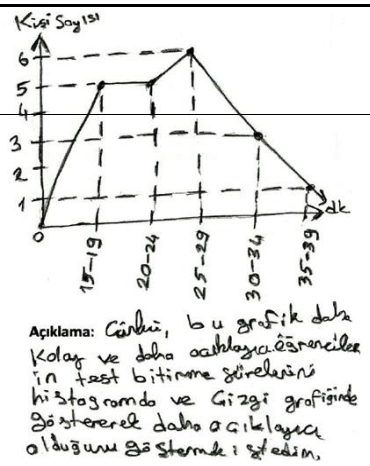
"Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'nun (ADYDF)" geliştirilmesi sürecinde, ADYBT'nin uygulandığı 30, 9. sınıf öğrencisinin yazılı kağıtlarından ve bu öğrenciler arasından anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen 5 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen veriler kullanılmıştır. Formda yer alan puanlama kriterleri belirlenirken her bir problemin kendine özgü ve sorulma amacına yönelik özellikleri göz önüne alınmıştır. Aşağıda Tablo 2'de yazılı sınavdaki üçüncü probleme ilişkin ADYDF'de yer alan örnek bir değerlendirme gösterilmiştir.

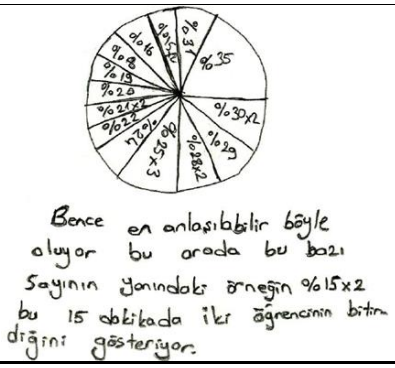
Tablo 2. ADYBT'de Yer Alan 3. Probleme İlişkin Değerlendirme Kriterleri ve Öğrenci Cevaplarından Örnekler

Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
Çok İyi (4 Puan)	Analitik Şema (3 Puan)	
Özellikler	Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Yaptığı açıklamada, oluşturduğu grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: *Çok sayı olduğu için, *Çok fazla tekrar eden sayı olmadığı için, *Sayılar ardışık ve birbirine yakın olduğu için vb.	 Açıklama: Ben histogram kullandım. Çünkü veri sayımız çok fazlaydı. 20 taneyi yapmamız dım ve en basiti ele onları gruplamak olurdu. Bundan dolayı histogram bu soru için idealdi.
1. Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.		

İyi (3 Puan)	Deneysel Şema (2 Puan)	
Özellikler	Öğrenci hangi grafiğin uygun olduğuna, diğer grafikleri oluşturup denedikten sonra veya sezgileriyle karar verir.	
1. Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.		

Orta (2 Puan)	Dışsal Şema (1 Puan)	
Özellikler	Bu şemada öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: "Test kitaplarındaki sorularda bu grafik vardı", "Tablo verilen sorularda böyle yapılır", "Öğretmen böyle sorularda bu grafiğin kullanılacağını söylemişti" vb.	
1. Grafik türü doğru, verilerin organize ediliş biçimi kısmen doğru (yani veriler tekrar sayılarına göre düzenlenmiş). **2.** Açıklama yok veya yetersiz.		

Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
Yetersiz (1 Puan)	Boş (0 Puan)	
Özellikler	Öğrencinin açıklamaları her-	

1. Verilerin organize ediliş biçimi doğru olmakla birlikte grafik türü yanlış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	hangi bir doğrulama içermez.	
Geçersiz (0 Puan)	Boş (0 Puan)	
Özellikler	Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.		

I. aşamada yer alan 30 öğrencinin ADYBT'de yer alan her bir problem için önerdikleri çözümler, yukarıda açıklandığı gibi anlama ve düşünme yolu seviyelerine göre kodlandıktan sonra öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) belirlenmiştir. Bunun için öncelikle testten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 60 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra öğrencilerin tüm problemler bazında aldıkları puanlar toplanmış ve 0-12 puan aralığı *geçersiz*, 13-24 puan aralığı *yetersiz*, 25-36 puan aralığı *orta*, 37-48 puan aralığı *iyi* ve 49-60 puan aralığı *çok iyi* şeklinde kodlanmıştır. Tablo 3'te öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profillerine ilişkin tanımlayıcı özellikler yer almaktadır.

Tablo 3. Öğrencilerin Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Tanımlayıcı Özellikler

Profiller	**Öğrenci Özellikleri**
Geçersiz (0-12)	Problemlere yönelik genellikle alakasız ya da anlaşılmayan çözümler önerir. Yaptığı açıklamalar herhangi bir doğrulama içermez.
Yetersiz (13-24)	Problemleri çözmek için bazı adımlar atsa da, bu adımları tamamlayamaz. Açıklamaları yetersizdir ve genellikle herhangi bir doğrulama içermez.
Orta (25-36)	Problemleri çözme sürecinde anlamlı bir yol izlese de, tam bir çözüme ulaşamaz. Açıklamaları yetersizdir ve genellikle dışsal ya da deneysel şemaları kullanır.
İyi (37-48)	Problemlere tam ve doğru olan bir ya da daha fazla çözüm önerebilir. Açıklamalarında ise genellikle dışsal veya deneysel şemaları kullanır.
Çok İyi (49-60)	Problemlere tam ve doğru olan bir ya da daha fazla çözüm önerebilir. Açıklamaları genellikle mantıksal çıkarımlara dayanır ve analitik şemayı kullanır.

Tablo 3'teki tanımlamalarda yer alan kriterler doğrultusunda, I. aşamada yer alan 30 öğrencinin anlama ve düşünme yolu profilleri belirlenmiştir. Tablo 4 her bir profilde yer alan öğrenci sayılarını göstermektedir.

Tablo 4. I. Aşamada Yer Alan Öğrencilerin ADYP'ye Göre Dağılımı

Profiller	Geçersiz (0-12)	Yetersiz (13-24)	Orta (25-36)	İyi (37-48)	Çok İyi (49-60)
Öğrenci Sayısı	1	19	8	2	1

Tablo 4'e göre, I. aşamada yer alan 30 öğrencinin yarısından fazlası (%63) ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer almakta, *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde ise, toplamda sadece 3 öğrenci (%10) bulunmaktadır. Bu durum, 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının genel olarak yetersiz olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profillerinin ortaya çıkarılması sürecinde aynı zamanda kullandıkları doğrulama şemaları da belirlenmiştir. Tablo 5 öğrencilerin kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 5. I. Aşamada Yer Alan Öğrencilerin Yazılı Sınavda Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

Doğrulama Şemaları									
Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş		Toplam	
f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
150	33.33	27	6	66	14.67	207	46	450	100

Tablo 5'te görüldüğü gibi, I. aşamada yer alan 30 öğrenci ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak, %33.33 oranında dışsal şemayı (150 çözüm), % 6 oranında deneysel şemayı (27 çözüm) ve %14.67 oranında analitik şemayı (66 çözüm) kullanmış, % 46 oranında ise (207 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, öğrenciler en çok dışsal şemayı ve en az deneysel şemayı kullanmışlardır. Analitik şemaların kullanılma oranı ise, deneysel şemaya göre yüksek olmasına rağmen, dışsal şemaya göre oldukça düşüktür. Ayrıca, öğrenciler problemlere yönelik çözümlerinin yaklaşık yarısında (%46) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu durum, 9. sınıf öğrencilerinin doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu ve problem çözme sürecinde buldukları çözümleri doğrulamakta zorlandıklarını göstermektedir.

Ortaya çıkan bu bulguyu daha iyi analiz etmek, öğrencilerin problemleri anlama sürecinde nerelerde zorlandıklarını ortaya çıkarmak ve düşünme süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla, ADYP'ye göre her kategoriden birer öğrenci seçilmiş ve yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Böylece öğrencilerin problemler için ortaya koydukları çözüm yollarının hangi doğrulama şemalarını yansıttığını belirlemeye yönelik, ADYDF'de yer alacak kriterler netleştirilmiştir. Daha sonra, öğrencilerin yazılı kağıtlarından rastgele seçilen 5 tanesi iki araştırmacı tarafından ADYDF'ye göre ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Yapılan bu değerlendirme sonucunda, formda yer alan bazı kriterlerin yeniden düzenlenmesi ve daha açık bir şekilde ifade edilmesi gerektiğine karar verilmiştir. Böylece formda yer alan kriterlerin tutarlılığı sağlanmıştır. Nihai halini alan form, daha sonra 30 öğrencinin yazılı kağıtlarının tamamının değerlendirilmesinde kullanılmış ve araştırmacıların değerlendirmelerindeki görüş birliği 0.99 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca yapılan farklı kodlamalar üzerinde tartışılarak ortak bir noktada uzlaşılmıştır. Böylece formun geçerlik ve güvenirliği sağlanmıştır.

3.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Anlama ve Düşünme Yollarının Belirlenmesi (Ana Uygulama) Sürecinde Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın II. aşaması olan ana uy-

gulama sürecinde, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 80, 8. sınıf öğrencisine "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" uygulanmış ve bu testten elde edilen veriler, "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu"na (ADYDF) göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin testte yer alan her bir problem için aldıkları puanlar toplanarak anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ortaya çıkarılmış ve bu profillere ilişkin frekans ve yüzde tablosu oluşturulmuştur. Tablo 6 öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 6. 8. Sınıf Öğrencilerinin ADYP'ye İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
Çok İyi		İyi		Orta		Yetersiz		Geçersiz	
f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
_	_	_	_	12	15	50	62.5	18	22.5

Tablo 6'da yer alan anlama ve düşünme yolu profillerine göre öğrencilerin %15'i (12 kişi) *orta*, % 62.5'i (50 kişi) *yetersiz* ve %22.5'i (18 kişi) *geçersiz* kategorisinde yer almaktadır. Buna göre, *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde bir öğrenci bulunmaması ve öğrencilerin yarısından fazlasının (%62.5) ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alması, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama seviyelerinin ve problem çözme becerilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili önceki yıllarda öğrenmiş oldukları bilgileri unutmuş olmaları etkili olabilir.

Öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek üzere, ADYBT'de yer alan problemlere ilişkin çözümleri analitik şema 3 puan, deneysel şema 2 puan, dışsal şema 1 puan ve boş 0 puan olarak kodlanmıştır. Daha sonra, bu veriler doğrultusunda öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin frekans ve yüzde tablosu oluşturulmuştur. Tablo 7 öğrencilerin ADYBT'de kullandıkları doğrulama şeması türlerini ve bu şemalara ait frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 7. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

Doğrulama Şemaları	Frekans (f)	Yüzde (%)
Dışsal	287	23.92
Deneysel	174	14.50
Analitik	94	7.83
Boş	645	53.75
Toplam	1200	100

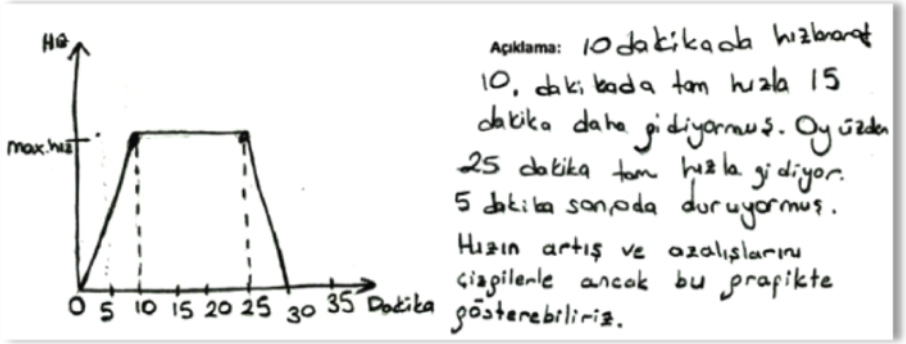
Tablo 7'ye göre, öğrenciler ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %23.92 oranında dışsal şemayı (287 çözüm), %14.50 oranında deneysel şemayı (174 çözüm) ve %7.83 oranında analitik şemayı (94 çözüm) kullanmışlardır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinde %53.75 oranında (645 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmadıkları görülmektedir. Bu veriler doğrultusunda,

öğrencilerin en çok dışsal şemayı ve en az analitik şemayı kullandıkları söylenebilir. Öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinde, analitik şemalara göre daha zayıf ve yetersiz olan (Harel & Sowder, 1998) dışsal ve deneysel şemaları daha yoğun olarak kullanmaları ve problemlerin yarısında herhangi bir doğrulama şeması kullanmamaları, doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir.

Araştırmada öğrencilerin problem çözme sürecindeki anlama ve düşünme süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla, ADYP'ye göre *orta*, *yetersiz* ve *geçersiz* kategorilerinden birer öğrenci ($Ö_4$, $Ö_{13}$ ve $Ö_{38}$) seçilmiş ve bu öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Seçilen öğrencilerin gönüllü ve kendini iyi ifade edebilen kişiler olmasına özen gösterilmiştir. Aşağıda bu öğrencilerin görüşmelerde yaptıkları açıklamalara yer verilerek, her bir öğrencinin düşünme süreçleri analiz edilmiş ve kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Görüşmelerde araştırmacı A olarak kodlanmıştır.

3.2.1. Birinci Öğrencinin ($Ö_4$) Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan ve çalışma grubunun %15'ini temsil eden $Ö_4$'ün, yazılı sınavda yer alan problemlere yönelik çözümlerini açıklama sürecinde genellikle kendinden emin bir tavır sergilediği gözlenmiştir. Öğrenci akıl yürüterek sonuca ulaştığı bazı problemlerde analitik şemayı kullanırken, sadece hatırladığı kurallara veya sezgilerine güvenerek hareket ettiği durumlarda ise dışsal ve deneysel şemaları kullanmıştır. Aşağıda $Ö_4$'ün sırasıyla 1., 4. ve 13. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 1'de $Ö_4$'ün grafiklerle ilgili birinci probleme ilişkin çözümü gösterilmiştir.



Şekil 1. $Ö_4$'ün Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 1'e göre, $Ö_4$'ün yazılı sınavda yaptığı çözüm *çok iyi* kategorisinde yer almaktadır. Çünkü öğrenci doğru bir grafik oluşturmuş ve neden bu grafiği tercih ettiğine ilişkin geçerli bir açıklama yapmıştır. Aşağıda $Ö_4$'ün yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A:** **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çizgi grafiğini neden tercih ettin?**
2 Ö: Çizgi grafiğinde artışlar net gösterilebiliyor. Mesela sütun grafiğinde hep ayrı bir sütunda ilerleme gösterebiliriz. Ama çizgi grafiğinde birkaç çizgi ile nerede ne kadar gittiğini, ne zaman arttığını, ne zaman azaldığını gözleyebildiğimiz için onu tercih ettim.
3 **A:** **Yani artış ve azalışlar olduğu için mi bu grafiği tercih ettin? Başka bir grafik uygun olabilir miydi sence?**
4 Ö: Düşündüm mesela sütun grafiği yapsak, böyle çok yakın olması lazım yani yakın

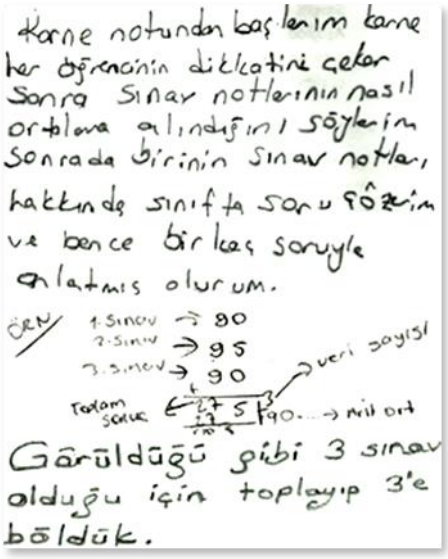
yakın yükselmesi lazım. O yüzden olmazdı bence. Ama çizgi grafiğinde direkt yükselip, düz gidip sonra alçalabiliyor.

5 **A: Peki, en uygun grafiğin bu olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

6 Ö: Başka bir grafiğin olamayacağını anlatırım. Yükselip alçaldığını ancak böyle gösterebiliriz. Yani bence en uygun grafik çizgi grafiğidir.

Görüldüğü gibi D_4 artış ve azalışları göstermek için çizgi grafiğini tercih ettiğini belirtmiş (2) ve başka bir grafiğin neden uygun olmayacağını akıl yürüterek açıklamaya çalışmıştır (4). Arkadaşlarını ikna etmek için de benzer açıklamalar yapan öğrencinin hızın artış ve azalışlarını göstermek için çizgi grafiğini tercih ettiğini vurgulaması (6), mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

$Ö_4$'ün yazılı sınavda aritmetik ortalama ile ilgili dördüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 2'de yer almaktadır.



Şekil 2. $Ö_4$'ün Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 2'ye göre, $Ö_4$'ün dördüncü probleme ilişkin çözümü *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Çünkü öğrencinin cevabında aritmetik ortalama kavramının anlamına yönelik herhangi bir açıklama bulunmamaktadır. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda $Ö_4$'ün çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Bir öğrencinin aritmetik ortalamayı en rahat anlama şekli karne notlarının hesaplanmasıdır bence. Karne her öğrencinin dikkatini çeker zaten. O yüzden ben sınav notlarıyla anlatırdım. Burada sınav notlarından örnek vermişim. Tüm verileri toplayıp kaç veri varsa ona bölersek ortalamalarını bulmuş oluruz.

3 **A: Peki, aritmetik ortalama bulunurken neden sayılar toplanır ve veri sayısına bölünür? Bulduğumuz sayının anlamı nedir?**

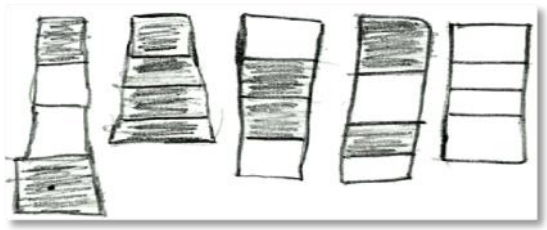
4 Ö: Yani karneye düşecek notu bulmuş oluyoruz. Bulduğumuz sayı, mesela bir sınıfın sınav sonuçlarını hesaplıyorsak sınıfın başarı derecesini verir. Ama hiç düşünmemiştim neden toplayıp böldüğümüzü. Hep böyle yapıyoruz, alışmışız ama neden yaptığımızı bilmiyorum.

5 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

6 Ö: Yani ben ortalamayı böyle anlatırım, dediğim gibi sınav notlarından bahsederim. Mesela 3 sınav varsa o sınavları toplayıp 3'e böleriz. Çünkü aritmetik ortalama böyle hesaplanır, başka yolu yok. Zaten anlayacaklardır. Çünkü hep böyle yapıyoruz.

Görüldüğü gibi Ö4 aritmetik ortalama kavramının anlamından çok, nasıl hesaplandığına ilişkin açıklamalar yapmıştır (2 ve 6). Aritmetik ortalama hesaplanırken yapılan işlemlerin anlamı sorulduğunda ise, daha önce bunu hiç düşünmediğini ve bilmediğini ifade etmiştir (4). Buna göre, öğrencinin aritmetik ortalama kavramının anlamına yönelik yaptığı açıklamaların yüzeysel olduğu ve ezbere dayandığı söylenebilir. Ayrıca verdiği cevabın doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edeceği sorusu üzerine, "*zaten anlayacaklardır, çünkü hep böyle yapıyoruz*"(6) şeklindeki ifadesi de öğrencinin dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 3'te Ö4'ün yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili sekizinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 3. Ö4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 3'te görüldüğü gibi Ö4 sekizinci probleme ilişkin çözümünde, oluşturulabilecek kuleleri modelleyerek bulmaya çalışmıştır. Ancak çözümü eksiktir ve belirli bir strateji izlediğine dair herhangi bir açıklama içermemektedir. Buna göre, öğrencinin çözümü *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır ve herhangi bir doğrulama şeması içermemektedir. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda Ö4'ün çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Bu soruda bize demiş ki, küplerden 4 küp yüksekliğinde kuleler oluşturulacakmış. İki tanesini de örnek vermiş renklere göre. Burada deneme-yanılma yapabiliriz. Ben zaten öyle tercih etmişim. Mesela en üst ile en alt siyah olabilir, ortalar beyaz olabilir. Hepsi siyah olabilir. Sonra üst ile en alt beyaz olup, ortadakiler siyah olabilir. Sonra böyle böyle tercihler yapmışım.

3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

4 Ö: Emin olamıyorum şimdi. 3 siyah kullanabilirdim ama burada yapmamışım. 3 siyah kullanırız farklı farklı. Mesela bu dolar, son ikisi dolar. O kadar, başka da seçenek kalmaz bence.

5 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

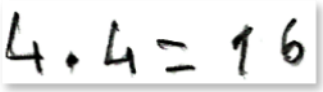
6 Ö: Çizerek gösteririm burada yaptığım gibi. Deneyerek hepsini bulabilirler bence. Şu

anda aklıma başka bir çözüm gelmiyor.

Görüldüğü gibi yapılan görüşmede $Ö_4$ problemin çözümü için deneme-yanılma stratejisini kullandığını (2) ancak cevabının doğruluğundan emin olamadığını (4) ifade etmiştir. Ayrıca çözümünün eksik olduğunu fark etmiş ve oluşturulabilecek birkaç kule daha olduğunu belirtmiştir (4). Öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için yaptığı "*Çizerek gösteririm burada yaptığım gibi. Deneyerek hepsini bulabilirler*" şeklindeki açıklaması (6) ve genel olarak sezgileriyle çözüme ulaşmaya çalışması, onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

3.2.2. İkinci Öğrencinin ($Ö_{13}$) Kullandığı Doğrulama Şemaları

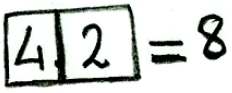
ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan ve çalışma grubunun % 62.5'ini temsil eden $Ö_{13}$, yapılan görüşmede genellikle önerdiği çözümlerin doğruluğundan emin değilmiş gibi görünmüş ve sıklıkla araştırmacının onayını alma ihtiyacı hissetmiştir. Bu durum öğrencinin doğrulama şemalarına da yansımış ve problemlere ilişkin çözümlerini doğrularken genellikle dışsal şemayı kullanmıştır. Sadece bir problemde analitik şemayı kullanan öğrenci, iddialarını geçerli kılmak için genellikle hatırladığı formüllere veya matematik kitabında gördüğü örneklere başvurmuştur. Aşağıda $Ö_{13}$'ün sırasıyla 8. ve 10. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4 $Ö_{13}$'ün olası durumları belirleme ile ilgili sekizinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4. $Ö_{13}$'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

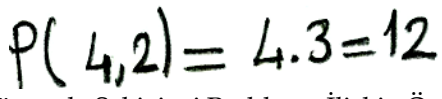
Şekil 4'te görüldüğü gibi, $Ö_{13}$ problemin cevabını 16 olarak bulmuş ancak çözümüne ilişkin herhangi bir açıklama yapmamıştır. Öğrencinin herhangi bir açıklama içermeyen bu çözümü, *geçersiz* kategorisinde değerlendirilmiştir. Yapılan görüşmede ise, öğrenci probleme ilişkin farklı çözüm yolları önermiş ve bu süreçte dışsal ve deneysel şemaları kullanmıştır. Aşağıda $Ö_{13}$'ün çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Kutu yöntemi ile yaptım. 4 tane küp olduğu için 4'ü yazdım, sonrada her birine 4 tane gelebildiği için diğer 4'ü yazdım. Dört kere dört çarptım ve 16 buldum. Doğru mu peki cevabım?
3 **A: Birinci 4'ü, dört tane küp olduğu için yazdığını söyledin. Peki, ikinci 4'ün anlamı nedir, biraz daha açıklayabilir misin?**
4 Ö: Şuraya ya siyah ya beyaz gelir, diğerlerine de aynı şekilde. Hani 4 tane olduğu için 4 yazdım. Yani kutu yöntemi gibi yaptım aslında.
5 **A: Kutu yöntemi nedir? Bu yöntemde sayılar neye göre yazılır?**
6 Ö: Permütasyon demektir. Bir tanesinde toplam kaç tane veri olduğunu yazıyorduk, ikincisinde bilmiyorum hocam galiba yanlış yapmışım. Galiba 4'e 2 olacaktı. Çünkü 2 tane renk var. Bir tanesine 2 tane renk gelebilir, o zaman 2 olacaktı.
7 **A: Yeni bir çözüm önerdiğine göre bunu kağıda yazar mısın?**
8 Ö: Evet, 8 oluyor cevap.



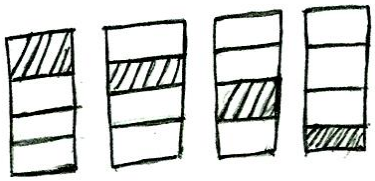
Şekil 5. Ö13'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği Birinci Çözüm

9 **A:** **Bu problemde neden kutu yöntemini kullanma gereği duydun?**
10 Ö: Sıralama var burada, sıralama önemli olduğu için yani permütasyon olmalı. Öyle değil mi?
11 **A:** **Peki, bu problemde neyi sıralıyoruz?**
12 Ö: Renkleri sıralıyoruz, ilki beyaz ve ikincisi siyah. Permütasyon formülü ile de çözebilirdik. P(4,2) oluyor. (*Kağıda yazar*)



Şekil 6. Ö13'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği İkinci Çözüm

13 **A:** **Peki, sence hangi cevabın doğru?**
14 Ö: 12, yani bence permütasyon daha doğru.
15 **A:** **Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
16 Ö: 12'nin anlamlı olduğunu düşünüyorum. Çünkü permütasyon formülü doğru.
17 **A:** **Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**
18 Ö: Tek tek yazabilirdim.
19 **A:** **Nasıl yapardın? Biraz daha açıklayabilir misin?**
20 Ö: Mesela hepsini tek tek yazarım. Birincisine siyah gelir ikincisine beyaz, sonrakiler de beyaz-beyaz olur. Hani öyle tek tek yazarak 12 tane bulabilirdim. (*Kağıda yazar*).



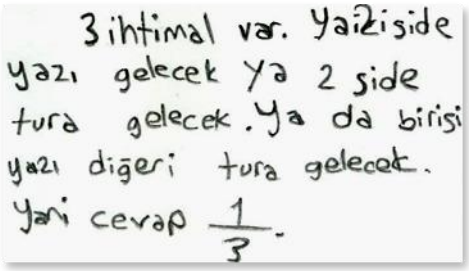
Şekil 7. Ö13'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği Üçüncü Çözüm

21 **A:** **Peki, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
22 Ö: İkna ederim. Hepsini tek tek yazarsam daha iyi ikna olurlar. Öyle yaparım. Hepsini görürlerse ikna olurlar.

Görüldüğü gibi Ö13 problemi daha önce öğrenmiş olduğu stratejilerle çözmeye çalışmış ancak bilgi eksikliği nedeniyle başarısız olmuştur. Öğrenci mülakat boyunca önerdiği çözümlerin doğruluğundan emin olamamış ve sıklıkla araştırmacının onayını beklemiştir (2 ve 10). Öğrenci yazılı sınavda yaptığı çözümde kutu yöntemini kullanmış, ancak yazdığı sayıların anlamı sorgulandığında (3 ve 5), tatmin edici bir yanıt verememiş ve cevabını değiştirmiştir (6). Daha sonra problemi permütasyonla çözmenin uygun olacağına karar vermiş ve cevabı 12 olarak bulmuştur (12). Araştırmacının hangi cevabın doğru olduğu sorusu üzerine (13), permütasyon ile bulduğu cevabı tercih ettiğini, çünkü bu formülün doğru olduğunu ifade etmiştir (14 ve 16). Burada öğrencinin sadece hatırladığı formüle dayanarak cevabının doğru olduğunu düşünmesi, onun dışsal şemayı kullandığını

göstermektedir. Araştırmacının başka bir çözüm yolu önerip öneremeyeceği sorusu üzerine (17), öğrenci yeni bir çözüm yolu olarak, kuleleri tek tek çizmeyi önermiştir (18 ve 20). Ayrıca, bulduğu cevabın doğru olduğuna arkadaşlarını ikna etmek için bütün seçenekleri tek tek yazacağını ifade etmiştir (22). Buna göre, Ö13'ün aynı zamanda deneysel şemayı kullandığı söylenebilir.

Ö13'ün olasılık ile ilgili on üçüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 8' de yer almaktadır.



Şekil 8. Ö13'ün Yazılı Sınavda On Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 8'de görüldüğü gibi, Ö13 probleme ilişkin çözümünde belirli bir strateji izlemesine rağmen, doğru sonuca ulaşamamıştır. Bu nedenle öğrencinin çözümü *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Yapılan görüşmede, Ö13 problemi aynı stratejiyi kullanarak doğru şekilde çözmeyi başarmış ve analitik şemayı kullanmıştır. Aşağıda öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan bir bölüm sunulmuştur.

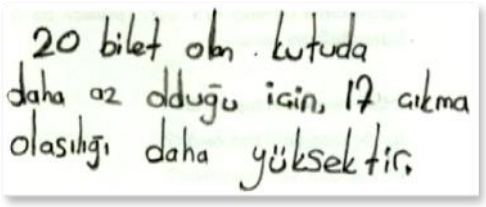
1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: İki para atılıyor diyor. Ben de gelebilecek seçenekleri düşündüm. İkisi de yazı, ikisi de tura ya da biri yazı, biri tura gelebilir dedim. Cevabım doğu mu peki?
3 **A: Ben yorum yapamam. Peki, sen cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
4 Ö: Bana doğru gibi geldi ama bilmiyorum yine de.
5 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi peki?**
6 Ö: Başka yol bilmiyorum. Ama çok kararsız kaldım şu anda.
7 **A: Neden kararsız kaldın? Ne düşündüğünü açıklayabilir misin?**
8 Ö: Şimdi iki para olarak düşünürsek 1.para ve 2. para olarak, yazı-tura olursa tura-yazı da olabilirdi. Yanlış yapmışım galiba.
9 **A: Peki, şimdi cevabın ne olacağını düşünüyorsun? Önerdiğin yeni çözümü yazabilir misin?**
10 Ö: Şimdi bu seçenekleri yazarsam tura-tura, tura-yazı, yazı-yazı, yazı-tura olur. Bizden yazı-yazı gelmesini istediğine göre 4 seçenek var. O zaman olasılık ¼ oluyor.
11 **A: Peki cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
12 Ö: Böyle anlatırım yine, başka yol bilmiyorum zaten. Ama sonuçta mantıklı yani. Bütün seçenekleri bulduk. Başka seçenek olmadığına göre, ikna olacaklardır.

Görüldüğü gibi, Ö13 görüşmenin başında yazılı sınavda yaptığı çözümün doğruluğundan emin olamamış ve araştırmacının onayını beklemiştir (2 ve 4). Problemin çözü-

mü için başka bir yol bilmediğini ifade eden öğrenci (6), daha sonra çözümünün eksik olduğunu fark etmiş (8) ve hatasını düzelterek doğru sonuca ulaşmayı başarmıştır (10). Araştırmacının, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edeceği sorusu üzerine (11), akıl yürüterek bulduğu bu çözümü arkadaşlarına açıklayacağını belirtmiştir (12). Burada öğrencinin tamamen kendi muhakemesine dayanarak bir strateji geliştirmesi ve iki para için gelebilecek bütün olasılıkları bularak doğu sonuca ulaşması, onun mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

3.2.3. Üçüncü Öğrencinin (Ö38) Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan ve grubun % 22.5'ini temsil eden Ö38, yapılan görüşmede cevapladığı problemlerin doğruluğundan emin olamamış ve zaman zaman araştırmacının onayına başvurma ihtiyacı hissetmiştir. Bu süreçte genellikle dışsal şemayı kullanan öğrenci, sadece bir problemde analitik şemayı kullanmıştır. Aşağıda Ö38'in sırasıyla 10. ve 11. problemlere ilişkin çözümlerine ve yapılan görüşmeden alınan diyaloglara yer verilerek, kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 9 Ö38'in olasılık ile ilgili onuncu probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 9. Ö38'in Yazılı Sınavda Onuncu Probleme İlişkin Çözümü

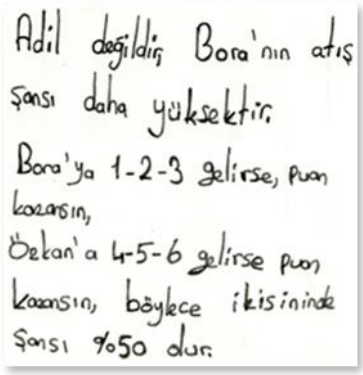
Şekil 9'da görüldüğü gibi Ö38 onuncu probleme ilişkin çözümünde, küçük kutuda daha az bilet olduğu için 17 numaralı biletin çıkma olasılığının daha yüksek olduğunu belirtmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Ancak bu düşüncesini destekleyecek detaylı bir açıklama ya da herhangi bir işlem yapmadığı için, öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda Ö38'in çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 **A:** **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Küçük kutu demişim. Çünkü onda 20 tane bilet var. Daha az bilet olduğu için olasılık daha yüksek olur dedim.
3 **A:** **Peki, daha az bilet olunca neden olasılık daha yüksek olur?**
4 Ö: Yani öyle olur, bilmiyorum ki. Daha az olunca olasılık yüksek oluyor.
5 **A:** **Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
6 Ö: Bence anlamlı çünkü çok bilet olunca zor buluruz, sayı az olunca daha iyi. Doğru mu peki bu cevap?
7 **A:** **Ben aslında senin bu düşünceye nasıl ulaştığını merak ediyorum. Neden böyle düşündüğünü biraz daha açıklayabilir misin?**
8 Ö: Hocam hani geçen sene olasılıkla ilgili torbadan bilye çekmiştik. Orada da bilyeler az olunca daha çok şansımız olmuştu. Ben onu düşündüm aslında tam hatırlamıyorum şu anda. Bu da ona benziyor.
9 **A:** **Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
10 Ö: Yani yine böyle anlatırım. Az bilet olunca olasılık yükselir, çok bilet olunca azalır.

Anlattığım örneği söylerim, onlar da hatırlar bence.

Görüldüğü gibi, Ö38'in problemin çözümüne yönelik yaptığı açıklamalar yetersizdir ve öğrenci cevabının doğruluğundan emin değildir (2, 4 ve 6). Araştırmacının, öğrencinin nasıl düşündüğünü ortaya çıkarmak amacıyla sorduğu soru (7), öğrencinin tam olarak hatırlayamadığı bir takım bilgilere dayanarak sonuca ulaştığını göstermiştir (8). Ayrıca öğrencinin sadece bilet sayısına odaklanarak yaptığı açıklamalar (2, 4 ve 6) bir muhakeme içermekten çok alışkanlık edinilmiş bir düşünceye *(örnek uzayın eleman sayısı artarsa olasılık değeri azalır, eleman sayısı azalırsa olasılık değeri artar)* dayanıyor gibi görünmektedir. Öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için sadece geçen seneki matematik derslerinden hatırladığı bir bilgiye güvenmesi de (10), bu durumu destekler niteliktedir. Bu doğrultuda öğrencinin dışsal şemayı kullandığı söylenebilir.

Şekil 10 Ö38'in olasılıkla ilgili on birinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 10. Ö38'in Yazılı Sınavda On Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 10'da görüldüğü gibi, Ö38 oyunun adil olmadığını ve Bora'nın kazanma şansının daha yüksek olduğunu belirtmiş, ancak neden böyle düşündüğünü açıklamamıştır. Bununla birlikte, öğrencinin oyunun adil olması için önerdiği yol, onun adil olma kavramını doğru anladığını göstermektedir. Bu nedenle öğrencinin cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Yapılan görüşmede öğrenci oyunun neden adil olmadığını detaylı bir şekilde açıklamış ve analitik şemayı kullanmıştır. Aşağıda Ö38'in görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Adil değil demişim. Çünkü hocam zarda 6 tane sayı olduğu için Bora'ya 1, 2, 3 veya 4 gelirse kazanıyor. Özkan'a 5-6 gelirse kazanıyor. Bora'ya daha fazla zar gelme sayısı var hocam.
3 **A: Peki, adil olması için nasıl olması gerekiyor?**
4 Ö: İkisinin de eşit şartlarda oynaması, yani sayıları eşit olarak paylaşmaları gerekiyor. Mesela Bora'ya 1, 2, 3 gelirse 1 puan, Özkan'a 4, 5, 6 gelirse 1 puan alsın. Böylece eşitleniyor 3-3 diye.
5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
6 Ö: Evet, düşünüyorum çünkü başka türlü adil olmuyor hocam. Birisinde daha fazla

sayı varsa adil olmaz. Aldıkları sayılar eşit olmalıdır.

7 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

8 Ö: Böyle açıklarım hocam, Bora'nın daha çok sayısı var, onun için şansı daha çok. Adil olması için, verdiğim örnekteki gibi şanslarının eşit olması gerekir.

Görüldüğü gibi, $Ö_{38}$ düşüncelerini yazılı sınava göre daha açık bir şekilde ifade etmiş ve oyunun adil olmadığını, çünkü oyunculardan birinin daha fazla sayısı olduğunu belirtmiştir (2). Araştırmacının oyunun adil olması için nasıl olması gerektiği sorusu üzerine (3), öğrenci iki oyuncunun sayıları eşit olarak paylaşmaları gerektiğini belirtmiş ve bir örnek vermiştir (4). Öğrencinin, oyunun adil olması için oyuncuların aldıkları sayıların eşit olması gerektiğini vurgulaması (6) ve arkadaşlarını ikna etmek için yaptığı açıklamalar (8), onun analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

4.SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yolları DNR tabanlı metodolojik yaklaşımla incelenmiştir. Araştırmanın I. aşaması sonucunda, öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve değerlendirmek amacıyla kullanılacak ADYBT ve ADYDF geliştirilmiştir. Ayrıca I. aşamada yer alan 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili çok iyi, iyi, orta, yetersiz ve geçersiz olarak sınıflandırılan anlama ve düşünme yolu profillerine sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin büyük bir kısmının (%63) olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarının yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin problem çözme sürecinde en çok dışsal şemayı kullanırken, en az deneysel şemayı kullandıkları ve problemlere yönelik çözümlerinin yaklaşık yarısında (%46), herhangi bir doğrulama şeması kullanmadıkları tespit edilmiştir. Bu bulgular doğrultusunda, öğrencilerin konu ile ilgili kavramları genel olarak doğru bir şekilde anlamlandıramadıkları, problem çözmede ve cevaplarını doğrulamakta zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin birçok konuda kavramlara çok yönlü bakamadıklarını, muhakeme yapmada ve problem çözmede yetersiz kaldıklarını gösteren pek çok çalışma (Arslan, 2007; Çakmak, 2014; Çoşkun, 2009; İskenderoğlu, 2003; Ören, 2007; Özer & Arıkan, 2002; Uğurel & Moralı, 2010; Yeşildere & Türnüklü, 2007) ile paralellik göstermektedir.

Araştırmanın ikinci aşaması olan ana uygulamada ise, I. aşamada geliştirilen veri toplama araçları 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak için kullanılmıştır. Sonuçta, 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profilleri açısından orta, yetersiz ve geçersiz kategorilerinde yer aldıkları tespit edilmiştir. Buna göre, *geçersiz* kategorisinde yer alan öğrencilerin problemleri genellikle boş bıraktıkları ya da alakasız ve anlaşılmayan çözümler önerdikleri; *yetersiz* ve *orta* kategorilerinde yer alan öğrencilerin ise, problem çözme sürecinde bazı adımlar atmış olsalar da, genellikle doğru sonuca ulaşamadıkları ve yetersiz açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu bulgular doğrultusunda, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili yetersiz anlama ve düşünme yollarına sahip oldukları, çok yönlü anlama yolları sergileyemedikleri ve problemlere tek tip yanıtlar verdikleri, ayrıca cevaplarını doğrulamakta zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili kavramları anlama düzeylerinin veya problem çözme süreçlerinin yetersiz olduğunu gösteren birçok çalışma (Bakırcı, 2014; Çelik & Güneş, 2007; Gürakar, 2010; Hayat, 2009; Memnun & diğ., 2010; Mills & Holloway, 2013; Yolcu, 2012) ile paralellik göstermektedir. Bakırcı (2014) 7. sınıf öğrencilerinin açık uçlu olasılık problemlerinin çözümünde ve olasılık kavramlarını açıklamada yetersiz kaldıklarını

tespit etmiştir. Çelik ve Güneş (2007) 7., 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık problemlerine yönelik verdikleri doğru cevapların nedenlerini açıklamada genel olarak yetersiz kaldıklarını tespit etmişlerdir. Gürakar (2010) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin istatistikle ilgili bazı kavramları anlamada yetersiz kaldıklarını ve genel olarak veri oluşturma ve yorumlamada zorlandıklarını tespit etmiştir. Hayat (2009) 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin yeterli olmadığını tespit etmiştir. Memnun ve diğerleri (2010) 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlamlandırma ve kullanmada, olasılık olayları ile ilgili muhakeme yapmada zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Mills ve Holloway (2013) 8. sınıf öğrencilerinin istatistik ile ilgili kavramları öğrenme düzeylerinin yetersiz olduğunu tespit etmişlerdir. Yolcu (2012) 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel okuryazarlıkta orta düzeyden daha düşük bir performans gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır.

Araştırmada öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının yetersiz olması; onların konu ile ilgili önceki bilgilerini unutmalarından kaynaklı bilgi eksikliklerinin olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin olasılık veya istatistikle ilgili kavramları anlamada ve problem çözmede yaşadıkları zorlukların, hazır bulunuşluk düzeylerinden veya bilgi eksikliklerinden kaynaklandığını gösteren bazı araştırmalar ile (Arı, 2010; Dereli, 2009; Memnun & diğ., 2010; Ron, Dreyfus & Hershkowitz, 2006) ile paralellik göstermektedir. Arı (2010) ortaokul öğrencilerinin istatistik ve olasılık kavramlarını öğrenmede ve uygulamada yaşadıkları zorlukların, öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri ve muhakeme etme becerilerinin yetersizliğinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Dereli (2009) 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili yaptıkları hataların bilgi eksikliklerinden kaynaklandığını tespit etmiştir. Memnun ve diğerleri (2010) 8. sınıf öğrencilerinin hazır bulunuşluluk ve gelişmişlik düzeylerinin, olasılıkla ilgili kavramları öğrenmelerinde önemli bir rolü olduğunu tespit etmişlerdir. Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2006) ise, 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde yaşadıkları zorlukların eksik bilgi yapılarından kaynaklandığını tespit etmişlerdir.

Araştırmada ortaya çıkan diğer bir sonuca göre, öğrenciler ADYBT'de yer alan problemlere yönelik çözümlerinde genel olarak dışsal ve deneysel şemaları, analitik şemaya göre daha fazla kullanmışlardır. Ayrıca problemlere yönelik çözümlerinin yarısından fazlasında (%53.75) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, öğrencilerin doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, aynı veya farklı sınıf düzeylerinde öğrencilerin doğrulama becerilerini inceleyen bazı çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir (Arslan, 2007; Harel & Sowder, 1998; İskenderoğlu, 2003; Monoyiou, Xistouri & Philippou, 2006; Neria & Amit, 2004; Ören, 2007).

Arslan (2007) ortaokul öğrencilerinin muhakeme etme düzeylerinin düşük olduğunu ve kendilerinden beklenen stratejileri yeterli düzeyde kullanamadıklarını tespit etmiştir. Harel ve Sowder (1998) üniversite öğrencilerinin özellikle otoriter ve deneysel ispat şemalarını yaygın olarak kullandıklarını tespit etmişlerdir. İskenderoğlu (2003) 5., 6., 7. ve 8. sınıflardaki öğrenciler ile 9. sınıftaki öğrencilerin problem çözme sürecinde dışsal ve deneysel şemaları, analitik şemadan daha fazla kullandıklarını tespit etmiştir. Monoyiou, Xistouri ve Philippou (2006) 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin önemli bir bölümünün matematiksel bir doğrulama yapamadığını, geriye kalanların yaptıkları doğrulamaların ise, sayısal örneklere dayandığını tespit etmişlerdir. Neria ve Amit (2004) 9. sınıf öğrencilerinin çoğunlukla sözel ve sayısal temsil biçimlerini kullandıklarını, cebirsel temsillerin ise mate-

matik başarısı yüksek az sayıda öğrenci tarafından kullanıldığını tespit etmişlerdir. Ören (2007) 10. sınıf öğrencilerinin dışsal ve deneysel ispat şemalarını analitik şemalara göre önemli ölçüde daha fazla kullandıklarını tespit etmiştir.

Araştırmada anlama ve düşünme yolu profillerine (orta, yetersiz ve geçersiz) göre seçilen 3 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiş ve bu öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündükleri ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları doğrulama şemaları yakından incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin problemlere yönelik çözümlerini doğrulamak için genellikle ezberlemiş oldukları yüzeysel bilgilere dayanan açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir.

Öğrenciler bu bilgileri kullanarak doğru cevaba ulaşsalar bile, yaptıkları işlemlerin anlamı sorgulandığında genellikle muhakeme yapamamış ve cevaplarını dışsal şemayı kullanarak doğrulamaya çalışmışlardır. Kullanacakları herhangi bir formül ya da bilgiyi tam olarak hatırlayamadıklarında ise, ya örnekler vererek ya da o anda doğru olduğunu hissettikleri işlemleri yaparak sonuca ulaşmaya çalışmış ve deneysel şemayı kullanmışlardır.

Çok sık olmamakla birlikte, bazı durumlarda ise öğrencilerin akıl yürüterek bir sonuca ulaştıkları ve düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde açıklayarak analitik şemayı kullandıkları görülmüştür. Böyle durumlarda öğrencilerin çoğu zaman birden fazla şemayı aynı anda kullandıkları tespit edilmiştir. Buna göre, öğrenciler bazen cevaplarını doğrulamak için mantıksal çıkarım yapmaya çalışmış ancak sonuca ulaşamadıklarında dışsal veya deneysel şemalara yönelmişlerdir. Ya da tam tersi, ezberlemiş oldukları yüzeysel bilgilere veya sezgilerine dayanarak sonuca ulaştıkları bazı durumlarda akıl yürüterek mantıksal çıkarım yapabilmişlerdir. Örneğin, $Ö_{13}$ sekizinci probleme ilişkin çözümünü açıklarken mantıksal çıkarımlar yaparak cevabını doğrulamaya çalışmış, ancak bir sonuca ulaşamadığında daha önce öğrenmiş olduğu permütasyon formülüne yönelerek dışsal şemayı ve kuleleri tek tek modellemeyi tercih ederek deneysel şemayı kullanmıştır. Diğer taraftan $Ö_{38}$ yazılı sınavda on birinci probleme ilişkin çözümünde, oyunun nasıl adil olabileceğini örnek vererek açıklamış ve deneysel şemayı kullanmıştır. Yapılan görüşmede ise, oyunun adil olması için iki oyuncunun şanslarının eşit olması gerektiğini vurgulayan açıklamalar yapmış ve analitik şemayı kullanmıştır.

Bu araştırmada elde edilen bulgular doğrultusunda,

- ✓ ADYBT ve ADYDF'nin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılması amacıyla öğretmenler tarafından kullanılması önerilmektedir. Böylece öğretmenler, öğrencilerinin ortaya koydukları anlama yollarının hangi düşünme yollarından kaynaklandığı hakkında fikir edinebilir ve öğretimlerini öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım edecek şekilde planlayabilirler. Ayrıca matematikle ilgili farklı konu alanlarında öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını incelemek isteyen araştırmacılar, benzer testler ve değerlendirme formları geliştirilebilirler.
- ✓ Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin aynı konu hakkındaki anlama ve düşünme yolları belirlenerek, bu yolların farklı yaş gruplarına göre nasıl değiştiği, aralarındaki benzerlik ve farklılıkların neler olduğu tespit edilebilir. Böylece öğretim için yararlı ipuçları elde edilebilir.
- ✓ Bu araştırmada düşünme yolları olarak, öğrencilerin problem çözme yaklaşımları ve doğrulama şemaları incelenmiş ve matematikle ilgili inançlara yer verilmemiştir. Öğrencilerin matematikle ilgili inançlarının belirlenmesi, olasılık ve istatistikle ilgili becerileri geliştirebilecekleri uygun öğrenme ortamlarının oluşturulmasında faydalı olabilir.
- ✓ Bu araştırmada, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ortaya koydukları anlama yollarının, sahip oldukları düşünme yolları ile uyumlu olduğu tespit edilmiştir.

Buna göre, öğrencilerin anlama yollarının matematikle ilgili tutum, öğrenme stilleri gibi çeşitli değişkenlerle ilişkisi araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Arı, E. (2010). *İlköğretim 6-7 ve 8. Sınıflarda Matematik Dersinin İstatistik ve Olasılık Konusunun Öğreniminde Yaşanan Problemler ve Çözüm Önerileri,* Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim Öğrencilerinde Muhakeme Etme ve İspatlama Düşüncesinin Gelişimi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Bursa: Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Aylar, E. (2014). 7. Sınıf Öğrencilerinin İspata Yönelik Becerilerinin İrdelenmesi, *Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences, 47(1),* 351-376.

Bakırcı, S. (2014). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Problem Çözme Süreçlerinin İncelenmesi Üzerine Nitel Bir Çalışma*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Baykul, Yaşar. (2009). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. Sınıflar,* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Çakmak, Z. T. (2014*). İlköğretim 6-8. Sınıf Matematik Öğrencilerinin İstatistik ve Olasılık Öğrenme Alanında Zorlandıkları Kavram ve Konuların Belirlenmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çalışkan, Ç. (2012). *8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarılarıyla İspat Yapabilme Seviyelerinin İlişkilendirilmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bursa: Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çelik, D. & Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Anlama ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi, *Milli Eğitim Dergisi, 173,* 361-375.

Çoşkun, F. (2009). *Ortaöğretim Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Becerilerinin İlişkisi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Demir, F. (2011). *Bir Dinamik Geometri Yazılımının İlköğretim Öğrencilerinin Geometride İspat Becerilerine Etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Dereli, A. (2009). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Konusundaki Hataları ve Kavram Yanılgıları,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Gürakar, N. (2010). *İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistik Temsil Biçimlerini Kullanma Becerilerinin Belirlenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi.

Güven, B. & Özmen, Z.M. (2014). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Grafik Okuryazarlığı Düzeylerinin Belirlenmesi, *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* Adana, 264-268.

Hayat, F. (2009). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Harel, G. (1998). Two Dual Assertions: The First on Learning and The Second on Teaching (or vice versa), The American Mathematical Monthly, 105, 497-507.

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes, Research on Collegiate Mathematics Education, *3.* In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), AMS, 234-283.

Harel, G. (2001). The Development of Mathe-

matical İnduction as a Proof Scheme: A Model for DNR-Based İnstruction, In S. Campbell & R. Zaskis (Eds.), Learning and Teaching Number Theory, *In C. Mather (Ed.). Journal of Mathematical Behavior (*pp. 185-212). New Jersey: Ablex Publishing Corporation.

Harel, G. (in press). PUPA's Two Complementary Products: Conceptual Framework for Proof Schemes and DNR System for Enhancing Students' Proof Schemes.

Harel G. & Sowder, L. (2005). Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and İts Development, *Mathematical Thinking and Learning*, *7(1),* 27–50.

Harel, G. (2008a). DNR Perspective on Mathematics Curriculum and İnstruction. Part I: Focus on Proving, *ZDM Mathematics Education*, *40*, 487-500.

Harel, G. (2008b). A DNR Perspective on Mathematics Curriculum and İnstruction. Part II: With Reference to Teacher's Knowledge Base, *ZDM Mathematics Education*, *40*, 893-907.

İskenderoğlu, A.T.(2003). *Farklı Sınıf Düzeylerindeki Öğrencilerin Matematik Problemlerini Kanıtlama Süreçleri*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Lim, K. H. (2006). Characterizing Students' Thinking: Algebraic, İnequalities and Equations, *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2-102.

Memnun, D.S., Altun, M. & Yılmaz A. (2010). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Temel Kavramları Anlama Düzeyleri, *Eğitim Fakültesi Dergisi XXIII (1),* 11-29.

Miles, M.B. & Huberman, M.A (1994). An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis, London: Sage.

Mills, J.D. & Holloway C.E. (2013). The Development of Statistical Literacy Skills in the Eighth Grade: Exploring the TIMSS Data to Evaluate Student Achievement and Teacher Characteristics in the United States, *Educational Research and Evaluation*, *19(4),* 323-345. http://dx.doi.org/10.1080/13803611.2013.771110.

Monoyiou, A., Xistouri, X. & Philippou, G. (2006). Primary Students' Reasoning in Problem Solving and Teachers' Evaluation of Their Arguments, In Novotna, J., Moraova, H., Kratka, M. & Stehlikova, N. (eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the IGPME, 4,* 177-184. Charles University in Prague.

Neria, D. & Amit, M. (2004) Students Preference of Non-Algebraic Representations in Mathematical Communication, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 409-416.

Ören, D. (2007). *An Investigation of 10th Grade Students' Proof Schemes in Geometry with Respect to Their Cognitive Styles and Gender,* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Özer, Ö. & A. Arıkan (2002). Lise Matematik Derslerinde Öğrencilerin İspat Yapabilme Düzeyleri, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, *2,* 1083-10989.

Ron, G.,Dreyfus, T. & Hershkowitz, R. (2006). Partial knowledge constructs for the probability area model. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4,* 449-457.

Şafak, C. & Akkaya, R. (2014). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Konusu ile İlgili Kavram Yanılgılarının İncelenmesi, *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Adana,* 269-276**.**

Şengül S. & Güner, P. (2013). DNR Tabanlı Öğretime Göre Matematik Öğretmen

Adaylarının İspat Şemalarının İncelenmesi, *International Journal of Social Science, 6(2),* 869-878.

Şengül, S. & Yıldız, F. (2013). Öğrencilerin İşbirlikli Öğrenme Grupları ile Problem Çözme Sürecinde Sergiledikleri Üstbilişsel Davranışlar ve Matematik Öz-Yetkinlikleri Arasındaki İlişki, *The Journal of Academic Social Science Studies, 6(1),* 1295-1324.

Uğurel, I. & Moralı, S. (2010). Bir Ortaöğretim Matematik Dersindeki İspat Yapma Etkinliğine Yönelik Sınıf İçi Tartışma Sürecine Öğrenci Söylemleri Çerçevesinde Yakından Bakış, *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 135-154.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi, *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 40(1),* 181-213.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2003). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, Ankara: Seçkin Yayınları.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). Nitel Araştırma Yöntemleri (7. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yolcu, A. (2012). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistiksel Okur Yazarlıklarının, İstatistiğe Yönelik Tutumlarının ve Bunlar Arasındaki İlişkinin İncelenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

EK 1: Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nden (ADYBT) Örnek Problemler

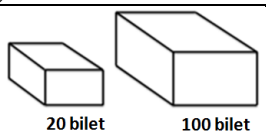
1. Bir tren, yolculuğa başladıktan 10 dakika sonra maksimum(en yüksek) hıza ulaşıyor ve bu hızla 15 dakika daha yola devam ediyor. 5 dakika sonra da duruyor. Buna göre, bu trenin hız-zaman ilişkisini gösteren uygun grafiği çiziniz ve **neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

3. Aşağıdaki tablo 20 tane sekizinci sınıf öğrencisinin 25 sorudan oluşan bir testi bitirme sürelerini dakika cinsinden göstermektedir. Bu verileri uygun bir grafik ile gösteriniz ve **neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

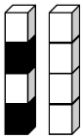
Tablo: 8. Sınıf öğrencilerinin Testi Bitirme Süreleri (dk)

15	19	16	31	35
18	21	22	29	30

10. Yandaki küçük kutuda 1'den 20'ye kadar numaralandırılmış 20 bilet, büyük kutuda ise 1'den 100'e kadar numaralandırılmış 100 bilet vardır. Kutuların içindeki biletlere bakmadan her kutudan bir bilet çekiliyor. Buna göre, **hangi kutudan 17 numaralı biletin çekilme olasılığı daha fazladır?** Aşağıdaki seçeneklerden size uygun olanı işaretleyiniz. **Neden bu cevabı verdiğinizi ve nasıl düşündüğünüzü arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde açıklayınız.**



A) Küçük kutu
B) Büyük kutu
C) İki kutu için de olasılık aynıdır.
D) Bilinemez.

20 28 24 28 25 25 30 25 18 21	
4. Aritmetik ortalama kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavramı sizden daha alt sınıftaki bir öğrenciye nasıl açıklarsınız? **Düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız ve bir örnek veriniz.**	**11.** Bir zar atılıyor. Eğer 1, 2, 3 ya da 4 gelirse Bora 1 puan kazanmakta, Özkan ise puan alamamaktadır. Eğer zar 5 ya da 6 gelirse Özkan 1 puan kazanmakta, Bora ise puan alamamaktadır. Toplam 10 puan alan ilk oyuncu oyunu kazanacaktır. Buna göre, **a)** Sizce bu oyun **adil midir? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.** **b)** Eğer oyunun **adil olmadığını düşünüyorsanız**, oyunu adil yapmak için farklı yollar öneriniz ve çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
8. İki renk (siyah ve beyaz) küple birbirinden farklı 4 küp yüksekliğinde kuleler oluşturulmak isteniyor. Oluşturulabilecek kulelerden iki tanesi aşağıda örnek olarak gösterilmiştir.  Buna göre, örnektekilere benzer şekilde **4 küp yüksekliğinde kaç farklı kule oluşturulabilir? Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve olası bütün kuleleri oluşturduğunuza arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**	**13.** Hilesiz 2 madeni para aynı anda havaya atılıyor. Buna göre, iki paranın da yazı gelme olasılığı kaçtır? **Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve bulduğunuz sonucun doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**