The Journal of Academic Social Science Studies

International Journal of Social Science
Doi number:http://dx.doi.org/10.9761/JASSS6959
Number: 56 , p. 83-130, Spring III 2017
Yayın Süreci / Publication Process
Yayın Geliş Tarihi / Article Arrival Date - Yayınlanma Tarihi / The Published Date
09.02.2017 **31.05.2017**

DNR TABANLI ÖĞRETİMİN 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ANLAMA VE DÜŞÜNME YOLLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

THE INVESTIGATION OF THE EFFECT OF DNR-BASED INSTRUCTION ON 8TH GRADE STUDENTS' WAYS OF UNDERSTANDING AND THINKING

Dr. Filiz Yıldız
Milli Eğitim Bakanlığı, İstanbul Nail Reşit Ortaokulu Matematik Öğretmeni
Doç. Dr. Sare Şengül
Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Öz

Bu araştırmanın amacı, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda araştırmada nicel ve nitel verilerin bir arada toplandığı karma metodolojik yaklaşım kullanılmıştır. Araştırmanın nicel boyutu ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desene uygun olarak tasarlanmıştır. Çalışma grubunu İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 80 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmada bir deney (n = 40) ve bir kontrol grubu (n = 40) yer almıştır. Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesi sürecinde "8. Sınıf Matematik Başarı Testi'nden (8MBT)" yararlanılmıştır. Deney grubunda öğretim DNR tabanlı öğretim ile gerçekleştirilirken, kontrol grubunda var olan normal öğrenme süreci devam etmiştir. Toplam 8 hafta (32 ders saati) süren araştırmada veriler, "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" ve yarı yapılandırılmış mülakatlar aracılığı ile toplanmıştır. Araştırmanın nitel boyutunda, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ortaya çıkarılmış, daha sonra deney ve kontrol gruplarından anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) göre seçilen 3'er öğrenci ile problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve cevaplarını nasıl doğruladıkları derinlemesine incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Araştırmada ADYBT'den elde edilen nicel veriler, istatistiksel bir program aracılığıyla analiz edilirken; nitel veriler öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili anlama ve düşünme yollarını değerlendirmek amacıyla geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'na (ADYDF)" göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin yarı yapılandırılmış mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları ise, Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şeması modeline göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmıştır. Araştırmada elde edilen bulgular doğrultusunda,

DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının gelişiminde, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre, uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin genel olarak olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yolları sergiledikleri, problemler için farklı çözüm stratejileri geliştirdikleri ve cevaplarını doğrulama sürecinde analitik şemayı kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: DNR Tabanlı Öğretim, İspat Şemaları, Olasılık ve İstatistik

Abstract

The aim of this research is to examine the effects of DNR-based instruction on 8th grade students' ways of understanding and thinking about probability and statistics. In accordance with this purpose, mixed methodological approach which involves qualitative and quantitative methods all together was used in this study. The quantitative part of the study is designed according to the quasi-experimental design with pre-test-post-test control group. The study group includes 80 eighth grade students studying in a public middle school in Bayrampasa District of Istanbul. There is an experiment (n = 40) and a control group (n = 40) in the study. In the process of determining control and experimental groups, "8th Grade Mathematics Achievement Test' (8MAT)" was used. The normal learning process in the control group continued while DNR-based teaching was carried out in the experimental group. The data in the study which lasted for totally 8 weeks (32 hours), were collected through 'The Test of Determining Ways of Understanding and Thinking' (TDWUT) and semi-structured interviews. In the qualitative part of the study, students' understanding and thinking way profiles (UTWP) were found out and after that with 3 students chosen from experimental and control groups according to their understanding and thinking way profiles (UTWP), semi-structured interviews were made in order to analyzing deeply how students think during the problem solving process and how they verify their answers.While the quantitative data obtained from TDWUT were analyzed through a statistical program; qualitative data were analyzed descriptively according to 'Evaluation Form of Ways of Understanding and Thinking' (EFWUT) which was developed to evaluate students' ways of understanding and thinking about probability and statistics. The justification schemes used by the students in the semi-structured interviews were coded as external, empirical and analytical according to proof schemes model which was developed by Harel and Sowder (1998). In line with the findings obtained in the research, it is concluded that the students with DNR-based instruction are more effective in developing the ways of understanding and thinking about probability and statistics than the normal teaching process. According to this, it has been determined that students in the experimental group generally had multiple ways of understanding the concepts related to probability and statistics, developed different solution strategies for the problems and used the analytical scheme more than the control group in the process of verifying their answers.

Keywords: DNR-Based Instruction, Proof Schemas, Probability and Statistics

1. Giriş

Dünyada ve ülkemizde matematik eğitimi, yapılan araştırmalar ve öne sürülen yeni teoriler ışığında yeniden gözden geçirilmektedir. Bu doğrultuda yenilenen ilköğretim matematik programında, öğrencilerin matematiği ezberden uzak anlamlı bir şekilde öğrenmesine yol gösterecek kazanımlar belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin matematiği nasıl ve ne düzeyde öğrendiklerini belirlemek amacıyla yapılan araştırmalar, derslerde öğrencilere bilginin doğrudan aktarılması neticesinde, öğrencilerin birçok konuda kavramlara çok yönlü bakamadıklarını, muhakeme yapmada ve problem çözmede yetersiz kaldıklarını göstermektedir (Arslan, 2007; Çakmak, 2014; Çoşkun, 2009; İskenderoğlu, 2003; Ören, 2007; Özer & Arıkan, 2002; Uğurel &

Moralı, 2010; Yeşildere & Türnüklü, 2007). Öğrencilerin bu bağlamda en çok zorlandıkları konulardan birisi de olasılık ve istatistiktir.

Olasılık ve istatistik konularının hem bilimde ve günlük hayatta çok kullanılması hem de akıl yürütme, ilişkilendirme ve eleştirel düşünme gibi üst düzey zihinsel becerilerin gelişimine katkıda bulunmasından dolayı (Baykul, 2009) matematik programında önemli bir yeri vardır. Bununla birlikte, yapılan araştırmalar olasılık ve istatistik ile ilgili bu becerilerin öğrencilerde istenen düzeyde geliştirilemediğini (Bakırcı, 2014; Capraro, Gerald & Capraro, 2005; Çelik & Güneş 2007; Dereli, 2009; Gürakar 2010; Güven & Özmen, 2014; Hayat; 2009; Memnun, Altun & Yılmaz, 2010; Mills & Holloway, 2013; Şafak & Akkaya, 2014; Yolcu, 2012) ve bu konuda yaşanan zorlukların, konunun öğretiminde kullanılan yöntem ve tekniklerin yetersizliğinden kaynaklanabileceğini göstermektedir (Arı, 2010; Çakmak, 2014; Dawson, 2010; Sharma, 2005; Talawat, 2015). Bu noktada, matematik eğitiminin nasıl olması gerektiği üzerine daha çok araştırma yapılması ve konu ile ilgili teorilerin daha detaylı incelenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Son yıllarda bu konuda dikkat çeken yaklaşımlardan birisi de DNR tabanlı öğretimdir.

DNR tabanlı öğretim, öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarına göre uygun öğretimsel hedefler belirlenmesi ve etkinlikler tasarlanması yoluyla öğrencilerde istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilebileceğini ileri süren bir öğretim yaklaşımıdır. İlgili literatür incelendiğinde, DNR tabanlı öğretime göre öğrencilerin matematikle ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını inceleyen veya bu yaklaşımın istenen anlama ve düşünme yollarının gelişimine etkisini araştıran sınırlı sayıda çalışma yer aldığı görülmektedir. Bu araştırmaların bazıları öğrencilerin genel olarak matematikle ilgili yetersiz anlama ve düşünme yollarına sahip olduklarını ortaya koyarken (Lim, 2006; Şengül & Güner, 2013), diğerleri ise DNR tabanlı öğretimin öğrencilerde istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesinde olumlu bir etkisi olduğunu göstermiştir (Harel & Sowder, 1998; Lim, 2007). Bununla birlikte, yapılan bu çalışmaların tamamı lise ve üniversite öğrencileriyle gerçekleştirilmiş olup, DNR tabanlı öğretimin ortaokul öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisini araştıran bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle bu araştırmada DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisinin araştırılmasına karar verilmiştir. Aşağıda DNR teorisi, anlama ve düşünme yolları hakkında detaylı bilgiler verilmiştir.

1.2. DNR Teorisi, Anlama ve Düşünme Yolları

DNR teorisi birçok eğitimcinin, öğretmenin, program geliştiricisinin ve araştırmacının zihninde var olan "okulda öğretmemiz gereken matematik nedir?" ve "onu nasıl öğretmeliyiz?" sorularına cevap aramak için ortaya çıkmıştır. DNR ifadesi 3 öğretimsel ilkenin kısaltmasıdır. Bunlar: Etkileşim (Duality), Gereklilik (Necessity) ve Sorgulama (Repeated Reasoning) ilkeleridir (Harel, 2008b).

Etkileşim ilkesi, anlama ve düşünme yolları arasında gelişimsel bir bağlılık olduğunu ifade eder. Bu bağlılık öğrencilerin mevcut düşünme yollarının, ortaya koydukları anlama yollarını etkilediği veya tam tersi öğrencilerde belirli anlama yollarının geliştirilmesinin, matematikte istenen düşünme yollarının geliştirilmesine yardım edebileceği şeklinde açıklanabilir.

Gereklilik ilkesi öğrenmedeki entelektüel ihtiyaç zorunluluğunu ifade eder. Bu ilke, öğrencilerin kendilerine öğretmeye çalıştığımız şeyi ihtiyaç olarak gördüklerinde öğrenmelerinin daha olası olduğunu ileri sürer. Buna göre, öğrencilere öğretmeye çalıştığımız bilgi onlar için anlamlı olmalı ve öğrenme ihtiyacı hissettirmelidir.

Sorgulama ilkesi ise öğrenilen bilginin özümsenmesi, düzenlenmesi ve içselleştirilmesi için tekrar tekrar sorgulanması gerektiğini ifade eder. Yani öğrenciler istenen anlama ve düşünme yollarını içselleştirmek için muhakeme yapmalıdırlar (Harel, 2001).

DNR tabanlı öğretimin merkezinde anlama ve düşünme yolları yer almaktadır. *Anlama yolları* zihnimizde gerçekleştirdiğimiz eylemlerin bilişsel ürünleri olarak tanımlanmaktadır. Buna göre anlama yolları bir öğrencinin bir kavrama, kavramlar arasındaki ilişkiye ya da bir probleme verdiği belirli bir anlam, bir problem için ortaya koyduğu belirli bir çözüm ve bir iddiayı doğrulamak veya çürütmek için sunduğu belirli bir ispat olarak ifade edilebilir (Harel, in press).

Düşünme yolları ise, anlama yollarının bilişsel karakteristiğidir. Yani bir anlama yolu kişinin belirli bir matematiksel durumda başvurduğu muhakemeyi ifade ederken, düşünme yolu ise bu anlama yolunu neyin şekillendirdiğine işaret eder. Örneğin, öğrencilerin y =-3x+5 dizisi ile ilgili anlama yollarından bazıları şunlar olabilir: a) x ve y'nin alacağı değerlerle sınırlı bir denklem, b) Bir x girdisinin y =-3x+5 çıktısına karşılık geldiği, sayı değerli bir fonksiyon, c) Bir (x,y) girdisinin doğru ya da yanlışa karşılık geldiği, doğruluk değerli bir fonksiyon, d) Sol tarafa yapılanın, sağ tarafa da yapıldığı şey. Bu örnekteki ilk üç anlama yolu, matematikte sembollerin temsil ettiği nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri kapsayan olgun düşünme yollarındandır. Diğer taraftan dördüncü anlama yolu, matematiksel sembollerin tutarlı miktar ya da ilişkisel anlamdan bağımsız olduğu bir düşünme yolunu göstermektedir (Harel, 2008a).

Harel'e (1998) göre anlama yolları, öğrencilerin düşünme yollarını ortaya çıkarmak için bir referans noktası olarak kullanılabilir. Çünkü anlama yolları, belirli bir zihinsel eylemle bu zihinsel eylemin belirli özelliklerini yansıtabilecek şekilde bağlantılıdır. Bu özellikler matematikle ilgili inançlar, problem çözme yaklaşımları ve ispat şemaları olarak sınıflandırılan düşünme yollarıdır. *Matematikle ilgili inançlar* bireyin matematiğin ne olduğu ya da ne olmadığı, onun nasıl ortaya çıktığı, entelektüel ve pratik yararları hakkındaki yorumlarının bir özelliği, yani bireyin matematik ile ilgili bakış açısıdır. Bu araştırmada düşünme yolları olarak öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili problem çözme yaklaşımları ve doğrulama şemaları incelenmiştir. İnançlar ise bu araştırmanın kapsamı dışındadır.

Problem çözme yaklaşımları problem çözme eylemi ile bağlantılı olan düşünme yollarıdır. Bireyin bir probleme sunduğu çözüm (doğru ya da yanlış) bir anlama yoludur. Çünkü bu, bireyin problem çözme eyleminin bilişsel bir ürünüdür. Problem çözme yaklaşımı ise, bu eylemin bilişsel karakteristiğidir ve bu yüzden bir düşünme yoludur. Örneğin, "benzer basit bir problemin çözümünden yararlanma", "probleme çözüm ararken olasılıklı düşünme", ve "sadece problem ifadesindeki anahtar sözcükleri arama" gibi problem çözme yaklaşımları en azından bir ölçüde problem çözme eylemini karakterize etmektedirler ve bu nedenle düşünme yolu örnekleri oldukları söylenebilir (Harel, 2008a).

Benzer şekilde *ispat şemaları* da, ispatlama eylemi ile ilgili düşünme yollarıdır. Bir ispat şeması kişi için doğrusunu anlama ve ikna etmeyi neyin oluşturduğunu içerir. Bu yüzden ispat şemaları kişinin doğrulama yöntemlerini kapsamaktadır. Bu bağlamda "ispatlama" ve "doğrulama" birbirinin yerine alternatifli olarak kullanılabilmektedir (Harel & Sowder, 2005). Bu araştırmadaki çalışma grubu göz önüne alındığı zaman, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaptıkları işlemlerin gerekçelerini açıklamaları ve buldukları sonucu nasıl doğruladıkları üzerinde durulduğu için "ispat şeması" yerine "doğrulama şeması" ifadesinin kullanılması uygun görülmüştür.

Harel ve Sowder'in (1998) yaptıkları sınıflandırmada, üç tür ispat şemasından bahsedilmektedir. Bunlar: dışsal, deneysel ve analitik şemalardır. Bu araştırmada öğrencile-

rin kullandıkları doğrulama şemaları bu üç şema türüne göre kodlanmıştır. Bu şemaların özelliklerine bakıldığında dışsal ispat şemalarını kullanan öğrencilerin kendilerini ve diğerlerini ikna etmek için dışsal kaynaklara başvurdukları ve matematiksel iddialarla ilgili değerlendirmelerinin yüzeysel görünümlere dayandığı görülmektedir.

Deneysel ispat şemalarını kullanan öğrenciler iddialarını miktarların doğrudan ölçümlerine ait örneklere (bazen sadece bir örnek), cebirsel ifadelerde belirli sayıların yerine konmasına veya sezgilerine dayanarak doğrulamaya çalışırlar. Analitik ispat şemasını kullanan öğrenciler ise, iddialarını mantıksal çıkarımlara dayanarak doğrularlar.

Harel ve Sowder'a (1998) göre dışsal ve deneysel ispat şemaları değerli olmakla birlikte, özellikle matematik alanında analitik ispat şemasının gerekliliği ve önemi tartışılmazdır. Bu nedenle öğrencilerin dışsal ve deneysel şemalara olan bağımlılıklarının azalması ve analitik şemaların kullanımının giderek artması gerekir. Bununla birlikte, yapılan birçok çalışma öğrencilerin genel olarak dışsal ve deneysel şemaları analitik şemalara göre daha fazla kullanıldıklarını göstermektedir (Arslan, 2007; Furinghetti & Morselli, 2004; Harel & Sowder, 1998; İskenderoğlu, 2003; Neria & Amit, 2004; Ören, 2007; Şengül & Güner, 2013). Bu durum öğrencilerin kullandıkları ispat şemalarının belirlenmesini ve analitik şemaları geliştirmelerine yardım edecek uygun öğrenme ortamlarının oluşturulmasını önemli ve gerekli kılmaktadır.

DNR tabanlı öğretim, öğrencilerin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirebilmeleri ve içselleştirebilmeleri için sorgulama ve muhakeme yapmalarının, anladıkları ve değer verdikleri problemlere farklı çözüm yolları üretmelerinin ve cevaplarını doğrulamalarının (ispatlamalarının) çok önemli olduğunu vurgular (Harel, 2001). Öğrencilerin düşüncelerini açıkladıkları, farklı çözüm yollarını paylaştıkları ve cevaplarını doğruladıkları öğrenme ortamlarında sorgulama ve muhakeme becerilerinin geliştiğini gösteren birçok araştırma da bu görüşü destekler niteliktedir (Bartlo, 2013; Conner, 2007; Philippeaux-Pierre, 2009; Rich, 2011; Yackel, 2001).

Alan yazını incelendiğinde öğrencilerin ispat şemalarını, muhakeme ve ispatlama düşüncesinin gelişimini inceleyen araştırmaların genellikle lise veya üniversite düzeyinde yoğunlaştığı (Conner, 2007; Hwang, 2011; İmamoğlu, 2010; Leikin, 2004; Ören, 2007; Philippeaux-Pierre, 2009; Plaxco, 2012; Şengül & Güner, 2013) ve ülkemizde ortaokul düzeyinde öğrencilerin ispat şemalarını inceleyen sınırlı sayıda araştırma olduğu görülmektedir (Arslan, 2007; Aylar, 2014; Çalışkan, 2012; Demir, 2011; İskenderoğlu, 2003). Bu araştırmaların çoğu, öğrencilerin ispat yapma becerilerini veya problem çözme sürecinde kullandıkları ispat şemalarını incelerken, az sayıdaki çalışma ise, uygulanan bir öğretim yaklaşımının öğrencilerin ispat yapma becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır (Aylar, 2014; Demir, 2011; Reiss, Heinze, Renkl & Grob, 2008).

Bu araştırmacılardan Aylar (2014), 7. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretimin uygulanması sonrasında, öğrencilerin ispat becerilerinin nasıl değiştiğini incelemiştir. Demir (2011) dinamik geometri yazılımının (DGY) kullanımı ile keşfederek öğrenmenin 8. sınıf öğrencilerinin ispat becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Reiss ve diğerleri (2008) matematik derslerinde öğrencileri keşfetmeye yönlendiren problemlerin kullanımının, 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme etme ve ispat yapma becerileri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Bu araştırma ise, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini araştırması bakımından, yapılan bu çalışmalardan farklıdır ve bu alandaki literatüre katkı sağlayabilir.

Sonuç olarak, bu araştırmada öncelikle deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ola-

sılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmıştır. Daha sonra, her iki grupta olasılık ve istatistik konularının öğretiminin gerçekleştirilmesinin ardından, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarında bir farklılaşma olup olmadığı tespit edilmiştir. Böylece DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisi incelenmiştir. Bu doğrultuda, araştırmada şu sorulara cevap aranmıştır:

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profilleri ile doğrulama becerileri ne düzeydedir?
2. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri ile doğrulama becerileri ne düzeydedir?
3. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?
4. Deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?
5. Kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?
6. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?
7. Deney grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?
8. Kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?

2. Yöntem

Bu araştırmada nicel ve nitel verilerin bir arada toplandığı karma metodolojik yaklaşım kullanılmıştır. Araştırmanın nicel boyutu ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desene uygun olarak tasarlanmıştır. Bu modelde bağımsız değişken etkisinde kalan deney grubunun yanı sıra bağımsız değişken etkisinde kalmayan ilave bir grup bulunmaktadır. Bu desen bir deney ve bir kontrol grubu içerir ancak katılımcılar rastgele belirlenmez. Grupların ön test puanları arasında anlamlı bir farklılık yoksa göreceli olarak grupların denkliğinden bahsedilebilir. Denencelerin test edilmesinde, her iki grubun ön testten son teste değişim gösteren puanları, anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için karşılaştırılır (Bulduk, 2003; Christensen, 2004). Bu doğrultuda araştırmada bir deney (n= 40) ve bir kontrol grubu (n = 40) belirlenmiştir. Deney grubunda DNR tabanlı öğretim uygulanırken, kontrol grubunda ise var olan normal öğrenme sürecine devam edilmiştir.

Araştırmanın nitel boyutunda ise öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ortaya çıkarıldıktan sonra, deney ve kontrol gruplarından ADYP'ye göre seçilen 3'er öğrenci ile uygulama öncesinde ve sonrasında yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Böylece öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündükleri ve cevaplarını nasıl doğruladıkları derinlemesine incelenirken, her iki grupta uygulanan öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarında bir farklılık oluşturup oluşturmadığı da yakından incelenmiştir.

3. Çalışma Grubu

Araştırmada yer alan çalışma grubu belirlenirken öğrencilerin hazır bulunuşluluk düzeyleri dikkate alınmıştır. Buna göre, bulundukları yaş düzeyi bakımından soyut düşünceye geçmeye yakın olmaları nedeniyle 8. sınıf öğrencileri ile çalışılması uygun görülmüştür. Böylece öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarının alt sınıflardaki öğrencilere göre daha iyi gözlemlenebileceği düşünülmüştür. Bu doğrultuda araştırma 2013-2014 eğitim-

öğretim yılında, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 40'ı deney ve 40'ı kontrol grubunda yer alan toplam 80 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesi sürecinde öncelikle uygulama okulunun yedi tane şubesinde öğrenim gören bütün 8. sınıflara "8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)" uygulanmıştır. Sınıfların olasılık ve istatistikle ilgili ön bilgileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla, 8MBT'den elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov testi analiz edilmiştir. Tablo 1 bu testten elde edilen sonuçları göstermektedir.

Tablo 1. 8. Sınıfların 8MBT'den Aldıkları Puanlara İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

Sınıflar	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov Z	p
8A	40	8.60	3.448	0.907	0.383
8B	39	8.87	2.783	0.652	0.788
8C	40	8.55	2.926	0.580	0.889
8D	41	8.15	3.159	1.133	0.153
8E	40	8.85	3.101	0.747	0.632
8F	39	7.23	3.246	0.758	0.614
8G	40	8.79	2.966	1.177	0.125

Tablo 1'e göre, 8. sınıfların başarı testinden aldıkları puanların birbirine çok yakın olduğu ve p değerlerinin 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir. Buna göre, elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir. Bu durum, başarı testinden elde edilen verilerin parametrik testler ile analiz edilebileceğini göstermektedir. Bu doğrultuda, 8MBT'nin uygulandığı grupların başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek üzere Tek Yönlü Anova Testi yapılmıştır. Tek Yönlü Anova testi ikiden fazla ortalamanın karşılaştırılması gerektiği durumlarda kullanılır. Anova testlerinde, F değeri istenilen anlamlılık düzeyinde tablo değerinden küçük ise ortalamalar arasında anlamlı bir farkın olmadığı, tablo değerinden büyük ise ortalamalar arasında anlamlı bir farkın olduğu sonucuna ulaşılır. Ayrıca bu testten elde edilen sonuçların sağlıklı olması için varyansların homojen olması gerekmektedir (Kalaycı, 2005). Bu doğrultuda araştırmada öncelikle grupların varyanslarının homojen olup olmadığı Levene testi ile kontrol edilmiştir. Bu testten elde edilen bulgular Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2. Tek Yönlü Anova Testine Göre Grupların Homojenliği

Sınıflar	N	Ortalama	Standart Sapma	Levene İstatistiği	sd_1	sd_2	p
8A	40	8.60	3.448				
8B	39	8.87	2.783				
8C	40	8.55	2.926	0.700	6	272	0.650
8D	41	8.15	3.159				
8E	40	8.85	3.101				
8F	39	7.23	3.246				
8G	40	8.79	2.966				

Tablo 2'ye göre, sınıfların başarı testinden aldıkları puanlara göre homojen oldukları söylenebilir ($p = 0{,}650 > 0{,}05$). Bu durum varyans analizinden elde edilen sonuçla-

rın da sağlıklı olduğunu göstermektedir. Tablo 3 varyans analizinden elde edilen sonuçları göstermektedir.

Tablo 3. Tek Yönlü Anova Testine Göre Varyans Analizi

Varyans Analizi	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar Arası	75.272	6	12.545		
Gruplar İçi	2558.611	272	9.583	1.309	0.253
Toplam	2633.883	278			

Tablo 3'e göre, başarı testinden alınan puanlar arasında sınıflara göre anlamlı bir farklılık bulunmadığı söylenebilir (p = 0,253 > 0,05). Buna göre, kura ile 8-C sınıfı (20 kız, 20 erkek) deney grubu olarak, 8-G sınıfı (21 kız, 19 erkek) ise kontrol grubu olarak belirlenmiştir.

Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesinin ardından, öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarını belirlemek amacıyla iki gruba da "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" uygulanmıştır. Daha sonra gruplar arasında ADYBT puanlarına göre anlamlı bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Bunun için öncelikle elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov testi ile analiz edilmiştir. Tablo 4 araştırmada öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına ve kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin ADYBT'den elde edilen puanlara ait Kolmogorov-Smirnov normallik testi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 4. ADYBT'ye Ait Kolmogorov-Smirnov Normallik Testi Sonuçları

		Ön Test		Son Test	
ADYBT	Gruplar	Kolmogorov-Smirnov	P	Kolmogorov-Smirnov	P
Anlama ve Düşünme Yolları	Deney	0.484	0.973	0.573	0.898
	Kontrol	0.426	0.994	0.730	0.661
Dışsal Şema	Deney	1.161	0.135	1.023	0.246
	Kontrol	1.197	0.114	1.196	0.114
Deneysel Şema	Deney	1.069	0.203	1.178	0.125
	Kontrol	0.978	0.295	1.260	0.084
Analitik Şema	Deney	1.258	0.084	0.849	0.466
	Kontrol	1.252	0.087	1.034	0.236
Boş	Deney	1.043	0.227	1.266	0.081
	Kontrol	0.819	0.514	0.806	0.534

Tablo 4'te görüldüğü gibi ADYBT'ye ilişkin verilerin p değeri 0,05'ten büyük olduğu için, araştırmada elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) göre anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmak amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Tablo 5'te bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 5. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi ADYP'ye Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Deney Grubu	40	16.65	7.454			
Kontrol Grubu	40	17.60	6.012	78	-0.627	0.532

Tablo 5'te görüldüğü gibi, deney ve kontrol grupları arasında ADYBT puanları açısından anlamlı bir farklılık olmadığı tespit edilmiştir (p = 0.532 > 0.05).

Benzer şekilde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT'ye yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemaları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı ilişkisiz t testi ile kontrol edilmiştir. Tablo 6'da bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 6. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Şemalar	**Gruplar**	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Deney	40	3.45	1.600	78	-0.743	0.460
	Kontrol	40	3.73	1.710			
Deneysel	Deney	40	2.33	1.366	78	0.995	0.323
	Kontrol	40	2.03	1.330			
Analitik	Deney	40	1.13	1.017	78	-0.428	0.670
	Kontrol	40	1.23	1.074			
Boş	Deney	40	8.10	2.678	78	0.136	0.892
	Kontrol	40	8.03	2.236			

Tablo 6'ya göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama öncesi kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık olmadığı söylenebilir (p= 0,460; 0,323 ve 0,670 > 0,05). Ayrıca her iki grup arasında, doğrulama şeması kullanılmayan çözümler açısından da anlamlı bir farklılık olmadığı görülmektedir (p = 0.892 > 0.05).

Yukarıda elde edilen veriler doğrultusunda, deney ve kontrol gruplarının birbirine denk olduğu ve son test puanlarına ilişkin sonuçlarda ön test puanlarının yanlı bir katkısı olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

4. Veri Toplama Araçları

Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) : 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımları ölçmeye yönelik olarak geliştirilen matematik başarı testi, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ön bilgilerini ölçmek ve deney-kontrol gruplarını belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Testteki sorular, M.E.B' in ders kitabı olarak onayladığı kitaplardan ve yardımcı test kitaplarındaki sorulardan seçilmiştir. Testin 33 soruluk taslak formunda yer alan her bir madde "*kazanıma uygunluk", "sınıf seviyesine uygunluk" ve "soru ifadesinin anlaşılır olması*" kriterlerine göre 3 alan uzmanı ve 2 matematik öğretmeni tarafından "uygun", "kısmen uygun" ve "uygun değil" seçeneklerine göre değerlendirilmiştir. Uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen (Uzlaşma Yüzdesi = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) x 100) formül ile hesaplanmıştır. Yapılan hesaplama sonucu uzlaşma ortalaması 0.96 olarak bulunmuş ve testin kapsam

geçerliği sağlanmıştır. Sonraki aşamada test, 2013-2014 öğretim yılının güz döneminde, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet lisesinde öğrenim gören ve 8. sınıftan yeni mezun olan 117 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulamadan elde edilen veriler doğrultusunda alt %27 ve üst %27'lik grup ortalamaları farkına dayalı madde analizi yapılmıştır. Bunun için öncelikle öğrencilerin test sorularına verdikleri doğru yanıtlar 1, yanlış yanıtlar ise 0 olarak kodlanmıştır. Daha sonra öğrencilerin aldıkları puanlar en yüksekten en düşüğe göre doğru sıralanarak alt ve üst gruplar belirlenmiş ve öğrencilerin vermiş oldukları cevaplara göre madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri hesaplanmıştır. Elde edilen verilere göre, madde ayırt edicilik indeksi 0.20'nin altında olan 5 madde testten çıkarılmıştır. Testin nihai halinde yer alan 28 sorunun ortalama güçlüğü 0.550, ortalama ayırt ediciliği ise 0.583 olarak hesaplanmıştır. Buna göre testin orta zorlukta ve çok yüksek bir ayırt ediciliğe sahip olduğu söylenebilir.

Testin güvenirliğini tespit etmek için ise, iç tutarlılık katsayılarının hesaplanması ve test-tekrar test yöntemlerinden yararlanılmıştır. İç tutarlılık yöntemleri kapsamında bölünmüş test çözümlemeleri ile ilgili teknikler kullanılır. Bölünmüş test çözümlemeleri yoluyla elde edilen iç tutarlılık katsayıları da güvenirliğin tespitinde kullanılan yöntemlerden biridir. Bölünmüş test çözümlemelerinde iç tutarlılık katsayılarının hesaplanmasında Spearman Brown, Cronbach alfa, Guttman formülleri kullanılabilir (Tavşancıl, 2006, akt. Çanakçı, 2011). Bu doğrultuda araştırmada Cronbach alfa değeri 0.857, Spearman-Brown değeri 0.729 ve Guttman iç tutarlık değeri 0.826 olarak bulunmuştur. Bu değerler testin yüksek bir güvenirliğe sahip olduğunu göstermektedir. Ölçme aracının uygulamadan uygulamaya tutarlı sonuçlar vermesi, güvenirliğinin bir diğer göstergesidir. Bu nedenle 8MBT için test-tekrar test yönteminden yararlanılmıştır. İlk uygulamadan 6 hafta sonra test aynı öğrencilere ikinci kez uygulanmıştır. İki uygulama puanı arasında anlamlı bir fark olup olmadığı ilişkili örneklemler t testi ile incelenirken, puanlar arasındaki ilişkinin derecesi ise, Pearson Korelasyon Katsayısı ile hesaplanmıştır. Buna göre, iki uygulamadan elde edilen puanların 0.05 düzeyinde anlamlı bir farklılık göstermediği ($t = 0.292$, $p > 0.05$) ve yüksek derecede ilişkili olduğu ($r = 0.887$; $p = 0.000$) tespit edilmiştir. Bu doğrultuda 8MBT'nin güvenilir bir ölçme aracı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) : Olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak ve literatürden yararlanılarak geliştirilmiş olan bu test, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Testte yer alan problemlerin, olasılık ve istatistik ile ilgili temel kavramları sorgulayan, kavramlar arasında ilişkiler kurmayı gerektiren ve farklı anlama ve düşünme yolları ile doğrulama becerilerini ortaya çıkarabilecek nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Testte yer alan 15 açık uçlu madde, kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla 3 alan uzmanı ve 2 matematik öğretmeni tarafından "*kazanıma uygunluk*", "*sınıf seviyesine uygunluk*", "*soru ifadesinin anlaşılır olması*", "*doğrulama becerilerini ölçmesi*" ve "*farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması*" kriterlerine göre "uygun", "kısmen uygun" ve "uygun değil" seçenekleri ile değerlendirilmiştir. Uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından geliştirilen formül ile hesaplanmış ve 0.98 olarak bulunmuştur. Buna göre kapsam geçerliği sağlanan ADYBT, güvenirliğinin sağlanması için İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'ndeki bir devlet lisesinde öğrenim gören toplam 30 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Bu aşamada 9. sınıf öğrencilerinin tercih edilmesinin nedeni, 8. sınıf matematik programında yer alan olasılık ve istatistik konularını daha önce öğrenmiş olmaları ve yeni mezun olmaları nedeniyle bu bilgileri problem çözme sürecinde daha verimli bir şekilde kullanabileceklerinin düşünülmesidir. Öğrencilerin yazılı sınavda yer alan her bir probleme ilişkin yanıtları,

araştırmacılar tarafından cevapların doğruluğuna ve açıklamaların niteliğine göre en iyiden en yetersize doğru "çok iyi (4 puan)", "iyi (3 puan)", "orta (2 puan)", "yetersiz (1 puan)" ve "geçersiz (0 puan)" olarak kodlanmış ve problemlere yönelik anlama ve düşünme yolu kategorileri ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yanıtlarında kullandıkları doğrulama şemaları Harel ve Sowder'in (1998) belirledikleri ispat şeması modeline göre *dışsal* (1 puan), *deneysel* (2 puan), *analitik* (3 puan) ve *boş* (0 puan) olarak kodlanmıştır. Yapılan kodlamalara ilişkin uzlaşma yüzdeleri Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen formüle göre hesaplanmıştır. Buna göre, öğrencilerin problemlere yönelik anlama ve düşünme yolu kategorilerine ilişkin uzlaşma yüzdesi 0.97 olarak bulunurken, kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin uzlaşma yüzdesi ise, 0.98 olarak hesaplanmıştır. Böylece geçerlik ve güvenirliği sağlanan ADYBT, deney ve kontrol grubu öğrencilerine ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Her iki uygulamada da yazılı sınavı tamamlamaları için öğrencilere 100 dakika (2 ders saati) verilmiştir. Ayrıca öğrencilere, yapılan sınavların not olarak değerlendirilmeyeceği belirtilerek, yaptıkları çözümleri açıklamalarının ve soruları boş bırakmamalarının önemli olduğu vurgulanmıştır. Ek 1'de ADYBT'ye ait örnek problemler gösterilmiştir.

Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF): Bu form, öğrencilerin ADYBT'ye yönelik cevaplarını değerlendirmek amacıyla geliştirilmiştir. Formda yer alan kriterler belirlenirken, ADYBT'nin geliştirilmesi sürecinde yer alan 30 öğrencinin yazılı kâğıtlarından ve bu öğrenciler arasından anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen 5 tanesi ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen veriler kullanılmıştır. Bu süreçte öncelikle, öğrencilerin testte yer alan problemler için önerdikleri çözümler daha önce açıklandığı gibi anlama ve düşünme yolu seviyelerine ve kullandıkları doğrulama şemalarına göre kodlanmıştır. Yapılan bu kodlamalar doğrultusunda, ADYBT'de yer alan her bir probleme ilişkin değerlendirme kriterleri belirlenmiştir. Bu kriterler belirlenirken, her bir problemin kendine özgü ve sorulma amacına yönelik özellikleri göz önüne alınmıştır. Ek 2'de yazılı sınavdaki üçüncü probleme ilişkin ADYDF'de yer alan örnek bir değerlendirme gösterilmiştir. Ayrıca, testten alınabilecek en düşük puan 0 ve en yüksek puan 60 olarak hesaplanarak öğrencilerin tüm problemler bazında aldıkları puanlar toplanmıştır. Buna göre, 0-12 puan aralığı *geçersiz*, 13-24 puan aralığı *yetersiz*, 25-36 puan aralığı *orta*, 37-48 puan aralığı *iyi* ve 49-60 puan aralığı *çok iyi* şeklinde kodlanarak öğrencilerin "anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP)" belirlenmiştir. Tablo 7'de bu profillere ait tanımlayıcı özellikler yer almaktadır.

Tablo 7. ADYP'ye İlişkin Tanımlayıcı Özellikler

Profiller	Öğrenci Özellikleri
Geçersiz (0-12)	℘ Problemlere yönelik genellikle alakasız ya da anlaşılmayan çözümler önerir. ℘ Yaptığı açıklamalar herhangi bir doğrulama içermez.
Yetersiz (13-24)	℘ Problemleri çözmek için bazı adımlar atsa da, bu adımları tamamlayamaz. ℘ Açıklamaları yetersizdir ve genellikle herhangi bir doğrulama içermez.
Orta (25-36)	℘ Problemleri çözme sürecinde anlamlı bir yol izlese de, tam bir çözüme ulaşamaz. ℘ Açıklamaları yetersizdir ve genellikle dışsal ya da deneysel şemaları kullanır.
İyi (37-48)	℘ Problemlere tam ve doğru olan bir ya da daha fazla çözüm önerebilir. ℘ Açıklamalarında ise genellikle dışsal veya deneysel şemaları kullanır.

Çok İyi (49-60)	℘ ℘	Problemlere tam ve doğru olan bir ya da daha fazla çözüm önerebilir. Açıklamaları genellikle mantıksal çıkarımlara dayanır ve analitik şemayı kullanır.

Tablo 7'de yer alan kriterler doğrultusunda, 30 öğrencinin anlama ve düşünme yolu profilleri belirlenmiş ve bu profillerden birer öğrenci seçilerek yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Böylece öğrencilerin problemler için ortaya koydukları çözüm yollarının hangi doğrulama şemalarını yansıttığını belirlemeye yönelik, ADYDF'de yer alacak kriterler netleştirilmiştir. Daha sonra, öğrencilerin yazılı kağıtlarından rastgele seçilen 5 tanesi iki araştırmacı tarafından ADYDF'ye göre ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Yapılan bu değerlendirmeler sonucunda, formda yer alan bazı kriterler yeniden düzenlenmiş ve daha açık bir şekilde ifade edilmiştir. Böylece formda yer alan kriterlerin tutarlılığı sağlanmıştır. Nihai halini alan form, daha sonra 30 öğrencinin yazılı kağıtlarının tamamının değerlendirilmesinde kullanılmış ve araştırmacıların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman'ın (1994) formülü ile 0.99 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca yapılan farklı kodlamalar üzerinde tartışılarak ortak bir noktada uzlaşılmıştır. Böylece formun geçerlik ve güvenirliği sağlanmıştır.

Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar: Araştırmada deney ve kontrol gruplarından anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) göre seçilen 3'er öğrenci ile uygulama öncesinde ve sonrasında yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiş ve öğrencilerden yazılı sınavda verdikleri cevapları ayrıntılı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Seçilen öğrencilerin gönüllü ve kendini iyi ifade edebilen kişiler olmasına özen gösterilmiştir. Böylece öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündükleri ve cevaplarını nasıl doğruladıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Görüşmelerde öğrencilere "*Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın*?", "*Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun*? *Neden*?", "*Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi*?" ve "*Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin*?" gibi sorular yöneltilmiştir. Bu süreçte öğrencilere kağıt-kalem verilerek çözümlerini kontrol etme, yeni çözümler önerme olanağı da sağlanmıştır. Her bir mülakat yaklaşık 20 dakika sürmüş ve bütün mülakatlar videoya kaydedilmiştir. Bu kayıtlar daha sonra sözel metne dönüştürülerek analiz edilmiş ve araştırma bulgusu olarak sunulmuştur.

Etkinlik Çalışma Yaprakları: Öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olmak amacıyla, 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak 8 etkinlik geliştirilmiştir. Etkinliklerde yer alan problemlerin öğrencilerin seviyesine uygun, ünite ile ilgili temel kavramları sorgulamaya yönelik ve farklı anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkaracak nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Etkinlikte yer alan problemler 3 alan uzmanı ve 2 matematik öğretmeni tarafından "*kazanıma uygunluk*", "*sınıf seviyesine uygunluk*", "*ifadenin anlaşılır olması*", "*doğrulama becerilerini ölçmesi*" ve "*farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması*" kriterleri doğrultusunda "uygun", "kısmen uygun", "uygun değil" seçeneklerine göre değerlendirilmiştir. Uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman'ın (1994) formülü ile 0.99 olarak bulunmuş ve etkinlikler için kapsam geçerliği sağlanmıştır. Daha sonra bu etkinlikler deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulanmıştır. Böylece etkinliklerde yer alan problemlerin öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı ve öğrencilere verilmesi gereken süre tespit edilmiştir. Etkinlik çalışma yapraklarından elde edilen veriler analiz edilmekle birlikte, bu çalışmanın kapsamı dışında olduğundan bulgularda yer almamıştır. Ancak DNR tabanlı öğretimin uygulanması sürecinde önemli bir rolü olması nedeniyle okuyucuya fikir vermesi açısın-

dan Ek 3'te etkinlik çalışma yapraklarından bir örnek sunulmuştur.

5. Verilerin Analizi

Araştırmada elde edilen nicel veriler, istatistiksel bir program aracılığıyla analiz edilmiştir. Bu süreçte öncelikle, verilerin parametrik ya da parametrik olmayan tekniklerden hangisi ile analiz edileceğine karar vermek amacıyla, normallik konusunda yapılan testlere başvurulmuştur. Veri sayısının 29'dan az olması durumunda Shapiro-Wilks, fazla olması durumunda ise Kolmogorov-Smirnov testi kullanılması önerildiğinden (Kalaycı, 2005), bu araştırmadaki verilerin normalliği hakkında karar vermede Kolmogorov-Smirnov testinden yararlanılmıştır. Bu testte hesaplanan p değerinin 0.05'ten büyük çıkması, bu anlamlılık düzeyinde puanların normal dağılımdan anlamlı (aşırı) sapma göstermediği ve uygun olduğu şeklinde yorumlanır (Büyüköztürk, 2012). Araştırmada elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu tespit edildiğinden, verilerin parametrik testlerden "ilişkili örneklemler t testi" ve "ilişkisiz örneklemler t testi" ile analiz edilmesine karar verilmiştir. İlişkisiz örneklemler için t testi, iki ilişkisiz örneklem ortalamaları arasındaki farkın manidar olup olmadığını test etmek için; ilişkili örneklemler t testi ise, ilişkili iki örneklem ortalaması arasındaki farkın sıfırdan (birbirinden) anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test etmek için kullanılır (Büyüköztürk, 2012). Buna göre, araştırmada farklı gruplara ait ön testlerin ya da son testlerin değerlendirilmesinde "ilişkisiz örneklemler t testi" kullanılırken, aynı gruba ait ön test-son test puanları arasındaki ilişkilerin değerlendirilmesinde "ilişkili örneklemler t testi" kullanılmıştır.

Araştırmada elde edilen nitel verilerin analizinde ise, betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz, çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasını içeren bir analiz türüdür. Betimsel analiz sürecinde araştırmacı araştırma sorularından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ya da görüşme ve gözlemlerde yer alan boyutlardan hareket ederek veri analizi için bir çerçeve oluşturur. Böylece verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiş olur. Ardından, araştırmacı daha önce oluşturmuş olduğu çerçeveye dayalı olarak verileri okur ve düzenler (Yıldırım & Şimşek, 2003). Bu doğrultuda araştırmada, öğrencilerin yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere yönelik yanıtları araştırmacılar tarafından ADYDF'ye ve Harel ve Sowder'in (1998) ispat şeması modeline göre kodlanmıştır. Daha sonra yapılan kodlamalar karşılaştırılarak farklı kodlamalar üzerinde tartışılmıştır. Yapılan tartışmalar neticesinde ortak bir yargıya varılmış ve elde edilen kod listesinin güvenilir olması sağlanmıştır. Veriler daha önce belirlenmiş kavramlara göre kodlandığından, uzman görüşlerinde önemli farklılıklar ortaya çıkmamıştır. Araştırmacıların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen; "Uzlaşma Yüzdesi = (Görüş Birliği/(Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)) x 100" formülü ile hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda araştırmada kodlamalara ilişkin elde edilen uzlaşma yüzdelerinin 0.97 ile 0.99 arasında değiştiği belirlenmiştir. Buna göre, belirlenen kodların tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca güvenirliği arttırmak, yanlılığı azaltmak ve veriler arasında karşılaştırma yapma olanağı sağlamak amacıyla (Yıldırım & Şimşek, 2008) araştırmada elde edilen veriler tablolaştırılmış ve frekans-yüzde istatistiklerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Son olarak, konuşma diyaloglarından doğrudan alıntılara yer verilerek durum betimlenmiş ve neden-sonuç ilişkileri açıklanarak elde edilen bulgular yorumlanmıştır.

6. Uygulama Süreci

Uygulama sürecinde konuların öğretimine başlanmadan bir hafta önce, ADYBT deney ve kontrol gruplarına eş zamanlı olarak uygulanmıştır. Öğretim süreci ise yaklaşık 6 hafta (22 ders saati) sürmüştür. Ancak

ön ve son testlerin uygulanması ve mülakatların yapılması ile bu süre 8 haftaya (32 ders saati) çıkmıştır. Aşağıda deney ve kontrol gruplarında uygulanan öğretim süreçleri hakkında ayrıntılara yer verilmiştir.

6.1. Deney Grubunda DNR Tabanlı Öğretimin Uygulanması Süreci

Deney grubunda öğretim, ortaokul öğretmeni olan araştırmacı tarafından DNR tabanlı öğretime uygun olarak gerçekleştirilmiştir. DNR tabanlı öğretim sürecinde öncelikle, öğrenciler derslerin nasıl işleneceği konusunda bilgilendirilmiştir. Derslerde sıklıkla grup çalışmaları yapılacağı için öğrenciler işbirlikli öğrenme tekniklerinden *birlikte öğrenme* tekniğine göre 4 ya da 5'er kişilik heterojen gruplara ayrılmıştır. Bu teknikte gruplar ortak bir konu üstünde çalışıp bir sonuç ortaya koyarlar. Her öğrenci sorumludur ve sürece katılmalıdır. Bunun için öğrenciler birbirleri ile malzemelerini ve düşüncelerini paylaşırlar (Açıkgöz, 2007). Bu doğrultuda grupların oluşturulması sürecinde farklı başarı düzeyi ve sosyal becerilere sahip öğrencilerin bir araya getirilmesine özen gösterilmiştir. Böylece öğrencilerin öğrenmeye motive olacakları, birbirlerinin öğrenmelerine katkıda bulunabilecekleri ve farklı anlama ve düşünme yollarını geliştirebilecekleri bir tartışma ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır. Grup üyeleri, etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemleri hem bireysel olarak kendi stratejilerini geliştirerek, hem de grup arkadaşlarıyla birlikte buldukları stratejileri tartışarak çözmeye çalışmışlardır. Her etkinliğin sonunda, gruplar problemler için en doğru buldukları bir ya da daha fazla çözümü sınıfa sunmuşlardır. Böylece problemler değişik yönlerden ele alınmış, bir grubun eksik ya da yanlışları başka bir grubun yardımıyla ortaya çıkarılmıştır.

DNR tabanlı öğretim sürecinde derslerin işlenişi şu şekilde organize edilmiştir: İlk olarak öğretilecek kavramla ilgili ön bilgiler hatırlatılmıştır. Daha sonra, DNR'nin *gereklilik prensibi* doğrultusunda dikkat çekici, önceki bilgilerle cevaplanamayacak ve böylece öğrencilerde öğrenme ihtiyacı hissettirecek bir problem sunularak konuya giriş yapılmıştır. Konu ile ilgili temel kavramların bir problem içerisinde sunulmasındaki amaç, bu kavramların anlam ve özelliklerinin yapılan sınıf tartışmaları ile öğrenciler tarafından keşfedilmesini sağlamak ve böylece *etkileşim ilkesi* doğrultusunda öğrencilerin konu ile ilgili farklı anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasına yardımcı olmaktır. Sınıf tartışmasının ardından, konuyla ilgili öğrenilmesi gereken özellikler öğrencilere örnekler verilerek açıklanmıştır. Daha sonra, *sorgulama ilkesi* doğrultusunda öğrenciler grup çalışması ile etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemlere çözüm aramışlar ve öğrendiklerini pekiştirmişlerdir. Grupların buldukları çözümleri sunmaları sırasında gerçekleştirilen sınıf tartışmalarında ise, öğrenciler öğrendiklerini tekrar tekrar sorgulama fırsatı bulmuş, farklı çözüm yolları ortaya çıkmış ve öğrencilerin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardım edecek bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Araştırmacı bu süreçte öğrencilere anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkaracak uygun soruları yönelterek, onları fikirlerini ifade etmeleri ve tartışmaya katılmaları için cesaretlendirmiştir. Öğrenciler ortak bir noktada buluşamadıklarında ise, onları doğru kaynaklara yönlendirmeye çalışmış ve yeni sorular ortaya atarak tartışmayı sürdürmüştür. Böylece öğrencilerin daha fazla düşünmelerini sağlayarak, konunun daha derinlemesine ele alınmasını sağlamıştır. Araştırmacı ayrıca bir gözlemci olarak öğrencilerin konuyu nasıl anladıklarını, zorlandıkları yerleri ve hangi anlama ve düşünme yollarının konuyla ilgili kavramların öğrenilmesinde etkili olduğunu keşfetmeye çalışmıştır. Böylece uygulama sürecinde öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardımcı olacak şekilde gerekli düzenlemeleri yapmıştır.

6.2. Kontrol Grubunda Var Olan Normal Öğretim Süreci

Kontrol grubunda olasılık ve istatistik konularının öğretimi deney grubu ile eş za-

manlı olarak kendi ders öğretmenleri tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte var olan normal öğrenme ortamı devam etmiş, yani öğretim müfredat doğrultusunda ders kitaplarına bağlı olarak yapılmıştır. Buna göre, kontrol grubunda ünite ile ilgili kavramlar öğretilmeden önce öğrencilere ön bilgiler hatırlatılmıştır. Sonrasında anlatım, soru-cevap, gösterip yaptırma gibi teknikler kullanılarak konu ile ilgili temel kavramlar ve özellikleri örneklerle açıklanmış ve benzer örnekler öğrencilere yaptırılarak öğrendiklerini pekiştirmeleri sağlanmıştır. Bu süreçte, öğrenciler sorulan soruları cevaplamak için derse aktif olarak katılmış olsalar da, dersler genellikle öğretmen merkezli olarak işlenmiştir. Öğretmen, öğrencilere problem çözme sürecinde kullanabilecekleri pratik yollar öğretmiş ve derslerde çok sayıda soru çözülmesine önem vermiştir. Buna göre, kontrol grubunda deney grubundan farklı olarak her konunun bitiminde öğrencilere test uygulanmış ve bu test soruları daha sonra sınıfta cevaplanmıştır.

7. Bulgular ve Yorumlar

Araştırma bulguları iki bölümde incelenmiştir. Birinci bölümde, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası sahip oldukları anlama ve düşünme yollarına ilişkin ADYBT'den ve görüşmelerden elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir. İkinci bölümde ise, uygulama sonrası elde edilen nicel veriler analiz edilerek, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi incelenmiştir.

7.1. ADYBT'den Elde Edilen Nitel Verilere İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın birinci alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profilleri ile doğrulama becerileri ne düzeydedir?*"şeklinde belirlenmiştir. Bu doğrultuda öncelikle deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) belirlenmiştir. Tablo 8 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ADYP'ye ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 8. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
	Çok İyi		İyi		Orta		Yetersiz		Geçersiz	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney	_	_	_	_	5	12.5	25	60	11	27.5
Kontrol	_	_	_	_	7	17.5	26	65	7	17.5

Tablo 8'e göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin yarısından fazlası (deney %60, kontrol %65) *yetersiz* kategorisinde yer almakta, ayrıca her iki grupta *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde bir öğrenci bulunmamaktadır.

Anlama ve düşünme yolu profillerinin ortaya çıkarılması aşamasında, öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları da incelenmiştir. Tablo 9 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 9. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş		Toplam	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney	138	23	94	15.67	45	7.50	323	53.83	600	100
Kontrol	149	24.83	81	13.50	49	8.17	321	53.50	600	100
Genel	287	23.92	175	14.58	94	7.83	644	53.67	1200	100

Tablo 9'da görüldüğü gibi, deney ve kontrol grubu öğrencileri en çok dışsal şemayı (*deney %23, kontrol %24,83*) ve en az analitik şemayı kullanırken (*deney %7,50; kontrol %8,17*), problemlerin yarısından fazlasında herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır (*deney %53,83; kontrol %53,50*).

Yukarıda elde edilen bulgular doğrultusunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi olasılık ve istatistik ile ilgili anlama seviyelerinin, problem çözme ve doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Bu bulguyu daha iyi analiz etmek ve öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini, çözümlerinin doğruluğundan nasıl emin olduklarını ortaya koyabilmek amacıyla deney ve kontrol gruplarından anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) göre seçilen 3'er öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

7.1.1. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Sergiledikleri Anlama ve Düşünme Yolları

Bu bölümde deney grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre seçilen üç öğrenci D_4 (*orta*), D_{13} (*yetersiz*) ve D_{38}'in (*geçersiz*) yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere getirdikleri çözüm örneklerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek kullandıkları doğrulama şemaları modellenmiştir. Görüşmelerde araştırmacı A olarak kodlanmıştır.

Şekil 1'de deney grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan D_4'ün yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili sekizinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



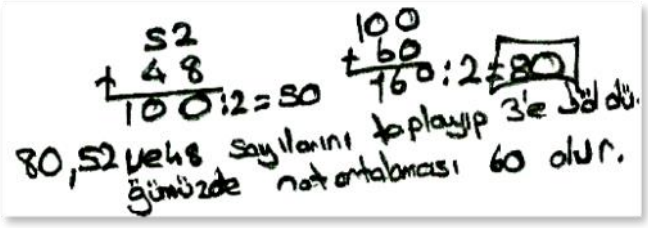
Şekil 1. D_4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 1'de görüldüğü gibi, D_4 sekizinci probleme ilişkin çözümünde oluşturulabilecek kuleleri modelleyerek bulmaya çalışmıştır. Ancak çözümü eksiktir ve belirli bir strateji izlediğine dair herhangi bir açıklama içermemektedir. Yapılan görüşmede öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4 ile yapılan görüşmeden alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 D4: Burada deneme-yanılma yapabiliriz. Ben zaten öyle tercih etmişim. Mesela en üst ile en alt siyah olabilir, ortalar beyaz olabilir. Hepsi siyah olabilir. Sonra üst ile en alt beyaz olup, ortadakiler siyah olabilir. Sonra böyle böyle tercihler yapmışım.
3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
4 D4: Emin olamıyorum şimdi. 3 siyah kullanabilirdim ama burada yapmamışım. 3 siyah kullanırız farklı farklı. Mesela bu dolar, son ikisi dolar. O kadar, başka da seçenek kalmaz bence.
5 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
6 D4: Çizerek gösteririm burada yaptığım gibi. Deneyerek hepsini bulabilirler bence.

Görüldüğü gibi D4 problemin çözümü için deneme-yanılma stratejisini kullandığını (2) ancak cevabının doğruluğundan emin olamadığını ifade etmiştir (4). Ayrıca çözümünün eksik olduğunu fark etmiş ve oluşturulabilecek birkaç kule daha olduğunu belirtmiştir (4). Öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için yaptığı "*Çizerek gösteririm burada yaptığım gibi. Deneyerek hepsini bulabilirler*" (6) şeklindeki açıklama, onun cevabının doğruluğundan emin olmak için sezgilerine güvendiğini ve deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 2 deney grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan D13'ün yazılı sınavda ortalama ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 2. D13'ün Yazılı Sınavda Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

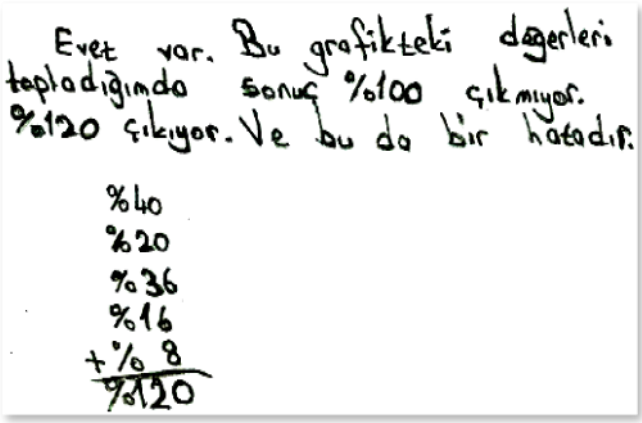
Şekil 2'de görüldüğü gibi, D13 doğru cevaba ulaşmakla birlikte, yaptığı işlemlerin anlamını açıklamamış ve belirli bir strateji izlediğine ilişkin herhangi bir ipucu vermemiştir. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D13'ün çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 D13: İki sınavı toplayıp ikiye bölmüşüm. Ortalamayı 50 bulmuşum. Sonra 100 ile 60'ı toplayıp ikiye bölmüşüm ve 80 bulmuşum.
3 **A: Burada 100 ile 60'ı neden topladığını biraz daha açıklayabilir misin?**
4 D13: Çünkü hepsinin ortalamasının 60 olmasını istiyoruz o yüzden topladım, 160 çıktı. Sonra bunu tekrar ikiye böldüm.
5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
6 D13: Ama bir dakika hocam. Niye ikiye bölmüşüm ki? Sanırım yanlış yaptım 3'e bölmem gerekirdi çünkü üç sınav var. Eğer 3'e bölseydim doğru olacaktı.
7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**
8 D13: Şu anda aklıma başka bir çözüm gelmiyor.
9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 D13: Yine böyle anlatırdım. Ama üç sınav olduğu için toplanıp 3'e bölünmesi gerektiğini söylerdim. Çünkü ortalama hesaplanırken bütün sayılar toplanıp kaç sayı varsa ona bölünür.

Görüldüğü gibi, D13 problemin çözümüne yönelik yaptığı işlemlerin anlamını tam olarak açıklayamamıştır (2 ve 4). Öğrenci bazı işlemlerinin anlamsız olduğunu fark ederek yanlış yaptığını belirtmesine rağmen (6), kendisini doğru cevaba ulaştıracak uygun bir strateji önerememiştir (8). Öğrencinin çözüme yönelik izlediği yolun doğru olduğuna inanmasının tek gerekçesi ortalama kavramına yönelik sahip olduğu "*bütün sayılar toplanıp kaç sayı varsa ona bölünür*" şeklindeki anlama yoludur (10). Bu doğrultuda öğrencinin mantıksal bir çıkarım yapamadığı ve sadece ezberlemiş olduğu kurala dayanarak dışsal şemayı kullandığı söylenebilir.

Şekil 3 deney grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan D38'in yazılı sınavda grafiklerle ilgili ikinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 3. D38'in Yazılı Sınavda İkinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 3'te görüldüğü gibi, D38 problemde verilen değerlerin toplamının %100 olmadığını ve bunun bir hata olduğunu belirtmiştir. Öğrenci grafikteki hatayı doğru olarak tespit etmekle birlikte bunun neden bir hata olduğunu açıklamamıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D38'in çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 D38: Grafikteki yüzdeleri topladım. Yüzdelerin toplamı 120 oluyor ama 100 olması gerekirdi. Bu bir hatadır.
2 **A: Bunun neden bir hata olduğunu düşünüyorsun? Biraz daha açıklayabilir misin?**
3 D38: Çünkü daire grafiklerinde hep %100 oluyor. Hep böyle gördük.
4 **A: Cevabının doğru olduğuna yani grafiğin %100 olması gerektiğine arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
5 D38: Böyle anlatırım, yüzdeleri toplarım %100'ü geçmiş hata derim. İkna olmazlarsa matematik kitabındaki grafikleri gösteririm.

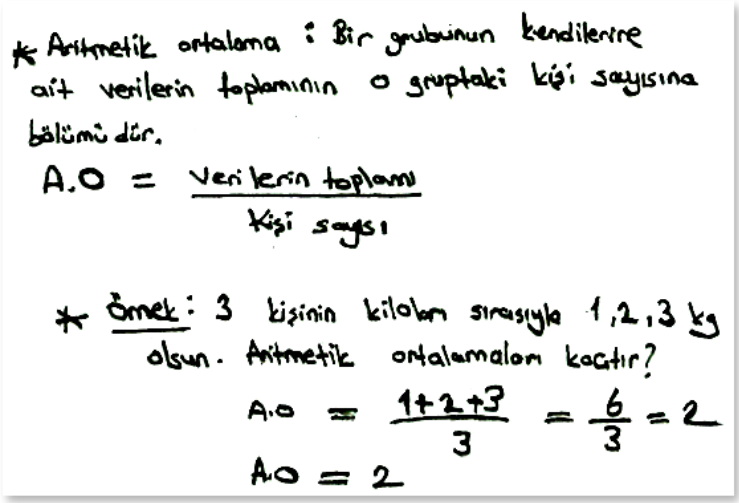
Görüldüğü gibi D38 grafikteki hatanın yüzdelerde olduğunu ve yüzdelerin %100'ü geçemeyeceğini belirtmiştir (1). Bununla birlikte öğrenci bunun neden bir hata olduğunu yeterince açıklayamamış ve daire grafiklerini hep %100 olarak gördüğünü belirtmiştir (3).

Öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için matematik kitabında yer alan grafikleri gösterebileceğini ifade etmesi (5), konu hakkındaki bilgisinin yüzeysel olduğunu ve bu konuyu daha önce hiç sorgulamadığını göstermektedir. Bu doğrultuda öğrencinin dışsal şemayı kullandığı söylenebilir.

7.1.2. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Sergiledikleri Anlama ve Düşünme Yolları

Bu bölümde, kontrol grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre seçilen üç öğrenci K_1 (*orta*), K_{12} (*yetersiz*) ve K_{38}'in (*geçersiz*), yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere getirdikleri çözüm örneklerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek kullandıkları doğrulama şemaları modellenmiştir.

Şekil 4 kontrol grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan K_1'in yazılı sınavda ortalama ile ilgili dördüncü probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4. K_1'in Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4'te görüldüğü gibi, K_1 aritmetik ortalama kavramının anlamına ilişkin herhangi bir açıklama yapmamış, sadece ortalamanın nasıl hesaplanacağını açıklayarak bir örnek vermiştir. Yapılan görüşmede ise öğrencinin ortalamanın anlamına yönelik açıklamalar yaparak dışsal ve analitik şemaları bir arada kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 K_1: Aritmetik ortalama bulunurken tüm veriler toplanır ve toplam veri sayısına bölünür. Bulduğumuz bu değer ortalamadır.

2 **A: Peki, aritmetik ortalama bulunurken neden sayılar toplanır ve veri sayısına bölünür? Bulduğumuz sayının anlamı nedir?**

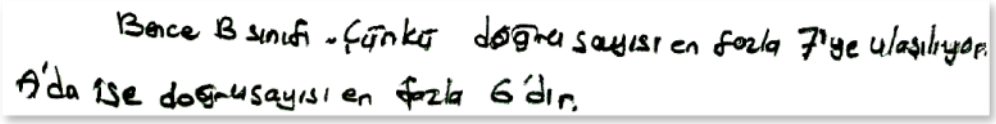
3 K_1: Verilen sayıların ortak yeri olarak sayılabilir. Tam olarak açıklayamam ama örneğin, sınav notlarımızın ortalamasını aldığımızda bizim başarımızı belirler. Ya da mesela bir hafta içinde tüm günlerin hava sıcaklıklarının aritmetik ortalaması hesaplanabilir. Bu gibi şeylerde kullanıyoruz. Ama neden öyle hesapladığımızı hiç düşünmedim. Bilmiyorum.

4 **A: Verilen sayıların ortak yeri olabileceğini söyledin. Ne demek istediğini biraz daha açıklayabilir misin?**

5 K_1: Yani ortalama hesaplayarak tek bir veriye ulaşırız ve böylece tüm verilere bakmadan tek bir veri bize kolaylık sağlayabilir. Hepsine tek tek bakacağımıza tek bir veriye baktığımız zaman daha avantajlı.
6 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
7 K_1: Nasıl hesaplanacağını yine bu şekilde anlatırım ve örnek veririm. Bence onlar anlayacaktır çünkü biz hep böyle öğrendik.

Görüldüğü gibi, K_1 öncelikle aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağını açıklamış (1), daha sonra araştırmacının sorusu üzerine (2), kavramın anlamına yönelik açıklamalar yapmaya çalışmıştır. Öğrencinin ortalama kavramı için "*sayıların ortak yeri, tek bir veriye dönüşümü*" gibi ifadeleri kullanması ve bu doğrultuda örnekler vermesi (3 ve 5), mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Bununla birlikte, ortalama bulunurken yapılan işlemlerin anlamını açıklayamaması ve "*derste hep böyle öğrendik*" ifadesini kullanması (7), öğrencinin ortalama kavramı ile ilgili yetersiz anlama yollarına sahip olduğunu ve dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 5 kontrol grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan K_{12}'nin yazılı sınavda merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili altıncı probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 5. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü

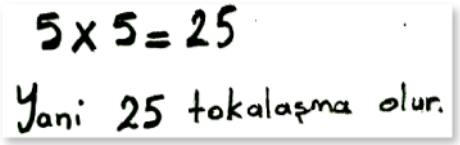
Şekil 5'te görüldüğü gibi K_{12} iki sınıfın başarısını karşılaştırırken sadece grafiklerin yatay eksenlerindeki değerleri (doğru sayılarını) dikkate almıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**
2 K_{12} B sınıfını daha başarılı buldum. Çünkü doğru cevap sayısı en fazla olan sınıf oydu.
3 **A: Peki, B sınıfında doğru cevap sayısının daha fazla olduğuna nasıl karar verdin?**
4 K_{12} Mesela B sınıfında en azla 7 doğru yapan var. A sınıfında ise en fazla 6 doğru yapan var. Burada hiç işlem yapmadan B demiştim. En fazla doğru B sınıfında var, 7 doğru. A sınıfında en fazla 6 doğru olduğu için B yaptım.
5 **A: Yani karar verirken sadece yatay eksendeki doğru sayılarına mı baktın?**
6 K_{12} Evet. B sınıfı 7'ye kadar gittiği için onu seçtim.
7 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
8 K_{12} Bence grafikte gözüküyor kimin daha başarılı olduğu. İşlem yapmaya gerek yok. B sınıfı 7'ye kadar gitmiş. A sınıfı 6'da kalmış. O yüzden B daha başarılı. Dediğim gibi bu zaten görülebilen bir şey, ikna olurlar.

Görüldüğü gibi K_{12} iki sınıfı karşılaştırırken doğru cevap sayılarına baktığını (2), ancak bunu yaparken sadece yatay eksendeki değerleri dikkate aldığını belirtmiştir (4 ve 6). Öğrencinin doğru cevap sayılarını değerlendirirken kişi sayısını dikkate almayarak herhangi bir hesaplama yapmaması, onun görsel algılarıyla hareket ettiğini ve sadece grafiğin

görünümünden etkilendiğini göstermektedir. Öğrencinin "*grafikte gözüküyor kimin daha başarılı olduğu*" ve "*bu zaten görülebilen bir şey*" gibi ifadeler kullanması da bu durumu destekler niteliktedir (8). Bu doğrultuda öğrencinin deneysel şemayı kullandığı söylenebilir.

Şekil 6 kontrol grubu öğrencilerinden ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan K38'in yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili yedinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 6. K38'in Yazılı Sınavda Yedinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 6'da görüldüğü gibi K38'in problemin çözümüne yönelik yaptığı işlemler anlamlı değildir ve doğru cevaba ulaşamamıştır. Öğrenci yaptığı işlemlerin anlamını açıklamadığı için herhangi bir strateji izlediğini söylemek mümkün değildir. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K38'in çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 K38: Soruda 5 arkadaşı katılmış demiş, ben de 5 ile 5' i çarpıp 25 tokalaşma olduğunu bulmuşum.
2 **A: Peki, neden 5 ile 5'i çarptın? Biraz daha açıklayabilir misin?**
3 K38: Çünkü 5 kişi olduklarından dolayı hani hepsi 5'er kez tokalaşır diye o şekilde düşünmüştüm galiba.
4 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
5 K38: Pek emin değilim. Böyle sorularda permütasyon kullanıyorduk sanki ama nasıl hesaplanacağını unuttum. Başka bir şey aklıma gelmiyor. Doğru mu peki cevabım?
6 **A: Ben yorum yapamam. Peki permütasyon nedir ve sence bu soruda neden kullanılmalıdır? Biraz daha açıklayabilir misin?**
7 K38: Permütasyon sıralama demekti sanırım. Burada sırayla tokalaşacakları için olabilir diye düşündüm. Ama nasıl uygulayacağımı bilmiyorum.
8 **A: Peki, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
9 K38: Bilmiyorum hocam emin değilim, bence permütasyon kullanmaları daha iyi olabilir.

Görüldüğü gibi K38 yaptığı işlemlerin anlamını tam olarak açıklayamamış ve cevabının doğrulundan emin olamayarak araştırmacının onayını beklemiştir (3 ve 5). Öğrenci yeni bir çözüm yolu olarak permütasyon kullanmayı önermiş (5) ancak permütasyonu probleme nasıl uygulayacağını açıklayamamıştır (7). Buna göre, öğrencinin permütasyon kavramı ile ilgili yüzeysel bir bilgiye sahip olduğu ve arkadaşlarını ikna etmek için anlamını tam olarak açıklayamadığı bir bilgiye güvendiği için dışsal şemayı kullandığı söylenebilir (9).

Uygulama öncesi yapılan ön görüşmeler genel olarak değerlendirildiğinde, ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problemleri çözme sürecinde belirli bir strateji izlemekle birlikte doğru sonuca ulaşamadıkları, *yetersiz* ve *geçersiz* kategorilerinde yer

alan öğrencilerin ise, belirli bir strateji izlemeden çözüme yönelik bazı işlemler yaptıkları tespit edilmiştir. Ayrıca her iki gruptaki öğrencilerin problemlere yönelik çözümlerini doğrulamak için genellikle ezberlemiş oldukları yüzeysel bilgilere dayanan açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler bu bilgileri kullanarak doğru cevaba ulaşsalar bile, yaptıkları işlemlerin anlamı sorgulandığında genellikle muhakeme yapamamış ve cevaplarını dışsal şemayı kullanarak doğrulamaya çalışmışlardır. Kullanacakları herhangi bir formül ya da bilgiyi tam olarak hatırlayamadıklarında ise, ya örnekler vererek ya da o anda doğru olduğunu hissettikleri işlemleri yaparak sonuca ulaşmaya çalışmış ve deneysel şemayı kullanmışlardır.

Araştırmanın ikinci alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri ile doğrulama becerileri ne düzeydedir?*"şeklinde belirlenmiştir. Bu doğrultuda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) belirlenmiştir. Tablo 10 her iki grubun uygulama sonrası ADYP'ye ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 10. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri (ADYP)									
	Çok İyi		**İyi**		**Orta**		**Yetersiz**		**Geçersiz**	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney	10	25	18	45	11	27.5	1	2.5	-	-
Kontrol	-	-	13	32.5	23	57.5	4	10	-	-

Tablo 10'a göre, deney grubu öğrencilerinin yarısından fazlası (%70) anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer almaktadır. Kontrol grubu öğrencilerinin ise, sadece %32.5'i *iyi* kategorisinde yer alırken, %57.5'i *orta* kategorisinde yer almakta ve *çok iyi* kategorisinde hiç öğrenci bulunmamaktadır. Ayrıca her iki grupta da *geçersiz* kategorisinde hiç öğrenci bulunmamakla birlikte, kontrol grubunun %10'u, deney grubunun ise sadece %2.5'i *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır.

İkinci alt problem çerçevesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları da belirlenmiştir. Tablo 11 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 11. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		**Deneysel**		**Analitik**		**Boş**		**Toplam**	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney	194	32.33	151	25.17	163	27.17	92	15.33	600	100
Kontrol	202	33.67	156	26	71	11.83	171	28.50	600	100
Genel	396	33	307	25.58	234	19.50	263	21.92	1200	100

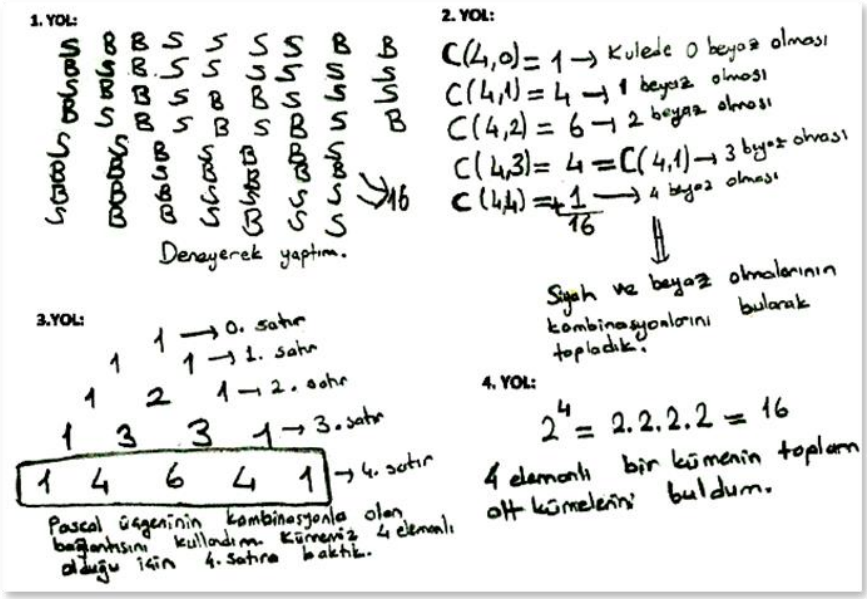
Tablo 11'de görüldüğü gibi, uygulama sonrası deney ve kontrol grubu öğrencilerinin dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları birbirine çok yakındır. Bununla bir-

likte, deney grubu öğrencilerinin analitik şemayı kullanma oranının kontrol grubu öğrencilerine göre çok daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca deney grubu öğrencileri problemlere ilişkin çözümlerinde %15.33 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmazken, kontrol grubu öğrencilerinde bu oran %28.50'dir. Sonuç olarak, her iki grupta da en çok dışsal şema kullanılırken; kontrol grubunda en az analitik şema kullanılmıştır. Deney grubunda ise, analitik ve deneysel şemalar birbirine çok yakın oranlarda kullanılmıştır.

Araştırmada uygulama öncesi görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencileri ile uygulama sonrası anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla yeniden görüşülmüştür. Böylece öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarında bir farklılık olup olmadığı belirlenmiş ve her iki grupta gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi yakından incelenmiştir. Aşağıda uygulama sonrası yapılan görüşmelere ait bulgular sunulmuştur.

7.1.3. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yapılan Görüşmelerde Sergiledikleri Anlama ve Düşünme Yolları

Şekil 7'de uygulama sonrası ADYP'ye göre *çok iyi* kategorisinde yer alan D_4'ün yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili sekizinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 7. D_4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 7'de görüldüğü gibi, D_4 probleme ilişkin 4 farklı çözüm yolu önermiş ve doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır. Birinci yolda *deneme-yanılma* stratejisini, diğer yollarda ise kombinasyonu kullanmıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 D_4: Birinci yolda kuleleri tek tek çizmişim. Burada 16 tane bulmuşum.
2 **A:** **Bu kuleleri çizerken belirli bir yol izledin mi? Bütün kuleleri bulduğuna nasıl emin oldun?**
3 D_4: Aslında şu anda hatırlamıyorum nasıl bir yol izlediğimi. O anda kafama göre yaz-

mışım herhalde. Şimdi baktığımda siyah sayılarını arttırarak yazmış olabilirim gibi geldi ama emin değilim. İkinci yolda kombinasyonu kullandım. Kombinasyonları sırasıyla yazmışım. Kulede 0 beyaz olması, 1 beyaz olması, 2 beyaz olması, böyle devam etmişim. Bütün olasılıkları bulup toplamışım. Yine 16'yı bulmuşum.

4 **A: Bu problemde kombinasyonu kullanmaya nasıl karar verdin?**

5 D4: Kombinasyon seçim yapmak demekti. Aynı zamanda bir kümenin alt kümelerini bulmak diye öğrenmiştik. Derste çözdüğümüz problemler aklıma geldi. Mesela etkinlikte bir problem vardı, hani 5 kişilik ekipte en çok 3 kız öğrenci olmasını istiyordu. Kızların sayısını 3, 2, 1, … diye azaltarak bütün olasılıkları bulmuştuk. Bu da ona benziyor. Beyazların sayısını arttırarak gittim. Kulede 4 küp olacağı için 4 elemanımız var. Bunların siyah ve beyaz olma olasılıklarını buldum. Sonra hepsini topladım.

6 **A: Peki, üçüncü yolda ne yaptığını açıklayabilir misin?**

7 D4: Aslında bu ikinci yolla aynı. Yine kombinasyonu kullandım. Pascal üçgeni kombinasyonların hesaplanmış halini veriyordu bize. Daha pratik hem. Kümemiz 4 elemanlı olduğu için 4. satıra bakmamız yeterli. Buradaki sayıları topladım, 16'yı buldum.

8 **A: Bu üçgen kombinasyonların hesaplanmış halini nasıl veriyor? Biraz daha açıklayabilir misin?**

9 D4: Hocam şöyle mesela bu satırda 1- 4- 6- 4 -1 var. En baştaki 1, C(4,0) yani 4 elemandan hiç birinin beyaz olmamasını gösterir. Diğeri C(4,1) yani 4 elemandan birisinin beyaz olması, C(4,2) iki beyaz olması, böyle devam ediyor. Aslında tam tersi de düşünülebilir. Hiç siyah olmaması, bir siyah olması o zaman da aynı sonuç çıkar. 4. yol da bunun devamı gibi aslında. Bu satırdaki sayıların toplamını bulmak için 2'nin kuvvetini alabiliyorduk. Her satır 2'nin bir kuvveti. Mesela 0. satır 2'nin 0. kuvveti yani 1'dir. Birinci satır 2'nin birinci kuvvetini verir, 4. satır da 2'nin 4. kuvveti yani 16 olur.

10 **A: Yazılı kağıdında 4 elemanlı bir kümenin toplam alt kümelerini buldum demişsin. Ne demek istediğini biraz daha açıklayabilir misin?**

11 D4: Daha önce de söylediğim gibi kombinasyon hem seçim yapmak, hem de alt küme sayısını bulmak demektir. Hani hocam 6. sınıfta bir kuralımız vardı 2 üssü n diye. Kümemiz kaç elemanlı ise n yerine onu yazıyorduk. Bütün alt kümelerinin sayısını buluyorduk. Bu yılda gördük zaten, yapmıştık derste. Aslında onu anlatmaya çalışmışım burada.

12 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

13 D4: Düşünüyorum. Çünkü mantıklı geldi bana. Zaten bütün yollarımda sonuç aynı çıktı. Doğru olmasaydı böyle çıkması olanaksızdı bence.

14 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

15 D4: Benim bildiğim yollar bunlar. Şimdilik aklıma başka yol gelmiyor. Ama düşünürsem daha sonra başka yollar da bulabilirim belki.

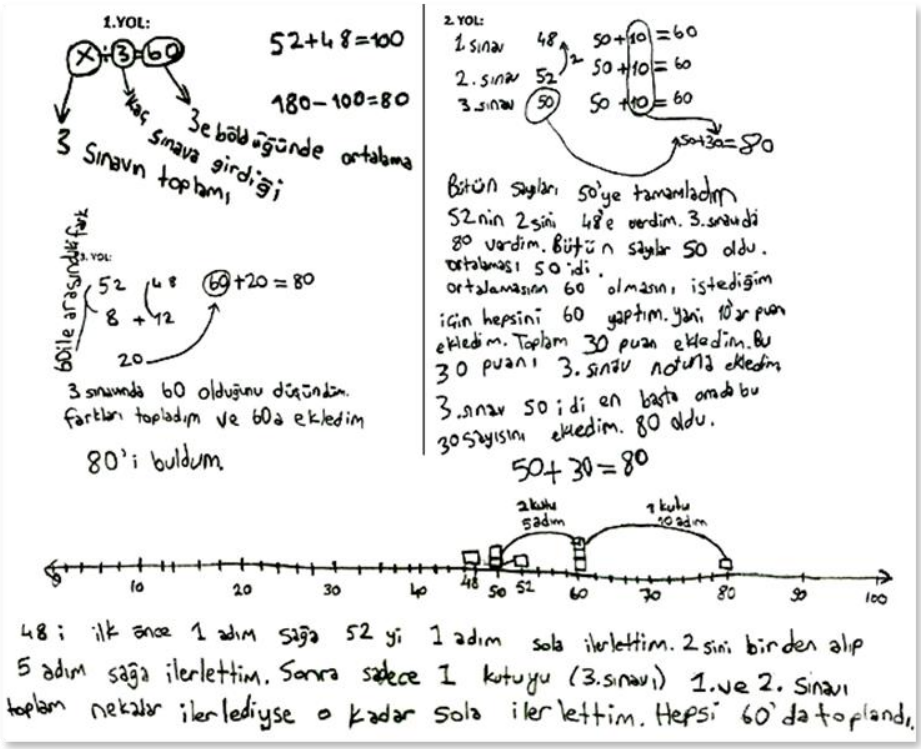
16 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

17 D4: Bence mutlaka birinden birine ikna olurlar. Yolların hepsi mantıklı. Önce kombinasyonla anlatırım. Anlamazlarsa tek tek çizerek gösteririm buradaki gibi.

Görüldüğü gibi D4 bütün çözüm yollarını ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Birinci çözümde belirli bir strateji izlemediğini belirtirken, ikinci çözümde kombinasyonu nasıl kullandığını açıklamıştır (3). Öğrencinin kombinasyonun *seçim yapma* ve *alt küme sayı-*

sını bulma anlamlarını kullanarak farklı çözüm yolları üretmesi ve derste daha önce öğrendiği stratejileri, karşılaştığı yeni bir problemde kullanabilmesi (5, 7 ve 11), öğrendiklerini içselleştirdiğini ve kombinasyon kavramı ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduğunu göstermektedir. Bu nedenle öğrencinin çok yönlü düşünebildiği söylenebilir. Ayrıca, verdiği cevapların mantıklı ve ikna edici olduğunu düşünmesi (13 ve 17) ve başka çözüm yolları da bulabileceğini belirtmesi (15), öğrencinin kendinden oldukça emin olduğunu göstermektedir. Buna göre, yaptığı açıklamalar doğrultusunda D_4'ün analitik şemayı kullandığı söylenebilir.

Şekil 8'de deney grubu öğrencilerinden uygulama sonrası ADYP'ye göre *iyi* kategorisinde yer alan D_{13}'ün ortalama ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 8. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 8'de görüldüğü gibi, D_{13} probleme yönelik 4 farklı çözüm yolu önermiştir. Birinci yolda *ters işlem*, ikinci ve üçüncü yolda *ortalamaya olan uzaklıklardan yararlanma* ve dördüncü yolda *denge noktasını bulma* stratejilerini kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin deneysel ve analitik şemaları bir arada kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{13}'ün açıklamalarından alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 D_{13}: Birinci yolda şöyle yaptım. Bu zaten üçe bölündüğünde alınan ortalama. Buna göre, 3 sınavın toplamı 180 olmalı ve ilk iki sınavın toplamını çıkarırsak üçüncü sınavı 80 buluruz. İkinci yolda, üç sınavın da 60 olduğunu düşündüm. 52'yi 60'a tamamlamak için 52'ye 8 değer verdim. 48'i de 60'a tamamlamak için 12 verdim. Bunları da 60 ile topladım yani 60 ile 20'yi topladım ve 80 buldum.

2 **A: Neden hepsini 60 kabul ettin ve 60'a tamamlamaya çalıştın? Biraz daha açıklayabilir misin?**

3 D13: Üç sınavın da 60 olduğunu düşünürsek, ortalama 60 olur. Çünkü not ortalamasını 60 yapmaya çalışıyoruz. Yani en ideal böyle olur. Ortalamayı bulurken sayıları toplayıp böldüğümüzde zaten hepsini aynıymış gibi kabul etmiş oluyoruz yani hepsini aynı yapıyoruz. Yani üçünü toplayınca 180 olur. 180'i de 3'e bölersek yine 60'ı buluruz.

4 **A: Peki, 60 ile 20'yi neden topladın?**

5 D13: Çünkü ortalama 60 olacak, ortalamayı 60 yapmak için ekledim. Üçüncü sınavı da 60 gibi düşünmüştük başta. Ama aslında 60 değil 80 olması gerek, eksikleri tamamlamak için. Onun için, topladığım o eksikleri 60'a ekledim ve üçüncü sınavın kaç olması gerektiğini buldum.

6 **A: Peki, 3. ve 4. yollarda ne yaptığını açıklayabilir misin?**

7 D13: Üçüncü yolda önce hepsini 50'ye tamamladım. 52'nin 2'sini 48'e verdim. Burada 50 kaldı, burada da 50 kaldı. Bu ikisi 50'yi tamamladı, üçüncü sınava da ben 50 verdim. Sonra 60'a tamamlamak için, yani üçünü de 60 yapmak için hepsine 10 ekledim. Sonra 50'ye 30 ekleyerek 80 buldum.

8 **A: Peki, burada neden hepsini 50 yapmaya çalıştın?**

9 D13: İlk iki sınav belli zaten. Bunların ortalaması 50 oluyor. Üçüncüyü de 50 kabul edersek üçünün ortalaması 50 olur. Ama biz 60 olmasını istiyoruz. 60'a ulaşması için hepsini 10 arttırırız. Böylece toplam 30 eksiğimiz olur. Bunu üçüncü sınavdan telafi edebiliriz. 50 ile 30'u toplarsak 80'i buluruz. Dördüncü yolda yine sayıları 60'ta toplamaya çalıştım. Önce 48 ile 52'yi 50'de topladım. Sonra ikisini alıp 5 adım götürerek 60'a ulaştırdım. Üçüncü sınavı da birinci ve ikinci sınavı ne kadar ilerlettiysem o kadar sola ilerlettim. İki kutu 5'er adım ilerlediği için, bu kutuyu 10 adım ilerlettim. Ona göre yaptım. Üçüncü sınavı 80 buldum.

10 **A: Burada sayıları neye göre ilerlettin? Biraz daha açıklayabilir misin?**

11 D13: Aslında ben burada şeyi yapmaya çalıştım. Hani derste bir etkinlikte farklı dağılımlar buluyorduk, ortalama değişmiyordu. Onun gibi yapmaya çalıştım. Şimdi ortalama 60 olacak, o değişemez. Diğer sınavları 60'ta toplamamız gerek ama dengeyi bozmadan. Onun için sağa ne kadar gidersek, sola da o kadar gitmeliyiz. Tam anlatamıyorum şimdi ama böyle buldum yani.

12 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

13 D13: Anlamlı olduğunu düşünüyorum. Sağlamasını yaparsak da doğru olduğu anlaşılır zaten. Üç sınavı toplayıp 3'e böldüğümüzde ortalama yine 60 çıkar.

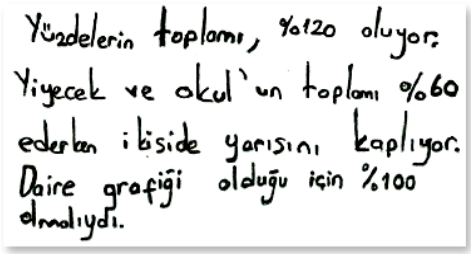
14 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

15 D13: Yaptığım yolları anlatırım. İkna olmazlarsa sağlamasını yapar kanıtlarım.

Görüldüğü gibi D13 önerdiği çözüm yollarını detaylı bir şekilde anlatmış ve yaptığı işlemlerin anlamını açıklayabilmiştir (3, 5, 9 ve 11). Öğrencinin farklı çözüm yolları sunması, aritmetik ortalama kavramı ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduğunu göstermektedir. Bu anlama yollarının ortak özelliği ise, *sayıları eşitleme* mantığına dayanmalarıdır ve bu özellik aynı zamanda öğrencinin ortalama kavramı ile ilgili sahip olduğu düşünme yolunu yansıtmaktadır. Araştırmacının neden bütün sayıları 60 kabul ettiği sorusu üzerine (2), öğrencinin "*ortalamayı bulurken sayıları toplayıp böldüğümüzde zaten hepsini aynıymış gibi kabul etmiş oluyoruz yani hepsini aynı yapıyoruz*" şeklindeki ifadesi (3), bu durumu destekler niteliktedir. Yaptığı bu açıklamalar doğrultusunda, öğrencinin muhakeme yaptığı ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte, araştırmacının

arkadaşlarını nasıl ikna edeceği sorusu üzerine (14), öğrencinin işlem yaparak bulduğu sonucun sağlamasını yapabileceğini ifade etmesi (15) onun aynı zamanda deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 9 deney grubu öğrencilerinden uygulama sonrası ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan D38'in grafiklerle ilgili ikinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 9. D38'in Yazılı Sınavda İkinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 9'da görüldüğü gibi, D38 yüzdelerde hata olduğunu belirtmiş ancak bunun neden bir hata olduğunu tam olarak açıklamamıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D38'in yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

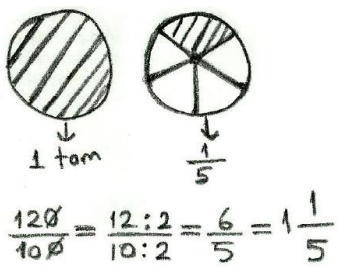
1 D38: Hocam burada yüzdelerin toplamı, normalde %100 olması gerekirken %120 oluyor. Orada hata var. Yiyecekle okulun toplamı %60 oluyor ama normalde yarısını kaplıyor. Yani %50 olması gerekirdi. O aklıma geldi.

2 **A: Daire grafiği olduğu için %100 olmalı demişsin. Neden %100 olması gerektiğini düşünüyorsun? Biraz daha açıklayabilir misin?**

3 D38: Hocam şimdi %100 bir tam yani bir bütündür. Oradan aklıma geldi benim. Normalde şimdi eğer mesela %120 olacaksa yanına bir tane daha çizip göstermeliydik devamı olarak.

4 **A: Nasıl olacağını gösterebilir misin?**

5 D38: Yani hocam %100 bir tam, yani bu dairenin tamamıdır. Eğer %120 diyorsa bir tane daha yuvarlak yapmalıydı çünkü tamı geçmiş (*kağıda çizer*). Hani kesirleri gösterirken yapıyorduk ya ben öyle düşündüm. Kesir olarak yaptım. Sadeleştirdim. Bir tam, bir bölü 5 oluyor. Yani bir bütünü geçmiş. Ben böyle düşündüm.



Şekil 10. D38'in Görüşmede İkinci Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm

6 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

7 D38: Evet, düşünüyorum çünkü bir tamı geçmiş. Bu tek bir dairede gösterilemez.

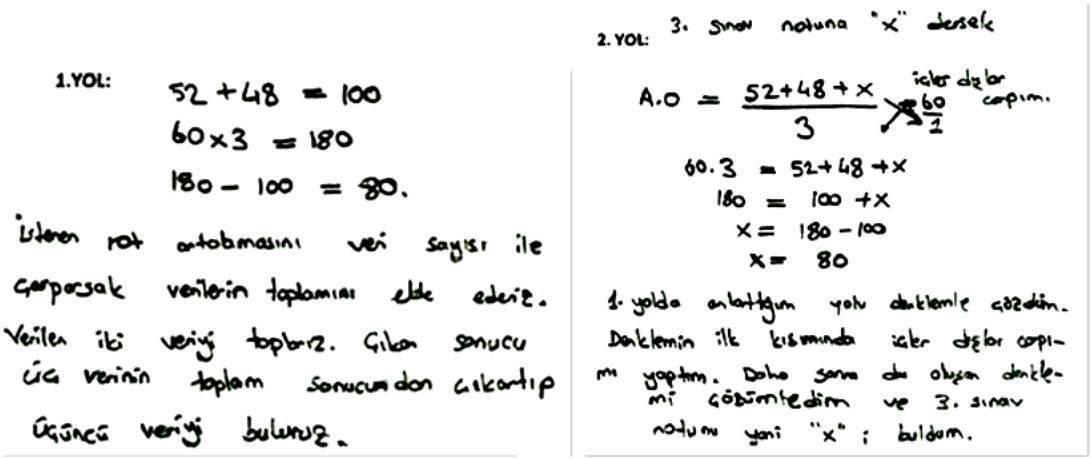
8 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

9 D38: Ben böyle anlatırım hocam. Aklıma başka bir şey gelmiyor.

Görüldüğü gibi, D38 grafiğin neden %100 olması gerektiğini açıklarken %100'ü bir kesir olarak yorumlamış ve onun 1 tam'a (bir daireye) eşit olduğunu ve bu nedenle %120'yi göstermek için ikinci bir daireye daha ihtiyaç olduğunu ifade etmiştir (3 ve 5). Burada öğrencinin cevabını doğrulamak için daha önce öğrenmiş olduğu kesirler konusu ile ilişki kurması ve bu ilişkiyi açık ve net bir şekilde göstermesi, onun akıl yürüterek mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

7.1.4. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yapılan Görüşmelerde Sergiledikleri Anlama ve Düşünme Yolları

Şekil 11 kontrol grubu öğrencilerinden uygulama sonrası ADYP'ye göre *iyi* kategorisinde yer alan K1'in ortalama ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 11. K1'in Yazılı Sınavda Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 11'de görüldüğü gibi, K1 problemi iki farklı yoldan çözerek doğru sonuca ulaşmayı başarmıştır. Birinci yolda *ters işlem*, ikinci yolda ise *denklem kurma* stratejisini kullanmış ve çözümlerini ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin deneysel ve analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K1'in çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 K1: Birinci yolda ters işlem yaptım. 60 ile 3'ü çarptım, 180 buldum. Yani sınavların toplamını elde ettim. Sonra ilk iki sınavı toplayıp çıkardığımızda üçüncü sınavı buluyoruz. 80 alması gerekiyormuş yani. İkinci yol aslında birinci yolla aynı gibi. Burada oran-orantıdan bulmuşum. İçler dışlar çarpımı yapmışım. Önce aritmetik ortalama formülünü yazmışım, bilinmeyene x demişim. Sonra hani aritmetik ortalama 60 olduğuna göre, içer dışlar çarpımı yaparak cevabı bulmuşum. Denklem kurmuşum yani.

2 **A: Birinci yolda neden 60 ile 3'ü çarptın? Biraz daha açıklayabilir misin?**

3 K1: Üç sınavın toplamını bulmak için çarptım. Ters işlem yaptım yani. Bir sayı varmış 3'e bölününce 60 çıkmış. Bu sayı kaçtır? Bunu bulmak için çarparız. Zaten ortalamayı bulurken verileri toplayıp, veri sayısına bölüyorduk. İşte tam tersi, çarpınca verilerin toplamına geri dönmüş oluruz.

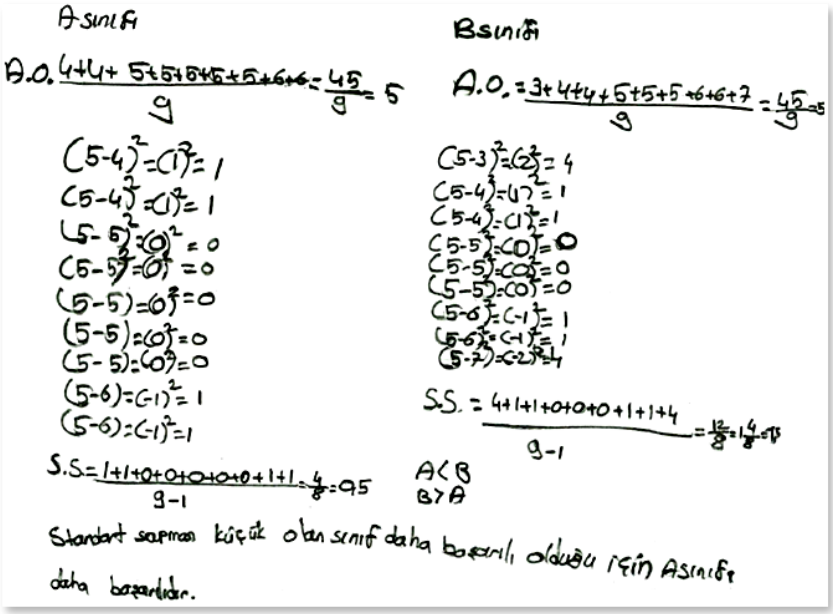
4 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

5 K1: Evet düşünüyorum. Çünkü sağlamasını yaparsak da ortalama 60 çıkıyor.

6 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**
7 K1: Ben başka bir yol bilmiyorum ama belki vardır.
8 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
9 K1: Birinci yoldan daha iyi anlayabilirler. Bilinmeyen olduğu için, ikinci yol karmaşık gelebilir. O yüzden birinci yoldaki gibi anlatırdım. İkna olmazlarsa bulduğumuz sonucun sağlamasını yapar, ispatlardım.

Görüldüğü gibi, K1 önerdiği çözüm yollarını ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Öğrenci iki farklı çözüm yolu önermiş olsa da, ikinci çözüm yolunda birincisine benzer bir mantık kullandığını ifade etmiştir (1). Buna göre, öğrencinin ortalama kavramı ile ilgili "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" mantığına dayalı bir düşünme yoluna sahip olduğu (3) ve bu düşünme yolunun, ortaya koyduğu anlama yolları ile uyumlu olduğu söylenebilir. Öğrencinin daha farklı bir çözüm yolu önerememesi (7), ortalama kavramı ile ilgili anlama yollarının yetersiz olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, yaptığı işlemlerin anlamını açıklayabilmesi, öğrencinin muhakeme yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Arkadaşlarını ikna etmek için birinci çözüm yolunu tercih etmesi ve bulduğu cevabın sağlamasını yapmayı önermesi ise (9), onun aynı zamanda deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 12 kontrol grubu öğrencilerinden uygulama sonrası ADYP'ye göre *iyi* kategorisinde yer alan K12'nin merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili altıncı probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 12. K12'nin Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 12'de görüldüğü gibi K12 iki sınıfı sadece standart sapmalarına göre karşılaştırarak, standart sapması küçük olan sınıfın daha başarılı olduğunu belirtmiş ancak bunun nedenini açıklamamıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K12'nin çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 K12: Burada iki sınıfın standart sapmalarını buldum. Aritmetik ortalamaları aynı olduğu

için standart sapmaya baktım. Standart sapması küçük olan daha başarılıdır dedim.

2 **A: Yazılı sınavda önce ortalamalarına baktığını belirtmemişsin? Neden önce ortalamalarına bakma gereği duydun?**

3 K12: Çünkü başarı için önce ortalamaya bakılır. Sonra ortalamalar eşitse standart sapmaya bakılır. Öyle öğrendik. Standart sapması küçük olan daha başarılı olur.

4 **A: Peki, neden standart sapması küçük olan daha başarılıdır?**

5 K12: Çünkü daha tutarlı olur, o yüzden daha başarılıdır.

6 **A: Tutarlılık ne demek? Nasıl daha tutarlı oluyor? Biraz daha açıklayabilir misin?**

7 K12: Tutarlılık düzendir, yani nasıl desem anlatamıyorum. Ortalamaları aynı olan gruplar için kimin daha tutarlı, başarılı olduğunu anlamak için standart sapmaya bakıyoruz. Standart sapma risk diye biliyorum. Onun için az olunca da iyi oluyor. Öyle öğrendim. O yüzden A sınıfı daha başarılı çıktı.

8 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

9 K12: Evet, düşünüyorum çünkü yaptığım hesaplamalar A sınıfının daha başarılı olduğunu gösteriyor.

10 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

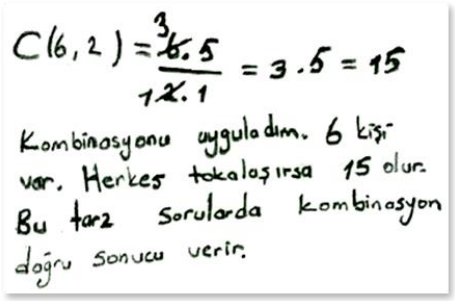
11 K12: Başka yol bilmiyorum.

12 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

13 K12: Önce ortalamalarına bakıyoruz. Aynı çıkarsa standart sapmalarına bakarız. Küçük olan daha başarılı oluyor. Derslerde böyle öğrenmiştik. Böyle anlatırdım.

Görüldüğü gibi, K12 iki sınıfı karşılaştırmak için önce ortalamalarına, sonra standart sapmalarına baktığını belirtmiştir (1). Neden önce ortalamaya baktığı sorulduğunda (2), öğrenci derslerde başarı için önce ortalamaya bakılması gerektiğini öğrendiğini ifade etmiştir (3). Araştırmacının standart sapmanın anlamına yönelik sorduğu sorulara (4 ve 6) ise, tatmin edici cevaplar verememiştir. Örneğin, önce standart sapması küçük olan sınıfın daha tutarlı olduğunu belirtmiş (5), fakat daha sonra tutarlılığın anlamını tam olarak açıklayamadığı için standart sapmanın risk anlamına geldiğini ve bu nedenle az olmasının, sınıfı daha başarılı yapacağını ifade etmiştir (7). Bu durum, öğrencinin standart sapma kavramı için kullandığı tutarlılık ve risk sözcüklerinin anlamını tam olarak kavrayamadığını ve bu kavramlara ilişkin bilgisinin yüzeysel yani ezbere dayalı olduğunu göstermektedir. Öğrencinin verdiği cevaplarda sıklıkla "*derste böyle öğrenmiştik*" ifadesini kullanması (7 ve 13) da, bu durumu destekler niteliktedir ve onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 13 kontrol grubu öğrencilerinden uygulama sonrası ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan K38'in olası durumları belirleme ile ilgili yedinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 13. K38'in Yazılı Sınavda Yedinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 13'te görüldüğü gibi, K_{38} problemi kombinasyonu kullanarak çözmüş ve doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır. Yapılan görüşmede öğrencinin dışsal ve deneysel şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{38}'in çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 K_{38}: Bu soruda kombinasyon yapmışım. 6'nın 2'lisini almışım. Cevabı 15 bulmuşum.
2 **A: Kombinasyon ne anlama geliyor?**
3 K_{38}: Tam hatırlayamıyorum ama seçim yapmaktı galiba.
4 **A: Peki, bu problemde neyi seçtiğini açıklayabilir misin?**
5 K_{38}: Tokalaşma sayılarını bulmuş olduk ama bilemiyorum. Şu anda aklıma bir şey gelmiyor.
6 **A: Peki, burada 6'nın 2'lisi ne anlama geliyor? Açıklayabilir misin?**
7 K_{38}: Bilemiyorum ki şimdi. 6 toplam kişi sayısı, 2 de iki kez tokalaşacakları anlamına geliyor olabilir mi?
8 **A: Neden iki kez tokalaştıklarını düşünüyorsun?**
9 K_{38}: Hani hocam mesela Dilek arkadaşı ile tokalaşıyor. Sonra arkadaşı da Dilek ile tokalaşacak. Ben öyle düşündüm.
10 **A: Peki bu soruda kombinasyon kullanmaya nasıl karar verdin?**
11 K_{38}: Derste böyle bir soru çözmüştük oradan aklıma geldi.
12 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**
13 K_{38}: Başka bir yol aklıma gelmiyor hocam.
14 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
15 K_{38}: Düşünüyorum çünkü derste de böyle yapıyorduk.
16 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
17 K_{38}: Yine böyle anlatırım. Başka bir şey söylemem.

Görüldüğü gibi, K_{38} çözüme yönelik yaptığı işlemlerin anlamını tam olarak açıklayamamıştır. Öğrenci kombinasyonun *seçim yapmak* anlamına geldiğini belirtmiş (3), ancak problemde neyi seçtiğini ve 6'nın 2'lisi ifadesinin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde açıklayamamıştır (5, 7 ve 9). Buna göre, öğrencinin kombinasyon kavramını anlamlı bir şekilde öğrenemediği ve bilgilerinin yüzeysel olduğu söylenebilir. Öğrencinin sadece derste benzer bir problem çözüldüğü için kombinasyon kullanmaya karar vermesi (11) ve aynı gerekçeyle cevabının doğru olduğunu düşünmesi (15), dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Ayrıca öğrencinin problem için başka bir çözüm yolu önerememesi (13), çok yönlü düşünemediğini ve kombinasyon ile ilgili anlama yollarının yetersiz olduğunu göstermektedir.

Uygulama sonrası yapılan görüşmeler genel olarak değerlendirildiğinde, deney grubu öğrencileri problemler için genellikle birden fazla çözüm yolu önererek yaptıkları işlemlerin anlamını açıklarken, kontrol grubu öğrencileri ise genellikle tek bir çözüm yolu önerebilmişlerdir. Bu durum, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduklarını ve kontrol grubu öğrencilerine göre öğrendiklerini daha fazla içselleştirerek yeni durumlarda kullanabildiklerini göstermektedir. Ayrıca deney grubu öğrencileri sahip oldukları anlama yolları ile uyumlu olarak, analitik şemaları kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla kullanmış ve iddialarını doğrulamak için mantıksal çıkarımlara dayanan açıklamalar yapmışlardır. Kontrol grubu öğrencileri ise genellikle derste öğrendikleri kurallara ya

da sezgilerine dayanan açıklamalar yaparak dışsal veya deneysel şemaları kullanmışlardır. Sonuç olarak, görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama seviyeleri ile problem çözme ve doğrulama becerilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha üst seviyede olduğu söylenebilir.

7.2. ADYBT'den Elde Edilen Nicel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi **"***Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Buna göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını incelemek amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Tablo 12'de bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 12. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Deney	40	41.18	9.030			
Kontrol	40	32.70	5.902	78	4.969	0.000

Tablo 12'ye göre deney ve kontrol grupları arasında uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri açısından anlamlı bir farklılık olduğu söylenebilir ($p = 0{,}000 < 0{,}05$). İki grubun ortalamaları karşılaştırıldığında, bu farkın deney grubu lehine olduğu görülmektedir (*deney = 41,18 ve kontrol = 32,70*). Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırmada, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu söylenebilir.

Araştırmanın dördüncü alt problemi *"Deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?"*şeklinde belirlenmiştir. Tablo 13'te deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası ADYP'ye ilişkin frekans ve yüzde değerleri gösterilmiştir.

Tablo 13. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolları Profillerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
	Çok İyi		**İyi**		**Orta**		**Yetersiz**		**Geçersiz**	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	-	-	-	-	5	12.5	24	60	11	27.5
Uygulama Sonrası	10	25	18	45	11	27.5	1	2.5	-	-

Tablo 13'te görüldüğü gibi, uygulama öncesi deney grubu öğrencilerinin neredeyse tamamı (%87.5) *yetersiz* ve *geçersiz* kategorilerinde yer alırken, uygulama sonrası sınıfın yarısından fazlası (%70) *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer almaktadır. Deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası profilleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 14'te bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 14. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkili t Testi Sonuçları

	N	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	sd	t	p
Uygulama Öncesi	40	16.65	7.454			
Uygulama Sonrası	40	41.18	9.030	39	-57.685	0.000

Tablo 14'e göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme profilleri arasında anlamlı bir farklılık olduğu söylenebilir (p = 0,000 < 0,05). Bu farkın yönünü belirlemek için uygulama öncesi ve sonrası puan ortalamalarına bakıldığında, deney grubunun 16.65 olan ortalamasının uygulama sonrası 41.18'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırdığı söylenebilir.

Araştırmanın beşinci alt problemi *"Kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Tablo 15'te kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası ADYP'ye ilişkin frekans ve yüzde değerleri gösterilmiştir.

Tablo 15. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolları Profillerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
	Çok İyi		**İyi**		**Orta**		**Yetersiz**		**Geçersiz**	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	-	-	-	-	7	17.5	26	65	7	17.5
Uygulama Sonrası	-	-	13	32.5	23	57.5	4	10	-	-

Tablo 15'te görüldüğü gibi, uygulama öncesi kontrol grubunda *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde bir öğrenci bulunmazken, uygulama sonrası sınıfın %32.5'i *iyi* kategorisinde yer almaktadır. Ayrıca uygulama öncesi sınıfın %17.5'i *orta* kategorisinde yer alırken, uygulama sonrası bu oranın %57.5'e yükseldiği görülmektedir. Kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası profilleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 16'da bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 16. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkili t Testi Sonuçları

	N	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	sd	t	p
Uygulama Öncesi	40	17.60	6.012			
Uygulama Sonrası	40	32.70	5.902	39	-99.957	0.000

Tablo 16'ya göre, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme profilleri arasında anlamlı bir farklılık olduğu söylenebilir (p = 0,000 < 0,05). Bu farkın yönünü belirlemek için uygulama öncesi ve sonrası puan ortalamalarına bakıldığında, kontrol grubunun 17.60 olan ortalamasının uygulama sonrası 32.70'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, normal öğretim sürecinin devam ettiği kontrol grubunda, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin arttığı söylenebilir.

Araştırmanın altıncı alt problemi

"Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklinde belirlenmiştir. Bu doğrultuda her iki grubun uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını incelemek amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Tablo 17'de bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 17. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Şemalar	**Gruplar**	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Deney	40	4.85	1.562			
	Kontrol	40	5.05	1.413	78	-0.601	0.550
Deneysel	Deney	40	3.78	1.544			
	Kontrol	40	3.90	1.646	78	-0.350	0.727
Analitik	Deney	40	4.08	3.316			
	Kontrol	40	1.78	1.577	78	3.962	0.000
Boş	Deney	40	2.30	2.377			
	Kontrol	40	4.28	2.230	78	-3.832	0.000

Tablo 17'ye göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemanın kullanımı açısından anlamlı bir farklılık olmadığı söylenebilir (p = 0,550 ve 0,727 > 0,05). Bununla birlikte, iki grup arasında analitik şemanın kullanımı açısından anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir (p = 0,000 < 0,05). Buna göre iki grubun ortalamaları karşılaştırıldığında (*deney = 4,08, kontrol =1,78*), bu farkın deney grubu lehine olduğu ve deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı daha fazla kullandıkları söylenebilir. Ayrıca, deney ve kontrol grupları arasında doğrulama şeması kullanılmayan çözümler açısından deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir (deney = 2,30 ve kontrol = 4,28; p = 0.000 < 0.05). Buna göre, doğrulama şeması kullanımı açısından deney grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerine göre problemleri daha az boş bırakmışlardır. Bu bulgular ışığında, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin doğrulama becerilerini geliştirmede ve problemlere yönelik çözümlerinde analitik şemayı kullanmalarında, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu söylenebilir.

Araştırmanın yedinci alt problemi *"Deney grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Tablo 18'de deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin frekans ve yüzde değerleri gösterilmiştir.

Tablo 18. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		**Deneysel**		**Analitik**		**Boş**		**Toplam**	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	138	23	94	15.67	45	7.50	323	53.83	600	100
Uygulama Sonrası	194	32.33	151	25.17	163	27.17	92	15.33	600	100

Tablo 18'de görüldüğü gibi, deney grubu öğrencileri uygulama öncesi problemlere yönelik cevaplarında %53.83 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmaz-

ken, uygulama sonrası bu oran %15.33'e düşmüştür. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığı görülmektedir. Bununla birlikte, öğrencilerin analitik şemayı kullanma oranları uygulama öncesine göre daha çok artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları ise daha az artmıştır. Buna göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin puanları karşılaştırmak amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 19'da bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 19. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına Ait İlişkili t Testi Sonuçları

Şemalar		N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Uygulama Öncesi	40	3.45	1.600			
	Uygulama Sonrası	40	4.85	1.562	39	-4.857	0.000
Deneysel	Uygulama Öncesi	40	2.33	1.366			
	Uygulama Sonrası	40	3.78	1.544	39	-4.294	0.000
Analitik	Uygulama Öncesi	40	1.13	1.017			
	Uygulama Sonrası	40	4.08	3.316	39	-6.211	0.000
Boş	Uygulama Öncesi	40	8.10	2.678			
	Uygulama Sonrası	40	2.30	2.377	39	17.447	0.000

Tablo 19'a göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemaları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık vardır ($p = 0{,}000 < 0{,}05$). Bu farkın yönünü belirlemek amacıyla uygulama öncesi ve sonrası ortalamalar karşılaştırıldığında; dışsal şemanın uygulama öncesi 3.45 olan ortalamasının uygulama sonrası 4.85'e yükseldiği, deneysel şemanın 2.33'ten 3.78'e yükseldiği, analitik şemanın ise 1.13'ten 4.08'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları uygulama öncesine göre daha fazla kullandıkları söylenebilir. Benzer şekilde, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranları arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir ($p = 0.000 < 0.05$). Uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin ortalamalar karşılaştırıldığında, uygulama öncesi 8.10 olan ortalamanın uygulama sonrası 2.30'a düşmesi, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası problemleri daha az boş bıraktıklarını göstermektedir. Bu bulgular doğrultusunda, DNR tabanlı öğretimin deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerini geliştirdiği ve analitik şemayı kullanma oranlarını arttırdığı söylenebilir.

Araştırmanın sekizinci alt problemi *"Kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Tablo 20'de kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin frekans ve yüzde değerleri gösterilmiştir.

Tablo 20. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	149	24.83	81	13.50	49	8.17	321	53.50	600	100
Uygulama Sonrası	202	33.67	156	26	71	11.83	171	28.50	600	100

Tablo 20'de görüldüğü gibi kontrol grubu öğrencileri uygulama öncesi problemlere yönelik cevaplarında %53.50 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmazken, uygulama sonrası bu oran %28.50'ye düşmüştür. Bu doğrultuda, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığı söylenebilir. Ayrıca kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları uygulama öncesine göre daha çok artarken, analitik şemayı kullanma oranları ise daha az artmıştır. Kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin puanları karşılaştırmak amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 21'de bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 21. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına Ait İlişkili t Testi Sonuçları

Şemalar		N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Uygulama Öncesi	40	3.73	1.710			
	Uygulama Sonrası	40	5.05	1.413	39	-4.411	0.000
Deneysel	Uygulama Öncesi	40	2.03	1.330			
	Uygulama Sonrası	40	3.90	1.646	39	-5.641	0.000
Analitik	Uygulama Öncesi	40	1.23	1.074			
	Uygulama Sonrası	40	1.78	1.577	39	-2.152	0.038
Boş	Uygulama Öncesi	40	8.03	2.236			
	Uygulama Sonrası	40	4.28	2.230	39	10.817	0.000

Tablo 21'de görüldüğü gibi, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemaları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık vardır. ($p = 0{,}000$ ve $0{,}038 < 0{,}05$). Bu farkın yönünü belirlemek amacıyla, uygulama öncesi ve sonrası ortalamalar karşılaştırıldığında; dışsal şema için uygulama öncesi 3.73 olan ortalamanın uygulama sonrası 5.05'e yükseldiği, deneysel şemanın ortalamasının 2.03'ten 3.90'a yükseldiği ve analitik şemanın ortalamasının 1.23'ten 1.78'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları uygulama öncesine göre daha fazla kullandıkları söylenebilir. Ayrıca, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranları arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir ($p = 0.000 < 0.05$). Uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin ortalamalar karşılaştırıldığında, uygulama öncesi 8.03 olan ortalamanın uygulama sonrası 4.28'e düşmesi, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası problemleri daha az boş bıraktıklarını göstermektedir. Bu bulgular doğrultusunda, normal öğretim sürecinin kontrol grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerini genel olarak geliştirdiği ve analitik

şemayı kullanma oranlarını arttırdığı söylenebilir.

8. Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmanın amacı, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda belirlenen birinci alt problem doğrultusunda yapılan analizler sonucunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profillerine göre *orta*, *yetersiz* ve *geçersiz* kategorilerinde yer aldıkları tespit edilmiştir. Buna göre, *geçersiz* kategorisinde yer alan öğrencilerin problemleri genellikle boş bıraktıkları ya da alakasız ve anlaşılmayan çözümler önerdikleri; *yetersiz* ve *orta* kategorilerinde yer alan öğrencilerin ise, problem çözme sürecinde bazı adımlar atmış olsalar da, doğru sonuca ulaşamadıkları ve genellikle yetersiz açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu doğrultuda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi olasılık ve istatistik ile ilgili yetersiz anlama ve düşünme yollarına sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin olasılık veya istatistikle ilgili kavramları anlama düzeylerinin ve problem çözme becerilerinin yetersiz olduğunu gösteren birçok çalışma ile paralellik göstermektedir (Bakırcı, 2014; Çelik & Güneş, 2007; Gürakar, 2010; Hayat, 2009; Memnun & diğ., 2010; Mills & Holloway, 2013; Yolcu, 2012).

Araştırmanın birinci alt problemi çerçevesinde ortaya çıkan diğer bir sonuca göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin genel olarak dışsal ve deneysel şemaları analitik şemaya göre daha fazla kullandıkları ve problemlere yönelik çözümlerinin yarısından fazlasında herhangi bir doğrulama şeması kullanmadıkları tespit edilmiştir. Bu bulgu, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Araştırmanın bu sonucu, aynı veya farklı sınıf düzeylerinde öğrencilerin doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu gösteren birçok çalışma ile paralellik göstermektedir (Arslan, 2007; Harel & Sowder, 1998; Hwang, 2011; İskenderoğlu, 2003; Monoyiou, Xistouri & Philippou, 2006; Neria & Amit, 2004; Ören, 2007).

Araştırmanın ikinci alt problemi doğrultusunda yapılan analizler sonucunda, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine göre *çok iyi*, *iyi*, *orta* ve *yetersiz* kategorilerinde yer aldıkları tespit edilmiştir. Ayrıca *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer alan öğrencilerin genel olarak, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramları çok yönlü yorumlayabildikleri ve bu doğrultuda alt seviyelerdeki öğrencilere göre, problemlere yönelik farklı çözüm stratejileri geliştirmede daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Örneğin, uygulama sonrası ADYP'ye göre *çok iyi* seviyesinde yer alan D_4'ün yedinci problemde kombinasyon kavramına yönelik *seçim yapma* ve *alt küme sayısını bulma* gibi farklı anlama yollarına sahip olduğu ve bu anlama yolları ile uyumlu olarak probleme 4 farklı çözüm yolu önerebildiği tespit edilmiştir. Benzer şekilde uygulama sonrası ADYP'ye göre *iyi* seviyesinde yer alan D_{13}'ün beşinci problemde aritmetik ortalama kavramına yönelik "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" düşüncesinin yanı sıra, matematikte istenen bir anlama yolu olan "*sayıları eşitleme*" mantığına dayalı olarak probleme 4 farklı çözüm yolu önerebildiği tespit edilmiştir. Harel (in pres) "*bir kavramın birden fazla yorumu olabilir ve bu avantajlıdır*" gibi düşünme yollarının küçük yaşlardan itibaren öğrencilere kazandırılması gerektiğini, çünkü bu çok yönlü anlama yollarının öğrencilerin mevcut problemlerin bağlamına göre yapılan işlemlerin anlamını çeşitlendirebilmelerini sağlayacağını ileri sürer. Lim (2006) ise, çok yönlü anlama yollarına sahip öğrencilerin bu yollara sahip olmayan öğrencilere göre, istenen düşünme yollarını daha fazla sergilediklerini tespit emiştir. Buna göre, araştırmadan elde edilen sonucun, Harel'in (in pres) görüşünü ve Lim'in (2006)

çalışmasını destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

Aynı alt problem çerçevesinde kontrol grubu öğrencilerinin ise uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi*, *orta* ve *yetersiz* kategorilerinde yer aldıkları tespit edilmiştir. Ayrıca ADYP'ye göre *iyi* kategorisinde yer alan kontrol grubu öğrencilerinin genel olarak, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yollarına sahip olmadıkları ve bu doğrultuda problemleri çözmek için farklı stratejiler geliştiremedikleri tespit edilmiştir. Örneğin uygulama sonrası ADYP'ye göre *iyi* seviyesinde yer alan K_1'in aritmetik ortalama kavramına yönelik "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" mantığına dayalı tek bir düşünme yoluna sahip olduğu ve bu doğrultuda birbirine çok benzer iki çözüm yolu önerebildiği tespit edilmiştir. Benzer şekilde uygulama sonrası K_1 ile aynı seviyede yer alan K_{12} altıncı problemde yer alan iki sınıfı standart sapmalarına bakarak karşılaştırmış, ancak standart sapmanın anlamını ve ne işe yaradığını tam olarak açıklayamamıştır. Buna göre, normal öğretim sürecinin kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarını istenen düzeyde geliştiremediği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğretmen merkezli olarak işlenen derslerde öğrencilerin matematiği kavramsal düzeyde anlayamadıklarını ve problem çözme becerilerinin yetersiz kaldığını gösteren birçok çalışma ile paralellik göstermektedir (Çakmak, 2014; Güven & Özmen, 2014; Philippeaux-Pierre, 2009; Quinn, 2004; Sharma, 2005; Şafak & Akkaya, 2014; Talawat, 2015).

Araştırmanın ikinci alt problemi çerçevesinde ortaya çıkan diğer bir sonuca göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası genel olarak en çok dışsal şemayı kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca her iki grubun dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranlarının birbirine çok yakın olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte deney grubu öğrencileri analitik şemayı kontrol grubu öğrencilerine göre çok daha fazla kullanmış ve doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bırakmışlardır. Buna göre, uygulama sonrası deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha üst seviyede olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Uygulama sonrası görüşme yapılan deney grubu öğrencileri sahip oldukları anlama yolları ile uyumlu olarak iddialarını doğrulamak için genellikle mantıksal çıkarımlara dayanan açıklamalar yaparken; kontrol grubu öğrencilerinin genellikle derste ezberledikleri kurallara ya da sezgilerine dayanan açıklamalar yapmaları da, bu durumu destekler niteliktedir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait üçüncü alt problemi doğrultusunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test puanlarına göre deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırmada normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, literatürde DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisini araştıran bir çalışmanın (Lim, 2007) sonuçları ile örtüşmektedir. Lim (2007) DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak tasarlanan öğretimin, öğrencilerin eşitsizlik ve denklem ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerinde etkili olduğunu tespit etmiştir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait dördüncü alt problemi doğrultusunda yapılan analizlerin sonucuna göre, uygulama öncesi ve sonrası yapılan karşılaştırmada, deney grubunun ADYBT ön test-son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin uygulama öncesine göre arttığını göstermektedir. Uygulama öncesi deney grubunda anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde bir öğrenci bulunmazken, uygulama sonrası sınıfın %70'inin *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer alması, bu sonu-

cu destekler niteliktedir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait beşinci alt problemi doğrultusunda yapılan analizlerin sonucuna göre, uygulama öncesi ve sonrası yapılan karşılaştırmada, kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT ön test-son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin uygulama öncesine göre arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Uygulama öncesi kontrol grubunda anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi* kategorisinde bir öğrenci bulunmazken, uygulama sonrası sınıfın % 32.5'inin *iyi* kategorisinde yer alması ve uygulama öncesi *orta* kategorisinde yer alan öğrencilerin oranının %17.5'ten %57.5'e yükselmesi, bu sonucu destekler niteliktedir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait altıncı alt problemi çerçevesinde, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin problemlere yönelik çözümlerinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini belirlemek amacıyla yapılan analizler sonucunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında, dışsal ve deneysel şemaların kullanımı açısından anlamlı bir fark olmadığı; analitik şemanın kullanımı ve soruların boş bırakılma oranı açısından ise deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası problemlere yönelik çözümlerinde kontrol grubu öğrencilerine göre analitik şemayı daha fazla kullandıklarını ve doğrulama şeması kullanımı açısından soruları daha az boş bıraktıklarını göstermektedir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait yedinci alt problemi doğrultusunda yapılan analizler sonucunda, deney grubu öğrencilerinin ön test-son test puanları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemaların kullanımı açısından son test puanları lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin her üç doğrulama şemasını da uygulama öncesine göre daha fazla kullandıklarını göstermektedir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları uygulama öncesine göre daha fazla artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları ise daha az artmıştır. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin uygulandığı deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin uygulama öncesine göre arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Harel ve Sowder (1998) DNR tabanlı öğretimin uygulanmasının ardından öğrencilerin daha önce yaygın olarak kullandıkları otoriter ispat şeması ve deneysel şemadan uzaklaşarak, çıkarımlara dayanan analitik şemayı kullanmaya başladıklarını tespit etmişlerdir. Buna göre, araştırmadan elde edilen bu sonucun, Harel ve Sowder'in (1998) çalışması ile örtüştüğü söylenebilir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait sekizinci alt problemi doğrultusunda yapılan analizlerin sonucuna göre, kontrol grubu öğrencilerinin ön test-son test puanları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemaların kullanımı açısından son test puanları lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası her üç doğrulama şemasını da uygulama öncesine göre daha fazla kullandıklarını göstermektedir. Bununla birlikte, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları uygulama öncesine göre daha çok artarken, analitik şemayı kullanma oranları ise daha az artmıştır. Buna göre, normal öğretim sürecinin devam ettiği kontrol grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin istenen düzeyde gelişmediği sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuç, öğrencilerin doğrulama becerilerini inceleyen bazı çalışmaların sonucu ile örtüşmektedir (Bahtiyari, 2010; Heinze, 2004; Yeşildere & Türnüklü, 2007). Bahtiyari (2010)

geleneksel öğretim yöntemlerinin kullanıldığı sınıflarda 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme açısından yeterli deneyime sahip olamadıklarını tespit etmiştir. Heinze (2004) soru-cevap tarzındaki öğretim yöntemlerinin uygulandığı sınıflarda, 8. sınıf öğrencilerinin ispat yeterliliklerinin ortaokul düzeyinde olması gerekenden daha düşük olduğunu tespit etmiştir. Yeşildere ve Türnüklü (2007) ise, sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin problem çözme sürecinde matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarını, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edemediklerini tespit etmişlerdir.

Bu araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda,

✓ Öğretmenlerin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarabilecekleri, sorgulama ve muhakeme yapmalarını sağlayarak doğrulama becerilerini geliştirebilecekleri öğrenme ortamlarını oluşturmak amacıyla DNR tabanlı öğretimden yararlanmaları önerilmektedir.

✓ Bu araştırmada düşünme yolları olarak, öğrencilerin problem çözme yaklaşımları ve doğrulama şemaları ele alınmış ve matematikle ilgili inançlara yer verilmemiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin matematikle ilgili inançlarına etkisini inceleyen araştırmalar yapılabilir.

✓ DNR tabanlı öğretimin matematikle ilgili aynı veya farklı konu alanlarında, farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi araştırılabilir. Böylece öğretim için yararlı ipuçları elde edilebilir.

✓ Bu araştırmada, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisi, var olan normal öğrenme ortamının sürdürüldüğü sınıflarla karşılaştırılarak incelenmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin diğer öğretim yaklaşımları ile karşılaştırıldığı benzer çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, Kamile Ün. (2007). *Aktif Öğrenme* (8. Baskı), İzmir: Biliş Yayınları.

Arı, E. (2010). *İlköğretim 6-7 ve 8. Sınıflarda Matematik Dersinin İstatistik ve Olasılık Konusunun Öğreniminde Yaşanan Problemler ve Çözüm Önerileri,* Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim Öğrencilerinde Muhakeme Etme ve İspatlama Düşüncesinin Gelişimi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Bursa: Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Aylar, E. (2014). 7. Sınıf Öğrencilerinin İspata Yönelik Becerilerinin İrdelenmesi, *Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences, 47(1),* 351-376.

Bahtiyari A. Ö. (2010). *8. Sınıf Matematik Öğretiminde İspat ve Muhakeme Kavramlarının ve Önemlerinin Farkındalığı*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erzurum: Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Bakırcı, S. (2014). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Problem Çözme Süreçlerinin İncelenmesi Üzerine Nitel Bir Çalışma,* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bartlo, J.B. (2013). *Why Ask Why: An Exploration of the Role of Proof in the Mathematics Classroom,* Unpublished Doctoral Dissertation, Portland State University.

Baykul, Yaşar. (2009). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. Sınıflar,* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bulduk, Sevda. (2003). *Psikolojide Deneysel Araştırma Yöntemleri*, İstanbul: Çantay Kitabevi.

Büyüköztürk, Şener. (2012). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*, Ankara: Pegem Akademi.

Capraro, M. M., Gerald K. & Capraro, R. M. (2005). Middle Grades: Misconcepti-

ons in Statistical Thinking, *School Science and Mathematics*, *105 (4),* 165.,

Christensen, L. B. (2004). *Experimental Methodology*, State: Pearson Education.

Cresswell, J.W. & Plano Clark V.L. (2014). Karma Yöntem Araştırmaları Tasarımı ve Yürütülmesi (Çev. Ed. Yüksel, D. ve Demir, S. B.), Ankara: Anı Yayıncılık.

Conner, A.M.(2007). *Student Teachers' Conceptions of Proof and Facilitation of Argumentation in Secondary Mathematics Classrooms*, Doctoral Dissertation, The Pennsylvania State University.

Çakmak, Z. T. (2014*). İlköğretim 6-8. Sınıf Matematik Öğrencilerinin İstatistik ve Olasılık Öğrenme Alanında Zorlandıkları Kavram ve Konuların Belirlenmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çalışkan, Ç. (2012). *8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarılarıyla İspat Yapabilme Seviyelerinin İlişkilendirilmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bursa: Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çanakçı, O. (2011). Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeğinin Geliştirilmesi ve Değerlendirilmesi, *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 11(1)*, 119-136.

Çelik, D. & Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Anlama ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi, *Milli Eğitim Dergisi, 173,* 361-375.

Çoşkun, F. (2009). *Ortaöğretim Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Becerilerinin İlişkisi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Dawson, R.M. (2010). *The Effects of a Course on Statistical Literacy Upon Students' Challenges to Statistical Claims Made in the Media*, Unpublished Doctoral Dissertation, Clemson University.

Demir, F. (2011). *Bir Dinamik Geometri Yazılımının İlköğretim Öğrencilerinin Geometride İspat Becerilerine Etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Dereli, A. (2009). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Konusundaki Hataları ve Kavram Yanılgıları,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Furinghetti, F. & Morselli, F. (2004) Between Affect and Cognition: Proving at University Level, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 369-376.

Gürakar, N. (2010). *İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistik Temsil Biçimlerini Kullanma Becerilerinin Belirlenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi.

Güven, B. & Özmen, Z.M. (2014). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Grafik Okuryazarlığı Düzeylerinin Belirlenmesi, *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* Adana, 264-268.

Hayat, F. (2009). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Harel, G. (1998). Two Dual Assertions: The First on Learning and The Second on Teaching (or vice versa), The American Mathematical Monthly, 105, 497-507.

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes, Research on Collegiate Mathematics Education, *3.* In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), AMS, 234-283.

Harel, G. (2001). The Development of Mathe-

matical İnduction as a Proof Scheme: A Model for DNR-Based İnstruction, In S. Campbell & R. Zaskis (Eds.), Learning and Teaching Number Theory, *In C. Mather (Ed.). Journal of Mathematical Behavior (*pp. 185-212). New Jersey: Ablex Publishing Corporation.

Harel, G. (in press). PUPA's Two Complementary Products: Conceptual Framework for Proof Schemes and DNR System for Enhancing Students' Proof Schemes.

Harel G. & Sowder, L. (2005). Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and İts Development, *Mathematical Thinking and Learning*, *7(1),* 27–50.

Harel, G. (2008a). DNR Perspective on Mathematics Curriculum and İnstruction. Part I: Focus on Proving, *ZDM Mathematics Education*, *40*, 487-500.

Harel, G. (2008b). A DNR Perspective on Mathematics Curriculum and İnstruction. Part II: With Reference to Teacher's Knowledge Base, *ZDM Mathematics Education*, *40*, 893-907.

Heinze, A. (2004). The Proving Process in Mathematics Classroom: Method and Results of A Video Study. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 41–48.

Hwang, S. (2011). *The Role of Role: Engaging with Mathematical Justificatıon as Student and Teacher*, Doctoral Dissertation, University of Delaware.

İmamoglu, Y. (2010). *An Investigation of Freshmen and Senior Mathematics and Teaching Mathematics Students' Conceptions and Practices Regarding Proof*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi.

İskenderoğlu, A.T.(2003). *Farklı Sınıf Düzeylerindeki Öğrencilerin Matematik Problemlerini Kanıtlama Süreçleri*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Kalaycı, Ş. (Ed). (2005). *SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri,* Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Leikin, R. (2004). Towards High Quality Geometrical Tasks: Reformulation of a Proof Problem, In M. J. Hoines & A. B.Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, *3,* 209–216.

Lim, K. H. (2006). Characterizing Students' Thinking: Algebraic, İnequalities and Equations, *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2-102.

Lim K. H. (2007). Improving Students' Algebraic Thinking: The Case of Talia, *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 193-200.

Memnun, D.S., Altun, M. & Yılmaz A. (2010). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Temel Kavramları Anlama Düzeyleri, *Eğitim Fakültesi Dergisi XXIII (1),* 11-29.

Miles, M.B. & Huberman, M.A (1994). An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis, London: Sage.

Mills, J.D. & Holloway C.E. (2013). The Development of Statistical Literacy Skills in the Eighth Grade: Exploring the TIMSS Data to Evaluate Student Achievement and Teacher Characteristics in the United States, *Educational Research and Evaluation*, *19(4),* 323-345. http://dx.doi.org/10.1080/13803611.2013.771110.

Monoyiou, A., Xistouri, X. & Philippou, G. (2006). Primary Students' Reasoning in Problem Solving and Teachers' Evaluation of Their Arguments, In Novotna, J., Moraova, H., Kratka, M. & Stehlikova, N. (eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the IGPME, 4,* 177-184. Charles University in Prague.

Neria, D. & Amit, M. (2004) Students Preference of Non-Algebraic Representations in Mathematical Communication, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 409-416.

Ören, D. (2007). *An Investigation of 10th Grade Students' Proof Schemes in Geometry with Respect to Their Cognitive Styles and Gender,* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Özer, Ö. & A. Arıkan (2002). Lise Matematik Derslerinde Öğrencilerin İspat Yapabilme Düzeyleri, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, *2,* 1083-10989.

Plaxco, D. (2012). Relationship Between Students' Proof Schemes and Definition. In L. R. Van Zoest, J.-J. Lo & J.L.Kratky (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology in Mathematics Education* (pp. 167-173). Kalamazoo, MI.

Philippeaux-Pierre, R. (2009). *Inquiry Mathematics: What's in it for Students? A Look at Student Experiences and Mathematical Understanding,* Doctoral Dissertation, Columbia University.

Quinn, R. J. (2004). Investigating Probabilistic Intuitions, *Teaching Statistics*, *26(3),* 86-88.

Reiss, K.M., Heinze, A., Renkl, A. & Grob, C. (2008). Reasoning and Proof in Geometry: Effects of a Learning Environment Based on Heuristic Worked-Out Examples. *ZDM Mathematics Education, 40,* 455–467.

Rich, D. L. S. (2011). *Maggie and Her Students: Talking and Reasoning in a Reform-Based Mathematics Classroom,* Unpublished Doctoral Dissertation, University of Northern Iowa.

Sharma, S. (2005). Personal Experiences and Beliefs in Early Probabilistic Reasoning: Implications for Research, *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 29(4),* 177-185.

Şafak, C. & Akkaya, R. (2014). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Konusu ile İlgili Kavram Yanılgılarının İncelenmesi, *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Adana,* 269-276.

Şengül S. & Güner, P. (2013). DNR Tabanlı Öğretime Göre Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Şemalarının İncelenmesi, *International Journal of Social Science, 6(2),* 869-878.

Talawat, P. (2015). *Thai Secondary School Students' Probability Misconceptions: The Impact of Formal Instruction,* Unpublished Doctoral Dissertation, University of California.

Tavşancıl, Ezel. (2006). *Tutumların Ölçülmesi ve Spss ile Veri Analizi (*3. Baskı). Ankara: Nobel.

Uğurel, I. & Moralı, S. (2010). Bir Ortaöğretim Matematik Dersindeki İspat Yapma Etkinliğine Yönelik Sınıf İçi Tartışma Sürecine Öğrenci Söylemleri Çerçevesinde Yakından Bakış, *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 135-154.

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms, *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1-4,* 9-24, SE 065 634.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi, *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 40(1),* 181-213.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2003). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, Ankara: Seçkin Yayınları.

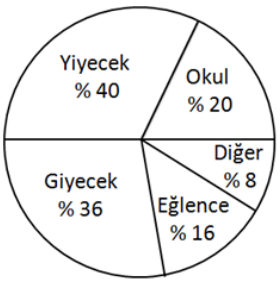
Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). Nitel Araş-

tırma Yöntemleri (7. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yolcu, A. (2012). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistiksel Okur Yazarlıklarının, İstatistiğe Yönelik Tutumlarının ve Bunlar Arasındaki İlişkinin İncelenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

EK 1: Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nden (ADYBT) Örnek Problemler

2. Grafik: Bir Ailenin Aylık Giderleri

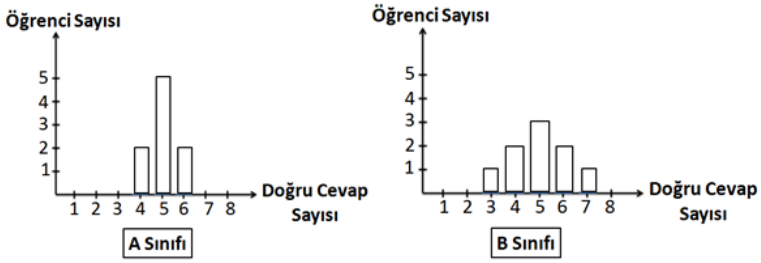


Yukarıdaki grafik bir ailenin aylık gider oranlarını göstermektedir. Buna göre, grafikte dikkatinizi çeken bir hata var mıdır? Varsa bunun **neden bir hata olduğunu ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

4. Aritmetik ortalama kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavramı sizden daha alt sınıftaki bir öğrenciye nasıl açıklarsınız? **Düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız ve bir örnek veriniz.**

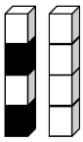
5. Bora girdiği iki matematik sınavından 52 ve 48 almıştır. Not ortalamasının 60 olması için, üçüncü sınavdan kaç almalıdır? **Bu problemi farklı yollardan çözmeye çalışınız ve bulduğunuz sonucun doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

6. Aşağıdaki grafikler bir dershanenin yaptığı 8 soruluk sınavda, A ve B sınıflarındaki öğrencilerin verdikleri doğru cevap sayılarını göstermektedir. **Buna göre, sizce hangi sınıf daha başarılıdır? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**



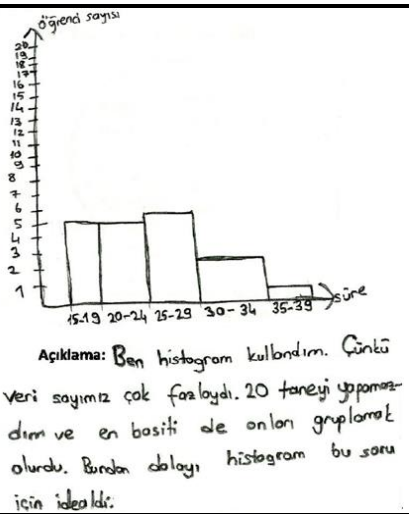
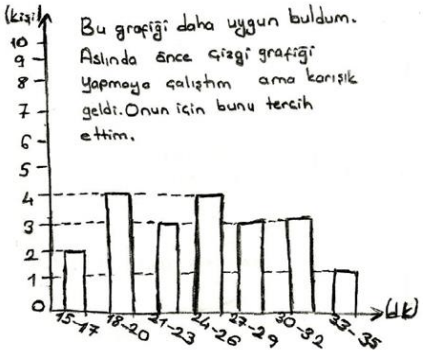
7. Dilek'in doğum günü partisine 5 arkadaşı katılmıştır. Partide herkes birbiriyle tokalaştığına göre toplam kaç tokalaşma olur? **Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve bulduğunuz sonucun doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

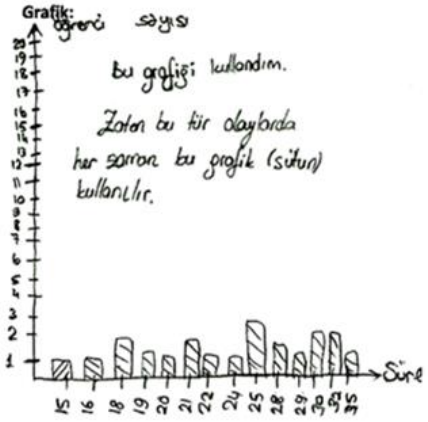
8. İki renk (siyah ve beyaz) küple birbirinden farklı 4 küp yüksekliğinde kuleler oluşturulmak isteniyor. Oluşturulabilecek kulelerden iki tanesi aşağıda örnek olarak gösterilmiştir.

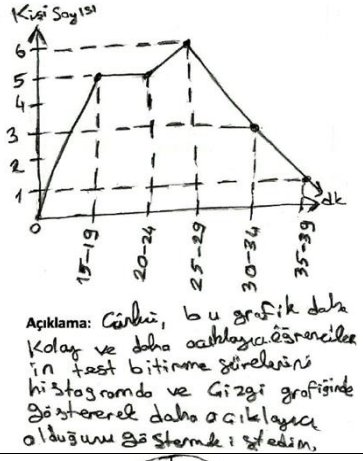
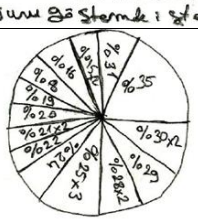


Buna göre, örnektekilere benzer şekilde **4 küp yüksekliğinde kaç farklı kule oluşturulabilir? Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve olası bütün kuleleri oluşturduğunuza arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

EK 2: ADYBT'de Yer Alan 3. Probleme İlişkin Değerlendirme Kriterleri ve Örnek Yanıtlar

Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
Çok İyi (4 Puan)	Analitik Şema (3 Puan)	
Özellikler	Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Yaptığı açıklamada, oluşturduğu grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: *Çok sayı olduğu için, *Çok fazla tekrar eden sayı olmadığı için, *Sayılar ardışık ve birbirine yakın olduğu için vb.	
1. Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.		
İyi (3 Puan)	Deneysel Şema (2 Puan)	
Özellikler	Öğrenci hangi grafiğin uygun olduğuna, diğer grafikleri oluşturup denedikten sonra veya sezgileriyle karar verir.	
1. Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.		

Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
Orta (2 Puan)	Dışsal Şema (1 Puan)	
Özellikler	Bu şemada öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin, grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: "Test kitaplarındaki sorularda bu grafik vardı", "Tablo verilen sorularda böyle yapılır", "Öğretmen böyle sorularda bu grafiğin kullanılacağını söylemişti" vb.	
1. Grafik türü doğru, verilerin organize ediliş biçimi kısmen doğru (yani veriler tekrar sayılarına göre düzenlenmiş). **2.** Açıklama yok veya yetersiz.		

Yetersiz **(1 Puan)**	Boş (0 Puan)	 **Açıklama:** Çünkü, bu grafik daha kolay ve daha açıklayıcı. Öğrencilerin test bitirme sürelerini histogramda ve Gizgi grafiğinde göstererek daha açıklayıcı olduğunu göstermek istedim.
Özellikler	Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
1. Verilerin organize ediliş biçimi doğru olmakla birlikte grafik türü yanlış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.		
Geçersiz **(0 Puan)**	Boş (0 Puan)	 Bence en anlaşılabilir böyle oluyor bu arada bu bazı sayının yanındaki örneğin %15x2 bu 15 dakikada iki öğrencinin bitirdiğini gösteriyor.
Özellikler	Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.		

EK 3. Etkinlik Çalışma Yapraklarından Bir Örnek

Etkinlik No	4
Etkinliğin Adı	Kim Kazanır?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.
Bir sınıfta başkanlık seçimi yapılmış, iki aday Efe ve Özkan eşit oy almışlardır. Bu adaylardan hangisinin başkan olacağına karar vermek için şöyle bir oyun oynanacaktır: Adaylar, içinde 6 sarı, 4 yeşil küp bulunan bir torbadan arka arkaya iki küp çekeceklerdir. Çektiği küplerden ikisi de yeşil olan aday 1 puan kazanacak, diğer durumlarda ise puan alamayacaktır. Bu oyun 5 kez oynanacak ve 5 oyunun sonunda en çok puan alan aday başkan olacaktır. Oyuna başlamadan önce Efe birinci küpü çekip torbaya geri attıktan sonra ikinci küpü çekmeyi tercih etmiştir. Özkan ise birinci küpü çektikten sonra torbaya geri atmadan ikinci küpü çekmeyi tercih etmiştir. Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.	
a) Size göre bu öğrencilerden hangisinin seçimi kazanma şansı daha yüksektir? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**	**b)** Siz aday olsaydınız küpleri nasıl çekmeyi tercih ederdiniz? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**