T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

10. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZEL DÖRTGENLER BAĞLAMINDA GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN VE KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ

Büşra KORKUT

(Yüksek Lisans Tezi)

İstanbul, 2023

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

10. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZEL DÖRTGENLER BAĞLAMINDA GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN VE KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF 10th GRADE STUDENTS' GEOMETRIC THINKING LEVELS AND MISCONCEPTIONS IN THE CONTEXT OF SPESIFIC QUADRILATERALS

Büşra KORKUT

(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI

İstanbul, 2023

Tüm kullanım hakları

M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.

© 2022

ONAY

Büşra KORKUT tarafından hazırlanan “10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenler Bağlamında Geometrik Düşünme Düzeylerinin ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi” konulu bu çalışma, 27/01/2023 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda aşağıdaki jüri üyeleri tarafından başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	**İmza**
TEZ DANIŞMANI	Dr. Öğr. Üyesi Orhan Çanakçı	
JÜRİ ÜYESİ	Dr. Öğr. Üyesi Alaattin PUSMAZ	
JÜRİ ÜYESİ	Doç. Dr. Pınar GÜNER	

ONAY

Büşra KORKUT tarafından hazırlanan “10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenler Bağlamında Geometrik Düşünme Düzeylerinin ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi” konulu bu çalışma, 27/01/2023 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda; Marmara Üniversitesi ve İstanbul Üniversitesinde görevli tez danışmanı ve öğretim üyelerinden oluşan jüri tarafından başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Marmara Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

ETİK BEYANI

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırladığım çalışmamda;

- Sunduğum bilgileri, dokümanları ve verileri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Çalışmamda yararlandığım eserlerin tamamına atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Elde ettiğim verilerde ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı bildirir, aksi bir durumda aleyhimde doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

27/01/2023

Büşra KORKUT

ÖZGEÇMİŞ

2011-2013	Fatin Rüştü Zorlu Anadolu Lisesi
2013-2015	Hacı Fahri Zümbül Anadolu Lisesi
2015-2019	Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Programı
2019-	Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı
2020- …	Batman Merkez Batman Lisesinde Matematik Öğretmeni olarak görevini yapmaktadır.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Görev Yaptığı Kurum: Batman Lisesi Merkez/Batman

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans eğitimim sürecinde her türlü yol gösterici olan, akademik bilgisiyle çalışmama farklı açılardan bakmamı sağlayan, lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca öğrencisi olmaktan gurur duyduğum değerli danışmam hocam Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın tez savunma jüri üyeliğini kabul ederek değerli görüş ve önerilerini paylaşan Dr. Öğr. Üyesi Alaattin PUSMAZ ve Doç. Dr. Pınar GÜNER'e teşekkür ederim.

Lisans ve Yüksek Lisans eğitimim boyunca bilgileriyle beni geliştiren, yaptığım mesleği sevmemi sağlayan ve her konuda bana yardımcı olan Marmara Üniversitesi Matematik Öğretmenliği bölümündeki tüm hocalarıma teşekkür ederim.

Bütün eğitim hayatım süresince benden desteklerini hiç esirgemeyen, her daim daha fazlasını yapmam için arkamda olan, kendimi geliştirmemi sağlayan canım annem Zübeyde ve canım babam Ziyattin YAVUZ'a, ayrıca bana olan güvenlerini hiç kaybetmeyen ikinci ailem Türkan ve Mustafa KORKUT'a, yüksek lisans eğitimi ve tez süreci boyunca yanımda olan sevgili eşim Hulusi KORKUT'a ve bütün hayat neşesi ile yanımda olan biricik kızım Ebrar'a çok teşekkür ederim. Saygılarımla bu tezi onlara ithaf ediyorum.

Büşra KORKUT

ÖZET

Bu çalışmada, ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeylerini ve kavram yanılgılarını incelemek amaçlanmıştır. Bu genel amaç doğrultusunda öğrencilerin kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve deltoid kavramları ile ilgili geometrik düşünme düzeylerine göre kavram yanılgılarının nasıl değiştiği incelenmiştir. Çalışmada nitel araştırma yönteminden ve eylem araştırması deseninden yararlanılmıştır. Çalışma grubunu 2022-2023 eğitim-öğretim yılında Batman Merkez'deki bir devlet lisesinin 10. sınıfında öğrenim gören öğrencileri oluşturmaktadır. Geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla 70 öğrenciye "Özel Dörtgenler Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme (ÖDGD)" testi uygulanmıştır. ÖDGD testi sonucunda araştırmaya katılan öğrenciler arasında Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyinde bulunan öğrencilerin olmadığı görülmüştür. Uygulama sonucunda diğer dört düzeyden toplamda 8 öğrencinin kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla "Özel Dörtgenler Kavram Yanılgıları Belirleme (ÖDKY)" testi uygulanmıştır. ÖDGD testi için kullanılan puanlama rubriğine göre öğrencilerin %10 (7 kişi)'u Düzey 1'de ve %30 (21 kişi)'u Düzey 2'de ayrıca %41,42 (29 kişi)'sinin Düzey 3'te ve %18,58 (13 kişi)'inin Düzey 4'te olduğu görülmektedir. ÖDKY testinin içerik analizi sonucunda genel olarak öğrencilerde şekil benzerliği, alan hesaplama ve yükseklik, hiyerarşik ilişkiler ve kavram bilgisi konusunda kavram yanılgılarına rastlanmaktadır.

Öğrencilere uygulanan iki testteki bulgular sonucunda her düzeydeki öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olduğu ancak kavram yanılgılarının sayısının geometrik düşünme düzeylerine göre değiştiği görülmüştür. Geometrik düşünme düzeyleri öngörülen düzeyde olmayan yani Düzey 1 ve Düzey 2'de olan öğrencilerde, düşünme düzeyi öngörülen düzeyde olan yani Düzey 3 ve Düzey 4'te olan öğrencilere göre daha fazla kavram yanılgısı olduğu görülmüştür. Öğrenci kavramları daha iyi öğrendikçe, kavramlar arası hiyerarşik ilişkileri daha iyi kavradıkça geometrik düşünme düzeyleri bir üst seviyeye çıkmaktadır. Her doğru öğrenme sonucunda oluşabilecek kavram yanılgılarının engellendiği görülmüştür. Son olarak, araştırmanın sonuçları doğrultusunda öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Geometrik Düşünme Düzeyleri, Van Hiele, Kavram Yanılgısı, Özel Dörtgenler

ABSRACT

In this study, it was aimed to examine the geometric thinking levels and misconceptions of secondary school 10th grade students in the context of special quadrilaterals. In line with this general purpose, it was examined how the misconceptions of the students regarding the concepts of square, rectangle, trapezoid, rhombus, parallelogram and deltoid changed according to their geometric thinking levels. Qualitative research method and action research design were used in the study. The study group consists of students studying in the 10th grade of a public high school in Batman Merkez in the 2022-2023 academic year. In order to determine their geometric thinking levels, the "Special Quadrilaterals Determining Geometric Thinking Levels (ODGD)" test was applied to 70 students. As a result of the ODGD test, it was seen that there were no students at Level 5: Systematic Thinking Level among the students who participated in the research. As a result of the application, in order to determine the misconceptions of 8 students in total from the other four levels, the "Special Quadrilaterals Identification of Misconceptions" test was applied. According to the scoring rubric used for the ODGD test, 10% (7 people) of the students are at Level 1, 30% (21 people) are at Level 2, and 41.42% (29 people) are at Level 3 and It is seen that 18.58 (13 people) are at Level 4. As a result of the content analysis of the ODKY test, students generally have misconceptions about shape similarity, area calculation and height, hierarchical relations and concept knowledge.

As a result of the findings in the two tests applied to the students, it was seen that students at all levels had misconceptions, but the number of misconceptions varied according to their geometric thinking level. It was observed that students whose geometric thinking levels were not at the predicted level, namely Level 1 and Level 2, had more misconceptions than the students whose thinking level was at the predicted level, Level 3 and Level 4. As the student learns the concepts better and understands the hierarchical relations between the concepts better, the level of geometric thinking rises to the next level. It has been observed that misconceptions that may occur as a result of each correct learning are prevented. Finally, recommendations are presented in line with the results of the research.

Keywords: Geometric Thinking Levels, Van Hiele, Misconception, Spesific Quadrilaterals

İÇİNDEKİLER

ÖZET vi

ABSRACT vii

KISALTMA VE SEMBOLLER xi

TABLOLAR LİSTESİ xii

ŞEKİLLER LİSTESİ xiii

BÖLÜM I: GİRİŞ 1

1.1. Problem Durumu 1

1.2. Araştırmanın Amacı 5

1.3. Araştırmanın Önemi 6

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları 7

1.5. Araştırmanın Varsayımları 7

1.6. Araştırmanın Tanımları 8

BÖLÜM II: KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 9

2.1. Geometri Öğretimi 9

2.1.1. Dörtgenler öğretimi ve önemi 11

2.2. Kavram Yanılgıları ve Öğrenci Zorlukları 16

2.2.1. Kavram yanılgılarının nedenleri 18

2.2.2. Kavram yanılgılarının türleri 19

2.2.3. Özel dörtgenlerde karşılaşılan kavram yanılgıları 20

2.3. Van Hiele Geometrik Düşünme Modeli 20

2.3.1. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin özellikleri 23

2.3.2. Van hiele geometrik düşünme düzeyleri 23

2.5. İlgili Araştırmalar 29

2.5.1. Ulusal araştırmalar 29

2.5.2. Uluslararası araştırmalar 34

BÖLÜM III: YÖNTEM 38

3.1. Araştırma Modeli 38

3.2. Çalışma Grubu 38

3.3. Veri Toplama Araçları 38

3.3.1. Özel dörtgenler geometrik düşünme düzeyleri testi (ÖDGD) 39

3.3.2. Özel dörtgenler kavram yanılgıları belirleme soruları (ÖDKY) 40

3.4. Verilerin Toplanması 41

3.5. Verilerin Analizi 42
3.6. Geçerlik 45
3.7. Güvenirlik 46
BÖLÜM IV: BULGULAR VE YORUMLAR 47
4.1. Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeylerine İlişkin Bulgular 47
4.2. Öğrencilerin Kavram Yanılgılarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar 65
4.3. Öğrencilerin Kavram Yanılgılarının Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre Değişimine İlişkin Bulgular ve Yorumlar 72
BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 75
5.1. Sonuçlar ve Tartışma 75
5.1.1. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ilişkin sonuçlar ve tartışma 75
5.1.2. Öğrencilerin kavram yanılgılarına ilişkin sonuçlar ve tartışma 77
5.1.3. Öğrencilerin kavram yanılgılarının geometrik düşünme düzeylerine göre değişimine ilişkin sonuçlar ve tartışma 78
5.2. Öneriler 79
5.2.1. Öğretmenlere yönelik öneriler 79
5.2.2. Araştırmacılara yönelik öneriler 79
KAYNAKÇA 80
EKLER 85

KISALTMA VE SEMBOLLER

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

OCED: Organisation for Economic Co-operation and Development- Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü

PISA: Program for International Student Assessment- Uluslararası Öğrenci Başarısını Değerlendirme Programı

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study – Uluslararası Matematik ve Fen Bilimleri Eğilimleri Araştırması

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics- Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

NCSM: The National Council of Supervisors of Mathematics- Ulusal Matematik Danışma Kurulu

YKS: Yükseköğretim Kurumları Sınavı

vb.: ve benzeri

vd.: ve diğerleri

ÖDGD: Özel Dörtgenler Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi

ÖDKY: Özel Dörtgenler Kavram Yanılgıları Belirleme Soruları

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2.1: Ortaöğretim Sınıf Düzeylerine Göre Geometri Ders Konuları (MEB, 2018)... 10

Tablo 2.2: Matematik Alanındaki Tüm Kazanımların Sayısı ve Geometri Alanındaki Kazanımların Sayısı..... 11

Tablo 3.1: Veri Toplama Süreci 42

Tablo 3.2: ÖDGD Testi Çoktan Seçmeli Sorular Puanlama Rubriği 43

Tablo 3.3: ÖDGD Testi Açık Uçlu Sorular Puanlama Rubriği 44

Tablo 3.4: Düzey Belirleme İçin Puan Aralığı 44

Tablo 4.1: ÖDGD Testinde Birinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri 48

Tablo 4.2: ÖDGD Testinde İkinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri..... 49

Tablo 4.3: ÖDGD Testinde Üçüncü Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri..... 52

Tablo 4.4: ÖDGD Testinde 4., 5. ve 6. Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri 56

Tablo 4.5: ÖDGD Testinde Yedinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri 58

Tablo 4.6: ÖDGD Testinde Sekizinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri 62

Tablo 4.7: ÖDGD Testinde Dokuzuncu Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri..... 62

Tablo 4.8: ÖDGD Testinde Onuncu Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri 64

Tablo 4.9: Geometrik Düşünme Düzeyleri..... 65

Tablo 4.10: Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları..... 73

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Özel Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik İlişki (MEB, 2021) 12

Şekil 2: De Villiers (1994) Özel Dörtgenler Hiyerarşik ve Parçalı Sınıflandırması..... 13

Şekil 3: De Villiers (1994) Dörtgenler Şeması 14

Şekil 4: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin Şematik Gösterimi (Terzi, 2010).. 22

Şekil 5: Dikdörtgenin Gösterim Şekilleri..... 24

Şekil 6: 45^0 Döndürülmüş Bir Kare 24

Şekil 7: Fuys, Geddes ve Tischler (1988)'ın Paralelkenar Izgara Örneği..... 26

Şekil 8: Paralelkenarın Karşılıklı İç Açılarının Eşliği 27

Şekil 9: Geometri Sistemleri 28

Şekil 10: ÖDGD Testi Soru 1 47

Şekil 11: ÖDGD Testi Soru 2 48

Şekil 12: İkinci Soruya Verilen Bazı Cevaplar..... 50

Şekil 13: Yamuk ve Deltoid..... 51

Şekil 14: ÖDGD Testi Soru 3 52

Şekil 15: Yamuk Dörtgeni için Bazı Yanlış Tanımlar..... 53

Şekil 16: Eşkenar Dörtgen Tanımı..... 54

Şekil 17: Eşkenar Dörtgen ve Kare İlişkisi ile İlgili Bir Tanım..... 54

Şekil 18: Eşkenar Dörtgen ve Paralelkenar..... 54

Şekil 19: Paralelkenar İçin Verilmiş Bazı Kısmen Doğru Yanıtlar 55

Şekil 20: Deltoid Tanımı..... 55

Şekil 21: ÖDGD Testi Soru 4 56

Şekil 22: ÖDGD Testi Soru 5 57

Şekil 23: ÖDGD Testi Soru 6 57

Şekil 24: ÖDGD Testi Soru 7 58

Şekil 25: Yedinci Soruda Verilen Bazı Yanlış Cevaplar 59

Şekil 26: Yedinci Soruda Verilen Kısmen Doğru Cevaplar 60

Şekil 27: Yedinci Soruda Verilen Bazı Doğru Cevaplar 60

Şekil 28: ÖDGD Testi Soru 8 61

Şekil 29: ÖDGD Testi Soru 9 62

Şekil 30: Dokuzuncu Soruda Verilen Bazı Doğru Cevaplar..... 63

Şekil 31: Dokuzuncu Soruda Verilen Bazı Yanlış Cevaplar 63

Şekil 32: Paralelkenarda Dik Açı Olur Mu? 63

Şekil 33: ÖDGD Testi Soru 10 64

Şekil 34: Ö11'in Sekizinci Soruda Yaptığı Alan Hesaplamaları..... 67

Şekil 35: Ö12'nin Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar..... 68

Şekil 36: Ö22'nin Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar..... 69

Şekil 37: Ö31'in Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar..... 70

Şekil 38: Ö32'nin Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar..... 71

Şekil 39: Ö41'in Deltoid Alan Hesaplaması..... 71

BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, araştırmanın amacına, alt problemlere, araştırmanın önemine, sınırlılıklara, varsayımlara ve tanımlara yer verilecektir.

1.1. Problem Durumu

Matematik insanlık tarihinin en eski ve en önemli bilimlerinden biri olup insanlar yaşadıkları dünyayı anlamak ve yorumlamak için matematiği bir araç kullanırlar. Galileo "Evren her an gözlerimize açıktır; ama onun dilini ve bu dilin yazıldığı harfleri öğrenmeden ve kavramadan anlaşılamaz. Evren matematik diliyle yazılmıştır. Harfleri üçgenler, daireler ve diğer geometrik biçimlerdir. Bunlar olmadan tek sözcüğü bile anlaşılamaz. Bunlarsız ancak karanlık bir labirentte dolaşılır." sözleriyle matematiğin evreni anlayıp yorumlamadaki önemini vurgulamıştır.

Matematiğin en önemli alanlarından biri geometridir. Ülkemizdeki Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde "Sayılar ve Cebir", "Geometri" ve "Veri Sayma ve Olasılık" tan oluşan üç ana öğrenme alanı bulunmaktadır (MEB, 2018). Matematik öğretim programlarının ayrılmaz bir parçası olan geometri, öğrencilerin akıl yürütmelerine katkı sağlamaktadır. Geometri öğretim programlarının ayrılmaz bir parçası olmakla beraber günlük hayatta kafamızı nereye çevirirsek çevirelim mutlaka geometri ile ilgili bir kavramla karşılaşırız. Uzunluklar, açılar, şekiller vb. bunların hepsi geometrinin birer parçasıdır. Günlük hayatta kullandığımız eşyaların çoğu geometrik şekillerden oluşmaktadır. Mesela elimize bir koli aldığımızda kolinin şekli bir dikdörtgenler prizması yani geometrik bir şekil olup uzunluk, alan, hacim gibi geometrik özelliklere sahiptir. Eğer koliye bir eşya konulacaksa geometrik özelliklerinin iyi bilinmesi ve uygulamaların ona göre yapılması daha ekonomik olacaktır.

İnsanlar geometrik şekilleri anlamaya çocukluktan başlarlar. Ünlü matematikçi Van Hiele'ye göre geometri öğretimi ve öğrenimi çocuklukta oyunlar oynanarak başlamalıdır. Oyunsal aktivitelerle içeriği zengin geometri becerilerini geliştirecek öğretim programları geliştirilebilir. Örneğin; ahşap örüntü blokları, tırnak tahtası ile geometrik şekiller oluşturma ve özel yapbozlar gibi materyalleri kullanmak çocukların çeşitli şekilleri tanımaları ve onların özelliklerini öğrenmeleri için kolaylık sağlar (Hiele, 1989). Çocukların geometrik şekillerle bu kadar erken tanışmalarının matematik ve geometri başarısını olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir. Çocukluk dönemlerinde geometri temel eğitimi almış olan

öğrencilerin geometri dersini anlamada ve uygulamada başarılı oldukları görülmüştür (Pusey, 2003).

Ülkemizde her ne kadar matematik ve geometri başarısı önemsenip bu yönde çalışmalar yapılmaya çalışılsa da matematik ve geometri öğretiminin hangi düzeyde olduğunu araştırmak amacıyla uluslararası düzeyde yapılan matematik sınavlarındaki sonuçlara göre Türk öğrencilerinin başarılarının yeterli düzeyde olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin eğitim hayatları süresinde öğrendikleri bilgiyi günlük hayata uyarlayabilme becerilerine bakılan ve matematiğin geometri alt öğrenme alanını en fazla kullanan uluslararası PISA 2018 yılında yapılan değerlendirme çalışmasında, katılan 79 ülkenin matematik alanındaki ortalama puanları 325 ile 591 arasında değişmektedir. Katılımcı 79 ülkenin matematik alanındaki ortalama puanının 459, 37 OCED ülkesinin matematik alanındaki ortalama puanı ise 489 olduğu bu sınavda Türkiye ortalaması 454'te kalmıştır. Türkiye, PISA 2018'e katılan 79 ülke arasından 42. sırada, 37 OECD ülkesi arasında ise 33. sırada yer almaktadır (Suna vd., 2019). Rapor ayrıntılı olarak incelendiğinde elde edilen sonuçlara göre genelde matematik alanında özelde ise geometri alanında Türk öğrencilerinin uluslararası sınavlardaki başarısızlığından söz edilebilir.

2019 yılında yapılan TIMSS sınavı matematik testine göre 4.sınıflar için Türkiye, 58 ülke arasından 23. sıradadır. Uluslararası matematik testi ortalama puanının 500 olduğu bu sınavda Türkiye ortalama 523 puan alarak ortalamanın üstünde puan almıştır. Ancak ülkelerin 4.sınıf matematik öğrenme alanlarında ortalama başarılarına bakıldığında; 52 maddelik ölçme ve geometri alanında ortalama ölçek puanı 527 olup Türkiye ortalamadan 4 puan düşük almıştır. Yine aynı yıl TIMSS sınavına katılan 8.sınıf öğrencileri için sınav sonucu incelendiğinde Türkiye, 39 ülke arasından 20. sırada yer almaktadır. Uluslararası matematik testi ortalama puanının 500 olduğu bu sınavda 496 ortalama puanı ile ortalamanın altında yer almıştır. 1999 yılında 429 olan ortalama puanının 496'ya çıkarmış olması her ne kadar bir başarı, iyileşme olarak gözükse de hala ortalamanın altında yer almaktadır. Ülkelerin 8. sınıf matematik öğrenme alanlarında ortalama başarılarına bakıldığında; 43 maddelik Geometri alanında ortalama ölçek puanı 490 olup Türkiye ortalamadan yüksek puan almıştır (Suna vd., 2020).

Ayrıca uluslararası sınavlarda (PISA, TIMSS) ülkemizin matematik alanında gösterdiği başarısızlık yanında ulusal sınavlarda da özellikle geometri sorularında durum aynıdır. Bu

sınavlarda özel dörtgenler konusu önemli bir yer tutmakta her yıl ülkemizde yapılan Yükseköğretim Kurumları Sınavının (YKS) 2018 yılı uygulamasında sorulan 80 sorunun 22 tanesi geometri içeriklidir. Bu 22 geometri içerikli sorunun 7 sorusunun özel dörtgenler konusu içeriğine sahip olduğu görülmektedir. Geometri ve alt öğrenme alanı olan özel dörtgenler yapılan sınavlarda önemli bir yer kaplamasına rağmen öğrencilerin başarısız olmalarındaki önemli nedenlerden birinin bu alanda sahip oldukları kavram yanılgıları olduğu düşünülmekte ve bu durumun araştırılması geometri başarısının artırılması için önem arz etmektedir.

Öğrencilerin matematikle ilgili önyargılarının temelinde, bazı matematiksel kavramlar ile ilgili öğrenme güçlükleri yaşamaları, hatta bazı konularda kavram yanılgılarına düşmeleri yer almaktadır. Smith, diSessa, Roschelle (1994)'e göre sistematik olarak hata yapan algıya sahip olmaya kavram yanılgısı denir. Öğrenci problemi çözerken hata yaptıktan sonra bu hatayı düzenli olarak tekrarlıyorsa ve yaptığının farkında değilse artık işlem hatası olarak değil kavram yanılgısı olarak düşünmek gerekmektedir. Ancak bazı durumlarda öğrencinin konu ile ilgili kavram yanılgısına sahip olması sorulan sorulara doğru cevap vermesini sağlayabilir. Sadece verilen doğru veya yanlış cevaplara odaklanmak yerine öğrenci cevap verirken hangi süreçlerden geçtiğine dikkat edilmesi önemlidir. Öğrencinin kavram yanılgısının var olup olmadığını anlamak için konu ile ilgili süreci ilgilendiren "Hangi adımları izledi? Bu adımları izlerken nasıl düşündü? Neden bu şekilde cevap verdi? Cevap verirken kullandığı kural veya teorem var mıydı?" gibi sorulara cevap aranmalıdır.

Brousseau (1976) ve Cornu (1991) öğrencilerin karşılaştıkları matematiksel zorlukların ve yaşadıkları kavram yanılgılarının epistemolojik, psikolojik ve pedagojik olarak üç ana nedenden kaynaklanabileceğini belirtmişlerdir (Akt: Bingölbali ve Özmantar, 2009). Oluşabilen bu kavram yanılgıları çeşitlilik gösterdiğinden her zaman bunun fark edilmesi mümkün olmayabilir. Bu kavram yanılgılarının fark edilmesi öğrencilerin matematikle ilgili zihnindeki bilişsel ağın doğru yapılandırılması için önem taşımaktadır.

Geometri öğretiminde öğrencilere bazı becerilerin kazandırılması gerekmektedir: çizim becerileri, mantık becerileri, uygulama becerileri gibi… Bu becerileri kazandırmak için öğrencilerin gelişim ve öğrenme düzeylerini, var olan bilgi düzeyini bilmek ve ona göre bir plan oluşturmak gerekmektedir. Bu bağlamda 1954 yılında Pierre Van Hiele ile Dina Van Hiele çifti tarafından geometri öğretiminde çocukların karşılaştıkları zorlukların aynı

olduğunu fark edip çocukların geometri öğrenimi daha iyi yapabilmek adına gelişim ve öğrenme düzeylerine uygun bir model geliştirilmiştir. Van Hiele çifti geliştirdikleri bu modelde geometrik düşüncenin gelişiminin 1'den 5'e kadar beş düzeyden geçtiğini ve her bir düzeyin kendine ait özellikleri bulunduğunu belirtmiştir. Van Hiele'ye göre öğrenciler belirli bir düzeye ulaşmadan o düzeyin istediği düşünce yapısını ve düzeye ait matematiksel dili ve kavramları anlamakta zorluk çekerler (Altun, 2018). Bir öğrencinin bulunduğu düşünme düzeyi ile ilgili kavramlar ile öğretimin yapıldığı düşünme düzeyine ait kavramların farklı olması durumunda, öğrenme başarıyla gerçekleşmez. Örneğin birinci düzeyde olan bir öğrenciye geometrik ispatlar anlamlı gelmez.

Geometri öğretimi ve alt öğrenme alanı özel dörtgenlerin öğretimi için öğretilecek konudan önce öğrencilerin önbilgilerinin var olması gerekmektedir. Önbilgilerin var olması konuyu öğretmek için tek şart değildir. Öğrencinin bilgisinin olmasına rağmen kavram yanılgılarına sahip olması öğretilecek konunun daha da zor olmasına sebep olmaktadır. Ayrıca Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre eğer konunun gerektirdiği düzeyde değilse yine hem öğretmen hem de öğrenci açısından zorluklarla karşılaşmaktayız. Bu nedenle geometri öğretimini kolaylaştırmak ve öğrencinin yaptığı hataların bağlantılı olup olmadığına bakmak gerekir.

Ders anlatım süreçlerinden karşılaşılan sorunlarla ilgili örnek verilebilir. Öğrenci üçgen konusunda alan hesabı yaparken dar açılı üçgenlerde zorlanmamaktadır. Ancak geniş açılı üçgenlerde yüksekliğin üçgenin var olabileceği düşüncesi öğrenci için her zaman zorlayıcı olmuştur. Bu zorluklardan dolayı öğrencilerin başarıları istenen düzeyde olmamaktadır. Aynı şekilde dörtgenler konusu da öğrenciler için anlaşılması zor konulardan biridir. Dörtgenlerin bu kadar zorlayıcı olmasının ilk sebebi olarak konunun içerisinde ilişkilendirme becerisinin bolca kullanılması gerektiği söylenebilir. İlişkilendirme becerisi matematikte ve geometride öğrencilere kazandırılması amaçlanan becerilerden biri olarak karşımıza çıkmaktadır (MEB,2018). Öğrencinin sadece dörtgenler konusunda değil herhangi bir durumla ilgili ilişkilendirme becerisine sahip olması günlük hayatta ve okul hayatında öğrenciye kolaylıklar sağlamaktadır.

Matematik eğitimi ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarının matematik ve alt dalı olan geometri derslerindeki başarılarını olumsuz etkilediği görülmektedir (Özkan, 2015; Korkmaz, 2019; Küçük ve Demir, 2009).

Bu nedenle geometrideki başarıların arttırılması için öğrencilerin kavram yanılgılarının oluşmasını engellemek veya var olan kavram yanılgılarını yok etmek matematik eğitiminin ve öğretiminin amaçlarından biri haline gelmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları kelimeler, materyaller, dersle alakalı tüm araç gereçler önemlidir. Öğrencilerin yaşadığı zorlukların sebepleri araştırılıp bununla ilgili düzeltmeler yapılması öğrencilerin başarılarını arttıracaktır. Öğrenci başarısı ile ilgili yapılan araştırmalarda sadece kavram yanılgılarının etkisi araştırılmamıştır. Yapılan bazı araştırmalar göstermektedir ki öğrencinin bulunduğu geometrik düşünme düzeyi, derste elde ettiği başarıyı etkilemektedir (Terzi, 2018; Altun, 2018; Ersoz, İlhan ve Sevgi, 2019). Bu tarz araştırmalarda öğrenci başarısı ile bulunduğu geoemtrik düşünme düzeyi arasındaki ilişki incelenmiştir. Ayrıca bazı araştırmada Van Hiele modeli kullanılarak yapılan programların öğrenci başarısına etkisi gözlemlenmiştir. Sonuç olarak deney ve kontrol grupları ile Van Hiele modelinin öğrencilerin geometri başarılarına olumlu yönde etki ettiği görülmüştür.

Yapılan tüm araştırmalar öğrencilerin zorluk yaşadıkları yerleri tespit etmek ve iyileştirmek üzerine olmuştur. Temel amaç öğrencilerin matematik ve geometrideki başarılarını arttırmak ve başarısızlığa neden olan durumları ortaya koymaktır. Bu araştırmada geometri başarısına, kavram yanılgıları ve geometrik düşünme düzeyleri gibi iki temel durumun etkisi olduğundan dolayı ayrı ayrı incelemek yerine beraber bakılması gerektiği önemli görülmüştür. Yapılan araştırmalarda özel dörtgenlerle ilgili geometrik düşünme düzeylerinin ve kavram yanılgılarının beraber incelenmemiş olması bir eksiklik olarak görülmüştür. Bu araştırma ile bu eksikliği gidermek, geometri eğitimine yeni bir bakış açısı getirmek ve geometri başarısını arttırmak için 10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeylerinin ve kavram yanılgılarının incelenmesi hedeflenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili geometrik düşünme düzeylerini ve kavram yanılgılarını incelemektir. Bu genel amaç ve alt öğrenme alanındaki kazanımlar doğrultusunda öğrencilerin kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve deltoid kavramları ile ilgili geometrik düşünme düzeylerinin tespit edilmesi ve kavram yanılgılarının belirlenip incelenmesi hedeflenmiştir.

Bu bağlamda bu araştırmanın sorusu; “10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeylerine göre kavram yanılgıları nasıl değişmektedir?” şeklindedir.

Araştırma sorusunun alt soruları aşağıdaki gibidir:

1. Öğrencilerin dörtgenlerle konusu ile ilgili geometrik düşünme düzeyleri nedir?

2. Öğrencilerin özel dörtgenler konusu ile ilgili kavram yanılgıları nelerdir?

3. Öğrencilerin özel dörtgenler konusu bağlamında geometrik düşünme düzeylerine göre kavram yanılgıları nasıl değişmektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Ulusal ve uluslararası araştırmalar geometrik düşünme düzeyleri ve kavram yanılgıları konuları açısından incelendiğinde her iki konunun da ayrı ayrı ele alındığı görülmektedir. Geometri öğretiminde öğrencinin var olan kavram yanılgılarının konuyu öğretmeyi veya ilerlemeyi ne kadar zorlaştırdığı görülmektedir (Başışık, 2010; Özerem, 2012; Özkan, 2015). Ayrıca öğrencinin bulunduğu geometrik düşünme düzeylerinin bilinmemesinden dolayı yapılmaya çalışılan eğitimin öğrenci için zorlaşmaktadır (Parlak, 2019). Her iki durum da eğitim-öğretim için önemlidir. Yapılan literatür taramasında sınıf düzeyi olarak daha çok beşinci sınıf veya yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki kavram yanılgılarının incelendiği görülmektedir (Özerem, 2012; Özkan, 2015; Özkan ve Bal, 2018; Başışık, 2010; Ersoz, İlhan ve Sevgi, 2019). Ortaöğretim öğrencileriyle ilgili genellikle dörtgenler gibi özele inmeden temel geometri ile ilgili kavram yanılgılarının incelendiği görülmüştür (Ubuz, 1999). Ortaöğretim düzeyinde geometri ile ilgili konu olarak çok fazla çalışma yapılmadığı görülmektedir. Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde ise genellikle düzeyleri tanımlamaya, ders planlarına uygulamaya veya düzeylerin gerçekten öğrencinin düşünce tarzını yansıtıp yansıtmadığına yönelik çalışmalar yapılmıştır (Yılmaz ve Çelik, 2022; Burger ve Shaughnessy, 1986; Crowley, 1987). Ayrıca Van Hiele modelini kullanarak oluşturulan ders planları ile eğitimler yapılıp öğrencinin öğrenmesine etkisi incelenmiştir (Terzi, 2010). Özel dörtgenlerle ilgili farklı sınıf düzeylerinde öğrencilerle genellikle hiyerarşik ilişki üzerine çalışmalar yapıldığı görülmektedir. Öğrencinin özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anlamaları ve geometrik düşünme düzeyleri ile karşılaştırmaları yapılmıştır (Wang ve Kinzel, 2014;

Okazaki ve Fujita, 2007; Fujita ve Jones, 2007; Erez ve Yerushalmy, 2006, De Villiers, 1994; Borboran, 2021).

Tüm bu araştırmalar sonucunda özellikle ortaöğretim 10. sınıf düzeyindeki öğrencilerin özel dörtgenler konusundaki kavram yanılgılarının tespitine yönelik çalışmalara çok rastlanmamıştır. Yapılan araştırmalar incelediğinde dörtgenler konusu ile ilgili bazı araştırmalarda sadece Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerinde dururken bazı araştırmalarda ise sadece kavram yanılgılarına bakılmıştır. Bu iki durumun bir arada bakıldığı araştırmalarda dörtgenler konusu yerine çoğunlukla üçgenler tercih edilmiştir. Diğer birçok ögeyi de içinde bulunduran bir konu olması ve ilgili araştırmalarda ortaöğretim öğrencileri düzeyinde çok az çalışmaya rastlanmış olmasından dolayı bu konunun çalışılması önemli görülmüştür. Ayrıca konuya ve öğrencilere olan bakış açılarının değiştireceği düşünüldüğünden, öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve kavram yanılgılarının ayrı ayrı incelendiği tespit edilip bu çalışmaların sınırlı ve yetersiz olduğundan dolayı bu araştırmanın yapılması önemli görülmüştür. Bu çalışma hem bu eksikliği gidermeye yönelik destek sağlayacak hem de özel dörtgenlerle ilgili geometrik düşünme düzeyleri ve kavram yanılgıları farklı bir bakış açısıyla ele alınıp incelenecektir.

1.4.Araştırmanın Sınırlılıkları

-Örneklem açısından, Batman'da yer alan bir anadolu lisesinin 10. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.

-Zaman bakımından 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılı ile sınırlıdır.

-Araştırma boyunca toplanan veriler, veri toplama, uygulama ve değerlendirme araçları ile sınırlıdır.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

-Araştırmaya katılan öğrencilerin yapılan çalışmaya gerekli önemi verdiği varsayılmıştır.

-Araştırmaya katılan öğrenci sayısının karma yöntem araştırması için yeterli olduğu varsayılmıştır.

1.6. Araştırmanın Tanımları

Geometri: Nokta, doğru, düzlemsel şekiller, uzay, uzaysal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle, geometrik şekillerin uzunluk, açıklık, alan ve hacim gibi ölçüleri konu edinen daldır (Baykul ve Aşkar, 1987). Matematiğin ortaöğretim müfredatında yer alan üç ana öğrenme alanından biridir.

Kavram Yanılgısı: Öğrencilerin kavramları, tanımından farklı olarak algılamasıdır ve yanılgıya düşmesidir (Ubuz, 1999). Diğer bir deyişle sistematik olarak yapılan hatalardır.

Hata: Öğrencilerin çözümlerindeki yanlışlıklardır.

Van Hiele Geometri Modeli: Öğrencilerin geometri öğrenimi sırasında karşılaştıkları güçlüklerden yola çıkılarak geliştirilen, hiyerarşik beş düzeyden oluşan öğrencinin bulunduğu düzeye göre geometri öğretimi yapılmasını savunan bir modeldir.

Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri: Van Hiele modelinin ortaya koyduğu, geometrik düşünmenin yapısını açıklayıp gösteren, Düzey 1'den Düzey 5'e sırasıyla hiyerarşik yapıya sahip olan beş düzeydir.

Özel Dörtgenler: Açı, kenar uzunlukları gibi temel elemanların belirli özelliklerle oluşturdukları dörtgenlerdir. Bunlar; kare, dikdörtgen, yamuk, paralelkenar, deltoid, eşkenar dörtgendir.

BÖLÜM II: KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışılan konu ile ilgili kavramsal çerçevelere, ulusal ve uluslararası yapılmış çalışmalara yer verilecektir.

2.1. Geometri Öğretimi

Geometri, dünyada matematiğin en önemli dallarından biridir. Geometri var olan şekilleri kavramada öğrencilere yardım ederek karşılaştıkları problemlerle daha iyi başa çıkabilmelerini sağlar. Geometri öğrencilerin bildikleri özellikleri kavramları gerçek hayat durumlarına uygulayıp problemleri çözmelerini sağlamaktadır. Öğrencilerin görsel olarak şekillerin farkında olması, akıl yürütme ve mantıksal düşünme becerilerinin geliştirilmesi geometri öğretiminin temel amaçlarındandır.

Geometri tanımsal olarak nokta, doğru, düzlemsel şekiller, uzay, uzaysal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle, geometrik şekillerin uzunluk, açıklık, alan ve hacim gibi ölçüleri konu edinen daldır (Baykul ve Aşkar, 1987). Geometrik kavramlar öğrencilere ilköğretimden itibaren gösterilip öğretilmekte olup üst sınıf düzeylerinde daha karışık ve kompleks bir şekilde gösterilip anlatılmaktadır. Örnek olarak ortaöğretimde geometri öğretimine üçgenden başlanır, daha sonra dörtgenler, analitik düzlem, üç boyutlu cisimler (prizma, piramit, koni, küre ve silindir), ve en son olarak çemberin analitik incelenmesi öğretilir. Bu yüzden öğrenciler geometrik kavramları sırasıyla öğrenmelidirler, ilk önce üçgen kavramını öğretip sonrasında yardımcı elemanları daha sonra da dörtgen kavramını öğretip, kare, dikdörtgen gibi dörtgenler anlatılmalıdır (Yılmaz, Turgut ve Kabakçı, 2008). Geometri öğrenmenin öğrencilere olumlu açıdan etkileri vardır. Örneğin, geometri sayesinde etraflarındakileri daha iyi ifade etmeye ve anlamaya başlarlar. Soyut olarak anlaşılması zor durumları geometrik şekilleri kullanarak daha iyi ifade edebilirler (Çoban ve Dursun, 2006; Vatansever, 2007).

Geometri, Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan üç ana öğrenme alanından biridir. Öğretim programında bulunan geometri öğrenme alanına ait konular Tablo 2.1'de verilmiştir (MEB, 2018).

Tablo 2.1: Ortaöğretim Sınıf Düzeylerine Göre Geometri Ders Konuları (MEB, 2018)

Sınıflar	**Geometri Konuları**
9.sınıf	Üçgenlerde Temel Kavramlar, Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik, Üçgenlerin Yardımcı Elemanları, Dik Üçgen ve Trigonometri, Üçgenin Alanı
10. sınıf	Çokgenler, Dörtgenler ve Özellikleri, Özel Dörtgenler, Katı Cisimler
11.sınıf	Çemberin Temel Elemanları, Çemberde Açılar ve Teğet, Dairenin Çevresi ve Alanı, Katı Cisimler
12.sınıf	Çemberin Analitik İncelenmesi

Tablo 2.1 incelendiğinde 10. sınıflarda genelden özele doğru çokgenler, dörtgenler ve özel dörtgenlerin öğretiminin yapılması gerektiği görülmektedir. Bu nedenle geometri öğretimi yapılabilmesi için öğrencinin önbilgilerinin diğer bir deyişle hazırbulunuşluklarının incelenmesi gerekmektedir. Özel dörtgenlerin öğretiminden önce öğretilmesi gereken ortaöğretim düzeyinde yedi tane ana konunun varlığı göz ardı edilmemelidir. Bunlar; üçgenlerde temel kavramlar, üçgenlerde eşlik ve benzerlik, üçgenlerin yardımcı elemanları, dik üçgen ve trigonometri, üçgenin alanı, çokgenler, dörtgenler ve özellikleridir. Geometri öğretiminde hiyerarşik bir yapı vardır. Konular özele inse de bu hiyerarşik yapı hala etkisini korur. Geometride bir konuyu tam öğrenmeden diğer konulara geçilmesi kavram yanılgılarına ve zorluklara neden olabilir. Matematikte ve geometride öğrenilen her bir kavramın diğer kavramlara yol gösterici olduğu unutulmamalıdır. Örneğin, üçgenin alanını hesaplamayı öğrenen bir öğrenci verilen herhangi bir dörtgenin alanının nasıl hesaplanabileceğini dörtgeni köşegenler yardımıyla üçgenlere ayırarak rahatça bulabilir. Bunun için ayrıca bir formül veya işlem öğrenmesine gerek yoktur. Aynı şekilde bir dörtgenin iç açılarının toplamının 360^0 olması yine üçgenin iç açıları sayesinde bulunur ve ispat edilir.

Öğretim Programı kazanımlar açısından incelendiğinde Matematik alanındaki toplam kazanım sayısı, Geometri alanındaki toplam kazanım sayısı ve sınıf düzeylerine göre ders saati açısından ağırlık yüzdeliği Tablo 2.2 de verilmiştir.

Tablo 2.2: Matematik Alanındaki Tüm Kazanımların Sayısı ve Geometri Alanındaki Kazanımların Sayısı

Sınıflar	Matematik Alanındaki Toplam Kazanım Sayısı	Geometri Alanındaki Toplam Kazanım Sayısı	Öğretim Programındaki Ağırlık (%)
9. sınıf	41	16	32
10. sınıf	27	4	32
11. sınıf	28	6	20
12. sınıf	34	2	9

Tablo 2.2 incelendiğinde sınıf düzeylerine göre verilen kazanımlarda 10. sınıf için toplam 27 kazanımdan 4'ü geometriye ait olsa toplam ders saati açısından geometri konuları programın %32'sini oluşturmaktadır. Bu da bize 4 kazanımın ders saati açısından çok büyük bir kısma karşılık geldiğini göstermektedir. Tüm bunlar bize geometrinin öğretim programlarının vazgeçilmez bir parçası ve ne kadar önemli olduğunu göstermektedir.

Geometri öğretiminin sağlam temeli, kavramsal öğrenmelerin tam olarak yapılması, kavramların birbirleriyle ilişkilendirilerek aralarındaki ortak özelliklerinin vurgulanması ve formal çıkarımların yapılması ile oluşmaktadır. Dörtgenler konusunda, öğrenci öğrenmelerinin tek tip prototip şekillerin zihinlerinde olması nedeniyle dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri fark edemedikleri ve sıkıntı yaşadıkları görülmektedir. (Fujita ve Jones, 2007).

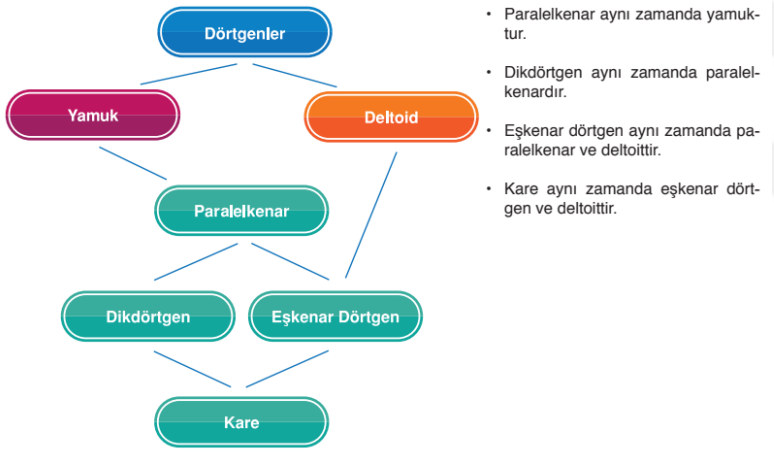
2.1.1. Dörtgenler öğretimi ve önemi

Geometri öğretiminin temel amaçları içinde geometrik cisimlerin tanınabilmesi, açıklanabilmesi, karşılaştırılabilmesi ve sınıflandırabilmesi vardır. Dörtgenlerin dört kenarı olan bir geometrik şekil olarak isimlendirilmesi yeterli değildir. "Kenarlar nasıl olmalıdır? Bu dört kenarın doğrusal değil de eğimli ya da kıvrımlı olması dörtgen olduğu anlamına geliyor mu? Dörtgenler kendi içinde sınıflara ayrılıyor mu?" bu gibi sorulara yanıt vermek amaçlı dörtgenlerin tanımı yapılmalıdır. Dörtgen, en az üçü doğrusal olmayan dört noktanın sırasıyla ikişerli olarak birleşen doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekildir. Dörtgenler içbükey veya dışbükey olabilirler. Özel dörtgenler ise açı, kenar uzunlukları gibi temel

elemanların belirli özelliklerle oluşturdukları içbükey veya dışbükey dörtgenlerdir. Bunlar; kare, dikdörtgen, yamuk, paralelkenar, deltoid, eşkenar dörtgendir.

Dörtgenler çok fazla birbirinden farklı görünse de hepsinin birbiri ile hiyerarşik bir ilişkisi vardır. Her bir dörtgenin kendine göre tanımsal olarak kapsayıcı ve hariç tutan tanımları bulunmaktadır. Tanımlardan çok elbette ki sınıflandırmalar matematikçiler için daha önemli olmuştur (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013).

Dörtgenler konusu şekiller arası ilişki kurulabilmesi ve hiyerarşik sınıflandırma yapılabilmesi için uygundur. Öğrencilerde dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılması ile ilgili problemlerin olduğunu ortaya koyan çalışmalar mevcuttur (Monaghan, 2000; Erez ve Yerushalmy, 2006; Fujita ve Jones, 2007). Aşağıda Şekil 1'de dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişki MEB'in 10. sınıf Matematik ders kitabından alınmıştır.

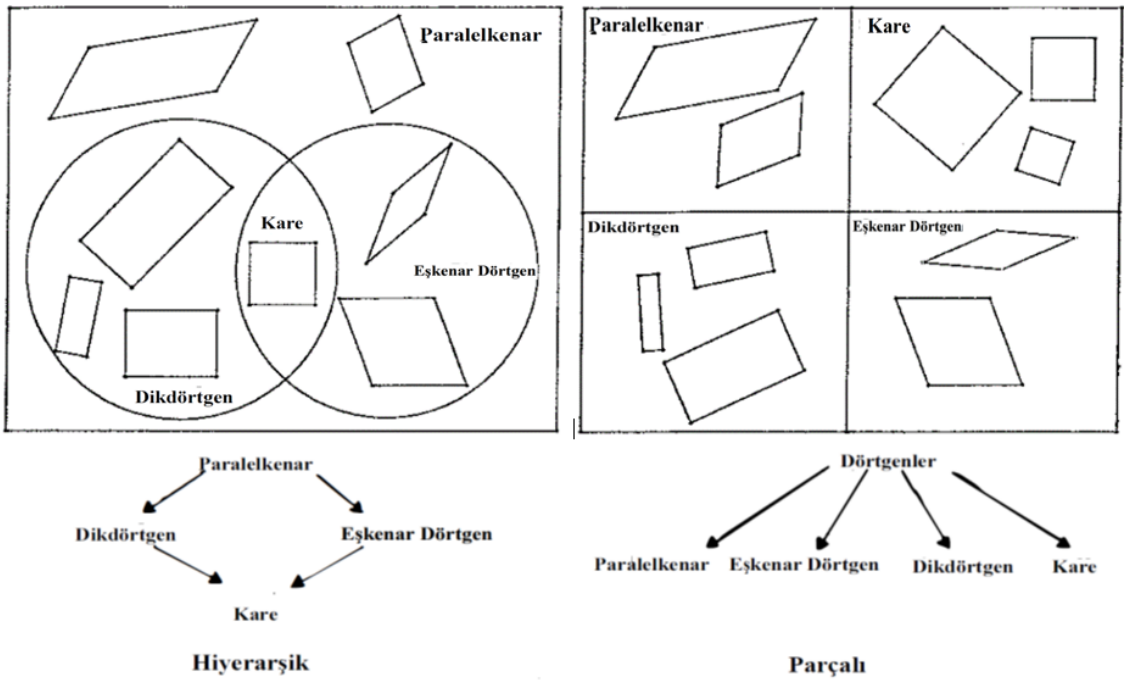


Şekil 1: Özel Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik İlişki (MEB, 2021)

Şekil 1'e bakıldığında özel dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi oklarla gösterip aynı zaman sözel olarak verilen cümlelerle ilişkiler temsil edilmiştir. Şekil ayrıntılı olarak incelenirse dörtgenler yamuk ve deltoid olarak ikiye ayrılır. Yamuk dörtgeni için kritik özellik iki kenarının paralel olmasıdır. Bu yüzden "İki kenarı paralel olan tüm dörtgenler bir yamuktur." ifadesi söylenebilir. Deltoid köşegenleri dik kesişen komşu iki kenarı eşit olan dörtgen olduğundan bu özellikleri sağlayan tüm dörtgenler deltoidin özel bir çeşididir denilebilir. Verilen kavram haritasında paralelkenar iki kenarın paralel olma özelliğini sağladığından yamuk dörtgeninin özel bir halidir. Paralelkenarda sadece iki kenar paralel değil diğer iki kenar da paralel olması kritik özelliğe eklenir. Daha sonra iç açıların 90^0

olması durumunda daha da özele inip dikdörtgenlerin bir paralelkenar olduğu ve aynı zamanda yamuk olduğu görülmektedir. Dikdörtgen için ekstra iç açılarının her birinin 90^0 olması kritik özelliği listeye eklenir. Eşkenar dörtgende bütün kenarların birbirine eşit olması deltoidin kritik özellikleri komşu kenarların eşitliğini ve köşegenlerin dik kesişme özelliğini sağladığı ve paralelkenarın karşılıklı kenarların paralelliği özelliğini sağladığı görüldüğünden eşkenar dörtgen için deltoidin ve paralelkenarın özelliklerinin birleştirilmiş özel bir halidir denilir. Son olarak karşılıklı kenarların paralel olması, iç açıların 90^0 olması, köşegenlerin dik kesişmesi, kenar uzunluklarının eşit olması özellikleri farklı dörtgenlerin kritik özellikleri olmalarına rağmen tek bir dörtgende yani karede bu özelliklerin tamamının birleştiği görülmüştür. Bu nedenler kare için "Yamuk, deltoid, paralelkenar, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel bir çeşididir." cümlesini kurmak yanlış bir ifade olmaz.

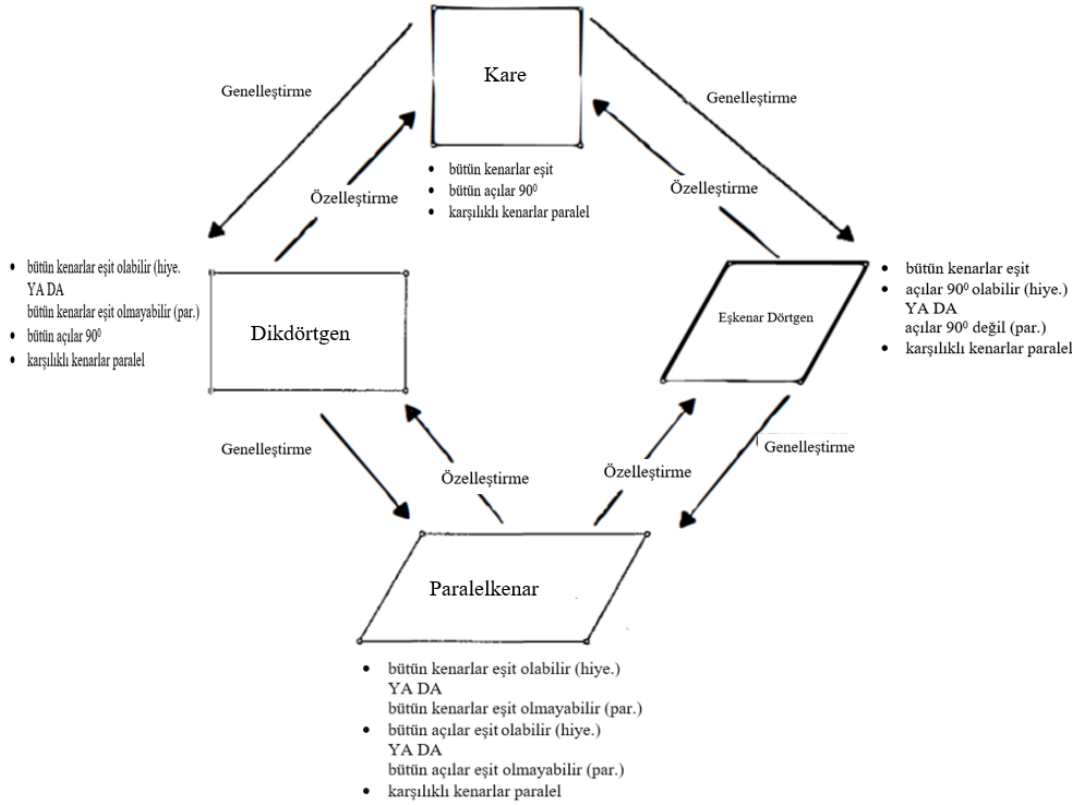
Ayrıca De Villiers (1994)'in çalışmasındaki dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişki ve parçalı sınıflandırılması Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: De Villiers (1994) Özel Dörtgenler Hiyerarşik ve Parçalı Sınıflandırması

Şekil 2 incelendiğinde verilen dört dörtgen (kare, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen) parçalı bir şekilde sınıflandırıldığında dört ayrı grup oluşmaktadır ve her grup birbirinden ayrıktır. Bu dört dörtgenin hiyerarşik sınıflandırılmasına bakıldığında paralelkenarın en kapsayıcı grup (küme) olduğu görülmektedir. Diğer dörtgenler yani

dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın bir alt sınıfıdır. Bu da "Dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen aynı zamanda bir paralelkenardır." özelliğini ortaya çıkarır. Çünkü hepsi paralelkenar özelliklerini taşırlar. Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen incelendiğinde hem dikdörtgen hem de eşkenar dörtgen özelliklerini taşıyan kare özel dörtgeninde bir kesişim sağladıkları görülmüştür. Ayrıca De Villiers (1994) çalışmasında paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve karenin özellikleriyle ilgili Şekil 3'teki gibi bir şema oluşturmuştur.



Şekil 3: De Villiers (1994) Dörtgenler Şeması

Şekil 3 incelendiğinde De Villiers (1994) çalışmasında kullandığı dört dörtgenin arasındaki hiyerarşik ilişkiyi bir şema şeklinde temsil ettiği görülmektedir. Paralelkenar (parallelogram) dörtgeni eğer kenarlar eşit olacak şekilde özelleştirilirse eşkenar dörtgen oluşmaktadır veya açılar 90^0 olacak şekilde özelleştirilirse dikdörtgen oluşmaktadır. Tam ters yönden bir ok oluşturulduğunda dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin genelleştirilmiş yani daha genel hali paralelkenardır denilebilir. Aynı durum kare ile dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasında mevcuttur. Dikdörtgene kenarları eşit olacak şekilde bir kritik özellik eklendiğinde ortaya çıkan şekle dikdörtgenin özelleştirilmiş hali olan kare denir. Diğer açıdan eşkenar dörtgende kenarların paralelliği ve eşitliği kritik özellikleri mevcuttur ancak

açıların hep dik açı olmak zorunda değildir. Eğer açılar dik olacak şeklinde yeni bir kritik özellik eklenirse ortaya çıkan dörtgen eşkenar dörtgenin özelleştirilmiş hali olan kare denir. Bu nedenle herhangi bir dörtgen için isimlendirmeler ve ilişkiler tamamen kritik özelliklere bağlıdır.

Ülkemizdeki ortaöğretim matematik öğretim programı genel olarak incelendiğinde Geometri öğrenme alanına ait birçok konu ve bu konulara ait kazanımlar bulunmaktadır. Tablo 2.1'e tekrar bakıldığında "Özel Dörtgenler" ayrı bir konu olarak verilmektedir. Kazanım sayısı açısından programda bir kazanım verilmiş olsa da kazanıma ait birden fazla açıklama bulunması ders saatinin otuz dört olması nedeniyle 10. sınıf konularının tek kazanım ile yaklaşık %16 sını oluşturmaktadır. Özel dörtgenler konusuna ait tek kazanım aşağıda açıklamaları ile verilmiştir.

"10. 5. 3. 1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

a) Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid arasındaki hiyerarşik ilişkilere yer verilir.

b) Hiyerarşik ilişkiye göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen ve alan özellikleri bağlamında ele alınır.

c) Origami, tangam kullanılarak uygulamalar yapılır.

ç) Geleneksel mimaride kullanılan motif örneklerinde yer alan çokgen örneklerine yer verilir.

d) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır (MEB, 2018)."

Bu kazanımın yukarıda verilen açıklamalarına bakıldığında özel dörtgenler arasında hiyerarşik ilişkilerin öğrenilmesi öğretim programının gerekliliklerindendir. Ancak öğrencilerin bu konuda zorlanmalarının nedenlerinden biri kavramlar ve imajları arasında ilişkilerin doğru olması gerekliliğidir. (Fujita ve Jones, 2007). Örneğin, dikdörtgenin bir yamuk olup olmadığını düşünen bir kişi sadece şekillerin görünüşlerini değil özelliklerini de bakması gerekmektedir. Öğrenciler dörtgenlerin özelliklerini öğrenirken hangi özelliklerin kritik olduğunu hangi özelliklerin her dikdörtgende olmasının zorunluluk olmadığını zaman

geçtikçe öğrenmektedir. Kritik özellikler, öğrenilen şeklin her bir örneğinde kesinlikle bulunması gereken özelliklerdir. Diğer bir deyişle kritik özelliklerden herhangi birinin olmaması gösterilen şeklin anlatılmak istenen şekil olmadığını gösterir. Örneğin, "dört kenara sahip olması", "karşılıklı kenarların paralel olması", "açılarının dik açı olması", "karşılıklı açıların eşit olması" dikdörtgenin kesinlikle olması gereken kritik özellikleridir. Bu üç kritik özellik tüm dikdörtgenlerde bulunur. Ancak "iki uzun, iki kısa kenara sahip olma" istenen bir kritik özellik olarak sayılmaz çünkü bu özelliğe sahip olan dikdörtgenler var olduğu gibi sahip olmayan birden fazla dikdörtgen örneği bulunabilir. Bu durumdan dolayı her dörtgen için olması gereken yani kritik özellikleriyle olmasa da olur denilebilecek özelliklerinin öğretilmesi dörtgenler arasındaki ilişkilerin daha iyi anlaşılmasına ve hiyerarşik ilişkilerin öğrenilmesine olanak sağlar (Erez ve Yerushalmy, 2006). Ayrıca bir kişinin dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerini anlaması için en az aşağıda belirtilenleri yapması gerekmektedir.

- Herhangi bir şekli sınıflandırırken birden fazla grupta olabileceğini kavraması gereklidir. Örneğin kare şekli sınıflandırılırken çokgenler grubuna, dörtgenler grubuna, paralelkenarlar grubuna, dikdörtgenler grubuna vb. dahil edilebilir. Grup çeşitleri arttırılabilir.
- Matematiğin temel kurallarından "a<b ve b<c ise a<c'dir." özelliğinin iyi kavranması gerekmektedir. Kare eşkenar dörtgenin özel bir çeşidi, eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir çeşididir. Buna göre; kare, paralelkenarın özel bir çeşididir.
- Öğrencinin cümlelerin ters yönden doğru olamayacağını anlaması gerekmektedir. Her kare, bir dikdörtgendir ancak her dikdörtgen bir kare değildir.
- Önceki iki maddedeki durumların kritik özellikler için de sağladığını anlaması gerekmektedir. Eşkenar dörtgenin kritik özellikleri karenin kritik özelliklerini kapsadığı halde tersi düşünüldüğünde karenin kritik özellikleri eşkenar dörtgenin kritik özelliklerinin tamamını kapsamadığı görülmektedir (Markman,1991; Akt: Fujita ve Jones, 2007).

2.2. Kavram Yanılgıları ve Öğrenci Zorlukları

Kavram yanılgılarından önce kavram kelimesinin tanımına bakmamız gerekmektedir. Türk Dil Kurumu'na göre kavram kelimesi tanımsal olarak bir fikrin veya bir nesnenin bellekteki genel ve soyut diyazını olarak görülmektedir. Matematik biliminin kendine ait bir

dili ve bu dilin içinde kavramlar bulunmaktadır. Matematiği iyi anlayabilmek ve tam anlamıyla benimsemek için içinde bulunan kavramları iyi öğrenmemiz gerekmektedir. Matematiksel kavramların yanlış öğrenilip veya zihinde yanlış şemalandırılması sonucu öğrenciler hataya düşmektedir.

Matematik eğitimi literatüründe karşılaşılan zorluk, güçlük, kavram yanılgıları ve hata terimleri öğrencilerin matematik öğreniminde yaşadıkları durumların anlatılmasında en çok kullanılanlar ifadelerdir. Kavram yanılgısı ile öğrenci zorlukları farklı kavramlar olmasına rağmen bu farkın yeterince bilinmemesinden dolayı birbirinin yerine kullanılabilmektedir. Zorluk, genel bir kavram olup, matematik öğreniminde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu nedenle kavram yanılgısı terimi öğrencinin yaşadığı zorlukların daha çok anlamlandırabilmeyi ve çözüm odaklı yaklaşabilmeyi sağlamaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2009). Bayazıt (2008)'a göre öğrencilerin bir kavramı öğrenirken algılama ve anlamlandırma esnasında yaşadıklarını zihinsel güçlükleri öğrencilerin zorlukları olarak ifade ederken kavram yanılgılarını ise öğrencilerin bir kavrama ait bilgileri eksik veya yanlış geliştirmeleri olarak ifade etmiştir (Akkaya, 2009).

Tanımsal olarak kavram yanılgısının ne olduğuyla ilgili literatürde birçok araştırma ile karşılaşılmaktadır. Smith, diSessa, Roschelle (1993)'a göre kavram yanılgısı, düzenli bir şekilde hata üreten düşünceye sahip olmaktır. Öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde basit bir hata yaptığında bu işlem hatası olarak düşünülse de eğer öğrenci düzenli olarak aynı hatayı tekrarlıyorsa ve doğrusunun öyle olması gerektiğini düşünüyorsa öğrencinin kavramla ilgili bir yanılgıya düştüğünü söyleyebiliriz (Temel ve Eroğlu, 2014).

Kavram yanılgılarının asıl sebebinin öğrencinin öğrenme sırasındaki yaşadıkları güçlükleri olduğunu söyleyen Bayazıt (2008) düşüncesini "Kavram yanılgılarının asıl sebebi öğrenme sürecinde yaşanılan güçlüklerdir. Öğrenciler, yaşadıkları güçlükler neticesinde eksik ve yanlış bilgiler ediniyorlar; bunun sonucunda bu eksik ve yanlış bilgilerin doğru olduğuna dair çok güçlü inançlar geliştiriyorlar ki biz bunlara kavram yanılgıları diyoruz." şeklinde ifade etmiştir. Ayrıca kavram yanılgıları öğrencinin problemi çözmesinde yanlış yapmasına neden olur gibi bir cümle kurarsak hata yapmış oluruz. Bingölbali ve Özmantar (2009)'a göre sadece doğru veya yanlış cevapların üzerinde yoğunlaşmak yerine cevapların ortaya çıkmasına yol açan süreç veya kavrayışın daha yakından incelenmesi gereklidir. Çünkü bazen sahip olunan kavram yanılgısı sonucun doğru yapılmasına neden olmaktadır.

Bu çalışmada kavram yanılgıları için Ubuz (1999)'un "Öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılamasıdır." tanımı kullanılacaktır.

2.2.1. Kavram yanılgılarının nedenleri

Cornu (1991) öğrenci zorluklarının ve kavram yanılgılarının kaynaklarını epistemolojik, psikolojik ve pedagojik olmak üzere üç kısımda toplamaktadır. Epistemolojik nedenler, öğretilecek kavramın doğasında vardır. Diğer bir deyişle kavram doğası gereği anlatılması, öğretilmesi ve anlaşılması zor bir kavram olabilir. Psikolojik nedenler, öğrenen kişi yani öğrencinin biyolojik, bilişsel ve duyuşsal boyutlarını içeren kişisel gelişimi ile alakalıdır. Öğrencinin kavrama yeteneği, gelişim aşaması, önbilgileri gibi faktörler yeni kavramı nasıl öğrendiğini etkilemektedir. Pedagojik nedenler genel hattıyla tamamen yöntemle alakalı olan nedenlerdir. Seçilen öğretim modelleri, öğretmenin kullandığı kelimeler, ders kitapları gibi unsurlar pedagojik kaynaklı kavram yanılgılarına sebep olabilir (Akt: Bingölbali ve Özmantar, 2009).

Kavram yanılgılarının ortaya çıkma nedenlerine bakıldığında kavram yanılgıları kişiden kişiye değişse de bazı ortak özelliklere sahiptirler.

- Kavram yanılgıları, birden fazla kişide bulunabilir ve kişiler aynı yanılgılara sahip olabilirler.
- Kavram yanılgıları, problem çözümünde yanlış sonuçlara ulaştırabileceği gibi doğru sonuçlara da ulaştırabilir.
- Kavram yanılgıları tespit edilirken öğrencinin verdiği doğru veya yanlış cevaplar yerine neden doğru veya neden yanlış yaptığı durumlarına dikkat edilir.
- Bazı kavram yanılgıları konunun temeliyle ilgili olup basit yöntemlerle düzeltilemeyebilir. Düzeltmek için öğrencinin zihinde çok derinlere inmek gerekebilir.
- Öğrencinin geçmişteki deneyimleri kavram yanılgılarına sebep olmaktadır. Önceki öğrenmeleri tam olarak doğru olmadığından yeni öğrenmeler esnasında kavram yanılgıları oluşabilir. Her öğrenci geçmişte farklı deneyimler yaşadığından sonuç olarak farklı kavram yanılgılarına sahip olabilirler (Yenilmez ve Yaşa, 2008; Akt: Özdemir vd., 2017).

2.2.2. Kavram yanılgılarının türleri

Kavram yanılgıları farklı konularda da olsa ortak özelliklere sahiptirler. Bu özellikler ele alındığında kavram yanılgılarını aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılama olarak dört ayrı kategoride ele alabiliriz (Zembat, 2013).

Bunlardan ilki olan aşırı genelleme kavram yanılgısı, öğrencinin herhangi bir kavramla ilgili özelliğin başka kavramlarda da geçerli olduğunu düşünmesidir. Özel dörtgenlerden örnek verecek olursak; dikdörtgenin alanı birbirine dik olan iki kenarın uzunluklarının çarpımı ile bulunur. Öğrenci bu özelliği aşırı genelleyerek paralelkenara veya yamuğa yüklemektedir. Sonuç olarak paralelkenar veya yamuğun alanını art arda gelen iki kenarın uzunluklarını çarparak bulur.

Aşırı özelleme kavram yanılgısı, öğrencinin bir kavrama ait geniş kapsamlı yorumlanabilecek özelliğini daha da özelleştirip öyle düşünmesi ve kullanmasıdır. Örneğin, öğrencide kare için aklında var olan görsel bir şekil vardır ve 45^0 döndürülmesi ile oluşan şeklin kare olmadığını düşünür.

Yanlış tercüme kavram yanılgısı; sembol, tablo, işlem, formül, grafik, cümle gibi değişik formlar arasında geçişlerde yapılan sistemli hatalardır. Öğrenci grafikleri incelerken, cümleleri okurken iki değişkenin birbiriyle olan durumunu ters yönden anlar. Örneğin; soruda verilen “Dikdörtgenin alanı, karenin alanının iki katıdır.” cümlesini öğrenci matematiksel ifade ederken eğer yanlış tercüme kavram yanılgısına sahipse “2.D=K” şeklinde yazar.

Kısıtlı algılama kavram yanılgısı; bir kavramın kısıtlı veya olması gerekenden daha dar anlamlı algılamasından kaynaklanır. Bu kavram yanılgısı genellikle pedagojik kaynaklıdır. Öğretmenin örnek verirken çeşitliliğe gitmemiş olması öğrencinin konuyu sadece verilen şekillerden, verilen özelliklerden ibaret sanmasına neden olur. Bazı durumlarda aşırı özelleme kavram yanılgısı ile karıştırılabilir. Matematik eğitimi ve geometri eğitimi literatüründe en çok karşılaşılan kavram yanılgıları türleri aşırı genelleme ve aşırı özellemedir.

2.2.3. Özel dörtgenlerde karşılaşılan kavram yanılgıları

Özel dörtgenlerin çeşitlilik olarak fazla olması öğrencilerin bu şekilleri birbiriyle karıştırmasına ve kavram yanılgılarına sebep olmaktadır. Her öğrencide aynı ve farklı kavram yanılgıları bulunabilir. Derslerde özel dörtgenlerle ilgili en çok karşılaşılan kavram yanılgılarından bazıları aşağıda verilmiştir:

- Özel dörtgenlerde alan hesaplaması yapılırken dikdörtgende olduğu gibi paralelkenarda da iki kenarın uzunluklarının çarpılması.
- Hiyerarşik ilişkiyi anlayamama, karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olamayacağını düşünmek.
- Konu anlatımı yapılırken veya çalışırken dörtgenler için kullanılan tek tip şekil çizimlerinden dolayı farklı konumlandırmalarla şeklin değiştiğini düşünmek.
- Yamuk ile ilgili en önemli kavram yanılgılarından biri karşılıklı iki kenarının paralel olma durumudur. Öğrencilere yamuk için örnek şekil çizdirildiğinde paralelliği gösteremiyorlar (Özkan ve Bal, 2018).
- Yamuk ile ilgili diğer bir kavram yanılgısı, isminden dolayı kenarlarında paralellik olamayacağıdır.
- Paralelkenarda alan hesaplaması için yükseklik çizmek isteyen bir öğrenci aynı üçgende olduğu gibi yüksekliğin paralelkenarın iç bölgesinde olması ve tek olması gerektiğini düşünür. Bunun sebebi olarak aynı prototip şekil çizilmesi söylenebilir.
- Eşkenar dörtgen ile paralelkenar anlatılırken birbirine benzeyen yatay eksene paralel şekillerin çizilmesi, eşkenar dörtgende olan kenarların eşitliği özelliğini öğrenci paralelkenar için de kullanır. Ayrıca öğrenci yine eşkenar dörtgendeki köşegenlerin dik kesişmesi özelliğinin paralelkenarda da var olduğunu düşünür veya tam tersi prototip benzerliğinden dolayı eşkenar dörtgenin köşegenlerinin dik kesişemeyeceğini düşünür.

2.3. Van Hiele Geometrik Düşünme Modeli

Bu araştırmada öğrencilerin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla kavramsal çerçeve olarak Van Hiele geometrik düşünme modeline göre belirlenen geometrik düşünme düzeyleri esas alınmıştır.

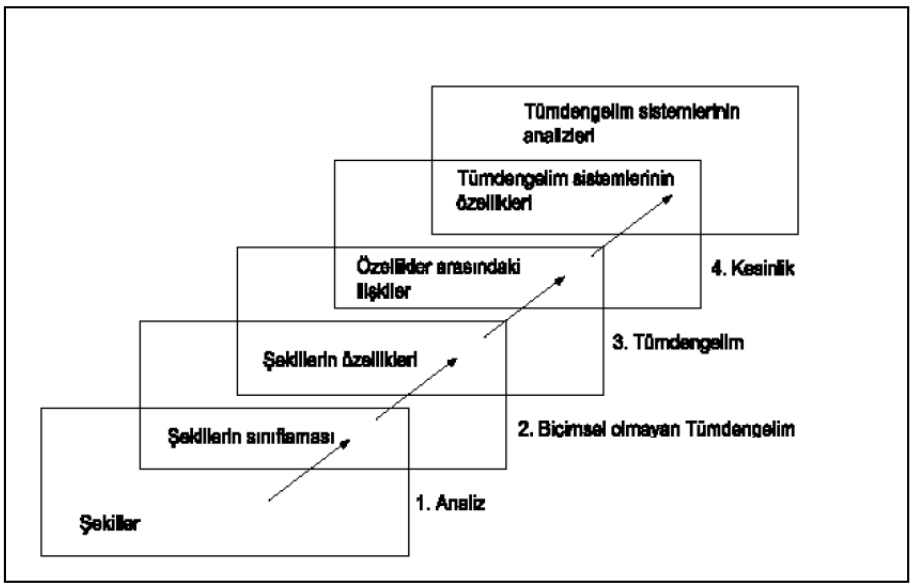
Geometri ile ilgili yapılmış belki de en önemli çalışma olan Van Hiele geometrik düşünme modeli öğrencilerin geometriyi nasıl zihinlerinde kavramları nasıl algıladıklarını

açıklayan bir modeldir. Model 1950'lerde Pierre Van Hiele, Dina Van Hiele çiftinin tasarlayarak ortaya attığı bir çalışmadır. Her ikisi de matematikçi olan çift, öğrencilerinin geometriyi öğrenirken bazı konularda zorluk çektiklerini fark edip geometrideki zorlukların sebeplerini ve nasıl ortadan kaldırılabileceğine ilişkin çalışmalar yapmışlardır (Paksu-Duatepe, 2016). Yıllar sonra yaptıkları çalışmaları, Pierre Van Hiele 1986 yılında yazdığı Structure and Insight (Yapı ve İçgörü) kitabına eklemiş ve böylelikle geometrik düşünme modelini uluslararası araştırmalara eklemiştir (Akt: Paksu-Duatepe, 2016).

Van Hiele çifti yaptıkları çalışma sonunda her öğrencinin aynı konularda zorlandıklarını eğer konuyu anlarlarsa bir üst düzeyde zorlandıklarını fark edip her geçiş durumunu düzeyler olarak betimlemişler öğrencilerin geometrik düşünmelerinin beş düzeyden geçtiğini ortaya koymuşlardır. Aynı düzeyde bulunan her öğrencinin aynı şekilde düşündüklerini gözlemleyip bu nedenle her bir düzeyde geometrik kavramların aynı şekilde algılandığını belirtmişlerdir. Van Hiele çifti düzeyleri hiyerarşik olarak 0'dan 4'e kadar sırasıyla ifade etmişlerdir. Her bir düzey için o düzeye ait, düzeyin özelliklerini ifade eden kritik soruları belirleyerek; her bir düzeyi önceki düzeylerle ile ilişkilendirmişlerdir. Van Hiele göre düzeyler arası geçişte bir sıra vardır ve öğrenci bir anda birden fazla düzey yukarı çıkamaz. Ayrıca düzeyler arası geçişin öğrencinin sınıf düzeyine veya geçmiş öğrenmelerine bağlı olmadığını belirtmişlerdir. Örneğin; ilköğretim 4.sınıf öğrencisi ile ortaöğretim 3.sınıf öğrencisinin aynı düzeyde olup ve hatta lise öğrencilerinin hala ilk düzeyde olabileceğini söylemektedirler (Terzi, 2010).

Modelin içeriğine göre öğrenciler geometri öğreniminde ve öğretiminde görsel, betimsel, basit çıkarım, çıkarım ve sistematik düşünme düzeyi olarak adlandırılan beş düzeyden geçmektedir. Bu beş düzey için birçok isimlendirme mevcuttur. Van Hiele bu düzeyleri 0'dan 4'e kadar sırasıyla hiyerarşik bir şekilde tanımlasa da son yıllarda yapılan çalışmalarda düzeyler Düzey 1'den Düzey 5'e kadar numaralandırılmış bir şekilde kullanılmaktadır. Hoffer (1981), düzey isimlendirmelerini sırayla Recognition, Analysis, Ordering, Deduction ve Rigor şeklinde ifade etmiştir ancak Van Hiele (1986) bu düzeylerin isimlendirmelerinin ve sınıflandırılmaların The Visual Level, The Descriptive Level, The Theoretical Level, The Formal Logic Level, The Nature of Logical Laws Level olmasının teorinin matematiksel yapısına daha uygun olduğunu belirtmiştir. Daha sonra Van Hiele (1999) başka bir çalışmasında Theoritical Level yerine Informal Deduction adını kullanmıştır (Akt: Yılmaz ve Çelik, 2022). Son yıllarda yapılmış çalışmalara bakıldığında

farklı isimlendirmelerin mevcut olduğu görülür. Yılmaz ve Çelik (2022) yaptıkları çalışmada bunları incelemiş olup ilgili alanyazında gösterilecektir. Örnek olarak Terzi (2010) Şekil 4'teki gibi Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini şematik olarak göstermiştir.



Şekil 4: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin Şematik Gösterimi (Terzi, 2010)

Şekil 4 ayrıntılı incelendiğinde Terzi (2010) kullandığı şematik gösterimde düzeyler için kullandığı isimlendirmeleri ve düzeylerde şekillerin ne gibi kısımlarıyla ilgilenildiğini belirtmiştir. Şekilde ilk düzeyi belirtmemiş ancak çalışmasında "Düzey 0: Görselleştirme, Hayalinde Canlandırma" olarak kullanmıştır. Kullandığı şemada Düzey 0'da öğrencilerin şekillerle görsel olarak ilgilendiği ancak Düzey 1: Analiz düzeyine geçildiğinde şekillerin sınıflandırmalarının yapılabildiğini göstermiştir. Ok yönleri takip edildiğinde Düzey 2: Biçimsel Olmayan Tümdengelim düzeyine geçiş yapan öğrenciler artık şekillerin özellikleriyle ilgilenmektedir. Düzey 3: Tümdengelim düzeyinde artık öğrenciler şekillerin özellikleri en sade halleriyle bilmekle kalmayıp özellikler arasındaki ilişkileri de öğrenmiş oldukları görülmektedir. Şekillerin hiyerarşik bir şekilde sınıflandırılması da bu düzeyde olmaktadır. Son olarak öğrenci tümdengelim sistemlerinin özellikleriyle ve analizi ile ilgilendiğinde geometrik düşünme düzeylerinin sonuncusu olan Düzey 4: Kesinlik düzeyinde olduğu görülmektedir.

Bu çalışmada da geometrik düşünme düzeyleri için Düzey 1'den Düzey 5'e kadar numaralandırma yapılıp Van Hiele'nin çalışmalarında belirttiği isimler kullanılacaktır. Bunlar: Düzey 1: Görsel Düzey, Düzey 2: Betimsel Düzey, Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi, Düzey 4: Çıkarım Düzeyi, Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyi.

2.3.1. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin özellikleri

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin özellikleri sıralaması aşağıdaki gibi yazılabilir:

- Van Hiele düzeylerinin sıralı, hiyerarşik bir ilişkisi vardır. Bu yüzden bir öğrenci bir önceki düzeye hâkim olamadan bir sonraki düzeyi anlayamaz, o düzeyin anlama seviyesine çıkamaz (Ususkin, 1982; Akt: Atebe ve Schafer, 2008). Van Hiele (1954)'ye göre öğrenci bulunduğu düzeyin düşünme yapısını ve dilini anlayabilirler ancak üst düzeylerin düşünme yapısını anlayamaz ve algılayamazlar. Ayrıca öğrencinin bir düzeyde olabilmesi için önceki düzeylerden mutlaka geçmiş olması gerekmektedir.
- Düzeyler arası geçiş yaşa ve bulunduğu sınıf düzeyine bağlı değildir. Öğretime, bilgiye ve geometri deneyimine bağlıdır. Örneğin; bir üniversite öğrencisi Düzey 1'de olabileceği gibi bir lise öğrencisi Düzey 3'te olabilir.
- Her düzeyde belirli bir kavrama ait farklı yaklaşımlar vardır. Örneğin Düzey 1'deki bir öğrenci dikdörtgen kavramını sadece çizerek gösterebilirken Düzey 3'teki bir öğrenci dikdörtgenle ilgili sözel tanım yapıp yardımcı elemanları ile ilgili bilgi verebilir. Her düzeyde farklı semboller ve farklı tanımlar olduğundan geometri eğitimi yapılırken başarıya ulaşmak için öğrencinin bulunduğu düzeye uygun bir dil kullanılmalıdır.

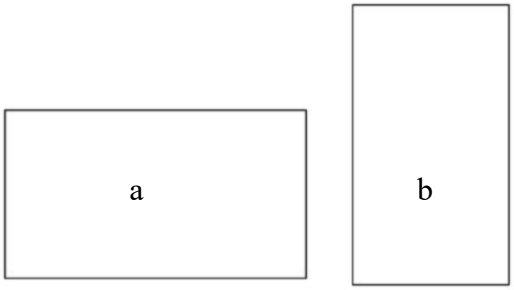
2.3.2. Van hiele geometrik düşünme düzeyleri

Bu bölümde bu çalışmada kullanılacak olan Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin düzeye en yakın anlamlı Türkçe ve İngilizce isimleriyle beraber açıklamaları verilecektir.

2.3.2.1. Düzey 1: Görsel Düzey (The Visual Level)

Öğrenciler başlangıçta şekilleri bir bütün olarak görürler. Şekillerin özellikleri yoktur, bir nesneye benzerler. Şeklin büyüklüğü, sayfada duruş yönü, konumu gibi durumlar bu

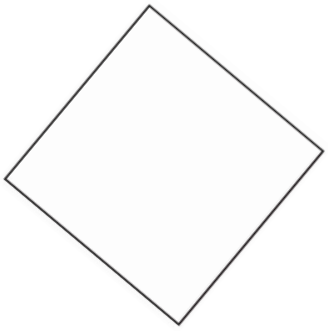
düzeydeki öğrenci için önemlidir. Aşağıda Şekil 5'te dikdörtgenin sayfada duruş olarak farklı gösterimleri verilmiştir.



Şekil 5: Dikdörtgenin Gösterim Şekilleri

Öğrenci Şekil 5'teki uzun kenarı yataya yaslı bir a dikdörtgeni için "Bu bir dikdörtgendir." diyebilir. Ancak Şekil 5'teki kısa kenarı yataya yaslı bir b dikdörtgeni için "Bu dikdörtgen değildir." veya "Bu dikdörtgeni yukarıya doğru uzatmışlar." cümlelerini kurabilir. Dikdörtgen şeklini zihninde kapı olarak şemalaştırmış olabilir yani şekli gördüğünde kapıya benziyorsa dikdörtgen olduğunu düşünür. Bu düzeydeki bir öğrenciye A4 kağıdını dikdörtgen olarak tanıtıp kâğıdı yan çevirinde dikdörtgen olduğunu söyleyemez (Paksu-Duatepe, 2016).

Başka bir özel dörtgen olarak eşkenar dörtgen için öğrenci eşkenar dörtgen kelimesini bilemeyebilir ve kullanmayabilir. Eşkenar dörtgen şekli gösterildiğinde baklava dilimine benzediğini söyleyebilir. Aynı şekilde Şekil 6'da 45^0 döndürülmüş bir kare verilmiştir.



Şekil 6: 45^0 Döndürülmüş Bir Kare

Şekil 6'daki dörtgenini gören bir öğrenci şeklin eşkenar dörtgen olduğunu veya baklava dilimi olduğunu söyleyebilir. Görsel düzeydeki öğrencilerde her bir şekil zihinde ayrı ayrı

gruplandırılmışlardır. Henüz şekiller arası sınıflandırma yoktur. Aynı şekil için bile birden fazla görünüm tipi varsa her biri ayrı bir gruptur. Dörtgenler dört tane doğru parçasının belirli kurallarla oluşturduğu kapalı bir cisimdir. Öğrenci dört doğru parçasının oluşturduğu kapalı olmayan şekle dörtgen diyebilir. Bu düzeydekiler için eğik, bombeli dört tane çizginin birleşimi de bir dörtgen olarak kabul edilebilir. Benzer şekilde içbükey bir dörtgeni dörtgen olarak tanımlamayabilir.

Düzey 1'den Düzey 2'ye geçiş yapabilmek için öğretim yapılırken farklı prototipler kullanmak, tahtada ve sayfada duruşları, yönleri ve büyüklükleri farklı olan şekiller kullanmak gereklidir. Şekiller tanıtılırken tek ve en özel örnekle sınırlı kalmamak ve tek örnek vermekten çekinmek gereklidir (Paksu-Duatepe, 2016).

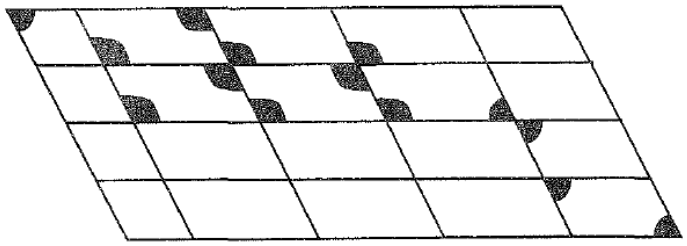
2.3.2.2. Düzey 2: Betimsel Düzey (The Descriptive Level)

Bu düzeydeki öğrenciler şekillerin parçalardan oluştuğunu ve belirli özellikleri olduğunu fark ederler. Bu düzey için geometrik şekilleri, parçalarının ve özelliklerinin informel analizi yoluyla kavrama işi denilebilir. Öğrenci için ifade edilen özellikler görünümün önüne geçmiştir. Bu düzeyde öğrenciler şekilleri sınıflandırabilirler. Birbirine benzeyen şekilleri aynı gruplara yerleştirebilirler. Dikdörtgenler grubu, üçgenler grubu vb. Öğrencilerin şekillerle alakalı bazı kavramlarda hala eksikleri olabilir. Yardımcı elemanları kavramakta güçlük çekebilirler ancak şekillerin özellikleri verildiğinde çizim yanlış bile olsa bu özelliklere göre işlem yaparlar. Dar açı kavramı yerine "A köşesinin açısı daha ince." gibi cümleler kurabilirler. Bu durum öğrencinin Düzey 1'den çıkıp Düzey 2'ye yani Betimsel Düzeye geçtiğini gösterir. Bu düzeyde önemli olan öğrencilere doğru kelimeleri öğretmektir. Açı örneğinde olduğu gibi eğer kavramsal olarak gördüğü açının dar açı olduğu ve dar açının özellikleri, anlamı anlatılırsa öğrenci doğru yönde pekiştirilmiş olur.

Düzey 2'deki öğrenciler bir şeklin özellikleri arasındaki ilişkiyi kavrayamazlar. Eşkenar dörtgen için dört kenarının da eşit olduğunu bilir ve karşılıklı açılarının eşit olduğunu bilir ancak bu iki özellik arasındaki ilişkiyi kavrayamazlar. Aynı şekilde komşu iç açıların toplamının 180^0 olduğu söylenirse bunu özellik olarak kabul eder ancak neden olduğu sorulursa cevap veremezler. Öğrenciler, özellikleri bilmelerine rağmen özellikler arasındaki bağlantıyı bilmediklerinden şeklin tanımı yapılırken gerek ve yeter şartları içeren en kısa tanımı yapamazlar. Şekille alakalı bildikleri tüm özellikleri sıralarlar. Şeklin kendi içindeki özellikler arasındaki ilişkileri tam olarak kavrayamadıklarından diğer şekillerle olan

benzerlikler, bağlantılar da kavranamaz. Diğer bir deyişle şekiller arası hiyerarşik ilişki anlatılamaz, anlatılsa bile anlaşılması güçtür.

Bu düzeydeki öğrencilere şekillerin yardımcı elemanları bulma, büyüklüklerini ölçme gibi etkinlikler yaptırılabilir. Hiyerarşik ilişkiyi yavaş yavaş kavramaları için ilk önce bir şeklin özellikleri arasındaki bağlantılar gösterilir. Daha sonra diğer şekillerle bağlantı kurulur. Şekil 7'de paralelkenar ile ilgili bir örnek verilmiştir.



Şekil 7: Fuys, Geddes ve Tischler (1988)'ın Paralelkenar Izgara Örneği

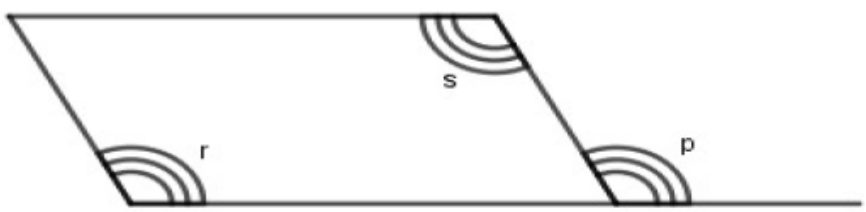
Şekil 7'de gösterilen Fuys, Geddes ve Tischler (1988)'ın paralelkenarın karşılıklı açılarının eşitliği için kenarların paralelliğini kullandığı paralelkenar ızgarasında olduğu gibi bir ispat yöntemi kullanılıp daha sonra ızgarayı kare ve dikdörtgen gibi dörtgenlere uyarlarsak paralelkenarın diğer dörtgenlerle olan ilişkisi daha rahat ifade edilmiş olur (Akt: Paksu-Duatepe, 2016).

2.3.2.3. Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi (The Informal Deduction Level)

Bu düzeydeki öğrenciler şekil sınıfları arasında ilişki kurmaya başlarlar. Öğrenci artık karenin özel bir dörtgen olduğunu ancak her dikdörtgenin bir kare olmadığını anlar. Hatta karenin dikdörtgen, paralelkenar, deltoid, yamuk, eşkenar dörtgen gibi şekillerin özel bir hali olduğunu kavrayabilir. Öğrenciler şeklin kendi içinde özellikleri arasındaki ilişkileri anlayabilirler. Paralelkenarda karşılıklı açıların eşitliğinin, karşılıklı kenarların paralel olmasından kaynaklanması gibi... Tüm bunlardan dolayı şekli tanımlaması için "gerekli ve yeterli" özellikleri sıralayabilirler. Diğer bir deyişle uzun özellikler listesine gerek yoktur, kısa ve öz tanımlar yapabilirler.

Düzey 3, basit çıkarım düzeyi olduğundan öğrenciler bildikleri özelliklerden, tanımlardan yola çıkarak yapılan ispatları takip edebilirler ve bunlar üzerinde basit

çıkarımlarda bulabilirler. Ancak ispat adımlarını takip etmeyi bilseler de hala ispat yapamazlar, sadece yapılan ispatlar çok zor ve çok adımlı olmadığı sürece anlaşılabilirdir. Tümdengelim yoluyla ispat yapamazlar. Şekil 7'de paralelkenarın karşılıklı iç açılarının eşliği ile ilgili bir örnek verilmiştir. Öğrenciler bu şekle bakarak nasıl ispat edildiğine dair yorumlamalar yapabilirler. Hangi aksiyomların kullanıldığını tartışabilirler ama ilk başta sadece paralelkenarın karşılıklı iç açılarının eşliğini gösteriniz denilirse nasıl yapacağını bilemeyebilirler. Bir yol gösterici olması gerekir. Eğer ki öğretmen farklı şekiller iççin farklı ilişkileri ortaya çıkaracak etkinlikler yaparsa öğrencilerin kendi kendilerine ispat yapmalarına ve bir sonraki düzeye geçmelerine zemin olacaktır. İspat yapma ile ilgili Şekil 8'deki gibi bir örnek kullanılabilir.



Şekil 8: Paralelkenarın Karşılıklı İç Açılarının Eşliği

Şekil 8'de paralelkenarın karşılıklı iç açılarının eşliği ile ilgili bir örnek verilmiştir. Öğrenciler bu şekle bakarak nasıl ispat edildiğine dair yorumlamalar yapabilirler. Hangi aksiyomların kullanıldığını tartışabilirler ama ilk başta sadece paralelkenarın karşılıklı iç açılarının eşliğini gösteriniz denilirse nasıl yapacağını bilemeyebilirler. Bir yol gösterici olması gerekir. Eğer ki öğretmen farklı şekiller iççin farklı ilişkileri ortaya çıkaracak etkinlikler yaparsa öğrencilerin kendi kendilerine ispat yapmalarına ve bir sonraki düzeye geçmelerine zemin olacaktır.

2.3.2.4. Düzey 4: Çıkarım Düzeyi (Formal Logic Level)

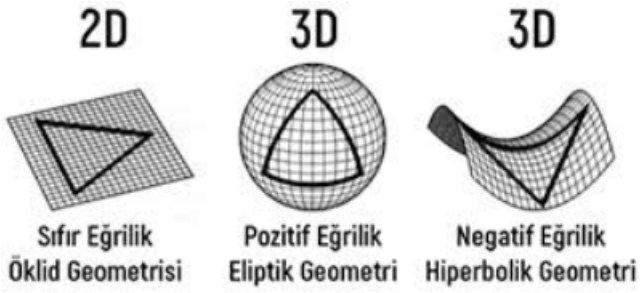
Çıkarım düzeyinde fark edilen ilk durum akıl yürütmedir. Öğrenci artık akıl yürüterek aksiyomları anlayabilirler ve bu aksiyomlarla ispatlar oluşturabilirler. Bir şekil için verilmiş olan farklı tanımların aynı şeyi ifade ettiğini ve cümlelerin birbirine eşit olduğunu anlayabilir. Örneğin; "bütün kenarları ve açıları eşit dışbükey dörtgen" tanımı ile "bütün açıları dik ve ardışık kenarları eşit dışbükey dörtgen" tanımının kareye ait olduğunu ve

cümlelerin eşit olduğunu hemen söyleyebilirler. Daha önceden kanıtlanmış teoremleri kullanarak tümdengelim yöntemiyle ispat yapabilirler.

Bu düzeyde öğrenciler aksiyomları doğru olarak kabul ederler, her terimin tanımlanabileceğini düşünürler. Ancak yaptıkları tüm işlemleri Öklid geometrisi içinde yaparlar. Aksiyomları tartışmadan kabul etmeleri sonucunda Öklid geometrisi içindeki tanımlanmış tüm kavramlara ve ispatlanmış tüm teoremlere göre hareket ederler, bunların dışına çıkamazlar. Çünkü algılama olarak Öklid geometrisi dışında tanımlanmış veya tanımlanmamış bir geometrinin varlığını algılayamazlar.

2.3.2.5. Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyi (The Nature of Logical Laws Level)

Sistematik düşünme düzeyi, bazı kaynaklarda yabancı ismiyle "Rigor" ve Türkçe ismiyle "En İleri Düzey" olarak da adlandırılabiliyor. Bu düzey adından da anlaşılacağı gibi öğrencinin sistematik düşünmeye başladığı düzeydir. Bu düzeyde öğrenci bir matematikçi gibi -ki artık öğrenci değil matematikçi de olmuş olabilir- geometri üzerine çalışmalar yapabilir. Öklid dışı geometrileri anlayabilir. Farklı aksiyomlar üzerine kurulmuş sistemleri karşılaştırabilir (Paksu-Duatepe, 2010). Bu sistemlerle ilgili örnek olarak Şekil 9 gösterilebilir.



Şekil 9: Geometri Sistemleri

Şekil 9'a göre ilköğretim ve ortaöğretim hatta okul öncesi müfredatındaki iki boyutta işlem yaptığımız Öklid Geometrisini kullanmaktayız. Ancak yaşadığımız dünya üç boyutlu olduğundan bazı durumları açıklamak için Öklid Geometrisi dışında başka geometri sistemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Düzey 5'teki bir kişi ileri düzey dediğimiz geometriyi anlayıp yapabildiği görülmektedir. "Bir dikdörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı 360^0

den küçük olabilir.” cümlesi öğrenci için artık anlamlıdır. Dikdörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 360^0 den küçük olduğu Öklid geometrisi dışında farklı bir geometri sistemi olduğunu fark eder ve bilir. Şekil 9’da yer alan geometri çeşitlerinden “Hiperbolik Geometri” dikdörtgen örneğinde bahsedilen geometri sistemi olarak düşünülebilir. Aynı şekilde “Bir dikdörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı 360^0 den büyük olabilir.” cümlesi öğrenci için artık anlamlı olmaya başlamıştır. Dikdörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 360^0 den büyük olduğu Öklid geometrisi dışında farklı bir geometri sistemi olduğunu fark eder ve bilir. Şekil 9’da yer alan geometri çeşitlerinden “Eliptik Geometri” dikdörtgen örneğinde bahsedilen geometri sistemi olarak düşünülebilir.

2.5. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde kavram yanılgıları, Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve özel dörtgenlerle ilgili yapılmış ulusal, uluslararası çalışmalara değinilmiştir. Bu bölüm araştırmanın konusu ile ilgili ne gibi çalışmalar yapıldığını ortaya koymaktadır.

2.5.1. Ulusal araştırmalar

Ubuz (1999) yaptığı çalışmada 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hatalarını ve kavram yanılgılarını cinsiyet açısından incelemiştir. Araştırmanın veri analizi sonucunda erkek öğrenciler genellikle soruları ya doğru olarak çözmüş ya da çözümsüz bırakmışlarken kız öğrenciler sorulara daha farklı yaklaşıp çözümde ilerleyebildikleri kadar ilerlemişlerdir. Başarı açısından bakıldığında genelde kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre başarı oranının daha yüksek olduğu görülmüştür. Öğrencilerde sınıf düzeyi yükseldikçe soruların doğru cevabını bulma yüzdesinin arttığı gözlenmiştir. Sonuç olarak bulunan hataların ve kavram yanılgılarının nedenleri cinsiyet ayrımı yapmadan özetlendiğinde, öğrenciler sorularda verilmeyen ancak şekle bakıldığında varmış gibi gözüken özellikleri kabul ettiği görülmüştür mesela kenar eşitliği, öğrenciler verilen bilgilere değil de genellikle şekle yoğunlaşmışlardır veya daha önce aşina olduğu bir şekle benzetmişlerdir, öğrencilerin üçgenlerin dış ve iç açılarını ve onların özeliklerini bilmediği görülmektedir.

Ubuz ve Üstün (2003) de yaptıkları çalışmada, geometrideki kavram yanılgılarını ve hataları belirlemeye çalışmışlardır. Çalışmaya göre öğrenciler derslerde konu anlatımı yapılırken gösterilen ilk örnekleri zihinlerinde tutup soru çözümünde kullandıkları

görülmüştür. Van Hiele düzeylerinden biri olan Görsel Düzey'deki öğrencilerin görsellikten dolayı daha çok hata yaptığı görülmüştür. Araştırmadaki öğrenciler geometrik şekilleri özellikleriyle değil, görsel olarak nasıl ifade edildiklerine göre algıladıkları ve görünüşlerine göre şekilleri bir bütün olarak tanımladıkları görülmüştür.

Küçük ve Demir (2009) yaptıkları çalışmada, ilköğretimdeki 6., 7. ve 8. sınıf düzeylerindeki öğrencilerde karşılaşılan matematikle ilgili kavram yanılgılarından bazıları araştırılmıştır. Bu araştırma sonucunda öğrencilerde hem kavram yanılgılarına hem de eksik algılamalara rastlanmıştır. Bununla ilgili olarak deneyimli matematik öğretmenlerinin, "Matematik derslerinde, öğrencilerin anlamada ve uygulama güçlük çektikleri konular hangileridir? Bunun nedenleri nelerdir?" soruları sorulup verdikleri cevaplara göre önerileri alınmıştır. Bu öneriler doğrultusunda öğretmen adaylarına derslerde neler yapabileceğine dair yorumlamalar yapılmıştır ve kavram yanılgılarına neden olabilecek durumlar saptanmıştır.

Başışık (2010) yaptığı çalışmada ilköğretimdeki beşinci sınıf öğrencilerde var olan çokgenler ve dörtgenler konularındaki kavram yanılgılarını ve bu yanılgılara neden olan temel düşünme şekillerini belirlemeye çalışmışlardır. Bu çalışmada sonuç olarak beşinci sınıfa giden öğrencilerin üçgen, çokgenler, özel dörtgenler, köşegen, yükseklik, beşgen, altıgen gibi şekiller ve yardımcı elemanlar ile ilgili kavram yanılgılarının olduğu görülmektedir. Bu kavram yanılgılarına bakıldığında bunlardan bazılarının üçgenin bir çokgen olan düşünülememesi, karenin döndürülmüş versiyonlarının eşkenar dörtgen ve paralelkenarla karıştırılması, dar açılı üçgende çizilen yükseklik gibi kavramların köşegen olarak algılanması, verilen çokgenlerin içbükey olması durumunda veya bildiği çokgenlere benzememesi durumunda çokgen olarak kabul edilmemesi, dörtgenlerde köşegenler çapraz olarak çizildiği için çapraz olmayan doğru parçalarının köşegen olamayacağı düşüncesi ve bundan dolayı çokgenin köşegeninin olmadığı düşüncesi, kenar uzunlukları aynı olan çokgenlerde köşegenler çizildiğinde eşit uzunlukta olmalıdır düşüncesi olduğu görülmektedir.

Terzi (2010), yaptığı doktora çalışmasında, Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini baz alarak tasarlanan ders planlarının öğrencilerin geometrik düşünme becerilerine ve geometri dersindeki başarılarına etkisini araştırmıştır. Verileri öntest ve sontest kontrol grupları ile topladıktan ve analiz ettikten sonra ders planlarını uygulamadan önce gruplar

arasında araştırdığı iki durum için de anlamlı bir farklılık bulamamıştır. Ders planlarını uyguladıktan sonra Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan ders planlarının araştırdığı durumlara olumlu etkisi olduğu görülmüştür.

Özerem (2012), doktora çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgılarını ve çözüm önerilerini araştırmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin geometrik şekillerin alanlarını hesaplamada -özellikle üçgen ve paralelkenarda- formülü hatırlamama, yanlış formül kullanımı veya doğru formülün yanlış kullanılması gibi kavram yanılgılarıyla karşılaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin dörtgenleri tanımlayamadıkları, özellikleri sayamadıkları, dörtgenin çeşidinin ne olduğunu bulamadıkları görülmüştür. Çokgenler ve kare ile ilgili kareyi bir çokgen olarak algılayamadıkları görülmüştür.

Özdeş ve Kesici (2015) yaptıkları çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar ile ilgili hata ve kavram yanılgıları araştırıp cinsiyet açısından bir farklılık olup olmadığına bakmışlardır. Araştırmanın sonucuna göre öğrencilerin doğal sayılar konusunda bir sürü hata ve kavram yanılgılarına sahip olduğu ancak cinsiyet açısından incelendiğinde bir farklılık olmadığı görülmüştür.

Özkan (2015) yaptığı çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenlerle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarını incelemiştir. Bu çalışmayı beş ayrı okuldan 229 tane 7.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdikten sonra öğrencilerin çokgenlerde ve dörtgenlerde köşegen, yükseklik, iç açı, dış açı, içbükeylik, dışbükeylik, dikdörtgende kenarların paralelliği, yamukta paralellik, paralelkenarda yükseklik, eşkenar dörtgende paralellik, yükseklik ve alan hesabı gibi konularda kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmüştür. Bu kavram yanılgıları sonucunda öğretmen görüşleri ve önerileri alınmış kavram yanılgılarını engellemek için tek tip prototip şekil çiziminden uzak durulması gerektiği ve hiyerarşik ilişkilere önem verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Altun (2018) yaptığı çalışmada, ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersindeki başarılarını Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre incelemiştir. Yaptığı araştırma sonucunda öğrencilerin yarısından fazlasının Düzey 1'de olduğunu ve çok azının Düzey 3'e çıkabildiğini görmüştür. Cinsiyet açısından baktığında erkek öğrencilerin yarısının Düzey 1'de olduğunu diğer erkek öğrencilerin diğer iki düzeye dağıldıklarını ancak kız öğrencilerin çoğunluğunun Düzey 1'de olduğu ve Düzey 3'te olan kız öğrencinin olmadığı ortaya çıkmıştır. Van Hiele düzeyleri ile başarı puanları karşılaştırıldığında aralarında anlamlı bir

farklılaşma olmadığı ancak cinsiyet ile başarı puanları arasında anlamlı bir farklılaşma görülmüştür. Ayrıca araştırmanın sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin yaşlarına ve bulundukları sınıf düzeyine göre öngörülen düzeyde olmadığı görülmüştür. Lise öğrencilerinin olmaları gereken geometrik düşünme düzeylerine çıkamadıkları fark edilmiştir.

Özkan ve Bal (2018), yaptıkları çalışmada çokgenler ve özel dörtgenlerle ilgili 7. sınıf öğrencilerinin sahip olduğu kavram yanılgıları ile ilgili öğretmen görüşlerini incelemişlerdir. Öğretmenlerin fikirlerine göre öğrencilerin çokgenler ve özel dörtgenlerde sahip olduğu kavram yanılgılarının nedenleri, öğretmenlerle beraber bu kavram yanılgılarının oluşmaması veya giderilmesi için neler yapılabileceği ve önerileri araştırılmıştır. Çalışmada açı, alan, köşegen ve paralellik ile ilgili kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Öğretmenlere göre öğrencilerin yaptıkları ve yapabilecekleri kavram yanılgılarının çeşitli sebepleri vardır. Bu yanılgılar arasında en çok göze çarpan kavram yanılgısı, şeklin adına bağlı kalıp şekil ve konuyu ilişkilendirmek vardır. Çalışmada kavram yanılgılarının nedenleri için öğretmenden kaynaklı pedagojik nedenlerin öğretmenlerin kolay soruları düzenli olarak göstermesi, daima aynı örneklerle dersi anlatması ve anlatım yöntem ve tekniğinin konu için yeterli olmaması gösterilirken öğrenciden kaynaklı; görselleştirebilme kabiliyeti, anlatılan konuyu anlamak için uğraşmadan ezberlemeye çalışması, okuduğunu anlama, önceden bilmesi gereken formülleri yanlış düşünmesi ve var olan bilgilerini yanlış sorularda kullanmaya çalışması gibi durumlar ortaya çıkmıştır.

Er (2019), yüksek lisans çalışmasında ortaokula giden öğrencilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ve geometriye olan bakış açıları tutumlarını incelemiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça geometriye yönelik tutumlarının ters yönde olduğu ancak geometrik düşünme düzeyleri arttıkça geometriye olan tutumlarının pozitif yönde ilerlediği görülmüştür. Öğretmenlerin ders anlatımından önce öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemiş olmasının ders anlatımının daha rahat olacağını belirtmiştir.

Ersoz, İlhan ve Sevgi (2019) yaptıkları çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki geometrik başarı düzeyleri ve Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi anket yöntemi ile 160 öğrenci kullanarak incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin beklenenden düşük

olduğu ve Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile arasında yüksek düzeyde korelasyon bulunmuştur. Diğer bir deyişle geometrik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin de yüksek olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Korkmaz (2019) yaptığı çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin mantık konusundaki kavram yanılgılarını araştırmıştır tespit etmeye çalışmıştır. Hazırlanan sorularda her bir soru için konu ile ilgili farklı bir kazanımda var olabilecek kavram yanılgıları ölçülmüştür. Sonuç olarak bulgulara bakıldığında öğrencilerin mantık konusu ile ilgili ölçülen her bir kazanımda kavram yanılgılarının olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırmada öğrencilerin kavram yanılgılarını önlemek amacıyla işlemsel öğrenme ile kavramsal öğrenmenin de kullanılması gerektiği önerilmiştir.

Parlak (2019)'a göre öğretmenler ders anlatımı yapılırken öğrencilerin bulundukları düzeylerini ve var olan bilgilerini dikkate alıp öğrencilerin yapabilecekleri hataları en aza düşürmeye çalışmalıdırlar. Öğrencilerin yaptıkların hataların en büyük en temel nedeni olarak kavram yanılgılarını göstermektedir. Bir konu anlatılmadan öğrencilerin bazı bilgilerle geldiği düşünüldüğünde eğer bu bilgiler yanlışsa bu bilgileri değiştirmek veya üzerine yeni doğru bilgileri eklemeye çalışmak zor olacaktır. Bundan dolayı bir konuyu öğretirken en çok temel kavramların öğretilmesine dikkat edilmelidir. Parlak (2019) bu çalışmada matematik öğretmenlerinin, lise öğrencilerinin geometri ile ilgili temel kavramlarda var olan ve olabilecek benzer kavram yanılgılarına önlem almalarına yardımcı olmaya çalışmıştır. Öğrencilerin hata yapmasına neden olan kavram yanılgılarının önlenmesi ile başarı oranlarını yükseltilebileceğini düşünmüştür.

Yılmaz ve Çelik (2022) Van Hiele geometrik düşünme modelindeki düzeylerin isimlendirilmesi ile ilgili eleştirel bir çalışma yapmıştır. Hem İngilizce kaynaklarda hem de Türkçe kaynaklarda düzeylerin nasıl isimlendirildiği bulunmuştur. İlgili alanyazın araştırıldığında düzeyler için çalışmalarda 0-4 sıralaması, 1-5 sıralaması, 0-5 sıralamasının kullanıldığını ortaya koymuşlardır. 0-5 sıralamasını kullananlar Düzey 1: Görsel Düzey'den önce Düzey 0: Tanıma Öncesi Düzey seviyesini araştırmalarında kullanmışlardır. Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için test geliştiren ve bu alanda en çok çalışma yapmış olan Usiskin (1982)'nin çalışmasında 1'den 5'e kadar düzey sıralamasını kullanıldığı görülmüştür. İncelenen İngilizce çalışmalarda da yüzdelik olarak benzer düzey numaralandırılmalarının olduğu görülmüştür. Bilinen 5 düzeye ek olarak bir alt düzey

olduğunu savunan araştırmacılar mevcuttur, çalışmalarına da ilk düzey olarak almışlardır. Düzeylerin isimlendirmeleri ayrı ayrı incelendiğinde en çok kullanılan düzey isimlerin Türkçe olarak, "Görsel Dönem, Analiz, Yaşantıya Bağlı Çıkarım, Çıkarım, En İleri Dönem" olduğu, İngilizce olarak, "Visualization, Analysis, Informal Deduction, Deduction, Rigor" olduğu görülmüştür.

2.5.2. Uluslararası araştırmalar

Burger ve Shaughnessy (1986) yaptıkları çalışmada geometride Van Hiele gelişim düzeylerini nitelendirmeyi amaçlamışlardır. Bu çalışma için anaokulunda bulunan çocuklardan başlayıp matematik bölümünde okuyan üniversite öğrencilerine kadar her sınıf düzeyinden öğrencilerle görüşmeler yapmışlardır. Yapılan görüşmelerde öğrencilere geometri ile ilgili şekilleri çizme, belirleme, tanımlama, sıralama, informal veya formal akıl yürütme gibi görevler verilmiştir. Bu görevler literatürde var olan Van Hiele seviyelerinin özelliklerine göre hazırlanmış. Çalışmada Van Hiele düzeylerinin öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerini tanımlamada faydalı olup olmadığı, düzeylerin öğrencilerin davranışlarıyla nitelendirilip edilemeyeceği, öğrencilerin bulundukları düzeyleri belirlemek amacıyla bir görüşme prosedürü hazırlanıp hazırlanamayacağı araştırılmıştır. Bu araştırılan üç durum için de sonucun olumlu olduğu görülmektedir.

Crowley (1987) yaptığı çalışmada geometrik düşünmenin gelişimini Van Hiele modeliyle açıklamıştır. Crowley öğretmenlerle yaptığı görüşmelerde öğretmenlerin öğrencilerin yapamadıkları yerlerle ilgili hep aynı serzenişlerde bulunduklarını fark etmiştir: Öğrencilerin geometrik şekilleri tanıyabildikleri ancak tanımlayamadıkları, dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin anlaşılamaması, zaten bildikleri bir özelliği neden ispat etmek ile uğraştıkları hakkında şikâyette bulunmaları. Tüm bu özellikler öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki davranışlarını açıklamaktadır. Çalışmada Van Hiele modeline genel bir bakış ve sınıfta uygulama (sınıfa uyarlama) ile ilgili tartışmalara yer verilmiştir. Modelin geometriyi anlama ile ilgili beş düzeyden oluştuğunu belirtip düzeyleri açıklamıştır. Düzeylerin özellikleri ve birbiri ile olan ilişkisi anlatılmıştır. Her bir düzeyde öğrencilerle nasıl etkinlikler yapılabileceği, günlük hayattan örneklerle anlatılmıştır.

De Villiers (1994) yaptığı çalışmada dörtgenleri hiyerarşik bir şekilde sınıflandırmanın rolünü ve işlevini araştırmıştır. Bu çalışmada paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve

kare dörtgenlerini kullanmıştır. Dördünün birbiriyle olan hiyerarşik ilişkisi daha iç içe olduğundan dolayı bu dörtgenleri kullanmıştır. Dörtgenleri parçalı ve hiyerarşik olarak iki farklı sınıflandırma yapmış daha sonrasında hiyerarşik sınıflamada her bir dörtgen için kritik özellikleri ve aralarındaki ilişkileri incelemiştir. Van Hiele düzeylerinden birinci ve ikinci düzeyde bulunan öğrenciler için bilişim teknolojilerinden faydalanmanın hiyerarşik ilişkiyi daha iyi görmelerine olanak sağlar. Düzey 3 için de öğrencinin kullanılacak dilin öğrenci için anlamlı olması gerektiğini savunmuştur. De Villiers öğrencilere hazır tanımların ve sınıflandırmaların verilmemesi gerektiğini bunun yerine öğrenciyi derse aktif bir şekilde dahil ederek öğrencilerin eleştirmelerine izin vererek öğretilmesi gerektiğini söylemiştir. Ayrıca öğrencilerin dörtgenleri parçalı olarak düşünmesine izin vermenin veya görmezden gelmenin yapılandırmacı eğitim anlayışına ters olduğunu belirtmektedir.

Monaghan (2000)'nın yaptığı çalışmada 11 ile 16 yaş arası öğrencilerin dörtgenler arasındaki farklılıklara olan bakış açılarını araştırmıştır. Araştırmada kullanılan dilin, sorulan soruların kavram yanılgılarını ortaya çıkardığından dolayı önemini vurgulamıştır. Araştırmada kullanılan soruların Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygunluğunu kontrol etmiştir. Araştırma sonucunda dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlayamamasının -örneğin karenin dikdörtgenin özel bir çeşidi olması- ve dörtgenler arasındaki ilişkileri anlamada zorluk çekmelerinin sebebinin bu dörtgenlerin tek tip prototip standart temsillerine aşırı güvenmelerinden ve müfredatın da öğrencileri bu şekilde yönlendirmelerinden kaynakladığı bulunmuştur.

Erez ve Yerushalmy (2006), öğrencilerin dörtgenlerle ilgili hiyerarşik ilişkileri anlama düzeylerini araştırmışlardır. Hatta hiyerarşik ilişkileri daha iyi anlamaları için dijital bir uygulama kullanmışlardır. Kullanılan uygulamada dörtgenin bazı köşelerini sürükleyerek yeni şekiller oluşturmuşlar ve öğrencilere önceki ve sonraki şekiller arasındaki bağlantılar, ilişkiler, benzerlikler ve farklılıklar sorularak dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkinin daha iyi anlaşılması sağlanmıştır. Köşelerin sürüklenmesi sonucunda benzer şekillerin oluşturulması ile öğrencilerin dörtgenlerin kritik özelliklerini daha iyi anladıkları ve hiyerarşik ilişkileri daha iyi kavradıkları görülmüştür. Ancak bazı öğrencilerin dikdörtgeni kareye dönüştürünce tamamen farklı birer şekil olduklarını dikdörtgenin iki uzun kenara sahip olması gerektiğini savundukları görülmektedir. Aynı yanılgının kare ve eşkenar dörtgende de olduğu söylenebilir çünkü öğrenciler bu iki dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi kavrayamadıkları görülmüştür. Her iki dörtgende de kenarlar eşit olmalı ancak

karenin açılarının 90^0 olması gerekirken eşkenar dörtgenin açılarının 90^0 olamayacağı, karşılıklı açıların eşit olması gerektiği düşüncesi vardır.

Fujita ve Jones (2007)'un yaptığı çalışmada öğrencilerin iki dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkinin var olup olmadığı ile ilgili öğrenci görüşlerini incelerken öğrencilerin dörtgenlerin çizilmiş şekillerini kontrol etmelerinin yeterli olmadığını, bu dörtgenlere ait özelliklerin ayrı ayrı her iki dörtgende de var olup olmadığını araştırmaları ve ilişkilendirmeleri gerektiğini belirtmişlerdir.

Okazaki ve Fujita (2007)'nın dokuzuncu sınıfta okuyan öğrenciler üzerinde yaptıkları araştırmada öğrencilerin genelinin karenin, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özel bir çeşidi olarak düşünmede güçlük çektiklerini ayrıca eşkenar dörtgeni şekillerin birbirine benzemesinden dolayı paralelkenar olarak düşünmede daha başarılı olduklarını ortaya koymuşlardır.

Atebe ve Schäfer (2008) yaptıkları çalışma öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler konusundaki kavramsal anlamalarını Van Hiele geometrik düşünme düzeyine göre açıklamaya çalışmışlardır. Çalışma öğrencilerin kavram yanılgıları üzerinde daha çok durmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerin şekilleri tanımlarken tam olarak doğru terminolojiyi kullanamadıkları ve şekillerin tanımını yapmaktansa isimlendirmelerinde daha iyi oldukları görülmüştür. Öğrencilerin düşünme düzeylerinin çok düşük olduğu ve üçgenleri dörtgenlere göre daha iyi anladıkları bulunmuştur.

Wang ve Kinzel (2014), yaptıkları çalışmada Van Hiele geometrik düşünme düzeyi üçüncü düzey olan iki öğrencinin dörtgenlerle ilgili özellikle paralelkenarla ilgili geometrik düşüncelerini ve cümlelerini karşılaştırmışlardır. Yapılan görüşmeler ve sorulan sorular sonucunda katılımcılardan birinin geometrik şekilleri tanımlayabildiği ancak hiyerarşik ilişkileri anlayamadığı, ispatlama konusunda yetersiz olduğu görülmüştür. Bu nedenle üçüncü düzeyin başlarında olabileceği düşünülmüştür. Diğer katılımcının ise geometrik şekilleri tanımlayabildiği, paralelkenarların hiyerarşik sınıflandırmalarını anlayabildiği, ispatları yapabilmek için geometrik önermeleri kullanarak basit çıkarım yoluyla tümdemgelimli akıl yürütmeyi yapabildiği görülmüştür. Bu iki katılımcı ile Düzey 3'te bulunan öğrencilerin geometri ile ilgili farklı söylemlerle bulunabileceği söylenmektedir. Örneğin aynı Van Hiele geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilere bir paralelkenar örneği verildiğinde "Bu bir paralelkenardır." diyebiliyorlar ancak öğrencilere özellikleri

sorulduğunda veya paralelkenar ile ilgili bir problemin çözülmesi istendiğinde farklı düşüncelere sahip oldukları görülebilir. Diğer bir deyişle öğrencilerin kullandıkları kelimeler analiz edildiğinde paralelkenar gibi geometrik bir kavramın gelişiminin aynı seviyede bulunan öğrenciler için aynı oranda olmadığı söylenebilir.

Borboran vd. (2021) yaptıkları çalışmada işbirlikçi öğrenmenin kullanıldığı Van Hiele modelini içeren bir ders planı ile öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini anlamalarını incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin dörtgenlerle ilgili önbilgilerinin yeterli olmadığı, dörtgenleri açıklarken matematiksel kavramlar yerine jargon kullanıldığı, dörtgenlerin kenar uzunlukları ve açılarını ölçmeyi yapamadıkları görülmüştür. Ayrıca yapılan gözlemler sonucunda matematik anlatımında cetvel, iletki gibi araç ve gereçlerin kullanımının arttırılması gerektiği, Van Hiele modeline göre öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin belirlenip ona göre örnek ve etkinlikler yapılması gerektiği, öğrencilerin akıl yürütme ve ispatlama yeteneklerini geliştirecek etkinliklerin yapılması gerektiği önerilerinde bulunmuşlardır.

BÖLÜM III: YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli

10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeylerinin ve kavram yanılgılarının incelenmesi, bu araştırmanın konusu ve amacıdır. Bu konu ve amaç doğrultusunda bu araştırmada nitel araştırma yönteminden yararlanılmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinde bir problemin çözümü ile ilgili görüşme, gözlem ve doküman analizi gibi nitel veri toplama araçlarının kullanılır. Daha önceden bilinen veya fark edilmemiş problemlerin anlaşıldığı, probleme ilişkin durumların daha gerçekçi bir şekilde ele alındığı öznel-yorumlayıcı bir süreçtir (Seale, 1999; akt: Baltacı, 2019) Nitel araştırma yöntemlerinde amaç, bilgilerin genellenmesinden ziyade açıklamaların spesifik yapılmasıdır. Bu çalışmada eğitim-öğretim kalitesini arttırmak, var olan durumu ortaya koymak amacıyla yapıldığından nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırması deseni kullanılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim-öğretim yılında Batman Merkez'deki bir devlet lisesinin 10. sınıfında öğrenim gören öğrencileri oluşturmaktadır. Geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla iki ayrı 10. sınıfta öğrenim gören 70 öğrenciye Ek-1'de bulunan "Özel Dörtgenler Geometrik Düşünme Düzeyleri (ÖDGD)" testi uygulanmıştır. Uygulama sonucunda her düzeyden rastgele gönüllülük esasına göre toplamda 8 öğrencinin kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla Ek-2'de bulunan "Özel Dörtgenler Kavram Yanılgıları Belirleme (ÖDKY)" testi uygulanmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırma için gerekli olan veriler; görüşme, geometrik düşünme düzeyi belirleme testi ve özel dörtgenler konusundaki kavram yanılgılarını belirleme soruları ile elde edilmiştir. Görüşmeler testlere verilen cevaplardan sonra rastgele seçilen öğrencilerle verdikleri cevaplar tartışılarak yapılmıştır. Veri toplamak için kullanılan testlerdeki sorular hazırlanırken ilgili araştırmalardan faydalanılmıştır. Her bir soru ölçülmek istenen özelliğe uygun hazırlanmıştır. Sorular belirlendikten sonra uzman görüşleri alınarak düzeltmeler yapılmıştır. Bu düzeltmeler soru kökünün ya da seçeneklerden bazılarının değiştirilmesi şeklinde olmuştur.

3.3.1. Özel dörtgenler geometrik düşünme düzeyleri testi (ÖDGD)

Öğrencilere uygulanan ilk test hazırlanılırken Ek-1'de yer alıp Usiskin (1982)'in geometrideki bazı kavramları kullanarak öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ölçmek amacıyla oluşturduğu 25 soruluk "Van Hiele Testi" nden yararlanılmıştır. Çalışmada özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeyleri araştırıldığından 10 soruluk ve sadece özel dörtgenlerle ilgili ÖDGD hazırlanmıştır. Bu test ile öğrencilerin bulundukları geometrik düşünme düzeyleri tespit edilmiştir. Teste kullanılan her bir soru düzeyleri belirlemeye yönelik özenle hazırlanmıştır. Soruda verilen seçenekler öğrencilerin bilgilerini ölçmeye yönelik olup yanlış bir bilgi varsa tespiti kolaylıkla yapılabilir.

Testte yer alan 10 soru klasik ve çoktan seçmeli olarak hazırlanmış olup düzeylere uygun şekilde soru dağılımı yapılmıştır. Veri analizi ve bulgular kısmında ayrıntılı olarak incelenecek olup bu bölümde kısaca soruların nitelikleri anlatılmıştır. Testte yer alan birinci soru öğrencilerin Düzey 1: Görsel Düzey'de olup olmadıklarını araştırmak amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencinin zihninde kare için prototip tek bir şekil mi var yoksa şekil döndürüldüğünde de hala bir kare olduğunu algılayıp algılayamadığı kontrol edilmektedir. İkinci soruda testte kullanılan altı özel dörtgen (kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenar, deltoid) için dokuz tane numaralandırılmış şekil verilmiştir. Bu soru ile öğrencilerin verdikleri cevaplara göre düşünme düzeylerine göre Düzey 1 veya Düzey 2 olup olmadığını belirlemek amaçlanmaktadır.

Testteki üçüncü soruda bu altı dörtgenin sözel tanımları istenmiştir. Öğrencilerin cevaplarına göre Düzey 2 veya Düzey 3'te olup olmadıkları incelenmektedir. Eğer öğrenciler uzun ve şeklin tüm özelliklerini içeren tanımlar yaptıysa Düzey 2: Betimsel Düzey'de olduğu, gerekli ve yeterli tanımlar yaptıysa Düzey 3: Basit Çıkarım Düzey'inde olduğu söylenebilir. Dördüncü soru birden fazla seçeneğin işaretlenebileceği altı seçenekten oluşan ve beş tanesinin doğru olduğu karenin özellikleriyle ilgili bir sorudur. Bu soru karenin özelliklerini karşılaştırmak ve betimlemek ile ilgili olduğu için Düzey 2 veya daha üst düzeyde olan öğrencilerin rahatlıkla yapabileceği bir sorudur.

Testteki beşinci soru dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin sorulduğu birden fazla seçeneğin işaretlenebileceği çoktan seçmeli bir sorudur. Öğrencilerin dörtgenler arasında bulunan kritik özelliklere göre hiyerarşik ilişkileri kavradıkları düzey, Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi olarak bilinmektedir. Öğrencilerin bu ilişkileri ne kadar bildikleri ve üçüncü

düzeye geçip geçmedikleri bu soru ile belirlenmiştir. Testteki altıncı soru, beşinci soruda olduğu gibi dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri belirlemek ile ilgili tek bir doğru seçeneği olan çoktan seçmeli bir sorudur. Spesifik olarak dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki ortak özellikler ve ortak olmayan özellikler soruda kullanılmıştır. Bu soru da beşinci soru gibi Düzey 3'te bulunan öğrencilerin doğru yapabileceği bir sorudur.

Yedinci soru paralelkenarda karşılıklı iç açıların eş olmasının ispatı ile ilgili Düzey 4: Çıkarım Düzey'inde bulunan öğrencilerin doğru yapabileceği bir sorudur. Öğrencilerin çoğu paralelkenar ile ilgili bu özellikleri bilse de önceden öğrendiği teorem ve aksiyomları kullanarak ispat yapması gerekmektedir. Düzey 4'e ulaşamayan öğrenciler ispat yaparken zorlanmakta ve ispatı yapamamaktadır. Sekizinci soruda dikdörtgenle ilgili verilmiş iki önerme bulunmaktadır. Bu soru öğrencilerin verilen önermelerin doğruluğu ile alakalı çıkarım yaptığı çoktan seçmeli tek doğru cevabı olan Düzey 4 ile ilgili bir sorudur. Dokuzuncu soru, yedinci soru gibi ispat yapılarak çıkarım yapılması gereken Düzey 4 ile ilgili bir sorudur. Bir dik açısı olan paralelkenarın aynı zamanda kare veya dikdörtgen olduğunu öğrencinin keşfetmesi planlanmıştır.

Onuncu soruda Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyi ile ilgili farklı aksiyomlara dayanan geometrilerde doğru olan bir önerme bulunmaktadır. Çoktan seçmeli ve tek bir doğru seçeneği olan bu soruda öğrenci Öklid Geometrisinden farklı önermelere sahip olan geometrilere aşina ise ve bu bilgiye sahipse bir dörtgenin iç açılarının toplamının 360^0den küçük olabileceğini bilir. Testin geçerliği ve güvenirliği için kullanılan testlerle ilgili veri analizinden önce uzman görüşleri alınmış, kullanılan soruların niteliği ile ilgili doğrudan alıntılar yapılıp önceki araştırmalarla tutarlılık sağlanmıştır, ilgili araştırmalara bağlı kalınmıştır, veri analizinde kullanılan puanlama ölçütüne sadık kalınmış ve analiz ve bulgular buna göre yapılmıştır. Araştırmanın sonunda elde edilen bulgularda, yorumlarda ve önerilerde uzman görüşleri alınarak düzeltmeler yapılmıştır.

3.3.2. Özel dörtgenler kavram yanılgıları belirleme soruları (ÖDKY)

ÖDGD testi sonucunda geometrik düşünme düzeyleri belirlenen öğrenciler arasından her düzeyden ikişer öğrenci seçilerek bu öğrencilere özel dörtgenlerle ilgili kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla Ek-2'te yer alan ÖDKY testi uygulanacaktır. Kavram yanılgıları testindeki sorular araştırmacı tarafından dörtgenlerle ilgili genel olarak karşılaşılan kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla oluşturulmuştur. Literatürde ve ders

sırasında karşılaşılan kavram yanılgılarından bazılarını dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anlayamama, tek tip prototip şekil bilgisine sahip olma ve şeklin farklı görüntülerini istenilen dörtgene ait olmadığını düşünme, dörtgenin köşegenlerini belirlerken köşegen yerine yükseklik çizme veya tüm köşegenlerini çizememe, alan hesaplaması yaparken özellikle paralelkenarda birbirine dik olmayan iki kenar uzunluğunu çarpma olarak gösterebiliriz (Başışık, 2010; Küçük ve Demir, 2009; Özerem, 2012; Özkan, 2015; Ubuz, 1999; Monaghan, 2000; De Villiers, 1994; Erez ve Yerushalmy, 2007,Wang ve Kinzel, 2014; Fujita ve Jones, 2007).

Teste yer alan her bir soru öğrencilerin dörtgenlerle ilgili sahip olabileceği kavram yanılgıları baz alınarak hazırlanmıştır. Yukarıda da belirtildiği gibi öğrencilerin cevaplarında literatürde en çok görülen kavram yanılgıları ortaya çıkabileceği gibi farklı kavram yanılgılarıyla da ortaya çıkabilir.

Teste çoktan seçmeli, açık uçlu ve doğru yanlış sorularından oluşan toplam dokuz soru bulunmaktadır. İlk altı soruda ayrı ayrı sırasıyla kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenar, deltoid dörtgenlerin şekillerinin ne olabileceğiyle ilgili birden fazla seçeneğin doğru olduğu çoktan seçmeli sorular vardır. Yedinci soruda her bir dörtgen için tek bir A köşesinden geçen köşegenlerinin çizilmesi istenmiştir. Sekizinci soruda her bir dörtgen için alan hesaplamasının nasıl yapılacağı sorulmuştur. Bu soru ile yükseklikle alakalı veya alan hesaplaması için kullanılan kenarlarla alakalı kavram yanılgıları kontrol edilecektir. Dokuzuncu soruda da dörtgenlerin özellikleri ve aralarındaki hiyerarşik ilişkilerle ilgili on iki tane doğru yanlış sorusu bulunmaktadır. Uygulanan test sonucunda öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar ve bu cevaplarla ilgili yapılan görüşmelerle kavram yanılgılarının varlığı incelenip tespit edilmiştir. Testin geçerliği ve güvenirliği için kullanılan testlerle ilgili veri analizinden önce uzman görüşleri alınmış, kullanılan soruların niteliği ile ilgili doğrudan alıntılar yapılıp önceki araştırmalarla tutarlılık sağlanmıştır, ilgili araştırmalara bağlı kalınmıştır. Araştırmanın sonunda elde edilen bulgularda, yorumlarda ve önerilerde uzman görüşleri alınarak düzeltmeler yapılmıştır.

3.4. Verilerin Toplanması

Çalışma Milli Eğitim Bakanlığına bağlı Batman Merkez'deki bir devlet lisesinde uygulanmıştır. Uygulamadan önce Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü ve Batman İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli uygulama izni alınmıştır. Sonrasında

uygulama yapılmadan önce araştırmaya katılan öğrencilerin velilerine Ek-3'te bulunan "Gönüllü Katılımcı Onam Formu" gönderilerek izin alınmıştır. Uygulamaya katılan öğrenciler araştırmacının ders saati uygunluğuna göre rastgele seçilen iki onuncu sınıf şubesinde öğrenim görmektedirler. Uygulama yapılan bu iki şubede toplam yetmiş öğrenci bulunmakta olup ilk olarak "ÖDGD Testi" bir ders saati boyunca uygulanmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplar puanlama ölçütüne göre tek tek incelenip toplam aldıkları puanlar hesaplanmıştır. Bu puanlara göre öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenip her düzeyden rastgele iki öğrenci seçilmiştir. Daha sonra seçilen 8 öğrenciye ÖDKY testi uygulanmıştır. Uygulama bir ders saati boyunca sürmüştür. Veri toplama süreci Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1: Veri Toplama Süreci

Haftalar/Testler	**ÖDGD**	**ÖDKY**
1.Hafta	10-A şubesine testi uygulama	
2.Hafta	10-B şubesine testi uygulama	
3.Hafta	İçerik analizi ve görüşmeler	
4.Hafta	Düzey belirleme ve öğrenci seçimi	
5.Hafta		Seçilen öğrencilere testi uygulama
6. Hafta		İçerik analizi ve görüşmeler

Her iki test için veriler toplandıktan ve analizi yapıldıktan sonra cevaplarda anlaşılmayan yerler, öğrencinin cevabının ayrıntılı olarak incelenmesi amacıyla öğrencilerle Tablo 3.1'de de belirtildiği gibi testlerden sonra görüşmeler yapılmıştır. Her bir öğrenci ile yapılan görüşmeler yaklaşık yirmi dakika sürmüştür.

3.5. Verilerin Analizi

Çalışmada kullanılan veri toplama araçlarından elde edilen sonuçların analizi yapılırken içerik analizi yapılıp ayrı ayrı inceleme yapılmıştır. Ayrıca ÖDGD testi için puanlama rubriği kullanılmıştır. ÖDGD testinde her bir soru için ayrı ayrı puanlama yapılmıştır. ÖDGD testinde on soru bulunmasına rağmen ikinci ve üçüncü soruda dörtgenlerin sınıflandırılması ve tanımlanması sorulduğundan her bir dörtgen (kare, dikdörtgen, eşkenar

dörtgen, yamuk, paralelkenar, deltoid) için puanlama rubriğine göre ayrı puanlama yapılmıştır. Birinci, dördüncü ve beşinci sorularda birden fazla seçenek doğru olduğundan kısmen doğru cevaplar dikkate alınmıştır. Altıncı, sekizinci ve onuncu sorularda tek doğru cevap olduğundan puanlama buna göre yapılmıştır. Yedinci ve dokuzuncu sorular açık uçlu sorulduğundan yapılan işlemler tek tek kontrol edilip cevapların niteliğine karar verilmiştir. Kullanılan puanlama rubriği çoktan seçmeli (1., 4., 5., 6., 8. ve 10. sorular) ve açık uçlu (2., 3., 7. ve 9. sorular) sorulara göre Tablo 3.2'de ve Tablo 3.3'te verilmiştir.

Tablo 3.2: ÖDGD Testi Çoktan Seçmeli Sorular Puanlama Rubriği

Olası Cevapların Niteliği	**Kategori ve Puan**
Cevap kağıdında hiçbir seçenek işaretlenmemiştir.	Cevap yok, boş bırakılmış ise 0 puan verilecektir.
İşaretlenen seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.	Cevap yanlış ise 1 puan verilecektir.
• İşaretlenen seçeneklerden bazıları doğru bazıları yanlıştır. • Doğru olan seçeneklerin tamamı işaretlenmemiştir.	Cevap kısmen doğru kabul edilebilir ise 2 puan verilecektir.
Sadece doğru olan seçenekler işaretlenmiştir.	Cevap tam olarak doğru ise 3 puan verilecektir.

Tablo 3.2'de çoktan seçmeli sorular olan 1., 4., 5., 6., 8. ve 10. sorularda işaretlenen seçeneklerin doğruluk ve yanlışlık durumuna göre alacakları puanlar verilmiştir. Bazı çoktan seçmeli sorularda birden fazla seçenek işaretlendiğinden kısmen doğru olarak kabul edilebilir cevaplar mevcuttur. Tek doğru cevabı olan çoktan seçmeli sorularda cevap yok, yanlış ve tam olarak doğru kategorilerine göre puanlama yapılmıştır. Ayrıca ÖDGD testinde bulunan açık uçlu sorular olan 2., 3., 7. ve 9. sorular için Tablo 3.3'teki puanlama rubriği kullanılacaktır. Açık uçlu sorularda sınıflandırma, tanımlama, ispat süreci ile birlikte çizim olduğundan dolayı değerlendirmeler her bir soru ve her bir dörtgen için ayrı ayrı yapılacaktır.

Tablo 3.3: ÖDGD Testi Açık Uçlu Sorular Puanlama Rubriği

Olası Cevapların Niteliği	**Kategori ve Puan**
Cevap kağıdında herhangi bir işlem yoktur veya anlamsız çizimler yapılmıştır.	Cevap yok, boş bırakılmış ise 0 puan verilecektir.
Yapılan işlemler, problem durumuyla ilgisizdir.	Cevap yanlış ise 1 puan verilecektir.
• Kullanılan matematiksel notasyon yanlış ancak doğru cevaba ulaşmıştır. • Kullanılan matematiksel notasyon doğru ancak işlem hatası nedeniyle ulaşılan sonuç hatalıdır.	Cevap kısmen doğru kabul edilebilir ise 2 puan verilecektir.
Doğru notasyon kullanılarak doğru cevaba ulaşılmıştır.	Cevap tam olarak doğru ise 3 puan verilecektir.

Tablo 3.2'deki ve Tablo 3.3'teki değerlendirmeler incelendiğinde ve tüm durumlar göz önüne alındığında ÖDGD testi için yapılan puanlama sonucu tüm soruları doğru yanıtlayan bir öğrencinin 60 puan alması beklenmektedir. Öğrencilerin aldıkları puanlara göre Van Hiele'nin ortaya koyduğu geometrik düşünme düzeyleri baz alındığından bulundukları geometrik düşünme düzeyleri her bir soru için ayrı ayrı incelendiğinde Tablo 3. 3'teki gibi bir değerlendirme yapılmıştır.

Tablo 3.4: Düzey Belirleme İçin Puan Aralığı

Öğrencinin Bulunduğu Düzey	**Puan Aralığı**
Düzey 1: Görsel Düzey	0-14
Düzey 2: Betimsel Düzey	15-36
Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi	37-48
Düzey 4: Çıkarım Düzeyi	49-57
Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyi	58-60

Tablo 3.4 incelendiğinde oluşan puan aralıkları kullanılan soruların ilgili oldukları düzeyde tam puan almaları sonucunda elde edilmiştir. Örneğin tablo; birinci ve ikinci soruda

öğrenci cevap yok, yanlış veya kısmen doğru cevapları sonucunda eğer Düzey 1'de bulunuyorsa en fazla 14 puan alabileceğini göstermektedir. Düzey 2'de bulunan bir öğrencinin birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü sorularda kısmen doğru veya tam doğru cevapları vermesi beklendiğinden ilk dört sorudan en az 15 puan en fazla ise 36 puan alabileceği görülmektedir. Başka bir örnek olarak öğrenci ilk altı soruya verdiği cevaplarla aldığı puan 37 ile 48 arasında ise öğrencinin Düzey 3'te olduğu söylenebilir çünkü hazırlanan sorularda Düzey 3'teki bir öğrencinin ilk altı soruyu kısmen veya tam olarak doğru yapabilmesi gerekmektedir. Tüm puanlamalar sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin bulundukları geometrik düşünme düzeyleri özel dörtgenler bağlamında belirlenmiştir.

Düzey belirleme işleminden sonra her bir düzeyden rastgele seçilen iki öğrencinin özel dörtgenler bağlamında kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla ÖDKY testi uygulanmıştır. Çalışmada kullanılmış ÖDKY testi için her bir soru farklı bir yanılgıyı ölçmeyi amaçladığından içerik analizi yapılarak ve sonrasında görüşmeler yapılarak değerlendirme yapılmıştır. Yapılan değerlendirmede her bir soru için ayrı ayrı verdikleri cevaplar incelenmiş yapılan doğru ve yanlışlar kontrol edilmiştir. Kavram yanılgısı olabilecek durumlar için öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde yapılan hatalarla ilgili küçük notlar alınmıştır. Verdikleri cevapların nitelikleri yazılı cevapları ve görüşmelerdeki sözlü cevapları ile incelenmiş ve kavram yanılgıları tespit edilmiştir.

3.6. Geçerlik

Lincoln, Lynham ve Guba (2011)'ya göre geçerlik, kendi kendini konumlandırma, farklılıkları destekleme, söylem oluşturma ve öz yansıtmacı olma gibi belirlenmiş standartlar sayesinde araştırma katılımcıları ile olan etik bir ilişkidir. Nitel araştırmalarda geçerlik bulguların doğru olup olmadığını değerlenmek amaçlıdır. Geçerliği sağlamak amacıyla bazı stratejilere başvurulur; uzun süreli katılım ve gözlem, üçgenleme, akran incelemesi veya sorgulaması, olumsuz durum analizi, çalışmanın başında araştırmacının önyargılarının ve sınırlılıkların açıklanması, üye kontrolü, zengin ve yoğun betimleme, dış denetimler gibi… Araştırmada geçerliği sağlamak için bu stratejilerden en az ikisini kullanmak gerekmektedir (Creswell, 2017). Bu araştırmada geçerliği sağlamak amacıyla kullanılan testlerle ilgili veri analizinden önce uzman görüşleri alınmış, kullanılan soruların niteliği ile ilgili doğrudan alıntılar yapılıp önceki araştırmalarla tutarlılık sağlanmıştır.

3.7. Güvenirlik

Silverman (2005)'a göre güvenirlik, kodlayıcılar arasında görüş birliği olması gerektiğidir (Creswell, 2017). Verilerin analizi sırasında kodlanma yapılması bilgisayar programlarının kullanılması güvenirliği arttıran unsurlardandır. Ayrıca güvenirlik kullanılan veri ölçme araçlarının cevaplarındaki kararlılık anlamına gelmektedir. Kullanılan testlerin farklı zamanlarda da uygulanması sonucunda aynı cevaplara ulaşılabiliyorsa bu durum veri ölçme araçlarının güvenilir olduğunu göstermektedir. Bu araştırmada güvenirliği arttırmak için kullanılan veri ölçme araçları için ilgili araştırmalara bağlı kalınmıştır. Veri analizinden önce uzman görüşleri alınmış ve veri analizinde kullanılan puanlama ölçütüne sadık kalınmış ve analiz ve bulgular buna göre yapılmıştır. Araştırmanın sonunda elde edilen bulgularda, yorumlarda ve önerilerde uzman görüşleri alınarak düzeltmeler yapılmıştır.

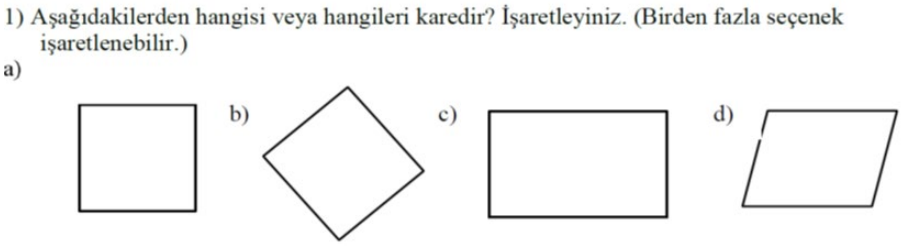
BÖLÜM IV: BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırmanın alt soruları ile ilgili elde edilen bulgular ve bulgularla ilgili yorumlara yer verilmiştir.

4.1. Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeylerine İlişkin Bulgular

Bu araştırmanın birinci alt sorusunu "Öğrencilerin özel dörtgenler konusu ile ilgili geometrik düşünme düzeyleri nedir?" oluşturmaktadır. Öğrencilere uygulanan ÖDGD testi sonucunda her bir sorunun düzeylerin özelliklerine göre neden kullanıldığı ve soruya verilen cevaplar ayrı ayrı incelenmiştir. İnceleme sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Düzeyler belirlenmeden önce öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar tek tek incelenmiştir.

Şekil 10'da verilen testin birinci sorusu öğrencilerin Düzey 1: Görsel Düzey'de mi yoksa bir üst düzeyde mi olduğunu belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Düzey 1'deki bir öğrencinin görsel olarak şekilleri tanımladığı ve algıladığı bilinmektedir. Eğer ki öğrencide kare ile ilgili belirli bir kavramın görüntüsü mevcutsa ona göre cevap verecektir. Düzey 1'deki öğrencilerin şeklin sayfadaki konumu değiştikçe şeklin de değiştiği düşüncesi mevcuttur. Bu nedenle soruda iki doğru cevap olmasına rağmen bu düzeydeki öğrenciler sadece a şıkkını işaretleyebilirler. Diğer seçeneklerde dikdörtgen ve paralelkenar verilmiştir. Öğrencinin zihninde yanlış bir kavram imajı varsa c veya d şıkkını doğru cevap olarak kabul edebilir.



Şekil 10: ÖDGD Testi Soru 1

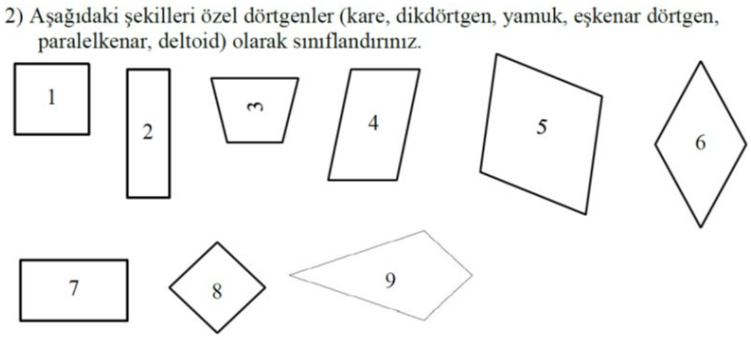
Şekil 10'da verilen 1.sorunun doğru cevapları a ve b seçenekleridir. Bu iki seçeneği işaretleyen doğru cevap vermiş olarak kabul edilmiş, herhangi birini işaretleyenler kısmen doğru, doğru olmayan seçenekleri işaretleyenlerin cevapları yanlış olarak kabul edilmiştir. Tablo 4.1'de birinci soruya verilen cevaplar ve yüzdelikleri gösterilmiştir.

Tablo 4.1: ÖDGD Testinde Birinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

Verilen Cevaplar	**Frekans**	**Yüzdelik (%)**
Doğru	54	%77,14
Kısmen Doğru	15	%21,42
Yanlış	1	%1,44
Cevap Yok	0	%0
Toplam	70	%100

Araştırmaya katılan öğrencilerin cevaplarına bakıldığında Tablo 4.1'e göre öğrencilerin %74,14'ü soruyu doğru yanıtlarken %21.42'si kısmen doğru yanıtlamıştır. Yanlış cevap veren bir kişinin karenin şekli ile ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Genel olarak öğrencilerin tüm sorulara verdikleri cevaplara göre inceleme yapmadan önce öğrencilerin görsel olarak bir şeklin döndürülmesiyle şeklin değiştiğini, farklılaştığını düşünmesi görsel düzeyde olduğunu gösterir. Düzeylerle alakalı genel değerlendirme sorular incelendikten sonra yapılacaktır.

Şekil 11'de verilen ikinci soru özel dörtgenlerin sınıflandırmaları ile ilgilidir. Öğrencilerden şekillerin yanına veya sorunun altında bulunan boşluğa numaralı olarak sınıflandırma yapabilecekleri belirtilmiştir. Araştırmada kullanılan altı dörtgen için de bazı spesifik örnekler verilmiştir.



Şekil 11: ÖDGD Testi Soru 2

Öğrencilerin verdikleri cevaplara göre Görsel Düzey veya Betimsel Düzeyde olup olmadığı tartışılacaktır. Bazı Basit Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrenciler bu soruda hiyerarşik ilişki nedeniyle sınıflandırmada bir şekli birden fazla kategorinin içinde

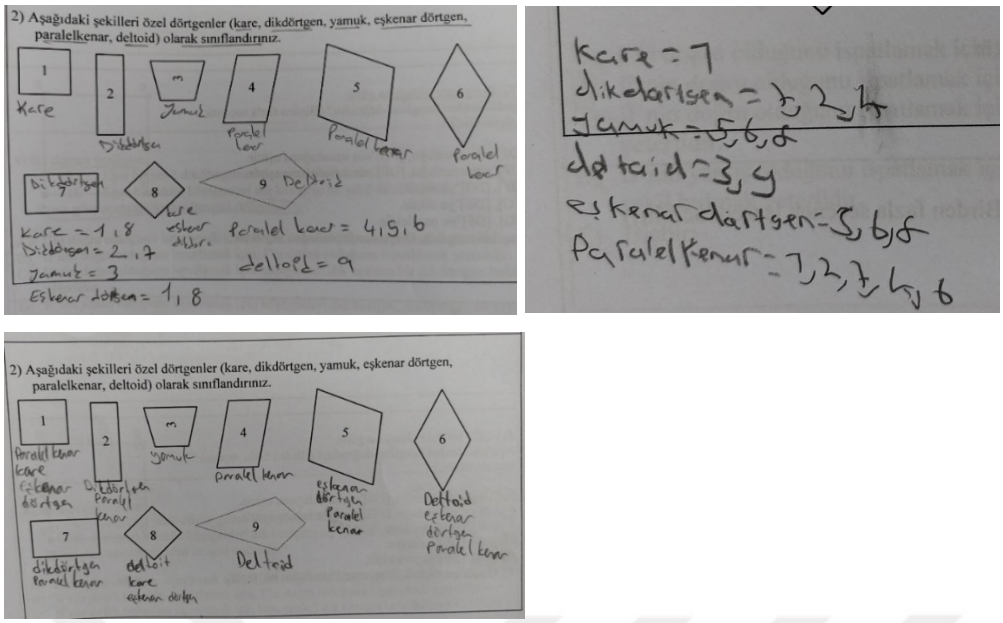
alabilirler. Bu yüzden bu soruya verilen cevaplar ilk üç düzey için yorumlayıcı niteliktedir. Cevaplar analiz edilirken her bir dörtgen çeşidi için ayrı bir değerlendirme yapılmıştır.

Öğrencilerin ikinci soruda özel dörtgenler için verdikleri cevaplar Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2: ÖDGD Testinde İkinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

Dörtgenler	**Doğru**	**%**	**Kısmen Doğru**	**%**	**Yanlış**	**%**	**Cevap Yok**	**%**
Kare	50	%71,42	15	%21,42	3	%4,28	2	%2,88
Dikdörtgen	0	%0	60	%85,71	10	%14,29	0	%0
Yamuk	1	%1,42	58	%82,85	9	%12,85	2	%2,88
Eşkenar Dörtgen	4	%5,71	54	%77,14	5	%7,14	7	%10
Paralelkenar	5	%7,14	59	%84,28	1	%1,42	5	%7,14
Deltoid	0	%0	59	%84,28	7	%10	4	%5,71

İkinci soruda çoğu öğrenci her şekil için bir tane dörtgen sınıflandırması yaptığı görülmüştür. Bir şeklin birden fazla dörtgen olabileceği fikrini düşünemedikleri fark edilmiştir. Verilen numaralandırılmış şekiller sınıflandırıldığında 1 ve 8 kare dörtgenine örnektirler. Bu iki şekli cevap olarak yazanların cevapları doğru kabul edilmiş, herhangi birini yazmayanların cevabı kısmen doğru ve doğru yanıt vermeyenlerin cevapları yanlış olarak ele alınmıştır. Tablo 4.2'ye göre öğrencilerin %71,42 si karenin sınıflandırmasını doğru yapmıştır. Birinci soruda kare için doğru seçeneği işaretleyenlerden üçünün sınıflandırma sorusunu yanlış yaptığı ikisinin herhangi bir şekli kare olarak sınıflandırmayıp cevap vermediği görülmektedir. Şekil 10'daki birinci soruyu yanlış yapan öğrencinin kare ile ilgili dik açı özelliğini hem birinci soruda hem de ikinci soruda hesaba katmadığı görülmektedir. Ayrıca ikinci soruya verilen bazı cevaplar Şekil 12'de gösterilmiştir. Verilen cevaplara bakıldığında soruyu çözme tarzı olarak birden fazla seçenekle karşılaşıldığı söylenebilir.



Şekil 12: İkinci Soruya Verilen Bazı Cevaplar

Şekil 12'de çoğunlukla doğru sınıflandırmaların olduğu cevaplar gösterilmiştir. İkinci soruda şekillerden hiyerarşik ilişkilerden dolayı yani karenin de bir dikdörtgen olmasından dolayı 1, 2, 7 ve 8 dikdörtgen olarak sınıflandırılır. Tablo 4.2'de dikdörtgenin sınıflandırılmasına verilen cevaplar ve yüzdeliklerine bakıldığında kısmen doğru cevap verenlerin hepsi sadece 2. ve 7. şekli dikdörtgen olarak düşünmüşlerdir. Tablo 4.2'ye göre öğrencilerim %85,71'i bu soruya kısmen doğru yanıt vermiştir. Bu yüksek oran bize öğrencilerin karenin dikdörtgenin özel bir hali olması özelliğinin öğrenciler tarafından bilinmediğini göstermektedir.

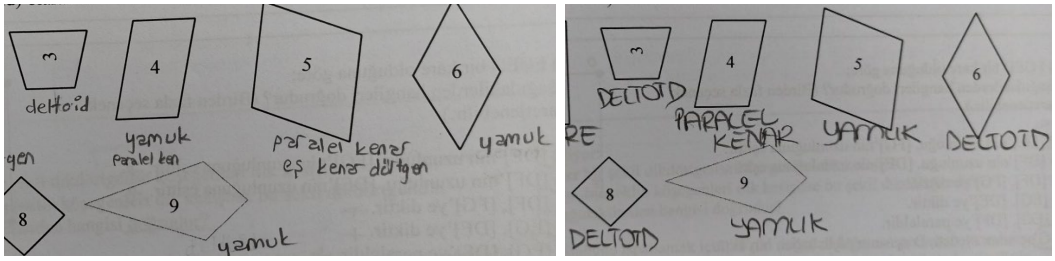
Yamuk tanımsal olarak iki kenarı paralel olan dörtgen olduğundan dolayı ikinci soruda 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 yamuk olarak sınıflandırılabilir. Testi çözen öğrencilerin %1,42 (1 kişi)'si bu soruyu doğru yanıtlarken %82,85 (58 kişi)'si kısmen doğru yanıtlamışlardır. Kısmen doğru yanıtlayanlar sadece 3 numaralı şekli yamuk olarak kabul etmişlerdir. Yanlış cevap veren öğrencilerin deltoid ve yamuk dörtgenlerini karıştırdıkları görülmüştür.

Şekil 10'da verilen dörtgenlerden 1, 5, 6 ve 8 eşkenar dörtgendir. Öğrencilerin %5,71 (4 kişi)'i tam olarak doğru yanıt verirken %77,14 (54 kişi)'ü kısmen doğru yanıt vermiştir. %7,14 (5 kişi)'ü istenen numaralandırılmış dörtgenler dışındaki dörtgenlere eşkenar dörtgen dediğinden yanlış cevap vermektedirler. Ayrıca %10 (7 kişi)'u hiçbir dörtgene eşkenar dörtgen demeyip cevap vermemişlerdir. Kısmen doğru yanıt verenlerden bazıları sadece 6

numaralı dörtgeni eşkenar dörtgen kabul ederken bazıları 5 ve 6'yı, bazıları da 6 ve 8 numaralı dörtgenleri eşkenar dörtgen olarak sınıflandırmışlardır. Bu cevapların hepsi kısmen doğru olarak nitelendirilmiş. Öğrencilerin deyimiyle eşkenar dörtgen "baklava dilimi" ne benzemesi gerektiğinden kavramın özelliklerinden çok görselliğe dikkat edip 8 numaralı dörtgeni eşkenar dörtgen olarak kabul ederken 1 numaralı dörtgeni eşkenar dörtgen olarak kabul etmedikleri görülmüştür.

Soru incelendiğinde karşılıklı kenarları paralel olan 1, 2, 4, 5, 6, 7 ve 8 numaralı dörtgenler birer paralelkenardır. Tablo 4.2 incelendiğinde öğrencilerin %7,14 (5 kişi)'ü tam doğru yanıt verirken %84,28 (59 kişi)'i kısmen doğru yanıt vermiştir. Kısmen doğru yanıt verenler genel olarak eğiklik düşüncesiyle 4, 5 ve 6 numaralı dörtgenleri paralelkenar olarak kabul etmişlerdir. Böylelikle paralelkenar ve diğer dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiye dikkat etmedikleri söylenebilir.

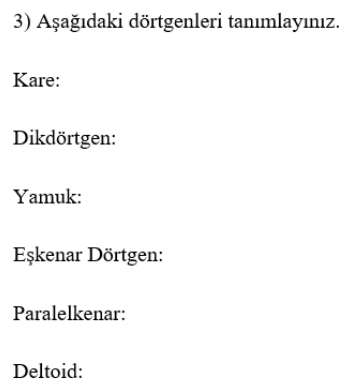
Deltoid, ikinci soruda en çok hataya düşülen dörtgendir. Dörtgenler arasında 1, 5, 6, 8 ve 9 numaralı dörtgenler deltoid olarak sınıflandırılabilir. Ancak öğrencilerin %84,28 (59 kişi)'i sadece 9 numaralı dörtgeni deltoid olarak kabul etmişlerdir. Bunun sebebi olarak deltoid tanımında kullanılan sözel ifadeler ve gösterim şekilleri söylenebilir. Tek tip prototipler deltoid ile kare ve eşkenar dörtgen arasındaki bağlantının kurulamamasına neden olmaktadır. Öğrencilerin şekil benzerliğinden dolayı 6 numarayı genellikle deltoid için sınıflandırdıkları görülmüştür. Ayrıca Şekil 13'te de görüldüğü gibi yanlış cevap verenler yamuk deltoid dörtgenlerini karıştırdığı görülmektedir.



Şekil 13: Yamuk ve Deltoid

Yamuk ve deltoid dörtgenlerinin neden karıştırdıkları öğrencilere sorulduğunda tanım ve dörtgen ismi olarak yanlış bilgiye sahip oldukları öğrenilmiştir.

Şekil 14'te yer alan üçüncü soruda öğrencilerden dörtgenlerin tanımlarını yapmaları istenmiştir.


3) Aşağıdaki dörtgenleri tanımlayınız.

Kare:

Dikdörtgen:

Yamuk:

Eşkenar Dörtgen:

Paralelkenar:

Deltoid:

Şekil 14: ÖDGD Testi Soru 3

Verilen cevaplar bir sürü özelliğin sıralanması şeklindeyse öğrencinin Düzey 2'de olduğu, gerek ve yeter tanımlara yer verildiyse Düzey 3'te olduğu düşünülebilir. Verilen cevaplar ayrı ayrı incelendiğinde Tablo 4.3'te dörtgenler için cevapların niteliği incelenmiştir.

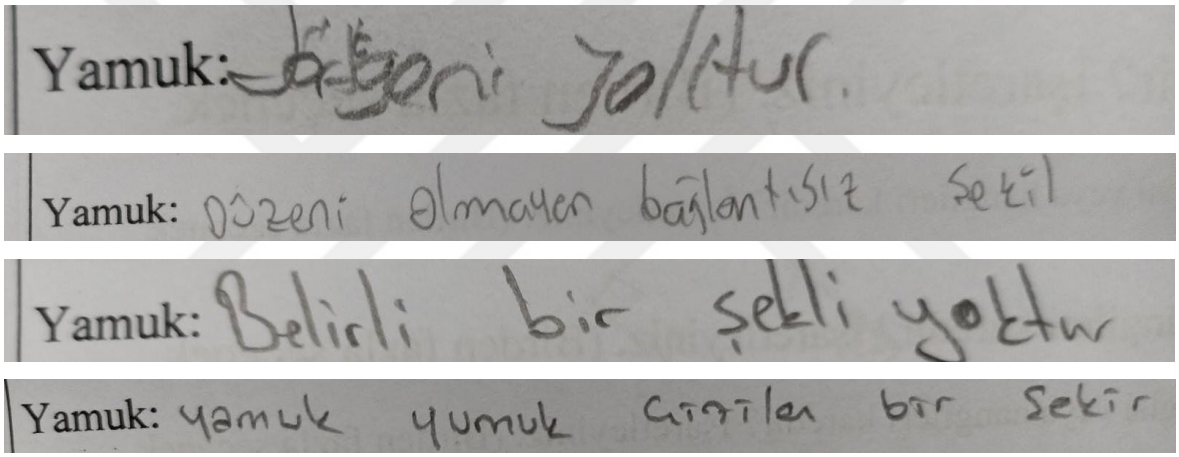
Tablo 4.3: ÖDGD Testinde Üçüncü Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

Dörtgenler	Doğru	%	Kısmen Doğru	%	Yanlış	%	Cevap Yok	%
Kare	26	%37,14	36	%51,42	2	%2,85	6	%8,57
Dikdörtgen	19	%27,14	44	%62,85	7	%10	0	%0
Yamuk	9	%12,85	12	%17,14	38	%54,28	11	%15,71
Eşkenar Dörtgen	39	%55,71	13	%18,57	12	%17,14	6	%8,57
Paralelkenar	30	%42,85	26	%37,14	7	%10	7	%10
Deltoid	10	%14,28	20	%28,56	12	%17,14	28	%40

Cevaplara bakıldığında karenin tanımı için doğru cevap öğrenciler (26 kişi) genellikle "Bütün kenarları eşit, köşegenleri eşit uzunlukta, açıları eşit ve 90^0." tanımını kullanmışlardır. Doğru yanıt verenlerden bazıları sözel tanım kullanmasalar da kenarları eşit ve açıları 90^0 olan karenin şeklini çizmişlerdir. Kısmen doğru olarak kabul edilen cevaplar (36 kişi); "Tüm kenarları eşit, iki köşegeni var.", "Her açısı birbirine eşit 90^0.", "Kenarları birbirine eşit, dört köşeden oluşur tanımlarını yapmışlardır.

Dikdörtgen tanımı yapılırken öğrencilerin %27,14 (19 kişi)'ü "Karşılıklı açıları eşit, açıları dik olan paralel dörtgen.", "Bütün iç ve dış açıları eşit, karşılıklı paralel kenarları birbirine eşit." tanımlarını kullanarak doğru bir yanıt vermiştir. Kısmen doğru yanıt verenler (44 kişi), "Karşılıklı kenarları eşit.", "İki kenarı kısa, iki kenarı uzun olan dörtgen.", "Kenarları dik olan dörtgen." tanımlarını yapmışlardır. Sadece prototip şekil çizimi yapanların da cevapları kısmen doğru kabul edilmiştir.

Yamuk özel dörtgeni için üçüncü soruda verilen cevaplar kontrol edildiğinde öğrencilerin %12,85 (9 kişi)'i karşılıklı iki kenarın paralel olduğunu yazarak tanımı doğru yapmıştır. Kısmen doğru yapanlar (12 kişi) sadece zihinlerinde canlanan şekil çizimi yapmışlardır. Ayrıca öğrencilerin %15,71 (11 kişi) 'inin tanım yapmadığı görülmüştür. Şekil 15'te yamuk için yazılan yanlış cevaplardan bazıları verilmiştir.

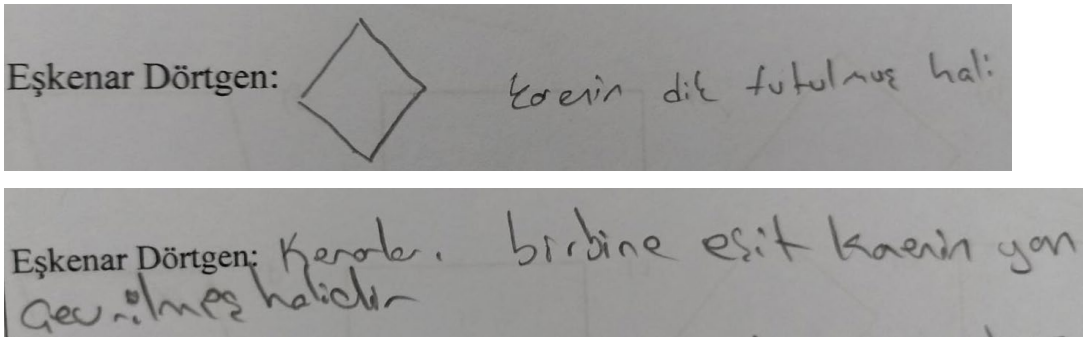


Şekil 15: Yamuk Dörtgeni için Bazı Yanlış Tanımlar

Yanlış cevap verenler Şekil 15'te de verildiği gibi "Karşılıklı kenarları eşittir.", "Kenarları birbirinden bağımsızdır.", "Adı gibi yamuk yumuk bir şekildir." ifadelerini kullanmışlardır. Kenarlarının düzensiz olması gerektiği düşüncesi yanlış cevap veren öğrencilerinde genelinde mevcuttur veya Tablo 4.2'de de belirtilen yamuk dörtgeni için sınıflandırma yapmayan iki kişide yamuk diye bir dörtgenin olmadığı düşüncesi vardır.

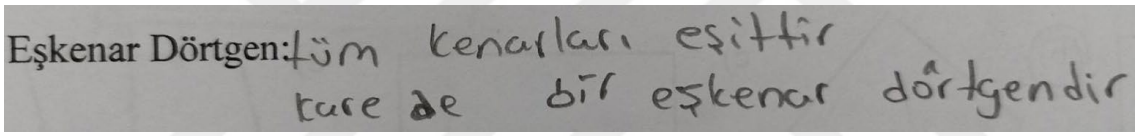
Eşkenar dörtgen için "Bütün kenar uzunlukları eşit olan dörtgen." tanımını öğrencilerin %55,71 (39 kişi)'i yazarak doğru yanıt vermiştir. "Karşılıklı kenarları eşit olan dörtgen." yanıtını verenlerin (13 kişi) cevapları kısmen doğru kabul edilmiştir. Ayrıca Tablo 4.3'e bakıldığında öğrencilerin %17,14 (12 kişi)'ü yanlış yanıt verip %8,57 (6 kişi)'si yanıt vermemiştir. Şekil 16'da eşkenar dörtgen için öğrenci zihninde görsel olarak nasıl

canlanıyorsa tanım olarak yazmıştır. Baklava dilimi görüntüsünün öğrencinin zihnine canlandığı görülmektedir. Karenin yan çevrilmiş halidir.



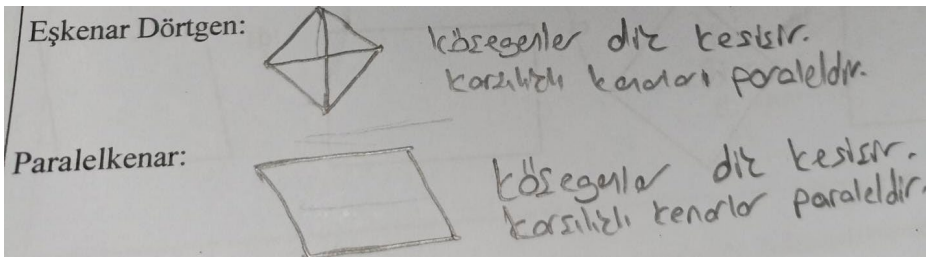
Şekil 16: Eşkenar Dörtgen Tanımı

Ayrıca Şekil 17'de kare ve eşkenar dörtgen için yapılmış tanımda hiyerarşik ilişkiye dikkat edildiği görülmüştür. "Kare de bir eşkenar dörtgendir." ifadesinin kullanılması öğrencinin eşkenar dörtgenin kritik özelliklerinin kare için de sağladığını bildiğini gösterir.



Şekil 17: Eşkenar Dörtgen ve Kare İlişkisi ile İlgili Bir Tanım

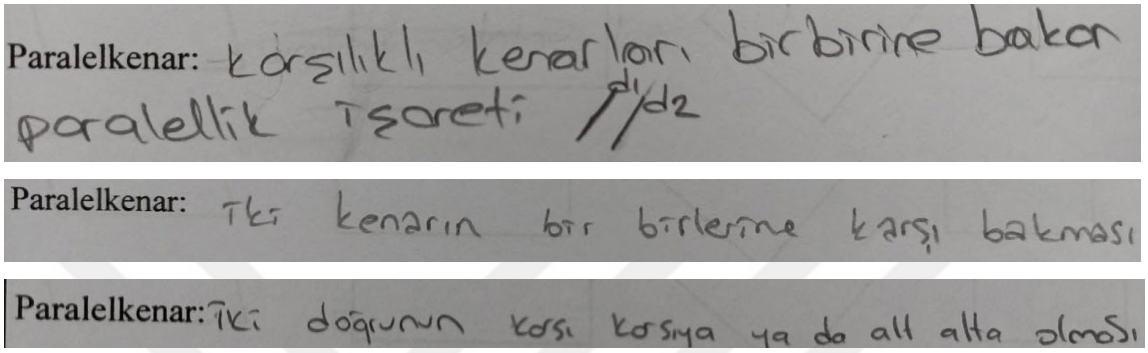
Şekil 18'de eşkenar dörtgen ve paralelkenar için aynı tanımı vermiş öğrencinin cevabı bulunmaktadır.



Şekil 18: Eşkenar Dörtgen ve Paralelkenar

Şekil 18'de yazılan ifadeler eşkenar dörtgen için geçerli olsa da köşegenlerin dik kesişmesi ifadesi her paralelkenar için geçerli değildir çünkü bu özellik paralelkenar için kritik özellik değildir.

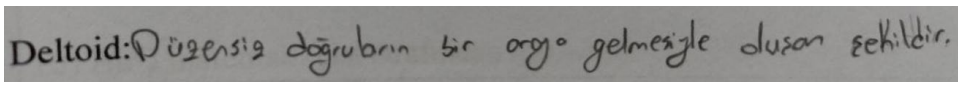
Paralelkenar tanımını öğrencilerin %42,85 (30 kişi)'i karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan dörtgen yanıtını vererek doğru yanıt vermişlerdir. %37,14 (26 kişi)'ü karşılıklı açıları birbirine eşit olduğunu yazarak ve prototip şekil çizimi yaparak kısmen doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin %10 (7 kişi)'u yanlış bir tanım yapmıştır ve %10 (7 kişi)'u cevap vermemiştir. Şekil 19'da paralelkenar için verilmiş kısmen doğru cevaplardan bazıları verilmiştir.



Şekil 19: Paralelkenar İçin Verilmiş Bazı Kısmen Doğru Yanıtlar

Şekil 19'daki cevapları veren öğrencilerin zihinlerin de paralellik kavramının var olduğu ancak paralelliği açıklamakta sıkıntı çektikleri görülmektedir. Ayrıca yine zihinde var olan görsele göre tanım yapmaya çalıştıkları görülmektedir.

Deltoid tanımı öğrencileri en çok zorlayan kısım olmuştur. İkinci soruda 9 numaralı şekli deltoid olarak sınıflandıran öğrencilerin çoğu sözel tanım istendiğinde prototip şekli çizmişlerdir. Bu çizilen şekillerden kenar eşitliklerini doğru gösterip köşegenleri dik kesiştiren öğrencilerin cevapları doğru kabul edilmiştir. Sözel tanım olarak ikizkenar iki üçgenin tabanlarının çakışık olmasıyla oluşan şekil tanımını yapan öğrenciler ve ayrıntılı şekil çizim yapan öğrenciler tüm grubun %14,28 (10 kişi)'ini oluşturmaktadır. "İki üçgenin birleşmesiyle oluşur." yanıtını verenlerin cevapları kısmen doğru (%28,56) kabul edilmiştir. Öğrencilerin %17,14 (12 kişi)'ü yanlış yanıt verip %40 (28 kişi)'ı cevap vermemiştir. Şekil 20'de deltoid için verilmiş bir öğrenci cevabı bulunmaktadır.



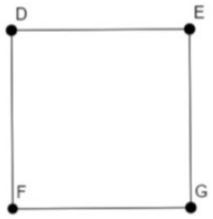
Şekil 20: Deltoid Tanımı

Şekil 20'deki gibi deltoid tanımı yapan öğrenciler ile Şekil 13'te yamuk ve deltoidin şekillerini karıştıran öğrenciler aynı düşünceye sahiptirler. Yamuk ve Deltoid kavramları zihinlerinde tanımsal olarak ters olmuşlardır.

Şekil 21'de yer alan dördüncü soruda karenin oluşturan kenarlar ve açılarla ilgili karşılaştırma cümleleri verilmiştir. Bu soruyu doğru yapan öğrencilerin en az Betimsel Düzeyde olduğu düşünülür.

4) FGED bir kare olduğuna göre;
Aşağıdakilerden hangileri doğrudur? (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

A) [DE]'nin uzunluğu, [FG]'nin uzunluğuna eşittir.
B) [DF]'nin uzunluğu, [DE]'nin uzunluğuna eşittir.
C) [DF], [FG]'ye diktir.
D) [EG], [DE]'ye diktir.
E) [EG], [DF]'ye paraleldir.
F) G açısının ölçüsü, D açısının ölçüsünden büyüktür.



Şekil 21: ÖDGD Testi Soru 4

Tablo 4.4'te öğrencilerin dördüncü soru için verdikleri cevapların frekansları ve yüzdelikleri verilmiştir.

Tablo 4.4: ÖDGD Testinde 4., 5. ve 6. Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

	Doğru	**%**	**Kısmen Doğru**	**%**	**Yanlış**	**%**	**Cevap Yok**	**%**
Soru 4	35	%50	34	%48,57	1	%1,42	0	%0
Soru 5	17	%24,28	48	%68,57	4	%5,71	1	%1,42
Soru 6	17	%24,28	1	%1,42	49	%70	3	%4,28

Soruda bir kare verilmiş olup kenar uzunlukları, diklik ve açı kavramları ile ilgili eşitlikler verilmiş ve sorunun doğru seçenekleri A, B, C, D ve E'dir. Tablo 4.4'te çalışmaya katılan öğrencilerin %50 (35 kişi) doğru yanıt verdiği görülmektedir. Doğru seçeneklerden birkaçını işaretleyenlerin cevapları kısmen doğru (%48,57,34 kişi) kabul edilmiştir. Öğrencilerden biri sadece F seçeneğini işaretleyerek yanlış yanıt vermiştir ve bu soruya cevap vermeyen yoktur. Soru tamamen kareye ait olan özellikleri bilme ile ilgilidir. Düzey 2'deki öğrencilerin rahatlıkla yapabileceği bir soru olduğu söylenebilir. Bütün kenarların birbirine eşit olması, bütün açıların birbirine eşit olması dik açı olması, komşu doğru

parçalarının birbirine dik olması… Düzey 2: Betimsel Düzey olduğundan dolayı karenin özelliklerini betimleyebilmek öğrencinin yapabileceği bir durumdur.

5) Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğru olabilir? (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

A) Her kare bir dikdörtgendir.
B) Her eşkenar dörtgen bir paralelkenardır.
C) Her deltoid bir eşkenar dörtgendir.
D) Her dikdörtgen bir karedir.
E) Her dikdörtgen bir paralelkenardır.

Şekil 22: ÖDGD Testi Soru 5

Şekil 22'de yer alan beşinci soru özel dörtgenlerle ilgili hiyerarşik ilişkilerden oluşmaktadır. Bu soruyu cevaplayabilen yani dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi anlayabilen bir öğrencinin Basit Çıkarım Düzeyinde olduğu düşünülür. Beşinci soru için doğru seçenekler A, B ve E'dir. Tablo 4.4'te de görüldüğü üzere öğrencilerin % 24,28 (17 kişi)'i doğru cevap vererek kesinlikle Düzey 3 veya daha üst düzeylerde olduklarını göstermektedir. Soruda verilen cevaplar ayrıntılı incelendiğinde öğrencilerin her eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olmasında ve her dikdörtgenin bir paralelkenar olmasında sıkıntı yaşamadıkları ancak karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olabileceğini anlamadıkları görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde karenin tüm kenarları eşit ancak dikdörtgenin kenarları eşit olamaz düşüncesi genel olarak hakimdir. Paralelkenar ve eşkenar dörtgenin şekilsel olarak birbirine benzemesi -iki dar, iki geniş açı bulunması, kenarların eğik konumda olması- nedeniyle aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi anladıkları görülmüştür.

Şekil 23'te testte kullanılan 6. soru verilmiştir.

6) Aşağıdaki özelliklerin hangisi her dikdörtgende olup bazı paralelkenarlarda yoktur?

A) Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.
B) Köşegen uzunlukları eşittir.
C) Karşılıklı açıları eştir.
D) Karşılıklı kenarları paraleldir.
E) Hiçbiri

Şekil 23: ÖDGD Testi Soru 6

Şekil 23'te yer alan altıncı soruda beşinci soruda olduğu gibi yine bir hiyerarşik ilişki olduğundan Basit Çıkarım Düzeyi ile ilgilidir. Öğrenci dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anlayıp dikdörtgeni paralelkenardan ayıran özellikleri bilirse

bu soruyu doğru yanıtlar. Sorunun doğru seçeneği B'dir. Bu soruya doğru yanıt verenler beşinci soruda olduğu gibi çalışmaya katılan öğrencilerin %24,28 (17 kişi)'ini oluşturmaktadır. Öğrencilerin %70 (49 kişi)'i bu soruya yanlış cevap verip %4,28 (3 kişi)'i soruyu boş bırakmıştır. Soruda birden fazla seçenek işaretlenmemesi gerekirken yanlış yapan öğrencilerden bazılarının birden fazla seçeneği işaretlediği görülmüştür. Bunlardan sadece biri doğru olan seçeneği de işaretlediğinden kısmen doğru olarak kabul edilmiştir.

Şekil 24'te öğrencilere sorulan yedinci soru gösterilmektedir. Bu sorunun testte kullanılmasının sebebi olarak öğrencilerin verilen istenen durumla ilgili ispat yapıp yapamadığını kontrol etmektir.

7) Bir paralelkenarda karşılıklı açıların eşliğini gösteriniz

Şekil 24: ÖDGD Testi Soru 7

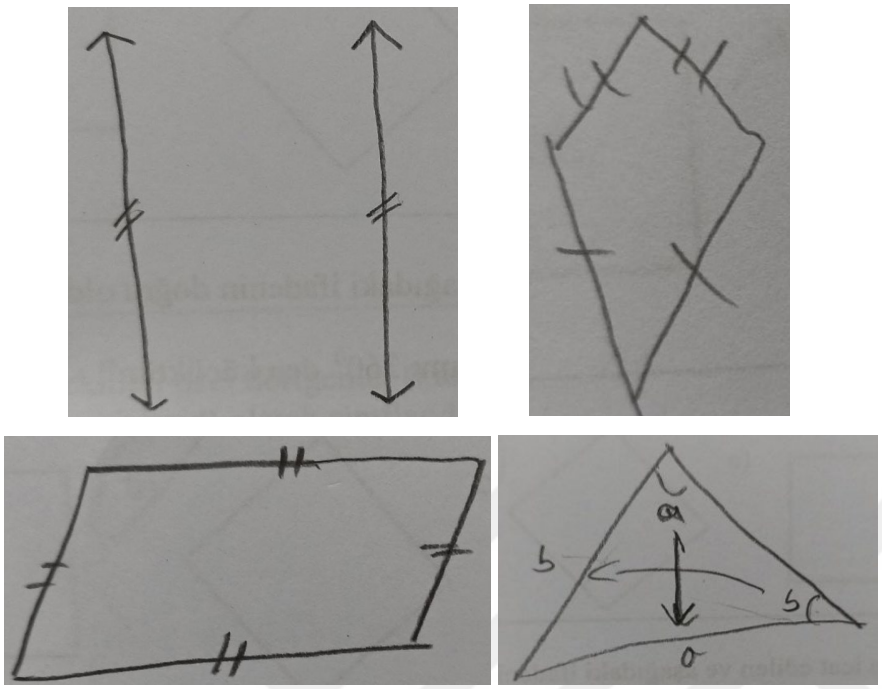
Şekil 24'te verilmiş olan yedinci soru Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencileri ortaya çıkarmak için eklenmiştir. Paralelkenarda karşılıklı açıların eşliğini göstermek bazı ispat adımları gerektirdiğinden Çıkarım Düzeyindeki öğrenciler aksiyomları ve daha önceden öğrendikleri konuları, özellikleri kullanarak ispat yapabilirler. Öğrencilerin paralel iki doğru kesen başka bir doğru oluşturdukları açılar arasındaki eşitlikleri kullanarak soruyu çözmeleri gerekmektedir. İspat için kullanılan özellik ortaöğretim 9. sınıf konusu olup Düzey 4'te bulunan öğrencilerden bu özellikleri hatırlayıp uygulamaya geçirmeleri beklenmektedir.

Tablo 4.5: ÖDGD Testinde Yedinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

Verilen Cevaplar	**Frekans**	**Yüzdelik (%)**
Doğru	6	%8,57
Kısmen Doğru	34	%48,57
Yanlış	27	%38,58
Cevap Yok	3	%4,28
Toplam	70	%100

Tablo 4.5'e göre öğrencilerin %8,57 (6 kişi)'lik çok az bir kısmı doğru ispat yapıp soruya doğru yanıt verebilmişlerdir. Kısmen doğru cevap verenlerden (%48,57) bazıları sadece karşılıklı iç açıları eşit olan paralelkenar çizmiştir. Yanlış cevap verenler öğrencilerin

%38,58 (27 kişi)'ini oluşturmaktadır. Şekil 25'te yedinci soruya verilen yanlış cevaplardan bazıları gösterilmiştir.

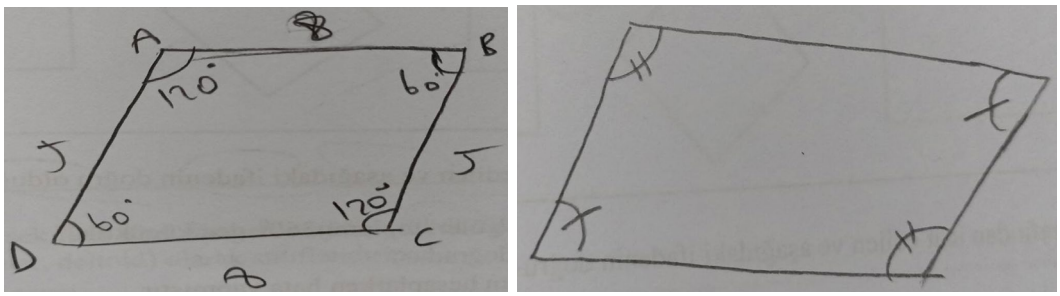


Şekil 25: Yedinci Soruda Verilen Bazı Yanlış Cevaplar

Yanlış cevaplardan bazıları tüm kenarların eşitliğini göstermiş, bazıları da karşılıklı açıların eşliği yerine karşılıklı kenarların eşit olduğunu göstermiştir. Ayrıca üçgen çizimi, deltoid çizimi ve iki paralel doğru çizimi yapanların da cevapları yanlış kabul edilmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde Şekil 25'te verilen ilk yanlış cevabın soruda verilen paralelkenar kelimesinden kaynaklandığı öğrenilmiştir. İki tane paralel doğrunun eşitliği gösterilmiştir. İkinci yanlış cevap örneğinde de görüldüğü gibi karşılıklı açıların eşitliği yerine öğrenciler komşu kenarları birbirine eşitlemiştir. Böylelikle bir deltoid çizimi yapmıştır. Öğrencinin önceki sınıflandırma sorularında da deltoid olan dörtgenleri paralelkenar olarak sınıflandırdığı görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı bir diğer yanlış cevapta ise karşılıklı açıların eşliği yerine karşılıklı kenarların hatta tüm kenarların eşitliği gösterdikleri görülmüştür. Bir öğrencinin zihninde paralelkenar için tamamen üçgen kavramı mevcuttur. Dokuzuncu sorunun analizi sırasında da aynı öğrencinin paralelkenar yerine üçgen çizdiği görülmüştür.

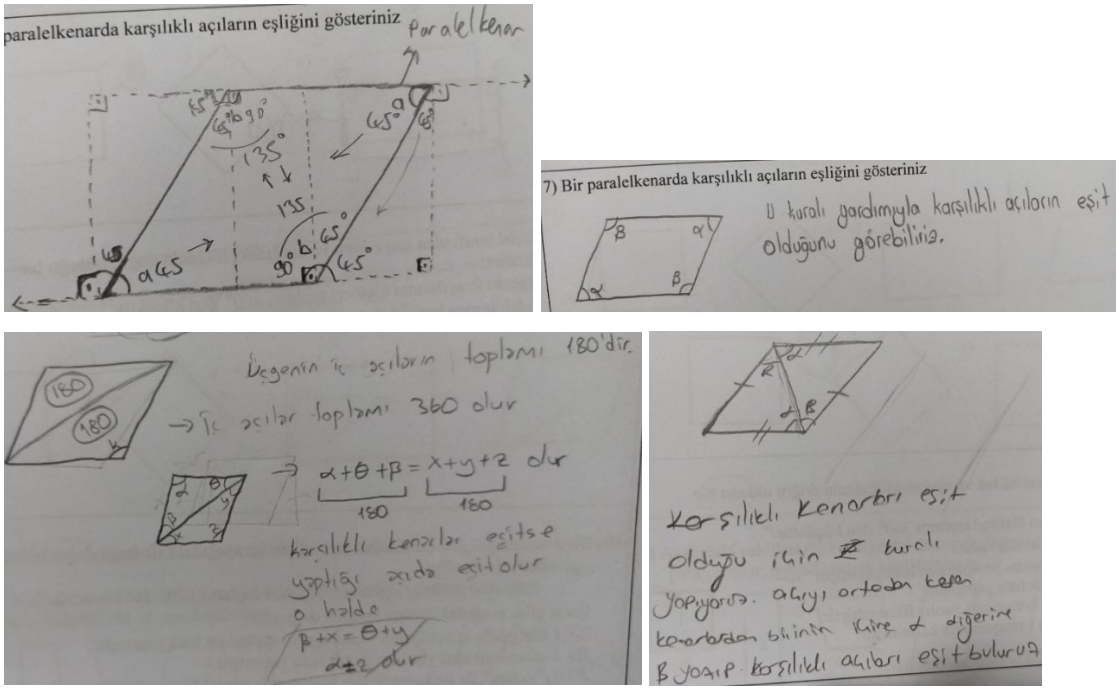
Şekil 26'da yedinci soruya verilen cevaplardan kısmen doğru olarak kabul edilen cevaplardan bazıları örnek olarak gösterilmiştir. Bu öğrencilerin bilgi olarak konuya hakim

oldukları ancak ispat konusuna gelince yapamadıkları görülmüştür. Bu durum bize bu öğrencilerin dördüncü geometrik düşünme düzeyine ulaşamadığını ve üçüncü düzeyde olduklarını göstermektedir.



Şekil 26: Yedinci Soruda Verilen Kısmen Doğru Cevaplar

Öğrencilerin soru yanıtlarken en çok kullanılan sayısal değerleri tercih ederek soruda istenen karşılıklı açıların eşitliğini gösterdikleri ve eş açı için kullanılan sembolik çizimlerle paralelkenar çizdikleri Şekil 26'da görülmektedir. Öğrencilerin çizim konusunda çok başarılı oldukları söylenemez. Paralelkenar dörtgenini biliyorlar ancak çizim konusunda gelişigüzel çizmişlerdir. Kısmen doğru cevap veren 34 kişinin Şekil 26'daki gibi çizim yaptıkları görülmektedir. Şekil 27'de bu soru için doğru kabul edilen cevaplar gösterilmektedir.



Şekil 27: Yedinci Soruda Verilen Bazı Doğru Cevaplar

Doğru cevap veren öğrencilerin biri Şekil 27'de de görüldüğü gibi bildiği bazı açı değerlerini kullanıp paralelkenarı iki ayrı eş üçgenle dikdörtgene tamamlamıştır. Sonrasında doğruda tam açı ve dikdörtgenin bir dik açısını 45^0 lik iki eşit parçaya ayırma ile karşılıklı açıların eşitliğini göstermiştir. Başka bir öğrenci paralelkenarı iki eşit parçaya ayırıp kenarların paralelliğinden Doğruda Açılarda kullanılan Z kuralı yardımıyla karşılıklı açıların eşitliğini göstermiştir. Başka bir öğrencide ise işlemsel olarak bir şey olmamasından dolayı görüşme sonrasında ne yaptığı anlaşılmıştır. Karşılıklı açıların eşit olduğunu gösterip her iki komşu açı için ayrı ayrı U kuralı uygulanarak iki açının toplamının 180^0 olması gerektiğinden ikili ikili toplamlar sonucunda eşit olduğunu göstermiştir. Doğru cevaplar arasında en farklı şekilde yapılan ispat Şekil 27'deki en son verilmiş olandır. Öğrenci karşılıklı kenarların paralel ve eşit olmasından dolayı paralelkenarı iki eş üçgene ayırmıştır. Üçgenin iç açılarının toplamının 180^0 olması ve eşit kenarlara bakan açıların da eşit olması gerektiğini Kenar-Kenar-Kenar eşliğinden ispatladığı görülmüştür. Bu çalışmada her ne kadar soruda doğru yanıt verenlerin sayısının az olduğu görülse de bu öğrencilerin Düzey 4'te olduğu ve her birinin farklı aksiyom ve özelliklerle ispat etmeye çalıştığı görülmektedir. Bu durum da akla matematikte bir çözüm ve tek bir düşünce tarzının olmadığı düşüncesini getirmektedir.

Şekil 28'de ÖDGD testinde kullanılan sekizinci soru verilmiştir.

8) İki durum veriliyor:
I. Eğer bir şekil dikdörtgense köşegenleri dik kesişir.
II. Eğer bir şeklin köşegenleri dik kesişirse bu şekil dikdörtgendir.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) I'in doğru olduğunu ispatlamak için, II'nin doğru olduğunu ispatlamak yeterlidir.
B) II'nin doğru olduğunu ispatlamak için, I'in doğru olduğunu ispatlamak yeterlidir.
C) II'nin doğru olduğunu ispatlamak için köşegenleri dik kesişen bir dikdörtgen bulmak yeterlidir.
D) II'nin yanlış olduğunu ispatlamak için köşegenleri dik kesişen, dikdörtgen olmayan bir şekil bulmak yeterlidir.
E) Hiçbiri

Şekil 28: ÖDGD Testi Soru 8

Şekil 28'de verilen sekizinci soruda verilen iki durumla ilgili doğru verilen ispat yöntemi istenmiştir. Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrenciler tümdengelim yoluyla ispat yapabilirler. Bu sorunun doğru cevabı D seçeneğidir. Deltoid, eşkenar dörtgen ve karenin de köşegenleri dik kesişir. Doğru yanıt veren öğrencilerden bazıları "Kare de olabilir." şeklinde yorum yapmıştır.

Tablo 4.6: ÖDGD Testinde Sekizinci Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

Verilen Cevaplar	Frekans	Yüzdelik (%)
Doğru	17	%24,29
Yanlış	52	%74,29
Cevap Yok	1	%1,42
Toplam	70	%100

Tablo 4.6 incelenirse öğrencilerin %24,29 (17 kişi)'u doğru yanıt verirken, %74,29 (52 kişi)'u yanlış yanıt vermiş veya birden fazla seçenek işaretlemiştir. Her ne kadar doğru yanıt veren kişi sayısının fazla olduğu görülse de çoktan seçmeli bir soru olduğundan dolayı öğrencilerden bazılarının soruda şans yoluyla doğru yanıta ulaştığı görülmüştür.

Şekil 29'da verilen dokuzuncu soru Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencilerin cevaplandırabileceği bir sorudur. İçerisinde bulundurduğu hiyerarşik ilişkiyi fark eden ve dörtgen çizimi yaparken doğru çizimde bulunan öğrenci cevabını ispat edebilir.

9) ABCD dörtgeni bir paralelkenar ve bir açısının ölçüsü 90^o dir. Bu dörtgeni çiziniz ve diğer açılarını gösteriniz.

Şekil 29: ÖDGD Testi Soru 9

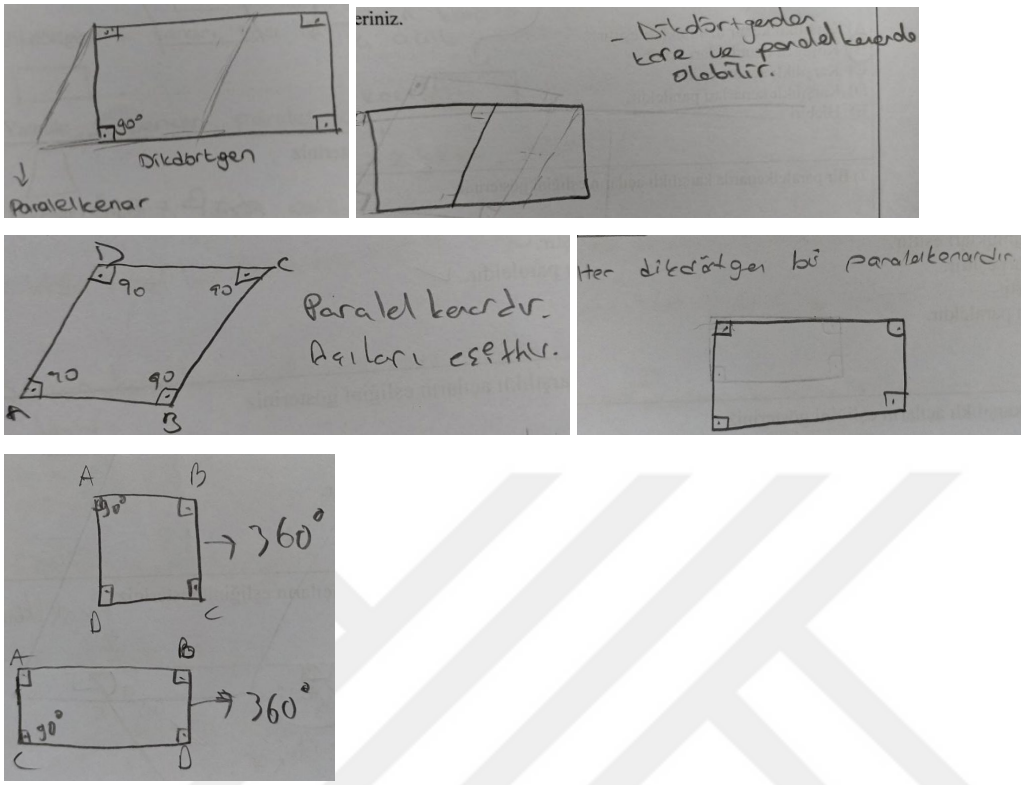
Tablo 4.7'de bu soru için verilmiş cevapların frekansları ve yüzdelikleri verilmiştir.

Tablo 4.7: ÖDGD Testinde Dokuzuncu Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

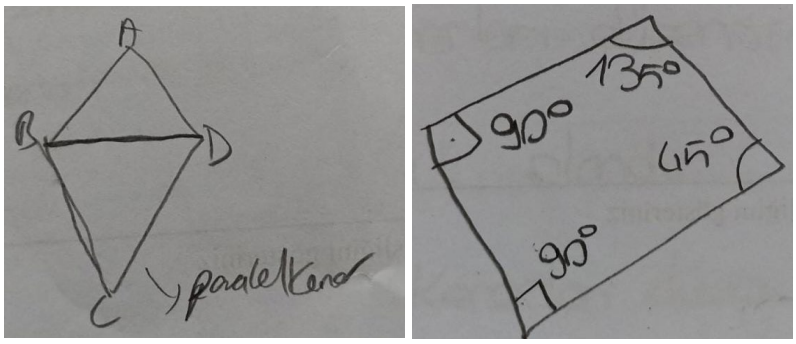
Verilen Cevaplar	Frekans	Yüzdelik (%)
Doğru	32	%45,71
Yanlış	34	%48,57
Cevap Yok	4	%5,72
Toplam	70	%100

Bir açısının ölçüsü 90^0 olan paralelkenar bir kare veya dikdörtgen olabilir. Her iki şekli de çizen bir öğrenci bulunmaktadır. Sadece dikdörtgen çizimi yapanların da cevapları kabul edilmiştir. Çizimin yanında "Her dikdörtgen bir paralelkenardır." yorumunu yapan öğrenciler bulunmaktadır (Şekil 30). Yanlış cevap verenlerde karşılaşılan durumlar: deltoid çizimi (3 kişi), üçgen çizimi (2 kişi), prototip paralelkenar çizim açılarına dik açı sembolü

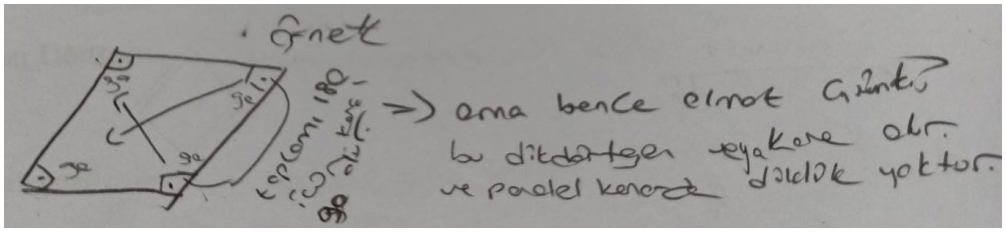
koyma, herhangi bir dörtgeni çizip açı belirtmeme, iki açıyı dik yapıp diğer iki açıyı toplam 360^0 olacak şekilde tamamlama (Şekil 31).



Şekil 30: Dokuzuncu Soruda Verilen Bazı Doğru Cevaplar



Şekil 31: Dokuzuncu Soruda Verilen Bazı Yanlış Cevaplar



Şekil 32: Paralelkenarda Dik Açı Olur Mu?

Şekil 32'de öğrencinin cevabından da anlaşılacağı gibi öğrencilerde Paralelkenar, Dikdörtgen ve Kare arasındaki hiyerarşik ilişkinin anlaşılmadığı görülmektedir. Öğrenciler sadece dikdörtgen ve karede dik açı olabileceğinin söylese de bu dikdörtgen ve karenin aynı zamanda paralelkenar olduğu gerçeğini değiştirmemektedir.

Şekil 33'te verilen onuncu soru Sistematik Düşünme Düzeyi ile ilgilidir.

10) Bir J matematikçisi tarafından icat edilen ve aşağıdaki ifadenin doğru olduğu bir geometri düşünelim.
"Bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360^0 den küçüktür."
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) J dörtgenin iç açılarının toplamını hesaplarken hata yapmıştır.
B) J mantıksal akıl yürütmede bir hata yapmıştır.
C) J, "doğru" ile ne kastedildiği konusunda yanlış fikre sahiptir.
D) J alışılmış geometriden farklı varsayımlarla başlamıştır.
E) Hiçbiri

Şekil 33: ÖDGD Testi Soru 10

Öklid geometrisi dışındaki geometrileri anlayabilen öğrenciler veya bilgisi olan öğrenciler bu soruyu doğru yaparlar. Sorunun doğru cevabı D seçeneğidir. J matematikçisi Öklid geometrisi dışında başka bir geometrinin aksiyomlarını kullanarak işlem yapmıştır.

Tablo 4.8: ÖDGD Testinde Onuncu Soruya Verilen Cevaplar ve Yüzdelikleri

Verilen Cevaplar	**Frekans**	**Yüzdelik (%)**
Doğru	11	%15,71
Yanlış	57	%81,44
Cevap Yok	2	%2,85
Toplam	70	%100

Onuncu soruyu verilen cevaplar Tablo 4.8'de incelendiğinde öğrencilerin %15,71 (11 kişi) bu soruya doğru yanıt vermiştir. %81,44 (57 kişi)'i yanlış seçenekleri işaretlemişlerdir. Yanlış yapan öğrencilerden iki kişi birden fazla seçenek işaretlemiştir. 26 kişi A seçeneğini işaretlemiş çünkü matematikçinin hata yaptığını düşünmüşlerdir. "Bir dikdörtgenin açıları toplamı 360^0den küçük olamaz." yorumunu yapmışlardır. 4 kişi B seçeneğini işaretlemiş, 11 kişi C seçeneğini işaretlemiş ve 14 kişi de E seçeneğini işaretlemişlerdir. Her ne kadar soruyu doğru yanıtlayan 11 kişi olsa da nasıl doğru cevabı buldukları sorulduğunda öğrencilerden

bazılarının farklı geometri sistemlerini duydukları ancak nasıl olduklarını bilmedikleri bazılarının ise seçeneği bilgiye sahip olmadan işaretledikleri görülmüştür.

Tüm sorular öğrenci bazlı ayrı ayrı incelendiğinde geometrik düşünme düzeyleri Tablo 4.9'da frekansları ve yüzdelikleri ile verilmiştir.

Tablo 4.9: Geometrik Düşünme Düzeyleri

Düzeyler	**Frekans**	**Yüzdelik (%)**
Düzey 1: Görsel Düzey	7	% 10
Düzey 2: Betimsel Düzey	21	% 30
Basit Çıkarım Düzeyi	29	% 41,42
Çıkarım Düzeyi	13	% 18,58
Sistematik Düşünme Düzeyi	0	% 0
Toplam	70	%100

Tablo 4.9'dan hareketle öğrencilerin %10 (7 kişi)'u Düzey 1: Görsel Düzeydedir. Bu durum yedi öğrencinin geometrik düşünme düzeyinin bulunduğu lise sınıf düzeyine göre çok düşük olduğunu göstermektedir. Aynı şekilde öğrencilerin %30 (21 kişi)'u Düzey 2: Betimsel Düzeyde olup lise sınıf düzeyine göre geometrik düşünme düzeylerinin düşük olduğu görülmektedir. Araştırmaya katılan öğrencilerin %41,42 (29 kişi)'sinin sınıf düzeylerine göre beklenen geometrik düşünme düzeyinde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin %18,58 (13 kişi)'i Çıkarım Düzeyinde olduğu görülmektedir. Araştırmaya katılan öğrenciler arasında yapılan test sonucunda Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyinde öğrenci olmadığı görülmüştür. On üç öğrencinin sınıf düzeylerine göre beklenen geometrik düşünme düzeylerinin üstünde olduklarını ortaya koymaktadır. Bu öğrencilerle daha önceden ders işleme olanağına sahip olduğumdan öğrencilerin ders esnasında da matematik öğrenimi konusunda zorlanmadıkları görülmektedir.

4.2. Öğrencilerin Kavram Yanılgılarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu araştırmanın ikinci alt sorusunu "Öğrencilerin özel dörtgenler konusu ile ilgili kavram yanılgılarını nelerdir?" oluşturmaktadır. Bu alt probleme ilişkin bulgular her düzeyden seçilen iki öğrenciye toplamda 8 öğrenciye sorulan kavram yanılgılarını belirleme soruları ile verdikleri cevaplar ayrı ayrı irdelenip elde edilmiştir. Düzey 5'te bulunan öğrenci olmadığından dolayı kavram yanılgıları ile ilgili değerlendirme yapılamamaktadır.

Öğrencilerden Düzey 1'de olanlar Ö11, Ö12 şeklinde; Düzey 2'de olanlar Ö21, Ö22 şeklinde; Düzey 3'te olanlar Ö31, Ö32 şeklinde; Düzey 4'te olanlar Ö41, Ö42 şeklinde kodlanmışlardır.

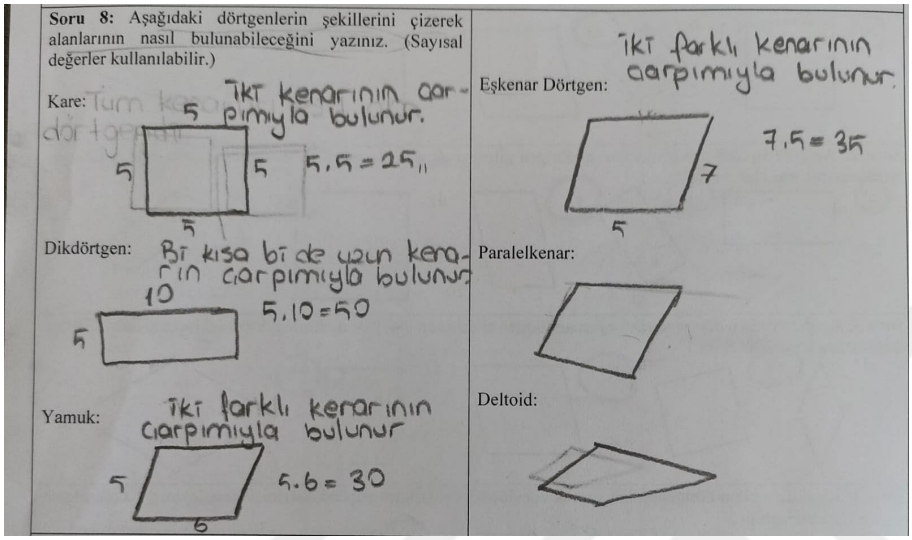
Seçilen ve ÖDKY testi uygulanan öğrencilerin yazılı ve sözlü cevaplarına göre elde edilen genel bulgular:

- Testte ilk altı soru dörtgenlerle ilgili sınıflandırma sorularını içermektedir. Öğrencilerin cevaplarına göre geometrik düşünme düzeyi olarak öngörülen düzeyler olan Düzey 3 ve Düzey 4'te olan öğrencilerin sınıflandırma sorularında kısmen doğru ve doğru cevap verdikleri ancak ilk iki düzeydeki öğrencilerin yanlış veya kısmen doğru cevap verdikleri görülmüştür.
- Tüm öğrencilerin köşegen kavramı ile ilgili bir yanılgıya sahip olmadıkları yedinci soruya hepsinin doğru cevap verdikleri görülmektedir.
- Alan hesaplamalarında Düzey 3'teki öğrencilerin genel olarak doğru yanıt verdiği ancak deltoidin alanı ile ilgili cevap vermedikleri görülmüştür.
- Alan hesaplamalarında Düzey 4'teki öğrencilerden birinin tüm dörtgenlerin alanlarını doğru hesapladığı ve yükseklik ile ilgili bir kavram yanılgısı olmadığı görülmüştür. Diğer öğrencinin deltoid harici diğer dörtgenlerle ilgili bir zorlukla karşılamadığı ancak deltoidin alanını hesaplarken yükseklikle ilgili bir kavram yanılgısı olduğu görülmüştür.
- Doğru yanlış sorularında Düzey 1 ve Düzey 2'deki öğrencilerin doğru yanıt sayısının az olduğu ve görüşmeler sonucunda dörtgenlerin özellikleri, hiyerarşik sınıflandırmalar ve ilişkilendirmelerle ilgili kavram yanılgılarının fazla olduğu görülmektedir. Düzey 3 ve Düzey 4'teki öğrencilerin neredeyse tüm sorularda doğru yanıt verdiği ancak dörtgenler arası bazı hiyerarşik ilişkilerde yanılgıya sahip olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar her bir öğrenci için ayrıntılı olarak aşağıda incelenmiştir.

Düzey 1: Görsel Düzeyden seçilen ilk öğrenci olan Ö11'in testteki sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde kare ve dikdörtgenin iç açılarının sadece 90^0 olması ile ilgili kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Testte bulunan birinci ve ikinci sorularda dik açı olmayan dörtgenleri de kare veya dikdörtgen olarak sınıflandırdığı görülmüştür. Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkilerde eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir deltoid olabileceğini altıncı soruda göstermiş olsa da şekil olarak birbirine benzediği için işaretlediğini görüşme sırasında

belirtmiştir. Dörtgenlerle ilgili alan hesaplamaları yapılan sekizinci soruda kare ve dikdörtgenin alanını doğru hesapladığı ancak yamuk ve eşkenar dörtgenin alanlarını hesaplarken aşırı genelleme kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. Kare ve dikdörtgendeki gibi iki kenarın çarpımı ile alan hesabı yaptığı görülmektedir. Verdiği cevaplar Şekil 34'te verilmiştir.

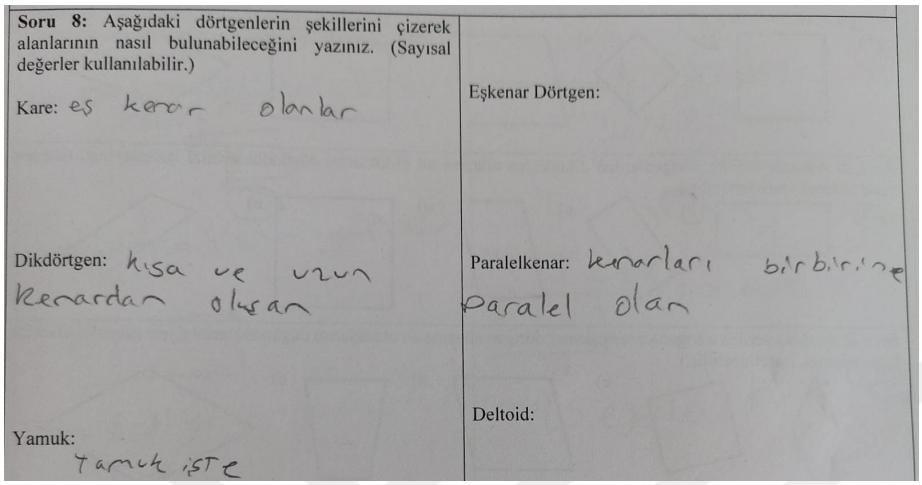


Şekil 34: Ö11'in Sekizinci Soruda Yaptığı Alan Hesaplamaları

Şekil 34'e bakıldığında Ö11'in deltoidle ilgili prototip şekil çizimini bildiği ancak alan hesabını bilmediği görülmektedir. Paralelkenar ve yamukta ilgili görsel olarak bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Görsel olarak iki dörtgeni karıştırdığı dördüncü ve beşinci soruda da fark edilmiştir. Hiyerarşik olarak her paralelkenar bir yamuktur ancak her yamuk bir paralelkenar olmadığından dolayı öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Son soru olan dokuzuncu soruda öğrencide dikdörtgende iki uzun ve iki kısa kenar olması gerektiğinden dolayı karenin dikdörtgenin özel bir hali olabileceğini düşünmemektedir. Aynı kavram yanılgısından dolayı "Kenar uzunlukları aynı olan dikdörtgen bulunabilir." cümlesini yanlış kabul etmiştir. Buna rağmen kenar eşitliği sayesinde karenin eşkenar dörtgenin özel bir hali olduğunu kabul etmektedir. Genel olarak dokuzuncu soru incelendiğinde dörtgenlerin özellikleriyle ilgili yanlış bilgilere ve kavram yanılgılarına sahip olduğu söylenebilir.

Ö12, Düzey 1: Görsel Düzeyde olan ikinci öğrencidir. Bu öğrencinin kavram yanılgıları ile ilgili testte verdiği cevaplara bakıldığında Ö11 ile benzer kavram yanılgılara sahip olduğu görülmektedir. Deltoid ve eşkenar dörtgenin aynı dörtgenler olduklarını düşünmektedir.

Köşegen çiziminde diğer öğrencilerde olduğu gibi bir kavram yanılgısının olmadığı bilgilerinin doğru olduğu görülmüştür. Alan hesaplaması konusunda bir bilgiye sahip olmadığı tanımsal olarak şekli bildiği ancak tanımlayamadığı görülmüştür. Şekil 35'te sekizinci soruda verdiği cevaplar gösterilmiştir.



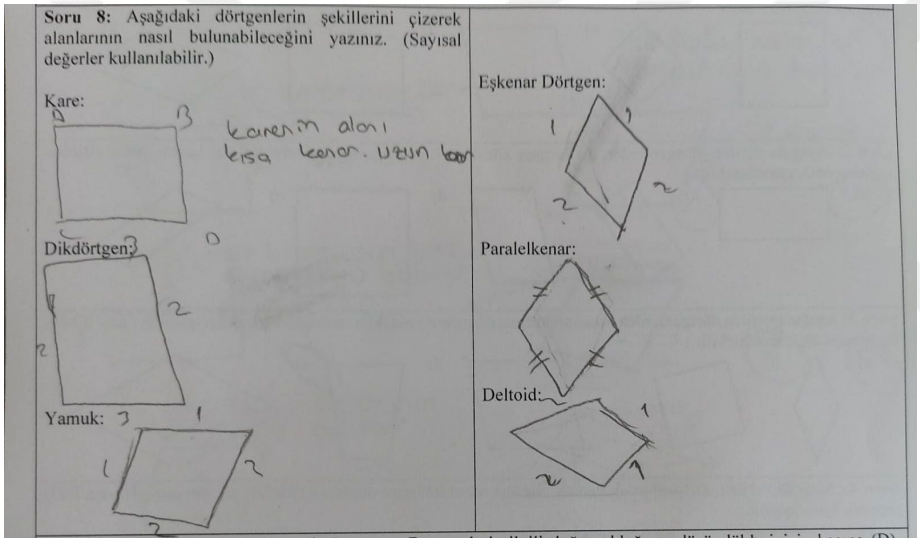
Şekil 35: Ö12'nin Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar

Ayrıca öğrencinin dokuzuncu soruda verdiği yanıtlar incelendiğinde birkaç tanesi hariç hepsine yanlış yanıt verdiği görülmektedir. Bu durum öğrencinin dörtgenlerle ilgili özellikleri bilmediği ve yanlış bildiği sonucuna götürmüştür. Öğrenci eşkenar dörtgenin görsel benzerlikten dolayı paralelkenarın özel bir hali olduğunu anladığı ancak diğer dörtgenler arasında ilişki kuramadığı görülmüştür. "Kenar uzunlukları aynı paralelkenar bulunabilir." cümlesini de doğru olarak kabul etmesinin sebebi olarak eşkenar dörtgen gösterilebilir.

Düzey 2: Betimsel Düzeyden seçilen ilk öğrenci olan Ö21'in verdiği cevaplar ve görüşmeler sonucunda dörtgen sınıflandırmalarında dikdörtgen haricinde çok zorlamadığı görülmektedir. Öğrencin dikdörtgenle ilgili kavram yanılgısına sahip olduğu ve tüm açılarının dik olması gerektiği ile ilgili sıkıntı yaşadığı fark edilmiştir. Görsel olarak iki kısa kenar ve iki uzun kenarı olan tüm şekilleri dikdörtgen olarak belirterek aşırı genelleme kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Bu nedenle iç açılarının hepsi 90^0 olmasa bile dörtgeni dikdörtgen olarak sınıflandırmıştır. Düşünce yapısı olarak Ö11 ve Ö12'ye göre daha iyi olsa da alan hesaplamaları konusunda kavram yanılgıları ve bilgi eksikliklerine sahip olduğu Ö11 ile aynı yanılgıya düştüğü görülmektedir. Verdiği cevaplara göre Ö21'in dörtgenler arası hiyerarşik ilişkilerde sıkıntı yaşadığı ve bu ilişkileri anlamadığı görülmüştür.

Özellikleri verilen her dörtgenle ilgili -karenin köşegenlerinin dik kesişmesi hariç- yanlış bilgiye sahip olduğu görülmektedir.

Düzey 2: Betimsel Düzeyden seçilen ikinci öğrenci olan Ö22'nin paralelkenar-yamuk ve yamuk-deltoid ile ilgili görsel olarak bir yanılgıya sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenci yamuğu hem bir deltoid hem de bir paralelkenar olarak tanımlamıştır. Yamuk ve deltoid arasında yeni özellikler eklenmeden önce dörtgen olmaları dışında hiçbir ortak kritik özellik bulunmamaktadır. Her paralelkenar aynı zamanda bir yamuk olmasına rağmen bunun tersi doğru değildir. Sekizinci soruda alan hesaplaması ile ilgili öğrencinin kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmüştür. Şekil 36'da öğrencinin sekizinci soruya verdiği cevaplar bulunmaktadır.

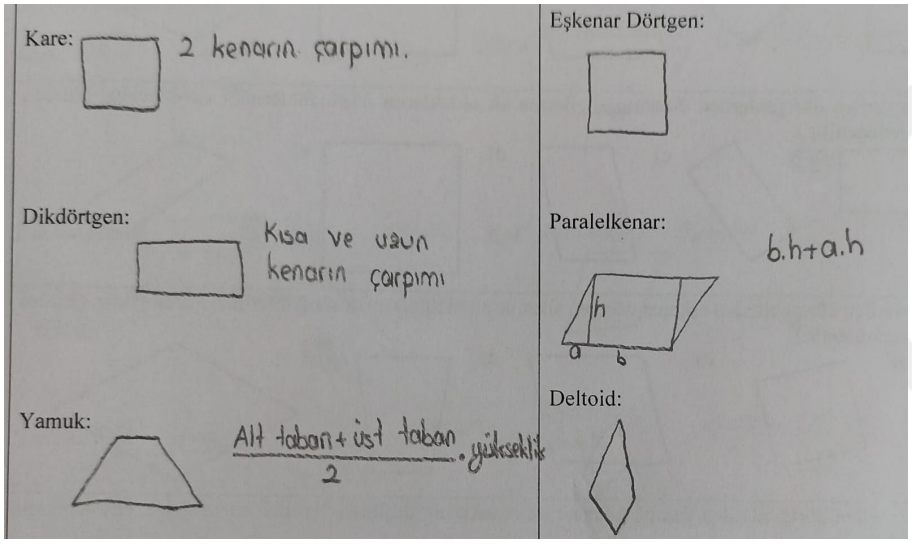


Şekil 36: Ö22'nin Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar

Yamuğun şeklini çizerken bir paralelkenar çizdiği, paralelkenar yerine eşkenar dörtgen çizdiği, eşkenar dörtgen yerine deltoid çizdiği görülmektedir. Öğrencinin cevaplarında ve yapılan görüşmelerde karenin alanını hesaplarken kısa kenarı ile uzun kenarın çarpılması ile ilgili bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Aslında paralelkenarda ve yamukta çizilen şekiller hiyerarşik ilişkilerden dolayı kısmen doğru olsa da her paralelkenar ve her yamuk için geçerli değildir. Öğrencinin hiyerarşik ilişkilerle ilgili karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu anladığı ancak karenin eşkenar dörtgenin özel bir hali olduğunu anlamadığı görülmüştür. Dörtgenlerle ilgili özellikleri kısmen doğru bildiği söylenebilir.

Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyinden seçilen ilk öğrenci Ö31'in verdiği cevaplar incelendiğinde görsel olarak bir yanılgıya sahip olmadığı ancak hiyerarşik olarak her

dörtgeni sınıflandıramadığı görülmüştür. Doğru-Yanlış sorusunda karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu kabul etmekte ancak kenar uzunlukları aynı olan dikdörtgen bulunamayacağını düşünmektedir. Özel bir hali olma durumunda adının değiştiğini tekrardan dikdörtgen denilemeyeceğini düşünür. Bundan dolayı görsel olarak sınıflandırmalarda dikdörtgen olanları belirlerken kare olan seçeneği seçmemiştir. Ayrıca hiyerarşik ilişkilerden biri olan eşkenar dörtgen ve paralelkenar ilişkisi ile ilgili kavram yanılgısının olduğu görülmektedir. Aşağıda Şekil 37'de alan hesaplaması yaparken öğrencinin sadece eşkenar dörtgen ve deltoid ile ilgili sadece şekil çizimi yaptığı görülmüştür.

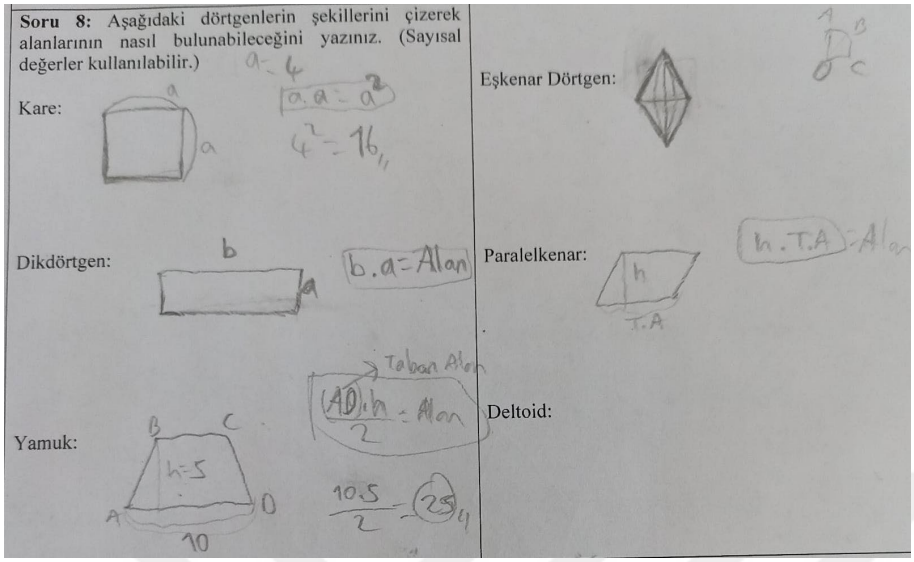


Şekil 37: Ö31'in Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar

Şekil 37'ye göre öğrenci genel çizimleri ile dörtgenin alanlarını doğru hesaplama yaparken yüksekliklerini de doğru olarak göstermiştir. Yamuğun yüksekliğini çizmemiş olsa da sonradan yapılan görüşmede doğru olarak çizdiği görülmüştür. Bu öğrenci ile ilgili dikkat edilmesi gereken ilk durum aşan hesabı için şekil çizimi yaparken ilk öğrendiği haliyle çizdiği görülmektedir. Bu da derslerde tek prototip şekil çiziminden uzak durulması gerektiğini göstermektedir.

Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyinden seçilen ikinci öğrenci Ö32'nin görsel olarak dörtgen sınıflandırmalarıyla ilgili bir sıkıntı yaşamadığı hepsine doğru yanıt verdiği görülmüştür. Dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerde sadece karenin eşkenar dörtgenin özel bir hali olma ile ilgili zorluk yaşadığı ancak diğer ilişkileri bildiği görülmektedir. Alan

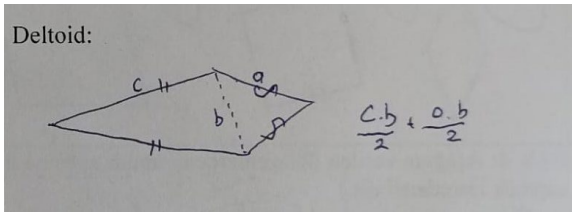
hesaplamaları ile ilgili eşkenar dörtgen ve deltoidle ilgili bir bilgiye sahip olmadığı ve cevap vermediği görülmüştür. Şekil 38'de verdiği cevaplar görülmektedir.



Şekil 38: Ö32'nin Sekizinci Soruya Verdiği Cevaplar

Ayrıca yamukta alan hesabı yaparken kavram yanılgısına sahip olduğu dikdörtgendeki gibi bir hesaplama yaptığı görülmektedir. Yükseklik ile sadece alt tabanın uzunluğunu çarpmıştır. Tanımsal olarak tabanın uzunluğu "Taban Alan" kavramını kullandığı görülmüştür. Her ne kadar zihninde uzunluk olarak yer alsa da öğrencinin hacim hesaplaması ve alan hesaplaması ile ilgili kavram yanılgısına ve bilgi karışıklığına sahip olduğu görülmektedir.

Düzey 4: Çıkarım Düzeyinden seçilen ilk öğrenci olan Ö41'in köşegen bulma ve alan hesaplaması ile ilgili deltoid hariç kavram yanılgısının olmadığı ancak hiyerarşik ilişkilerde kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Deltoid dörtgeninin köşegenlerinin dik kesişmesi ile ilgili yanılgıya sahip olduğu ve alan hesaplamasının Şekil 39'daki gibi sanki iki dik üçgen varmış gibi yaptığı görülmektedir.



Şekil 39: Ö41'in Deltoid Alan Hesaplaması

Hiyerarşik ilişkiler açısından Ö41'in cevapları incelendiğinde kenar uzunlukları aynı olursa dörtgen paralelkenar olmaktan çıkıp eşkenar dörtgen olur düşüncesi vardır. Ancak öğrenci her eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğu gerçeğini unutmaktadır. Aynı mantıkla öğrencinin bu düşünce yapısı bir de kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkide de görülmektedir.

Son olarak Düzey 4: Çıkarım Düzeyinden seçilen ikinci öğrenci Ö42'nin dörtgenlerin sınıflandırılması, alan hesaplaması, köşegen bulma konularında kavram yanılgısının olmadığı ancak diğer öğrencilerde olduğu gibi bazı dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerde kavram yanılgısının olduğu görülmüştür. Öğrenci alan hesaplaması yaparken yükseklik çizimi kenarların gösterimi konusunda altı dörtgen için doğru çizimler yapıp doğru hesaplamalar yapmıştır. Kenar uzunlukları aynı olan dikdörtgen bulunamayacağını ve karenin dikdörtgenin özel bir hali olmadığını belirtmiştir. Aynı zamanda karenin eşkenar dörtgenin özel bir hali olamayacağı düşüncesi vardır. Hiyerarşik ilişkiler konusunda karenin dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin birleştirilmiş hali olduğunu öğrenci görememektedir.

4.3. Öğrencilerin Kavram Yanılgılarının Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre Değişimine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt sorusunu "Öğrencilerin özel dörtgenler konusu bağlamında geometrik düşünme düzeylerine göre kavram yanılgıları nasıl değişmektedir?" oluşturduğundan bu alt soru için önceki iki alt soruya verilen cevaplar incelenmiştir. Her düzeyden iki öğrenci seçildiğinden her birinin yanılgıları ve bulundukları geometrik düşünme düzeylerini daha iyi anlamak için genel bir bakış açısıyla bakmak gerekmektedir. Bu nedenle Tablo 4.10'daki gibi geometrik düşünme düzeylerine göre öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarına ait bulgular ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.10: Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları

Geometrik Düşünme Düzeyleri	**Öğrenciler**	**Kavram Yanılgıları**			
		Şekil	**Alan Hesaplaması ve Yükseklik**	**Hiyerarşik**	**Kavram Bilgisi**
Düzey 1: Görsel Düzey	**Ö11**	Deltoid-Eşkenar Dörtgen	• Yamuk • Eşkenar Dörtgen	• Paralelkenar-Dikdörtgen • Kare-Dikdörtgen	90^0 iç açı Dörtgen özellikleri
	Ö12	Deltoid-Eşkenar Dörtgen	• Yamuk • Eşkenar Dörtgen	• Paralelkenar-Eşkenar Dörtgen	Dörtgen özellikleri
Düzey 2: Betimsel Düzey	**Ö21**	Dikdörtgen	Hepsi	Hepsi	90^0 iç açı
	Ö22	Yamuk-Paralelkenar-Deltoid	Kare hariç hepsi	Kare-Eşkenar Dörtgen	
Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi	**Ö31**	Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar	Deltoid	Kare-Dikdörtgen	Taban Uzunluğu-Taban Alanı
	Ö32		• Eşkenar Dörtgen • Deltoid	Kare-Eşkenar Dörtgen	
Düzey 4: Çıkarım Düzeyi	**Ö41**		Deltoid	• Kare-Dikdörtgen • Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar	
	Ö42			• Kare-Dikdörtgen • Kare-Eşkenar Dörtgen	

Tablo 4.10 incelendiğinde bulundukları geometrik düşünme düzeyleri ve kavram yanılgıları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar görülmektedir. Görsel olarak kavram yanılgısına sahip olan öğrenciler (Ö11, Ö12, Ö21, Ö22 ve Ö31) verilen dörtgenlerin aynı olduğunu düşünmektedir. Dörtgenleri şekil olarak birbiri yerine kullanmaktadır. Örneğin Ö22 kodlu öğrenci yamuk dörtgeni için sınıflandırma sorularında da sadece paralelkenar

olan dörtgenleri seçtiği görülmektedir. Ayrıca tabloda hiyerarşik ilişkilerde görülen yanılgıların araştırmadaki öğrencilerde de ortaya çıktığı görülmektedir. Düzey 3'te ve Düzey 4'te bulunan öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kavraması beklenir. Ancak bu geometrik düşünme düzeylerinde olan öğrencilerin bazı dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kavramakta sıkıntı çektikleri ve yanılgıya sahip oldukları görülmektedir. Tablo 4.10'da bazı öğrenciler için boş bırakılan kısımlar o satırdaki öğrencilerin belirtilen durumlarla ilgili yanılgısı olmadığını göstermektedir.

Öğrencilere uygulanan iki testteki bulgular sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arttıkça sorulan sorulara doğru yanıt verdikleri ve kavram yanılgılarının azaldığı görülmüştür. Her düzeydeki öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu bu araştırmanın bulgularında ortaya çıkmıştır. Ancak kavram yanılgılarının sayısının geometrik düşünme düzeylerine göre değiştiği görülmüştür. Dörtgenler hiyerarşik ilişkilerin anlaşılamaması en çok sahip olunan kavram yanılgılarıdır. Tüm bulgular göz önüne alındığında geometrik düşünme düzeyleri öngörülen düzeyde olmayan yani Düzey 1 ve Düzey 2'de olan öğrencilerde, düşünme düzeyi öngörülen düzeyde olan yani Düzey 3 ve Düzey 4'te olan öğrencilere göre daha fazla kavram yanılgısı olduğu görülmüştür.

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırmanın bulgularına dayanarak ulaşılan sonuçlar, tartışma ve öneriler verilmiştir.

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

5.1.1. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ilişkin sonuçlar ve tartışma

Öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırırken ve tanımlarken tek tip prototip şekle odaklandıkları ve ona göre yaptıkları ortaya çıkmıştır. İlk öğrendikleri ve belki de en çok karşılaştıkları dörtgen olan kare için öğrencilerin doğru tanım yaptıkları, doğru sınıflandırdıkları ve özelliklerini doğru bildikleri görülmüştür. Bunun nedeni olarak ilk öğrenilen genelden özele doğru tüm kritik özellikleri içinde bulundurması söylenebilir. Öğrencilerin %71,42'sinin karenin döndürülme işlemi sonrasında hala kare olduğunu ve değişmediğini anlayabilmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin yarısının karenin kenar ve açı özellikleriyle ilgili tamamen doğru vermesi kare dörtgeninin öğrenciler tarafından en çok bilinen ve en iyi algılanan dörtgen olduğu ortaya koymaktadır. Tüm özel dörtgenlerin sınıflandırmaları sonrasında öğrencilerin yarısının görsellik konusunda sıkıntı yaşamadığı görülmektedir. Ancak tek tip prototip şekillerin kullanılmasından dolayı öğrencilerin yarısının dikdörtgen, paralelkenar, yamuk, eşkenar dörtgen ve deltoid dörtgenleri ile diğer dörtgenler arasında bağlantı kurulamadığı zihinlerinde var olan tek şekli sınıflandırdıkları görülmüştür. Öğrencilerin çoğunluğu her ne kadar görsel açıdan dörtgene hâkim olsa da sözel tanım yapılması istendiğinde zorlanmış ve sözel tanımları da zihinlerinde var olan prototip şekil ile yapmışlardır. Öğrencilerin genellikle şekle yoğunlaştıklarını gösteren literatürde birçok çalışma mevcuttur (Ubuz, 1999; Ubuz ve Üstün, 2003; Başışık, 2010; Okazaki ve Fujita, 2007).

Özel dörtgenler arasında tanım yapma ve sınıflandırmada en çok zorlanılan dörtgenlerin yamuk ve deltoid olduğu ortaya çıkmıştır. Dörtgenlerin isimlendirmelerinin ve öğretim programına göre lise düzeyinde en son öğretilen dörtgenler olması öğrencilerin yaşadıkları zorlukların sebeplerinden bazıları olabilir. Örneğin; paralelkenar=kenarları paralel olan, dikdörtgen=açıları dik olan dörtgen, eşkenar dörtgen=kenarları eşit olan gibi bağdaştırmalar dörtgenlerin isimleriyle yapılabiliyorken aynı durum yamuk için uyarlanmaya çalışıldığında kenarları yamuk olan veya her kenarı farklı olan düşünceleri öğrencilerin yanlış tanım

yapmalarına ve yanlış sınıflandırmalarına sebep olmaktadır. Deltoid ile ilgili öğrencilerin %84'ünün görsel olarak sınıflandırabildikleri ancak sözel tanım yapılması gerektiğinde sadece %14'ünün doğru tanım yapabildiği görülmüştür. Tüm bu bulgular yamuk ve deltoid ile ilgili yaşanılan zorluğu göstermektedir.

Dörtgenler arası benzer özellikler kontrol edildiğinde ve hiyerarşik ilişkilerin varlığına bakıldığında öğrencilerin çok azının bunu fark edebildiği, yapabildiği görülmektedir. Öğrencilerin yaklaşık %25'inin karenin dikdörtgenin özel bir çeşidi olduğunu, eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel bir çeşidi olduğu ve dikdörtgenin paralelkenarın özel bir çeşidi olduğunu fark edebildiği görülmektedir Bu sonuca göre öğrencilerin dörtte birinin tam doğru cevapları verebilmesi hiyerarşik ilişkilerde sıkıntı yaşadığı anlamına gelmektedir. Öğrencilerin dörtgenleri hiyerarşik olarak sınıflandırmada zorluk yaşaması literatürle tutarlılık göstermektedir (Monaghan, 2000; Fujita ve Jones, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007; Başışık, 2010; Özkan ve Bal, 2018; Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013).

Matematiğin herhangi bir alanında basit kavramlarla ilgili ispat yapmak veya ispatlanmış bir ifadenin adımlarını takip etmek öğrenciler için her zaman zorlayıcı olmuştur. Bu araştırmada da kullanılan sorularda istenen ispatlar dörtgenlerle ilgili öğrencilere anlatılan özelliklerle ilgili olmasına rağmen öğrenciler çözüm yapmada ne kadar zorlandıkları görülmüştür. Benzer şekilde öğrencilerin zihni iki boyutlu bir uzayda verilen kavramları anlamakta zorluk çekerken bildikleri tüm bilgilere ters bir geometrinin tanımlanması her şeyi daha da zorlaştırıp karıştırmıştır. Genel olarak tüm soru çözümleri incelendiğinde öğrencilerin kenarlara ve açılara değer olarak bir bilinmeyen kullanmak yerine sayısal değer tercih ettikleri görülmüştür. Böylelikle ifade etmeye çalıştıkları durumları daha iyi ifade ettikleri görülmüştür. Bulgulara göre öğrencilerin yaklaşık %57'sinin ispat yapmadan önce istenilen durumun farkında olduğu ancak %8'inin tam olarak istenilen ispatları önermeleri, aksiyomları ve teoremleri kullanarak yapabilmesi geometrik düşünme düzeyi ile doğrudan ilişkilidir. Görsel düzeyde olan öğrencilerin bazılarının paralelkenarla ilgili ispat sorusunda şekil olarak paralelkenar çizemedikleri farklı şekiller kullandıkları veya bazılarının ise cevap vermedikleri görülmüştür.

Tüm bu sonuçlara göre öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlendiğinde öğrencilerin toplamda yaklaşık %18'inin ortaöğretimde öngörülen geometrik düşünme düzeyinin üstünde yani Düzey 4: Çıkarım Düzeyinde oldukları görülmektedir. Öğrencilerin

yaklaşık %41'inin ise öngörülen düzey olan Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyinde olduğu görülmektedir. Maalesef ki öğrencilerin %10'unun Düzey 1: Görsel Düzeyde olması ve %30'unun Düzey 2: Betimsel Düzeyde olması bulundukları sınıf düzeyine göre çok düşük olduğu ortaya çıkmıştır.

5.1.2. Öğrencilerin kavram yanılgılarına ilişkin sonuçlar ve tartışma

Öğrencilerin ÖDGD testinden sonra seçilen 8 öğrenci ile ilgili kavram yanılgıları incelendiğinde ortaya çıkan bulgulara bakıldığında öğrencilerin özel dörtgenlerin görünüşleriyle ve konumları ile ilgili, alan hesaplaması yaparken yükseklik bulma ile ilgili, yine alan hesabı yapılırken kullanılacak kenarların karıştırılmasıyla ilgili, dörtgenlerle ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca her öğrencinin cevapları ayrı ayrı incelendiğinde geometrik düşünme düzeyi düşük olan (Düzey 1 veya Düzey 2) öğrencilerin daha fazla kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

Öğrencilerde dörtgene yeni bir kritik özellik eklendiğinde adının tamamen değiştiği tekrar aynı dörtgenden bahsedilemeyeceği yanılgısının olduğu ortaya çıkmıştır. Bu durum dörtgenler arası hiyerarşik ilişkilerde kavram yanılgılarına rastlanıldığını göstermektedir. Öğrencilerin en çok kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkide zorlandığı görülmüştür. Öğrencilerde iki kısa, iki uzun kenar paralel ve birbirine dik olursa dikdörtgen olur ancak kenarları eşitlenirse dikdörtgen olmaktan çıkar artık yeni bir adı olur yanılgısı vardır. Karenin aynı zamanda dikdörtgen olarak betimlenebileceği düşüncesi yoktur. Aynı durumun kare-eşkenar dörtgen, paralelkenar-dikdörtgen, paralelkenar-eşkenar dörtgen şekilleri arasında da mevcut olduğu görülmüştür. Öğrencilerde iç açıların 90^0 ve kenarların eşit olması durumunun sadece kareye özgü olduğu yanılgısı vardır. Genelden özele bağlantı kuramamaktadırlar. Her kareye eşkenar dörtgen de denilebileceğini kavrayamamaktadırlar. Ayrıca şekil benzerliğinden veya kavramsal olarak bilgi eksikliklerinden dolayı öğrencilerin dörtgenleri hiyerarşik ilişki bulunup bulunmamasına bakmadan birbiri yerine kullandıkları görülmektedir. Bundan dolayı yamuk ve deltoidin (isimlerin bir şey çağrıştırmaması ve bilgi eksikliğinden dolayı), eşkenar dörtgen ve paralelkenarın, eşkenar dörtgen ve deltoidin birbirine yerine kullanıldığı veya sınıflandırıldığı görülmektedir. Örneğin eşkenar dörtgen olmayan deltoid olan bir dörtgene "baklava dilimi"ni andırdığı için eşkenar dörtgen denildiği ve öğrencinin yanılgıya sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Kavram yanılgıları belirlenirken Düzey 1: Görsel Düzey ve Düzey 2: Betimsel Düzeyde bulunan öğrencilerde bilgi eksikliklerine rastlanmıştır. Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi ve Düzey 4: Çıkarım Düzeyindeki öğrencilerin soruların tamamına yanıt verdiği ancak bunlardan sadece bazılarının yanlış olduğu ancak Düzey 1 ve Düzey 2'deki öğrencilerin çoğunlukla soruları boş bıraktığı, yanıtladıkları soruların da yanlış olduğu görülmüştür. Düzeyler arttıkça soruları cevaplama ve doğru yanıt verme yüzdeliği artmıştır.

5.1.3. Öğrencilerin kavram yanılgılarının geometrik düşünme düzeylerine göre değişimine ilişkin sonuçlar ve tartışma

Öğrencilere uygulanan iki testteki bulgular sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arttıkça sorulan sorulara doğru yanıt verdikleri ve kavram yanılgılarının azaldığı görülmüştür. Öğrencinin geometrik düşünme düzeyi arttıkça kavram yanılgılarının bitmediği her düzeyde yanılgıların var olduğu görülmektedir. Öğrencilerin geometri bilgisi artsa da bazı konulardaki yanlış ve eksik öğrenmelerin yanılgıları oluşturduğu ve geometri başarısını etkilediği söylenebilir. Tüm bulgular göz önüne alındığında 10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeyleri öngörülen düzeyde olmayan yani Düzey 1 ve Düzey 2'de olan öğrencilerde, düşünme düzeyi öngörülen düzeyde olan yani Düzey 3 ve Düzey 4'te olan öğrencilere göre daha fazla kavram yanılgısı olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin kavram yanılgılarının oluşmasını önlemek, var olan kavram yanılgılarını tespit etmek ve yok etmeye çalışmak için öğrencilere uygun öğretim programlarının ve ders planlarının oluşturulması eğitim-öğretim açısından öğrenci başarılarını arttıracağı düşünülmektedir. Bu durum ile ilgili literatürde çalışmalar yapılmıştır. (Terzi, 2010).

Öğrenci kavramları daha iyi öğrendikçe, kavramlar arası hiyerarşik ilişkileri daha iyi kavradıkça geometrik düşünme düzeyleri bir üst seviyeye çıkmaktadır. Ayrıca her doğru öğrenme sonucunda oluşabilecek kavram yanılgılarının engellendiği görülmüştür. Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi ve Düzey 4: Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin ve geometri bilgilerinin daha iyi olmasından dolayı kavram yanılgılarının az olduğu sonucuna ulaşılabilir.

5.2. Öneriler

Araştırmanın sonuçları doğrultusunda araştırmacılar ve öğretmenler için çeşitli öneriler sunulmuştur.

5.2.1. Öğretmenlere yönelik öneriler

Araştırmada öğrencilerin bazılarının öngörülen geometrik düşünme düzeyinde (Düzey 1 ve Düzey 2) olmamasından dolayı dersteki başarılarını arttırmaya yönelik:

- Geometrik düşünme düzeylerini öngörülen düzey olan Düzey 3'e ve daha üst düzeylere çıkarabilmek için etkinliklerle planlar tasarlanabilir.
- Ders anlatımı yapılmadan önce ders planı hazırlarken tanımların hepsi verildikten sonra dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi gösterebilmek adına dörtgenler ayrı ayrı diğer dörtgenlerin tanımlarıyla ve özellikleriyle birlikte incelenmesiyle ilgili bir plan hazırlanabilir.
- Bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanılarak konu ile ilgili ders planları oluşturulabilir.
- Kavram yanılgıları bir sonraki öğrenmeleri etkilediğinden bu kavram yanılgılarının sebepleri araştırılıp giderilmesiyle ilgili çalışmalar yapılabilir.

5.2.2. Araştırmacılara yönelik öneriler

Bu araştırmada öğrencilerin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeyleri ve kavram yanılgıları incelenmiştir. Bir sonraki araştırmalarda farklı matematiksel kavramlar bağlamında araştırmalar yapılabilir.

Bu araştırmada 10.sınıf düzeyindeki öğrencilerinin özel dörtgenler bağlamında geometrik düşünme düzeyleri ve kavram yanılgıları incelenmiştir. Bir sonraki araştırmalarda farklı sınıf düzeylerinden -ilkokul, ortaokul, üniversite gibi- öğrencilerle çalışmalar yapılabilir.

Geometrik düşünme düzeyleri için uygulanan testteki soru sayısı her bir düzey için arttırılarak yeni araştırmalarda kullanılabilir.

Geometrik düşünme düzeylerini ölçen geçerli ve güvenilir ölçme araçları geliştirilebilir.

KAYNAKÇA

Akkaya, E. (2009). Matematik Öğretmen Adaylarının Türev Kavramına İlişkin Teknolojik Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları Bağlamında İncelenmesi (Doctoral Dissertation, Marmara Universitesi (Turkey)).

Altun, H. (2018). Lise Öğrencilerinin Geometri Ders Başarılarının Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre İncelenmesi. Electronic Turkish Studies, 13(11).

Atebe, H. U., & Schäfer, M. (2008). "As Soon As The Four Sides Are All Equal, Then The Angles Must Be 90° Each". Children's Misconceptions In Geometry. African Journal of Research In Mathematics, Science And Technology Education, 12(2), 47-65.

Baltacı, A. (2019). Nitel Araştırma Süreci: Nitel Bir Araştırma Nasıl Yapılır?. Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 5(2), 368-388.

Başışık, H. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Çokgenler ve Dörtgenler Konularındaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi (Master's Thesis, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü).

Baykul, Y., & Aşkar, P. (1987). Problem ve Problem Çözme. *Matematik Öğretimi. Anadolu Üniversitesi Yayınları*, *193*.

Bingölbali, E. (2009). Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri Ve Çözüm Arayışları. Bingölbali, E. Ve Özmantar, M. F. (Ed.), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar Ve Çözüm Önerileri* İçinde (S.1-30). Ankara: Pegem Yayınevi.

Borboran, A., Africa, M., Guilleno, M. A., Pamplona, A. J. C., Torrefranca, J., & Elipane, L. E. (2021). Stimulating Understanding of Properties of Quadrilaterals Using Van Hiele's Model: A Lesson Study. *Journal of Mathematics And Statistics Studies*, *2*(1), 21-25.

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing The Van Hiele Levels Of Development In Geometry. Journal For Research In Mathematics Education, 17(1), 31-48.

Creswell, J. W. (2013). Nitel Araştırma Yöntemleri, çev. M. Bütün & SB Demir (Eds.). Qualitative Research Methods. İstanbul: Siyasal Kitapevi.

Creswell, J. W. (2017). Karma Yöntem Araştırmalarına Giriş, çev. Sözbilir, M. Pegem Akademi.

Crowley, M. L. (1987). The Van Hiele Model Of The Development Of Geometric Thought. Learning And Teaching Geometry, K-12, 1, 16.

De Villiers, M. (1994). The Role And Function of A Hierarchical Classification of Quadrilaterals. *For The Learning Of Mathematics*, *14*(1), 11-18.

Dursun, Ş. ve Çoban, A. (2006). Geometri Dersinin Lise Programları ve ÖSS Soruları Açısından Değerlendirilmesi. CÜ Sosyal Bilimler Dergisi, 30(2), 213-22.

Erdoğan, T., Akkaya, R., Akkaya Çelebi, S. (2009). Van Hiele Modeline Dayalı Öğretim Sürecinin İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Yaratıcı Düşünme Düzeylerine Etkisi. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 9(1), 161-194.

Erez, M. M. and Yerushalmy, M. (2006). "If You Can Turn A Rectangle Into A Square, You Can Turn A Square Into A Rectangle..." Young Students Experience The Dragging Tool. International Journal Of Computers For Mathematical Learning, 11(3), 271-299.

Ersoy, M., İlhan, O. A., & Sevgi, S. (2019). Analysis of The Relationship Between Quadrilaterals Achievement Levels And Van Hiele Geometric Thinking Levels Of The Seventh Grade Students. Higher Education Studies, 9(3), 1-11.

Fujita, T. and Jones, K. (2007). Learners' Understandıng Of The Defınıtıons And Hıerarchıcal Classıfıcatıon Of Quadrılaterals: Towards A Theoretıcal Framıng. Research In Mathematics Education, 9(1), 3-20.

Korkmaz, S. (2019). 9. Sınıf Öğrencilerinin Mantık Konusundaki Kavram Yanılgıları. (Doctoral Dissertation, Necmettin Erbakan University (Turkey)).

Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6–8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, (13), 97-112.

MEB, (2018). *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara: MEB Yayınları.

MEB, (2021). *Ortaöğretim 10. sınıf Matematik Ders Kitabı*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara: MEB Yayınları.

Monaghan, F. (2000). What Difference Does It Make? Children's Views Of The Differences Between Some Quadrilaterals. Educational Studies İn Mathematics, 42(2), 179-196.

Okazaki, M. and Fujita, T. (2007, July). Prototype Phenomena And Common Cognitive Paths In The Understanding Of The Inclusion Relations Between Quadrilaterals In Japan And Scotland. In Proceedings of The 31st Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education (Vol. 4, Pp. 41-48).

Özdemir, B. G., Bayraktar, R., Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve Matematik Öğretmenlerinin Kavram Yanılgılarına İlişkin Açıklamaları. Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 7(2), 284-305.

Özdeş, H. ve Kesici, A. E. (2015). 9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgıları. Kastamonu Eğitim Dergisi, 23(3), 1277-1292.

Özerem, A. (2012). Misconceptions In Geometry And Suggested Solutions For Seventh Grade Students. Procedia-Social And Behavioral Sciences, 55, 720-729.

Özkan, M., ve Bal, A. P. (2018). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Kavram Yanılgıları Hakkında Öğretmen Görüşlerinin İncelenmesi. Eğitimde Kuram ve Uygulama, 14(1), 81-106.

Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E (Ed.). *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* içinde (s. 251-274). Ankara: Pegem Akademi.

Paksu-Duatepe, A. (2004). The Effects Of Drama Based Instruction On Seventh Grade Students' Geometry Achievement, Van Hiele Geometric Thinking Levels, Attitude Toward Mathematics And Geometry. Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Paksu-Duatepe, A. (2016). Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri. Bingölbali, E., Arslan, S., Zembat, İ. Ö. (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* İçinde (ss. 265-275) Ankara: Pegem Yayınevi.

Parlak, Ö. (2019). 9.Sınıf Öğrencilerinin Üçgenlerde Temel Kavramlara İlişkin Kavram Yanılgılarının İncelenmesi (Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Pusey, E. L. (2003). The Van Hiele Model of Reasoning In Geometry: A Literature Review.

Smith III, J. P., Disessa, A. A., & Roschelle, J. (1994). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. The Journal of The Learning Sciences, 3(2), 115-163.

Suna, E. vd. (2019). *PISA 2018 Türkiye Ön Raporu*. Ankara: MEB Yayınları.

Suna, E. vd. (2020). *TIMSS 2019 Türkiye Ön Raporu*. Ankara: MEB Yayınları.

Temel, H. ve Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Kavramlarını Anlamlandırmaları Üzerine Bir Çalışma. Kastamonu Eğitim Dergisi, 22(3), 1263-1278.

Terzi, M. (2010). Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre Tasarlanan Öğretim Durumlarının Öğrencilerin Geometrik Başarı ve Geometrik Düşünme Becerilerine Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ubuz, B. (1999). 10 ve 11 Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları.

Ubuz, B., & Üstün, I. (2003). Figural And Conceptual Aspects In Identifying Polygons.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels And Achievement In Secondary School Geometry.

Vatansever, S. (2007). İlköğretim 7. Sınıf Geometri Konularını Dinamik Geometri Yazılımı Geometers Sketchpad ile Öğrenmenin Başarıya, Kalıcılığa Etkisi ve Öğrenci Görüşleri (Doctoral Dissertation, Deü Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Yılmaz, G. K., & Çelik, H. S. (2022) Van Hiele Düzey Numaralandırmaları ve Düzey İsimlendirmelerine Eleştirel Bir Bakış. Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23(Özel Sayı), 287-329.

Yılmaz, S., Turgut, M., Kabakçı, D. A. (2008). Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi: Erdek ve Buca Örneği. Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi, 8(1), 62-71.

Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, H., & Delice, A. (2013). *Tanımları Ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. Ankara: Pegem Akademi.

EKLER

EK- 1 Özel Dörtgenler Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi (ÖDGD)

EK- 2 Özel Dörtgenlerle İlgili Kavram Yanılgıları Belirleme (ÖDKY)

EK- 3 Gönüllü Katılımcı Onam Formu

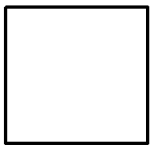
EK- 4 İzinler

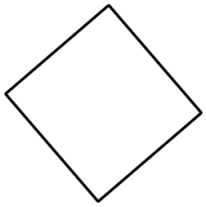
EK- 1 ÖZEL DÖRTGENLER GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİ TESTİ

ÖZEL DÖRTGENLER GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİ TESTİ

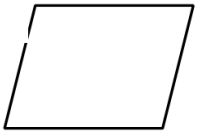
Değerli öğrenciler, aşağıdaki sorular sizlerin özel dörtgenler ile ilgili bilginizi test etmek amacıyla hazırlanmıştır. Sorulara vereceğiniz cevaplar bilimsel bir çalışma için kullanılacaktır. Soruları net bir şekilde cevaplamanız araştırmanın gerçeği yansıtması için çok önemlidir.

1) Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri karedir? İşaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

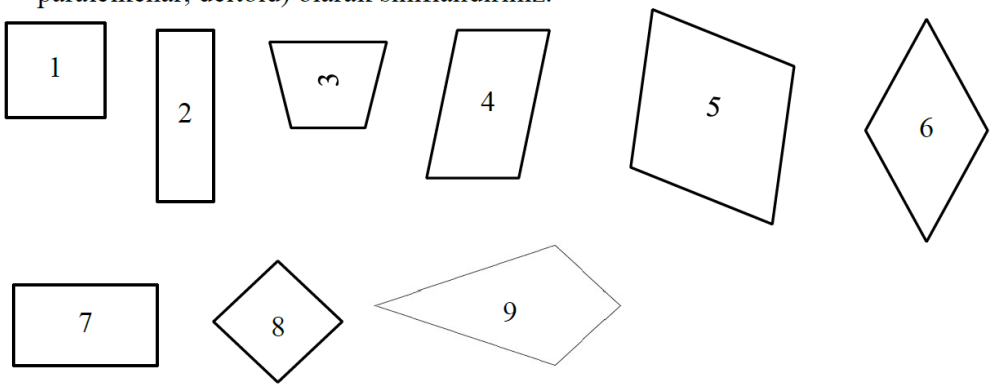
a) 

b) 

c) 

d) 

2) Aşağıdaki şekilleri özel dörtgenler (kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenar, deltoid) olarak sınıflandırınız.



3) Aşağıdaki özel dörtgenleri tanımlayınız.
Kare:

Dikdörtgen:

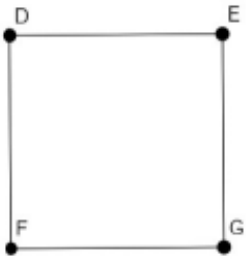
Yamuk:

Eşkenar Dörtgen:

Paralelkenar:

Deltoid:

4) FGED bir kare olduğuna göre;
Aşağıdakilerden hangileri doğrudur? (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)



A) [DE]'nin uzunluğu, [FG]'nin uzunluğuna eşittir.
B) [DF]'nin uzunluğu, [DE]'nin uzunluğuna eşittir.
C) [DF], [FG]'ye diktir.
D) [EG], [DE]'ye diktir.
E) [EG], [DF]'ye paraleldir.
F) G açısının ölçüsü, D açısının ölçüsünden büyüktür.

5) Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğru olabilir? (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

A) Her kare bir dikdörtgendir.
B) Her eşkenar dörtgen bir paralelkenardır.
C) Her deltoid bir eşkenar dörtgendir.
D) Her dikdörtgen bir karedir.
E) Her dikdörtgen bir paralelkenardır.

6) Aşağıdaki özelliklerin hangisi her dikdörtgende olup bazı paralelkenarlarda yoktur?

A) Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.
B) Köşegen uzunlukları eşittir.
C) Karşılıklı açıları eştir.
D) Karşılıklı kenarları paraleldir.
E) Hiçbiri

7) Bir paralelkenarda karşılıklı açıların eşliğini gösteriniz

8) İki durum veriliyor:

I. Eğer bir şekil dikdörtgense köşegenleri dik kesişir.
II. Eğer bir şeklin köşegenleri dik kesişirse bu şekil dikdörtgendir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) I'in doğru olduğunu ispatlamak için, II'nin doğru olduğunu ispatlamak yeterlidir.
B) II'nin doğru olduğunu ispatlamak için, I'in doğru olduğunu ispatlamak yeterlidir.
C) II'nin doğru olduğunu ispatlamak için köşegenleri dik kesişen bir dikdörtgen bulmak yeterlidir.
D) II'nin yanlış olduğunu ispatlamak için köşegenleri dik kesişen, dikdörtgen olmayan bir şekil bulmak yeterlidir.
E) Hiçbiri

9) ABCD dörtgeni bir paralelkenar ve bir açısının ölçüsü 90° dir. Bu dörtgeni çiziniz ve diğer açılarını gösteriniz.

10) Bir J matematikçisi tarafından icat edilen ve aşağıdaki ifadenin doğru olduğu bir geometri düşünelim.

"Bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360^0 den küçüktür."

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) J dörtgenin iç açılarının toplamını hesaplarken hata yapmıştır.
B) J mantıksal akıl yürütmede bir hata yapmıştır.
C) J, "doğru" ile ne kastedildiği konusunda yanlış fikre sahiptir.
D) J alışılmış geometriden farklı varsayımlarla başlamıştır.
E) Hiçbiri

BÜŞRA KORKUT

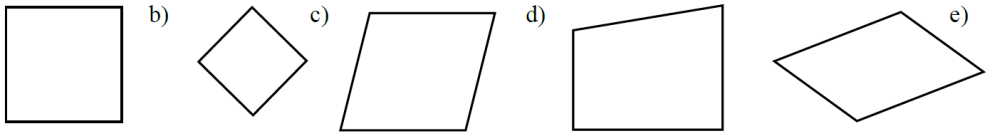
EK- 2 ÖZEL DÖRTGENLERLE İLGİLİ KAVRAM YANILGILARI BELİRLEME

ÖZEL DÖRTGENLER KAVRAM YANILGILARI BELİRLEME SORULARI

Değerli öğrenciler, aşağıdaki sorular sizlerin özel dörtgenler ile ilgili bilginizi test etmek amacıyla hazırlanmıştır. Sorulara vereceğiniz cevaplar bilimsel bir çalışma için kullanılacaktır. Soruları net bir şekilde cevaplamanız araştırmanın gerçeği yansıtması için çok önemlidir.

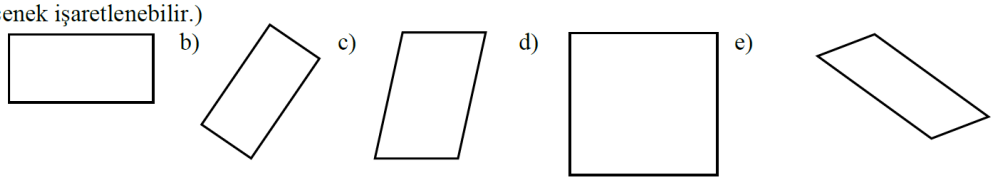
Soru 1: Aşağıda verilen dörtgenlerden kare ailesine ait olduklarını düşündüklerinizi işaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

a) b) c) d) e)



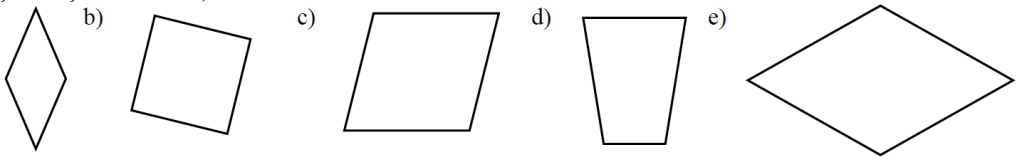
Soru 2: Aşağıda verilen dörtgenlerden dikdörtgen ailesine ait olduklarını düşündüklerinizi işaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

a) b) c) d) e)



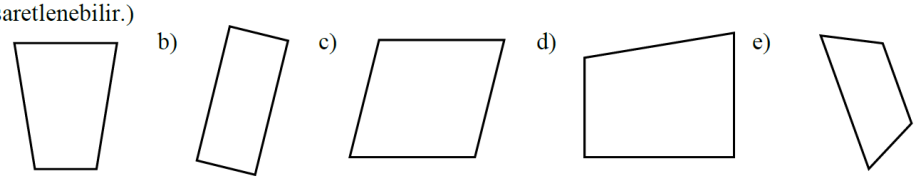
Soru 3: Aşağıda verilen dörtgenlerden eşkenar dörtgen ailesine ait olduklarını düşündüklerinizi işaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

a) b) c) d) e)



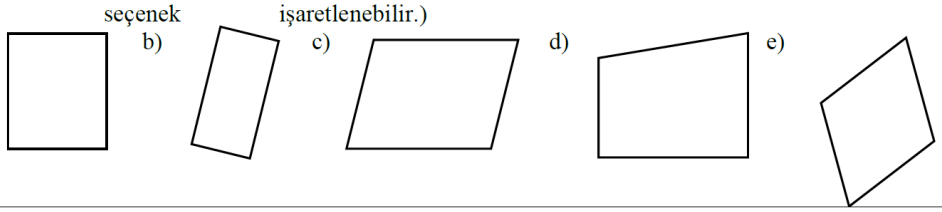
Soru 4: Aşağıda verilen dörtgenlerden yamuk ailesine ait olduklarını düşündüklerinizi işaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

a) b) c) d) e)



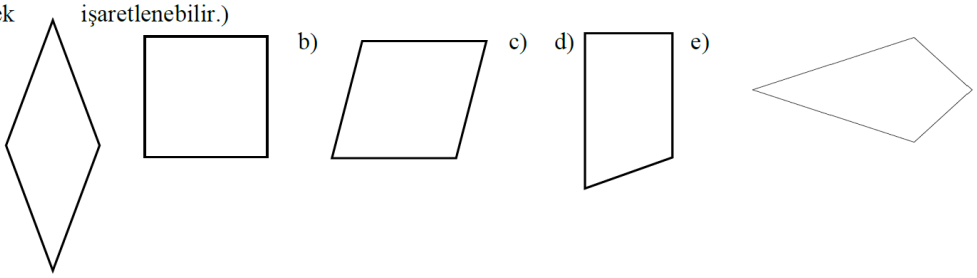
Soru 5: Aşağıda verilen dörtgenlerden paralelkenar ailesine ait olduklarını düşündüklerinizi işaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

a) b) c) d) e)

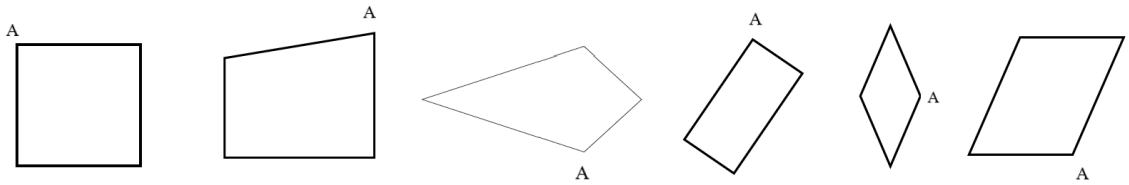


Soru 6: Aşağıda verilen dörtgenlerden deltoid ailesine ait olduklarını düşündüklerinizi işaretleyiniz. (Birden fazla seçenek işaretlenebilir.)

a) b) c) d) e)



Soru 7: Aşağıda verilen dörtgenlerin A köşesinden geçen köşegenlerini çiziniz.



Soru 8: Aşağıdaki dörtgenlerin şekillerini çizerek alanlarının nasıl bulunabileceğini yazınız. (Sayısal değerler kullanılabilir.)

Kare:

Dikdörtgen:

Yamuk:

Eşkenar Dörtgen:

Paralelkenar:

Deltoid:

Soru 9: Aşağıda cümleleri dikkatli okuyunuz. Dörtgenlerle ilgili doğru olduğunu düşündüklerinizin başına (D), yanlış olduğunu düşündüklerinizin başına (Y) harfini yerleştiriniz. Emin olmadıklarınızın başına (?) koyabilirsiniz.

( ) Kare, dikdörtgenin özel bir halidir.
( ) Kare, eşkenar dörtgenin özel bir halidir.
( ) Eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel bir halidir.
( ) Deltoid, eşkenar dörtgenin özel bir halidir.
( ) Kenar uzunlukları farklı kare bulunabilir.
( ) Deltoidin köşegenleri dik kesişir.
( ) Karenin köşegenleri dik kesişir.
( ) Dikdörtgenin köşegenleri dik kesişir.
( ) Kenar uzunlukları aynı paralelkenar bulunabilir.
( ) Kenar uzunlukları aynı dikdörtgen bulunabilir.
( ) İki kenarı paralel her dörtgene yamuk denilebilirse kare de bir yamuktur.
( ) Deltoid ve yamuk şekillerinin dörtgen olma dışında ortak özellikleri yoktur.

Büşra KORKUT

EK- 3 GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU

MARMARA ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU

Sizi Büşra Korkut tarafından yürütülen "10.sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenler Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi" başlıklı araştırmaya katılımcı olarak davet ediyoruz. Araştırmaya katılmak tamamen **gönüllülük** esasına dayanmaktadır.

Bu araştırmanın amacı ortaöğretim 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili kavram yanılgılarını ve Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Bu amaç doğrultusunda ses kaydı/ses ve görüntü kaydı/yazılı olarak veri toplanacaktır. Araştırmanın amacına ulaşması için sizden beklenen, bütün soruları eksiksiz, kimsenin baskısı/telkini altında olmadan, size en uygun gelen cevapları objektif ve içtenlikle vermenizdir. Bu çalışmadan elde edilecek bilgiler tamamen araştırma amacı ile kullanılacak olup kişisel bilgileriniz KVKK kapsamında **gizli tutulacak,** veriler topluca işlenecek ve sadece yayın amacı ile kullanılacaktır. Araştırma tamamlandığında genel/size özel sonuçların sizinle paylaşılmasını istiyorsanız lütfen [redacted]. e-posta adresine mesaj gönderiniz.

Bu formu okuyup onaylamanız, araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz anlamına gelecektir.

Yukarıda yer alan bilgileri okudum ve katılmam istenen çalışmanın kapsamını, amacını ve gönüllü olarak üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma hakkında yazılı ve sözlü açıklama aşağıda adı belirtilen araştırmacı/araştırmacılar tarafından yapılmış ve kişisel bilgilerimin korunacağı konusunda yeterli güven verilmiştir.

Bu koşullarda söz konusu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının (Kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı :
İmzası :

(Varsa) Velayet veya Vesayet Altında Bulunanlar İçin:
Veli veya Vasisinin (kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı :
İmzası :

Araştırmacının
Adı-Soyadı : Büşra Korkut
İmzası :

Not: *Bu form, iki nüsha halinde düzenlenir. Bu nüshalardan biri imza karşılığında gönüllü kişiye verilir, diğeri araştırmacı tarafından saklanır.*

EK- 4 İZİNLER

T.C.
BATMAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-40456018-44-55381354
Konu : Araştırma Uygulama İzin Talebi
(Büşra KORKUT)

17.08.2022

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: a) Marmara Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 15.08.2022 tarihli ve 340149 yazıları.
b) Millî Eğitim Bakanlığının 21.01.2020 tarihli ve 1563890 sayılı Araştırma Uygulama İzinleri 2020/2 Nolu Genelgesi.

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Büşra KORKUT' un **"10.Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenler Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi"** konulu anketi ilimize bağlı Anadolu Liselerinde okuyan öğrencilere yönelik düzenlemek istediğine dair ilgi (a) yazı ve anket formu ilişikte sunulmuştur.

Söz konusu anket çalışmasını, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, taraf olunan uluslararası anlaşmalar ve sözleşmeler başta olmak üzere, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Hakkındaki Kanun ile yürürlükte olan tüm yasal düzenlemeler ve Türk Millî Eğitiminin genel ve özel amaçlarına uygun olacak şekilde, ilgi (b) Genelge doğrultusunda, denetimi okul idaresinde olmak üzere, okul faaliyetlerini aksatmadan ve gönüllülük esasına göre yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Ahmet ÇIN
Milli Eğitim Şube Müdürü

OLUR

Fahrettin NAS
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü V.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Gap Mah 2502 Sok No 10 B/Blok Kat 2 BATMAN
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Nurullah KARDAŞ-Teknisyen
Telefon No : 0 (488) 280 72 25
Unvan : Teknisyen
E-Posta: sinavhizmetleri72@meb.gov.tr
İnternet Adresi: batmanmem@meb.gov.tr
Faks 4882807278
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 4c38-eb84-37db-ac2d-0d94 koda ile teyit edilebilir.