T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOMETRİK NESNELER ÜZERİNE MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİ

Gülizar KUBAT

(Yüksek Lisans Tezi)

İstanbul, 2024

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOMETRİK NESNELER ÜZERİNE MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİ

MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES' MATHEMATICAL THINKING PROCESSES ON GEOMETRIC OBJECTS

Gülizar KUBAT

(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI

İstanbul, 2024

Tüm kullanım hakları

M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.

© 2024

ONAY

Gülizar KUBAT tarafından hazırlanan "**Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesneler Üzerine Matematiksel Düşünme Süreçleri**" konulu bu çalışma, 30/01/2024 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda aşağıdaki jüri üyeleri tarafından başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	**İmza**
TEZ DANIŞMANI	Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI	
JURİ ÜYESİ	Dr. Öğr. Üyesi Özlem ÇEZİKTÜRK	
JURİ ÜYESİ	Dr. Öğr. Üyesi Muhammet ŞAHAL	

ETİK BEYANI

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak oluşturduğum çalışmamda;

- Sunduğum bilgileri, dokümanları ve verileri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Çalışmamda yararlandığım eserlerin tamamına atıfta bulunarak kaynak olarak gösterdiğimi,

Elde ettiğim verilerde ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı bildirir, aksi bir durumda aleyhimde doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Gülizar KUBAT

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Gülizar KUBAT

Eğitim Bilgileri

2006 - 2010 Mersin Gazi Lisesi

2011- 2015 İstanbul Üniversitesi Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Eğitimi

2019 - 2023 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Eğitim Programı

Çalışma Bilgileri

2015- 2016 Adana Yunusoğlu Ortaokulu Matematik Öğretmenliği

2016- 2017 Kartal Ülkü Bora Ortaokulu Matematik Öğretmenliği

2017-2021 Kartal Şehit Oktay Karakelle İmamhatip Ortaokulu Matematik Öğretmenliği

2021-… Pendik Kazım Karabekir Ortaokulu

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans eğitimim boyunca gerekli yönlendirmeleri yaparak düşünceleriyle bana yol gösteren, bu süreçte her soruma sabırla cevap veren danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI ’ya sonsuz teşekkür ederim.

Tez savunmamda jüri üyesi olarak yer alan değerli hocalarım Dr. Öğr. Üyesi Özlem ÇEZİKTÜRK’ e ve Dr. Öğr. Üyesi Muhammet ŞAHAL’ a teşekkür ederim.

Yüksek Lisans eğitimim boyunca her konuda yanımda olup destek olan değerli arkadaşım Sinem Tuğba KAPLAN’ a çok teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında bana desteğini esirgemeyen sevgili arkadaşım Aslı GÜRBÜZ’ e çok teşekkür ederim. Bu çalışmada katkısı olan tüm Öğretmen Adaylarına ayrıca teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemi sağlayıp maddi manevi desteklerini esirmeyen canım annem Ülkü ŞEKER, canım babam Ömer ŞEKER ve aldığım her kararda bana destek olan canım abim Mehmet ŞEKER’ e teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimi için beni cesaretlendirip destek vererek her zaman yanımda olan sevgili eşim Tuncay KUBAT’ a teşekkür eder bu çalışmamı canım oğlum Ömer Halis KUBAT’ a ithaf ederim.

Gülizar KUBAT

ÖZET

Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesidir. Matematiksel düşünme süreçleri ile ilgili öğretmen ve öğretmen adayları üzerinde yapılan çalışmalar bulunmasına rağmen bu süreçlerin geometrik nesneler bağlamında incelendiği çalışmalara yeterince rastlanılmamıştır. Bu nedenle geometrinin temel kavramlarından olan "Üçgen" kavramı seçilmiş ve matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçleri bu bağlamda incelenmiştir.

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma yaklaşımı ile çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme bileşenleri açısından geometrik nesne problemlerine bakış açılarını keşfetmek amaçlanmıştır. Bu durumu araştırmak için ilk olarak bir devlet üniversitesinde öğrenim gören ilköğretim matematik ve matematik öğretmenliği programlarının 1., 3. ve 4. sınıflarında okuyan toplam 180 öğretmen adayına her bir düzeyden bir tane olmak üzere dört soru sorulmuş ve seçilen 8 öğretmen adayı ile de görüşme yapılmıştır. Elde edilen veriler nitel analiz yöntemlerinden olan betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir.

Araştırmanın bulguları doğrultusunda öğretmen adaylarının özelleştirme aşamasındaki soruları kolaylıkla yapabildikleri görülmüştür. Doğrulama ve ikna etme sürecini ise 3 ve 4. sınıfta okuyan öğretmen adaylarının 1. sınıfta okuyan öğretmen adaylarına göre daha kolay ifade ettikleri sonucuna varılmıştır. Farklı problem durumlarında öğretmen adaylarının genelleme yapabilme ve varsayımda bulunma durumlarının değişkenlik gösterdiği belirlenmiştir.

Araştırmanın sonunda özelleştirme sürecinden doğrulama ve ikna etme sürecine gidildikçe öğretmen adaylarının sorulara doğru cevap verme olasılıklarının azaldığı tespit edilmiştir. Ayrıca 3. ve 4. sınıf öğretmen adaylarının doğrulama ve ikna etme sürecine ait soruyu kolay bir şekilde cevaplamasının lisans eğitiminde verilen derslerin katkısı olduğu düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Düşünme, Geometrik Nesne, Üçgen, Özelleştirme, Genelleme, Varsayımda Bulunma, Doğrulama ve İkna Etme.

ABSRACT

The aim of this study is to investigate the mathematical thinking processes of mathematics teacher candidates on geometric objects. Although there are studies on teachers and teacher candidates regarding mathematical thinking processes, there are not enough studies examining these processes in the context of geometric objects. Therefore, the concept of "Triangle", one of the basic concepts of geometry, was chosen and the mathematical thinking processes of mathematics teachers candidates were examined in this context.

In this study, the case study method, one of the qualitative research methods, was used. With the qualitative research approach, it was aimed to explore the perspectives of the teacher candidates who participated in the study on geometric object problems in terms of mathematical thinking components. In order to investigate this situation, firstly, four questions, one from each level, were asked to a total of 180 teacher candidates studying in the 1st, 3rd and 4th grades of the primary mathematics and mathematics teaching programs at a state university, and 8 selected teacher candidates were interviewed. The data obtained was analyzed using the descriptive analysis method, which is one of the qualitative analysis methods.

In accord with the findings of the research, , it was seen that teacher candidates could easily answer the questions at the specialization stage. It was concluded that the 3rd and 4th grade teacher candidates expressed the justifying and convincing process more easily than the 1st grade teacher candidates. It has been determined that teacher candidates' ability to generalize and conjecture varies in different problem situations.

At the end of the research, it has been determined that as we move from the level of specialization to the level of justifying, the probability of teacher candidates to answer the questions correctly decreases. In addition, it is thought that the courses given in undergraduate education contributed to the fact that the 3rd and 4th grade teacher candidates easily answered the question regarding the justification and convincing process.

Key Words: Mathematical Thinking, Geometric Object, Triangle, Specializing, Generalizing, Conjecturing, Justifying and Convincing.

İÇİNDEKİLER

ETİK BEYAN……i
ÖZGEÇMİŞ……..……ii
ÖNSÖZ……..…iii
ÖZET……....iv
ABSTRACT……..v
TABLOLAR LİSTESİ…….…….....viii
ŞEKİLLER LİSTESİ……..ix
BÖLÜM I: GİRİŞ……...……..1
1.1. Problem Durumu……..1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Araştırma Soruları……..4
1.3. Araştırmanın Önemi…….....4
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları……6
1.5. Araştırmanın Sayıltıları…….....6
1.6. Araştırma Tanımları ve Kısaltmalar…….6
BÖLÜM II: KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR…….....7
2.1.Matematik Problemi Çözme……..7
2.2. Matematiksel Düşünme……8
2.2.1. Özelleştirme…….……..……...….....12
2.2.2. Genelleme…….……...…….…..13
2.2.3. Varsayımda Bulunma……17
2.2.4. Doğrulama ve İkna Etme …….……17
2.3. Geometrik Nesne……...….19
2.4. İlgili Araştırmalar……...…21
2.4.1. Yurt İçinde Yapılmış Araştırmalar……21
2.4.2 Yurt Dışında Yapılmış Araştırmalar……..26
BÖLÜM III: YÖNTEM…….30
3.1. Araştırma Modeli……...30
3.2. Çalışma Grubu…….....30
3.3. Veri Toplama Araçları……...…33
3.4.Verilerin Toplanması…….……..36
3.5. Verilerin Analizi …….....…….….39
3.6. Geçerlilik ve Güvenilirlik……...…40

BÖLÜM IV: BULGULAR……42

4.1. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Özelleştirme Süreçlerine Ait Bulgular.....42

4.2. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Genelleme Süreçlerine Ait Bulgular……....46

4.3. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Varsayımda Bulunma Süreçlerine Ait Bulgular……..49

4.4. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Doğrulama ve İkna Etme Süreçlerine Ait Bulgular……..54

4.5. Görüşmeye Ait Bulgular……..……...……57

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER……..65

5.1.Sonuç ve Tartışma……..65

5.1.1. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Özelleştirme Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma…….....65

5.1.2. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Genelleme Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma……..……....66

5.1.3. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Varsayımda Bulunma Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma…….....67

5.1.4. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Doğrulama ve İkna Etme Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma…….....68

5.1.5. Görüşme Sorularından Elde Edilen Sonuç ve Tartışma ……...69

5.2.Öneriler…….....70

5.2.1. Uygulayıcılara Öneriler……..……...70

5.2.2. Araştırmacılara Öneriler……....71

KAYNAKÇA……..……...72

EKLER……..……78

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2.1. Hediyeleşme probleminde oluşturulan örüntü.....16
Tablo 3.1. Çalışmaya katılan ortaöğretim matematik öğretmen adayları sayısı ve bulunduğu sınıfa göre dağılımı …….31
Tablo 3.2. Çalışmaya katılan ilköğretim matematik öğretmen adayları sayısı ve bulunduğu sınıfa göre dağılımı…….……...…..32
Tablo 3.3. Öğretmen adayları ile yapılan görüşme süreleri ……...37
Tablo 4.1. Birinci sınıf öğretmen adaylarının birinci problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı …….43
Tablo 4.2. Üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının birinci problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı ……..44
Tablo 4.3. Birinci sınıf öğretmen adaylarının ikinci problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı……..47
Tablo 4.4. Üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının ikinci problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı…….....…...48
Tablo 4.5. Birinci sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı……...50
Tablo 4.6. Üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı……52
Tablo 4.7. Birinci sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı……..54
Tablo 4.8. Üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı……..56
Tablo 4.9. Görüşme sorularında kullanılan stratejilerin öğretmen adayının cevabına göre sınıflandırılması……63

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Matematiksel düşünmenin oluşumu ……...….....10
Şekil 2. Matematiksel düşünmeyi oluşturan kavramlar …..…….…...…..11
Şekil 3. Giriş, atak ve gözden geçirme aşaması ……..…….….14
Şekil 4. Özelleştirme ve genelleme süreçleri ……..…….……15
Şekil 5. Varsayımda bulunma süreci ……..……..17
Şekil 6. Araştırma Süreci ……..…….……...38
Şekil 7. Verilerin analiz süreci.……..……...…….39
Şekil 8. Çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait özelleştirme aşaması……42
Şekil 9. OÖ5' nin özelleştirme aşamasındaki soru çözümü…….....44
Şekil 10. OÖ12'nin birinci soruya ait çözümü……..……....44
Şekil 11. İÖ86'nın birinci soruya ait çözümü.……..……45
Şekil 12. İÖ78'in özelleştirme sorusuna ait cevabı……..…….....45
Şekil 13. Çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait genelleme aşaması……...46
Şekil 14. İÖ7' nin genelleme aşamasındaki çözümü……...……47
Şekil 15. . İÖ58' in genelleme aşamasındaki çözümü…….47
Şekil 16. İÖ10' nin genelleme aşamasındaki çözümü……..……..48
Şekil 17. İÖ86' nin genelleme aşamasındaki çözümü ……..……..49
Şekil 18. İÖ84' nin genelleme aşamasındaki çözümü..……..…….49
Şekil 19. OÖ37' nin genelleme aşamasındaki çözümü……49
Şekil 20. Çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait varsayımda bulunma aşaması.……50
Şekil 21. OÖ4' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü……..51
Şekil 22. İÖ14' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü ….……51
Şekil 23. İÖ40' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü …..……...52
Şekil 24. İÖ80' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü …….53
Şekil 25. OÖ52' nin varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü ……..53
Şekil 26. İÖ93' ün varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü ……..53
Şekil 27. Çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait doğrulama ve ikna etme aşaması……54
Şekil 28. OÖ16' nin doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü.…….. 55
Şekil 29. OÖ8' nin doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü. ……....55
Şekil 30. OÖ44' ün doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü. ……56
Şekil 31. İÖ69' un doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü. ……..57
Şekil 32. OÖ47'nin beceri testine ait cevabı……...58
Şekil 33. OÖ60'ın beceri testine ait cevabı……..59

Şekil 34. İÖ5'in beceri testine ait cevabı…….....60
Şekil 35. OÖ55'in görüşme sorusuna ait cevabı……..60
Şekil 36. İÖ77'nin görüşme sorusuna ait cevabı……..61
Şekil 37. OÖ55'in görüşme sorusuna ait cevabı……...62

BÖLÜM I: GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Eğitim-öğretim kavramı öğrencilere çok yönlü, sistematik, yaratıcı, eleştirel ve matematiksel düşünme gibi kavramları öğrencilere kazandırmak olarak algılanmalıdır. Bu beceriler temel alınıp eğitim ortamı düzenlenirse nitelikli bireyler yetiştirilebilir.

Matematiksel düşünme görüldüğü gibi eğitim-öğretim açısından önemli bir kavramdır. Umay' a (2003) göre matematik kavramı, düşünmeye sevk eden bir araç olup temel eğitimin yapıtaşlarının birinci sırasındadır. Matematik eğitimi hesaplama yapmaktan öte bir görev üstlenmekte; problem çözme, ilişki kurma, tahmin yürütme gibi üst bilişsel zekâya hitap edecek işlevler yüklemektedir. Bu şekilde üst bilişsel zekâmızı kullanmamıza olanak sağlayan düşünce matematiksel düşüncedir. Mason, Burton ve Stacey (1985) matematiksel düşünmeye odaklanarak beş varsayım öne sürmüşlerdir. Bunlar;

1) Her insan matematiksel düşünebilir.
2) Matematiksel düşünme çeşitli sorular üzerinde alıştırma yaptırılarak geliştirilebilir.
3) Matematiksel düşünme farklı, beklenmedik veya tezatlık içeren sorularda ortaya çıkarılabilir.
4) Matematiksel düşünme düşünmeyi derinleştirerek, sorgulamaları arttırarak desteklenebilir.
5) Matematiksel düşünme yaşantımızı ve dünyamızı mantıklı bir şekilde anlayıp yorumlamamıza yardımcı olur.

Matematiksel düşünme gerçek hayat problemlerini çözmemiz için yardımcı olan bir araç olup matematik eğitim-öğretimi için doğal bir ihtiyaçtır. Bununla birlikte bu ihtiyaç doğrultusunda son zamanlarda ülkemizde 2006, 2011, 2013 ve 2018 eğitim-öğretim dönemlerini kapsayan yıllarda matematik ders kitabı müfredatında bazı güncellemeler yapılmıştır. Müfredatta benimsenen yaklaşım doğrultusunda matematiksel düşünme, matematiği bir iletişim aracı olarak kullanmak suretiyle problem çözme, bağlantı kurabilme matematik öğrenme süreçlerinin temel elemanları olarak gösterilmektedir. (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018a: 11). Buradan hareketle matematiksel düşünme ile bir matematikçi teoremlerin ispatından çok bu ispata giden yolda yapılan tahminleri anlamayı gerektirir.

Matematiksel düşünme bir durumun, verilerin matematiksel zekâ ile yargılama olduğu ve bunun da bir süreç olduğu vurgulanmıştır (Yıldırım, 2014).

Matematiksel düşünmeyi daha somut bir şekilde ele almak için araştırmacılar bu kavramı gruplandırmışlardır. Tall (2002) matematiksel düşünmeyi soyutlama, sentezleme, modelleme, genelleme yapma, ispat ve problem çözme gibi durumları barındırdığını ifade etmiştir (Tall' dan aktaran Kükey, 2018). Matematiksel düşünme kavramını özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme olarak Mason, Burton ve Stacey (2010) de dört bileşene ayırmışlardır. Matematiksel düşünme ile birey bu verilen bileşenlerden aslında hepsini kullanabilme becerisine sahip olmaktadır. Bu düşüncelere sahip olan bireyler bir durum karşısında olayı anlamada ve analiz edip sistemli bir şekilde çözme de daha başarılı hale gelirler. Bunu yaparken de *"Bu durum hangi durumlarda doğru olur?" , "Bu durumu diğer durumlarda kullanabilir miyiz?"* benzer soruları sorarak genelleme, özelleştirme süreçlerini gerçekleştirirler. Bu durumları sorgularken de diğer bileşenlere de yer vermiş olurlar.

Matematiksel düşünmenin en önemli unsurlarından olan genelleme süreci öğrenciler tarafından gerçekleştirilen basit bir durum değildir. Çünkü genelleme sürecinde birey bilgi ve deneyimlerini bir araya getirip yeni durumlarda var olan problemi çözmeye ve yaratıcılıkları ortaya çıkarmaya yardımcı olur (Hashemi, Abu, Kashefi ve Rahimi, 2013). Genelleme ile birey birkaç örnekten yola çıkarak daha geniş durumlar için tahminlerde bulunur. Genelleme ile *"Muhtemelen ne doğru görünüyor?", "Neden doğru olabilir?", "Başka nerelerde muhtemelen doğru olabilir?"* sorularını buldurmaya yönelik düşünceye bireyi yönlendirir (Mason vd., 1985). Bu sayede bireyler matematiksel kavramların ne olduğunu, bu kavramlar arasında ilişki kurarak yaratıcı olmalarına olanak tanır. Görüldüğü gibi genelleme süreci matematiksel düşünmenin bel kemiğidir. Genelleme süreci çoğu üst bilişsel beceride ortaya çıkar. Bunlardan biri de problem çözme becerisidir. Bir problemle karşılaşan birey problemin cevabını bulmaktan başka problemi farklı boyutlarla ele alıp incelemek için ihtiyaç duyduğu unsur matematiksel düşünmedir (Ferri' den aktaran Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Matematiksel düşünmeye ait süreçlerin her biri problem çözme aktiviteleri ile geliştirilebilir. Öğrencilerin verilen matematiksel verileri kullanma, hipotez üretip bu hipotezi test etme, doğruluğunu ve yanlışlığını kontrol etme, ispat etme, eleştirel düşünme, ikna etme gibi becerileri problem çözme etkinlikleri ile gelişir (MEB, 2009). Bir matematik problemi çözerken bütün bu süreçleri gerçekleştirmek için matematiksel düşünmeye ihtiyaç vardır. Matematiksel düşünmeyi gerçekleştirmek için

sonuca ulaşmaktan ziyade alışılmışın dışında düşünmeyi gerektiren problemlere ihtiyaç vardır. Bunlar rutin olmayan problemler kapsamına girer. Bu tarz problemler öğrencilerin soruya farklı açıdan bakmalarını sağlayarak matematiksel düşünmeye yönlendirir. Öğretim süreçlerinde planlanan etkinliklerde rutin olmayan problemlere muhakkak yer verilerek öğrencilerin düşünme süreçleri geliştirilmelidir.

Matematik problemi çözme becerisine katkı sağlayan yani matematiksel düşünmeyi destekleyen en önemli öğrenme alanından birisi de geometridir (Yıldırım, 2015). Geometri öğrenme alanı ile birey dersin gerektirdiği bilgi ve beceri kazanım sürecine ek olarak genelleme yapma, şemalar arası ilişki kurma, akıl yürütme, karşılaştırma, disiplinli çalışma gibi bilişsel becerilerin kazanılmasına katkı sağlar. Fakat geometri ülkemizde en çok zorlanılan öğrenme alanlarından biri haline gelmiştir. TIMSS (2007) raporu üzerinde durulduğunda geometri matematik öğrenme alanları içinde en düşük puanı aldığı ortaya çıkmıştır (Çetin, 2023).Bu duruma ek olarak geometri öğrenme alanındaki başarının daha düşük olması bu alanda var olan başarısızlığın sebebini araştırılmasının bir ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Bu sebeplerden biri öğrencilerin ezbere yönlendirilmesi olabilir. Burada öğretmenlere büyük iş düşmektedir. Çünkü öğretici öğrenciye geometrik genelleme yapabileceği, varsayımda bulunacağı, ispat yapabileceği, ilişki kuracağı bir ortam sağlamalıdır. Yani öğrenciye ezber yöntemiyle öğretim değil düşünerek, sorgulayarak kalıcı öğretim sağlamalıdır. Böylelikle öğrencinin matematiksel düşünmesine katkı sağlanabilir. Bu şekilde öğretim ortamı sağlamak için öğretmenin de matematiksel düşünme süreçlerine hâkim olması gerekir. O halde öğretmenlerin de üniversite döneminde aldıkları eğitim ile bu kaliteyi arttırmak bir gereklilik haline gelir. Yani öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçleri ele alınarak geliştirilmelidir. Çünkü araştırmalara göre öğretmen adaylarının da öğrencilerinin matematiksel düşünmeleriyle ilgilenmeleri onlara kendi matematik bilgilerini sorgulamalarını sağlamaktadır. Bu bağlamda daha göreve başlamamış olan öğretmen adaylarının geometrik şekil ve geometrik cisimler üzerine matematiksel düşünme süreçleri ile ilgili mevcut durumları öğrenmek, sınıf düzeylerine göre farklılaşmalarını görmek ve buradan hareketle onların üniversite eğitimlerine katkı sağlayabilmek büyük kazanç olacaktır. Bu yüzden çoğu çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada öğretmen adayları üzerinde geometrik şekil ve geometrik cisimler konusundan yararlanılarak matematiksel düşünme süreçleri incelenecektir. *Üçgen* konusunun ilkokul kademesinden başlayarak her kademede yer alıp diğer geometrik nesnelerin öğrenilmesi için ön kavram olduğu düşünüldüğünden çalışma bu kavram üzerinde yapılmıştır. Yapılan

açıklamalarda çalışmanın özgün yönünü göstermektedir. Buradan hareketle araştırmanın problem cümlesini *"Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde matematiksel düşünme süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?"* oluşturmaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerindeki matematiksel düşüncelerini sınıf düzeylerine göre incelemektir. Buradan hareketle" Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde matematiksel düşünme süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?" araştırmanın problem cümlesidir.

Bu problem doğrultusunda araştırmanın alt problemleri şunlardır:

1) Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde özelleştirme süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?
2) Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde genelleme süreçleri sınıf düzeyine göre nasıl farklılaşmaktadır?
3) Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde varsayımda bulunma süreçleri sınıf düzeyine göre nasıl farklılaşmaktadır?
4) Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde doğrulama ve ikna etme süreçleri sınıf düzeyine göre nasıl farklılaşmaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Günümüz eğitimi öğrencilerin eleştirel, yaratıcı, ilişkisel düşünebilme, ezbere öğretimden ziyade öğrendiklerini hayata uygulayabilme, eleştirel düşünebilme becerilerilerini kazandırmayı hedeflemiştir. Öğrencilere bu anlayış kazandırılırsa karşılarına çıkacak bir problemde bu becerileri kullanıp sistemli bir şekilde çözüme ulaşabilecektir. Öğrenciler karşılaştıkları problemleri çözerken bu becerileri kullanarak aslında matematiksel düşünmeyi de hayatlarına yer vermiş olurlar. Bu yüzden matematiksel düşünme geliştirilmesi gereken hedeflerden biridir. Matematiksel düşünmeyi geliştiren, fiziksel çevreyi yorumlayıp tanımaya yardımcı olup önemli bir problem çözme aracı olarak kullanılan matematiğin bir alt dalı olarak hayatımızda var olan geometri öğrenme alanı öğrencilerin sevmediği bir ders olarak görülmektedir. Bireylerin problem çözme süreçlerini, bu süreçte problem çözerken ilişki kurduğunu, verilenleri matematiksel olarak ifade edip akıl yürütme biçimini, çözüme ilişkin veriler elde edip bunları yorumlayabilme

kabiliyetlerini ölçen PISA (Programme for International Student Assessment-Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) sınavlarında Türkiye'nin başarı sıralamasının katılımcı ülkelerin oldukça altında kaldığı belirlenmiştir (Zopluoğlu, 2014). Bu sınava benzer olup katılımcıların bilme, uygulama ve akıl yürütme gibi bilişsel süreçlerine ilişkin başarıları ölçen bir diğer sınav TIMMS'de (Trends in International Mathematics and Science Study-Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması) Türkiye'nin başarı sıralamasının diğer ülkelerle kıyaslandığında son sıralarda yer aldığı görülmektedir. Bu sınav sonuçları da göz önüne alınıp yorum yapıldığında ülkemizdeki geometri başarısının minimum düzeyde olduğu söylenebilir (Bal,2011). Bu başarısızlıkların sebepleri arasında problem çözme yeteneğini geliştirmeye yönlendirecek eğitimin verilmemesi, yaparak yaşayarak öğrenme temelli öğretim sunulmaması, ezberci eğitime yüklenilmesi, öğretmenlerin matematiksel ve geometrik düşünme bilgileri gibi etkenler sıralanabilir. Bu durumda öğreticiye büyük sorumluluk düşmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini anlamaya çalışmak ve ders esnasında doğru kararlar verebilmek öğretmenlerin kendi matematiksel bilgisini de geliştirmesini sağlamaktadır.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak matematiksel düşünmeye ait kavram, uygulama ya da etkinliklerin birbiriyle ilişkisini gösteren çalışmalar ile karşılaşılmıştır. Ayrıca çalışma genelde ilkokul, ortaokul ya da lise öğrencileriyle yapılmıştır. Bunun yanında öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalara da rastlanılmıştır. Yapılacak olan bu çalışmanın matematik öğretmen ve matematik öğretmen adayları ile yapılacak olan bundan sonraki araştırmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmada matematik öğretmen adaylarının geometrik şekil ve geometrik cisim üzerindeki matematiksel düşünme süreçleri incelenecektir. Çünkü araştırmalara göre öğretmen adaylarının da öğrencilerinin matematiksel düşünmeleriyle ilgilenmeleri onlara kendi matematik bilgilerini sorgulamalarını sağlamaktadır. Bu bağlamda daha göreve başlamamış olan öğretmen adaylarının geometrik şekil ve geometrik cisimler üzerine matematiksel düşünme süreçleri ile ilgili mevcut durumları görmek ve buradan hareketle onların üniversite eğitimlerine katkı sağlayabilmek büyük kazanç olacaktır. Bu yüzden çoğu çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada öğretmen adayları üzerinde geometrik şekil ve geometrik cisimler konusundan yararlanılarak matematiksel düşünme süreçleri incelenecektir.

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- İçerik bakımından beceri testi ve yarı yapılandırılmış görüşmede yer alan özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme aşamalarının yer aldığı her bir süreçten bir tane olmak üzere oluşturulan geometri problemleriyle sınırlı kalmıştır.
- 2023-2024 güz dönemi, İstanbul Merkezli bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik ve matematik öğretmenliği programlarında öğrenim gören 1., 3. ve 4. sınıfta bulunan 180 öğrenci ile sınırlı kalarak araştırma yapılmıştır.
- Yarı yapılandırılmış görüşme araştırmacı ve 180 öğretmen adayı arasında seçilen 8 öğretmen adayı ile sınırlı kalarak gerçekleştirilmiştir.

1.5. Sayıltılar

Bu çalışmada uygulama sürecinde veriler toplanırken veri toplama aracı elden dağıtılarak bu esnada notlar alınmıştır. Bu sebepten öğretmen adaylarının sorulara cevap verirken soruları dikkatli bir şekilde okudukları ve birbirlerinden etkilenmeden gerçek performanslarını ortaya koydukları kabul edilmiştir. Ayrıca uygulama esnasında meydana gelen ve kontrol edilemeyen değişkenlerin araştırmayı etkilemediği varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Matematiksel Düşünme: Üstesinden gelmeye çalıştığımız düşüncelerimizi bir araya getirip karmaşık yapıları çözmeye çalışan hareketli bir süreçtir (Mason, Burton ve Stacey, 2010).

Genelleme: Belirli durumlardaki kuralları bularak bunu bir düşüncede birleştirme işi, aynı zamanda bir soyutlama olarak tanımlanmıştır (Baki, 2014).

Özelleştirme: Karşılaşılan problemleri yalın bir şekilde düşünerek özel durumları incelemek olarak tanımlanmıştır (Mason ve diğerleri, 2010).

Varsayımda Bulunma: Sonuca ulaşmadan önce belli miktarda örnekler üzerinde durarak bu örnekler arasında ilişkilerin belirlenip buradan hareketle belirlenen ilişkilerden yargıya varma sürecidir (Burton, 1984).

Doğrulama ve İkna Etme: Önermelerin ilişkisine dayanarak ileri sürülen düşünceyi ya da sonucun doğruluğunu ispat ederek kabul ettirme çabasıdır (Yıldırım, 2008).

BÖLÜM II: İLGİLİ ALAN YAZIN

Bu kısımda araştırmanın konusu ile ilgili teorik bilgiye ve bu alanda yapılmış olan araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Matematik Problemi Çözme

İnsanlar yaşadıkları sürece düşünme, problem çözme, tahmin etme, olayları değerlendirme, bir sonuca varıp karar verme gibi süreçleri gerçekleştirmektedirler (Hughes ve Lavery, 2004). İnsan var oldukça düşünür, düşündükçe bu süreçlerle iç içe yaşayarak hayatına devam eder. Çoğu zaman bir zorlukla karşılaştıktan sonra problemi fark edip çözümü sistematik hale getirerek problem çözme sürecini hayata aktarırlar. O halde problem çözme isteği hayatın her anında karşımıza çıkar. Problem olabilmesi için hayatımızda karşımıza çıkan durumun bizlere zorluk çıkarması ve bu tür bir olayla daha önceden karşılaşmış olmamamız gerekir.

Araştırmacıların çoğu problemi tanımlarken öğrenciye zorluk çıkarıp çözme isteğine yönlendiren ve ilk defa bu tür durumla karşılaşılan bir süreç olarak ele almışlardır. Matematik dersinde karşılaşılan zorluklarda birer matematik problemidir. Altun (2014)' a göre problem rutin ve rutin olmayan problemler olarak karşımıza çıkar.

- Rutin (sıradan) problemler; günlük yaşamda genellikle karşılaşılıp çözüm yollarında kullanılan dört işlemin bir kaçı ya da tümünün doğru bir şekilde uygulanarak sonuca ulaşılan problemler olarak tanımlanabilir (Altun, 2014). Öğrencilerin verilen ifadeyi matematiksel olarak ifade etmeleri için önemli bir problem türüdür. Ders kitaplarında genelde bu tür problemler yer alır. Matematik problemi olarak *"Ayşe 216 sayfalık kitabın ilk gün 20, ertesi gün 32 sayfasını okumuştur. Üçüncü gün kitabın yarısına geldiğine göre üçüncü gün kaç sayfa kitap okuduğunu bulun?"* rutin bir probleme örnek olarak verilebilir.
- Rutin olmayan (sıra dışı) problemler; öğrencilere daha çok düşünmeyi gerektiren, çözümün açıkça gözükmediği problemlerdir. Dört işlem becerisinin ötesinde organize etme, ispatlama, ilişki kurma gibi üst bilişsel düşünceyi öne çıkarır (Altun, 2008a). *" Bir çiftlikte bulunan 40 inekten birincisi 1 kg, ikincisi 2 kg,,…kırkıncısı 40 kg süt vermektedir. İnekleri beş kardeş arasında nasıl paylaştıralım ki her kardeşe düşen süt ve inek miktarları aynı olarak*

sonuçlansın?" rutin olmayan bir matematik problemi olarak örnek gösterilebilir.

Anlaşıldığı üzere rutin olmayan problemler bireyin daha üst düzey düşünmesine yardımcı olarak alışılmışın dışına çıkarır. Öğrencilere rutin olmayan matematik problemleri ile sıklıkla yer verilerek matematiksel düşünme becerileri arttırılıp öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanmasına olanak sağlanmalıdır. Çünkü matematiksel düşünme ile de öğrencilerin üst düzey düşünmelerine katkı sağlanmış olur.

Öğrenciler matematik probleminin nasıl çözüleceğini düşünerek aslında hangi stratejiyi kullanacağını, nasıl bir yol izleyeceğini belirler. Bir matematik probleminin çözümünde birden çok strateji kullanılarak sonuca ulaşılabilir. Bu da öğrencinin bilişsel yönden gelişimine katkı sağlar. Başlıca kullanılan problem çözme stratejileri şu şekilde sıralanabilir:

- Diyagram oluşturma
- Tahmin ve kontrol etme
- Tablo kullanma ve ya liste oluşturma
- Mantıksal akıl yürütme
- Bir desen bulma
- Problemi basitleştirme
- Model kullanma
- Denklem ve eşitsizlik kurma

Öğrenciler matematik problemi çözerken uygun stratejileri seçip bir taraftan da çözüm süreci sırasında birbirleriyle etkileşim halinde olarak hedeflenen sonuca varırlar (Cai, 2003).

2.2. Matematiksel Düşünme

Bir önceki alt başlıkta problem çözme ve bu işlevin öneminden bahsederken hayatımızda bu kavramın oldukça öneme sahip olduğu ortaya çıkmaktadır. Problem çözme faaliyeti gösterirken düşünme olayı aktif olarak sürecin içerisinde yer alır. Matematikte düşünme eyleminin yoğun olarak gerçekleştiği bir derstir. O halde matematiksel düşünme ile problemi çözebilme yetisi arasında illiyet bağı var olduğu söylenebilir. Çünkü matematiksel düşünme ile birey problem çözme becerisini geliştirerek üst bilişsel düşünme eğilimini ortaya çıkarır.

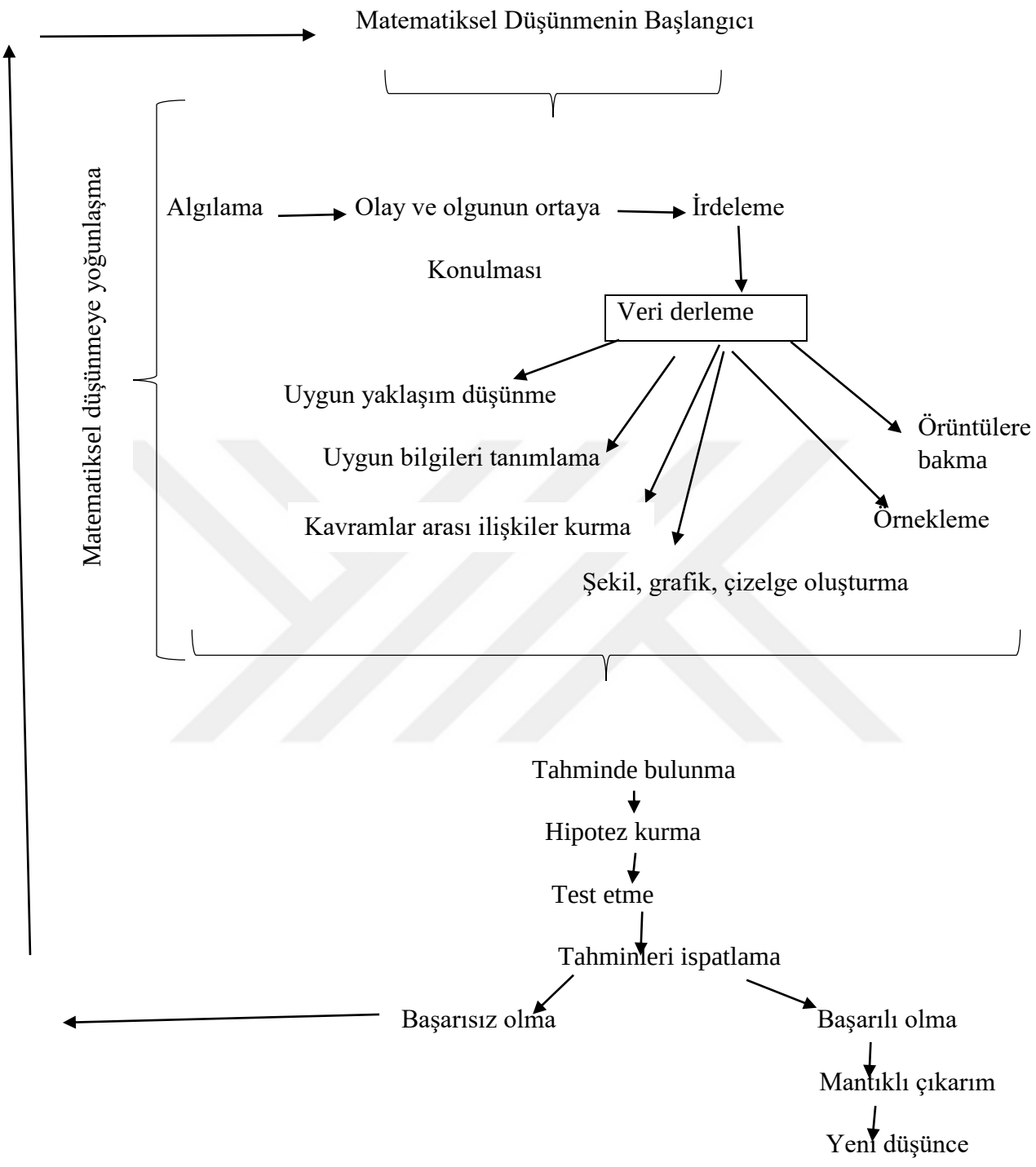
Birçok araştırmacı matematiksel düşünme ile ilgili farklı yorumlarda bulunmuşlardır. Yıldırım (2014) 'a göre matematiksel düşünme bir problem çözme sürecidir. Matematiksel düşünme süreci gerçekleştirirken ilk olarak beklenmedik bir problem karşısında düşünme işlevi devreye girerek hipotezler kurulur. Daha sonra hipotezler doğrulanmaya çalışılır. Doğrulanma gerçekleşirse problemin çözümüne varılır ve problem ortadan kalkar. Fakat doğrulanma gerçekleşmez ise doğrulanma gerçekleşene kadar hipotez oluşturma süreci devam eder. Yıldırım (2008) da matematiksel düşünmenin bilimsel düşünme ile aynı zemine sahip olduğu fakat matematiksel düşünmenin belirli bir alanda gelişen bir şekli olduğu ve matematiksel düşünmenin bir problem çözme sürecini gerçekleştiren bir düşünme şekli olduğunu belirtmiştir. Matematiksel düşünme problem çözme etkinliğini içeriyorsa o halde soyut olmanın yanında günlük hayatımızda yerini alır. Bu sebepten dolayı öğrencilere kazandırılması gereken temel beceri olarak öğretim programlarında yer almaktadır. Gelişen teknolojiyle birlikte daha fazla matematiğe yönelip karşılaştıkları zorluklarda stratejileri kullanarak problem çözebilen matematiksel düşünmeyi gerçekleştiren bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. O yüzden ülkemiz ortaokul matematik öğretim programında da matematiksel düşünmeye yer verilmiş ve öğrencilere kazandırılması gereken hedefler arasında yerini almıştır (MEB, 2017).

Bir problemle karşı karşıya gelince cevabı bulmaktan öte problemin her açıdan ele alınıp irdelenmesi matematiksel düşünmenin gerçekleştiğini göstermektedir (Borromeo Ferri, 2003). Bu sebeple matematiksel düşünme sonucu değil bir sürecin gerçekleştiğini ortaya koyar. Borromeo Ferri (2003), bireylerin matematiksel düşünme aşamalarındaki yerlerini;

- Görsel eğilimliler
- Analitik eğilimliler
- Kavramsal eğilimliler

Olmak üzere üç grupta toplamıştır.

Bireylerin matematiksel düşünme aşamasında algılarından yola çıkarak bir sonuca ulaşma çabası içinde olduklarını ve bu ulaşma çabası gerçekleşirken kullanılan stratejilerin kişisel farklılıklardan dolayı değişiklik oluşturabileceği vurgulanıp ayrıca bu düşünme şeklini diğerlerinden ayıran en önemli özelliğin önceki bilgilerden hareketle soyutlama, hipotez kurup test gerçekleştirme, akıl yürütme, ispat etme, betimleme yaparak yeni bilgilere ulaşma olarak ifade edilmiştir (Alkan ve Güzel, 2005).



Şekil 1. Matematiksel düşünmenin oluşumu (Alkan ve Güzel, 2005).

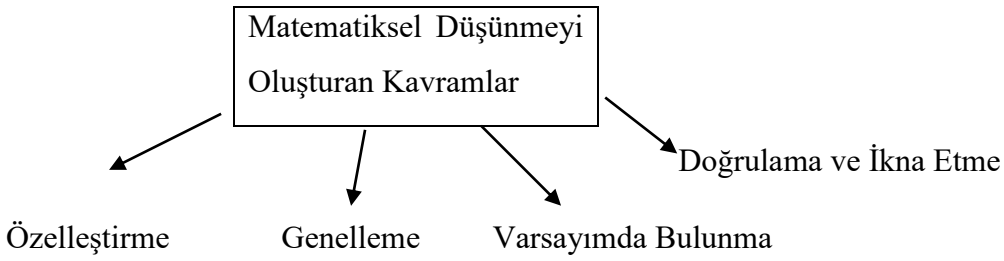
Şekil 1' de belirtildiği gibi bireyler matematiksel düşünme sürecinde algılardan yola çıkarak farklı bir sonuca varmaya odaklanır. Bu aşamada karşılaşılan problemler karşısında tahminlerde bulunarak uygun hipotezler kurarlar. Kurulan hipotezleri test edip kanıtlayarak

yeni sonuçlar elde ederler. Bu süreç gerçekleşirken soyutlama, genelleme yaparlar. Eğer işlem doğrulanmazsa yeni hipotezler kurulur. Doğrulanma gerçekleşinceye kadar bu süreç devam eder. Meydana gelen düşünceler bir sonraki düşüncelere zemin hazırlar (Alkan ve Güzel, 2005). Stacey (2006)' e göre matematiksel düşünmenin aşamaları iki basamak şeklinde ve bu basamaklarda iki aşama olarak yine ayrılmıştır. Bunlar:

1) Özelleştirme ve genelleme
2) Varsayımda bulunma ile doğrulama ve ikna etme

Özelleştirme ve genelleme aşaması ile varsayımda bulunma ve doğrulama - ikna etme aşamaları birbirleriyle etkileşim halinde olan aşamalardır. Çünkü özelleştirme kavramı örnekleri inceleyerek özel durumlar üzerinde durma, genelleme kavramı bu özel durumlardan hareketle daha genel bir sonuca ulaşmayı ifade eder. Benzer şekilde varsayımda bulunma aşaması verilenler arasındaki ilişkiler üzerine yoğunlaşıp tahmin etme anlamına gelirken doğrulama ve ikna etme aşamasıyla yapılan tahmin ve ya kabul edilen hipotezin neden doğru olduğunu ispat etmeyi amaç haline getirir. Tall (2005), bu kavramı farklı bir şekilde ele almıştır. Matematiksel düşünmeyi sembolleştirme, somutlaştırma ve mantığa uygun hale getirme ifadeleriyle açıklamıştır.

Mason, Burton ve Stacey (1985) ise matematiksel düşünmeyi oluşturan kavramları Şekil 2 'deki gibi ifade etmişlerdir:



Şekil 2. Matematiksel düşünmeyi oluşturan kavramlar (Mason vd., 1985).

Mason ve diğerleri (1985), matematiksel düşünme bir sonuç bulma değil süreçle ilgilenme işi olduğunu ifade eder. Karşımıza çıkan problemle özenle uğraşıp anlayarak, bu uğraş esnasında derinlemesine inceleyip düşünerek, deneyimleri kullanarak bir çözüm planı yapmak gibi tüm bireylerin gerçekleştirebileceği bir kavramdır. Bu kavramın gerçekleşebilmesi için öğrencilere öğretmenler tarafından düşüncelerini devam ettirme, detaylı düşünme, düşüncelerini ortaya çıkarıcı etkinliklerde bulunma gibi matematiksel

düşünmeyi destekleyici öğrenme ortamları sağlanmalıdır. Bunun için de öğretmenin matematiksel düşünme aşamalarına hâkim olması gerekir.

Yapılan araştırmalardan ve literatür çalışmasından sonra yapılan bu çalışmada Mason ve diğerleri (2010)' nin belirttiği matematiksel düşünme süreçleri yani özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve doğrulama-ikna etme kavramları ele alınmıştır. Diğer araştırmada yer alan kavramlar ile bu kavramlar örtüştüğü ve daha çok literatür çalışmasında bahsedilen kavramlarla karşılaşıldığı için çalışmada yer alma sebebi olarak açıklanabilir.

2.2.1. Özelleştirme:

Özelleştirme en genel anlamıyla çeşitli örnekleri inceleyip yola çıkarak özel durumlara ulaşma, sonuca ulaşma sürecidir. Problemde yer alan durumları çözmeye çalışırken diğer durumların oluşmasına yardım eder. Öğrencilerin istenilen durumu irdeleyip onun üzerinde yorum yapmasına veya düşünmesine olanak sağlar. Mason ve diğerleri (2010)' ne göre özelleştirme aşaması üç farklı şekilde gerçekleşebilir. Birincisi rastgele örnekleri inceleyip problemin anlaşılmasına yardımcı olur. Diğeri bu düşünceyi sistemli hale getirerek genelleme yapma aşamasına katkıda bulunur. En sonuncusu ise oluşturulan genellemeyi test eder. Buradan da anlaşıldığı üzere genelleme ile arasında etkili bir iletişim vardır. Polya (1957) ise kavramlardan oluşan bir küme olarak düşünülürse bu büyük kümeden daha küçük bir kümeye geçiş ve ya bir kavramdan diğerine geçiş olarak ifade eder. Ayrıca özelleştirmenin problem çözmeye yardımcı olan önemli bir süreç olduğunu belirtir.

Bir örnek üzerinden açıklanmak istenirse;

Örnek: Bir mağaza bir kazağın satış fiyatına ilk olarak %15 indirim yapıp daha sonra %20 arttırmıştır. Son durumda oluşan fiyatta oluşan değişimi bulurken nasıl bir yol izlenebilir?

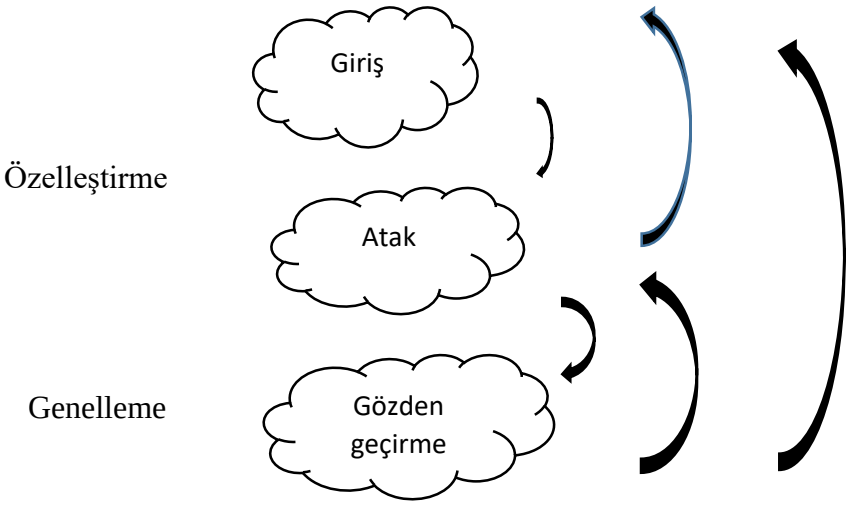
Bu sorunun çözümünde genellikle kolay işlem yapılabilen yani 100, 150 gibi işlemi kolaylaştıran sayılar kabul edilip işlem yapılabilir. Daha sonra hesap makinesi de kullanarak ne kadar doğru olduğu kontrol edilebilir. Buradan hareketle sorunun çözümünün ne olabileceği hakkında fikir edinilebilir. Ayrıca bütün özel durumlar düşünülüp soru anlamlı hale getirilerek bir ilişki kurulur ve sonuca varılır. Böylelikle genellemeye de zemin hazırlanmış olunur. Yani Mason ve diğerleri (1985)'nin de belirttiği gibi özelleştirme süreci "Ne" sorusunu aramaktan ziyade "Niçin" sorusuna odaklanarak soru üzerine yoğunlaşır ve bireylerin soru üzerindeki düşüncelerini ortaya çıkarmaya zorlayarak soruyu daha iyi

anlamalarına buradan hareketle bir iç görü, örüntü oluşturmalarına, sonucun neden doğru olduğunu hakkında fikir edinmelerine yardımcı olur. Özelleştirme süreci ile öğrenciler her bir örnek üzerinde yoğunlaşarak düşüncelerini somutlaştırır. Bir ya da daha fazla örnek verme, benzer veya karşıt örneklerden yola çıkma, soruyu tanımlama, çizme, gösterme, bulma, istenilenleri doğru sonuca vararak sonucu farklı biçimde gösterme, veriler arası ilişki kurma gibi eylemler özelleştirme sürecinde ortaya çıkar (Arslan ve Yıldız, 2010).

2.2.2. Genelleme:

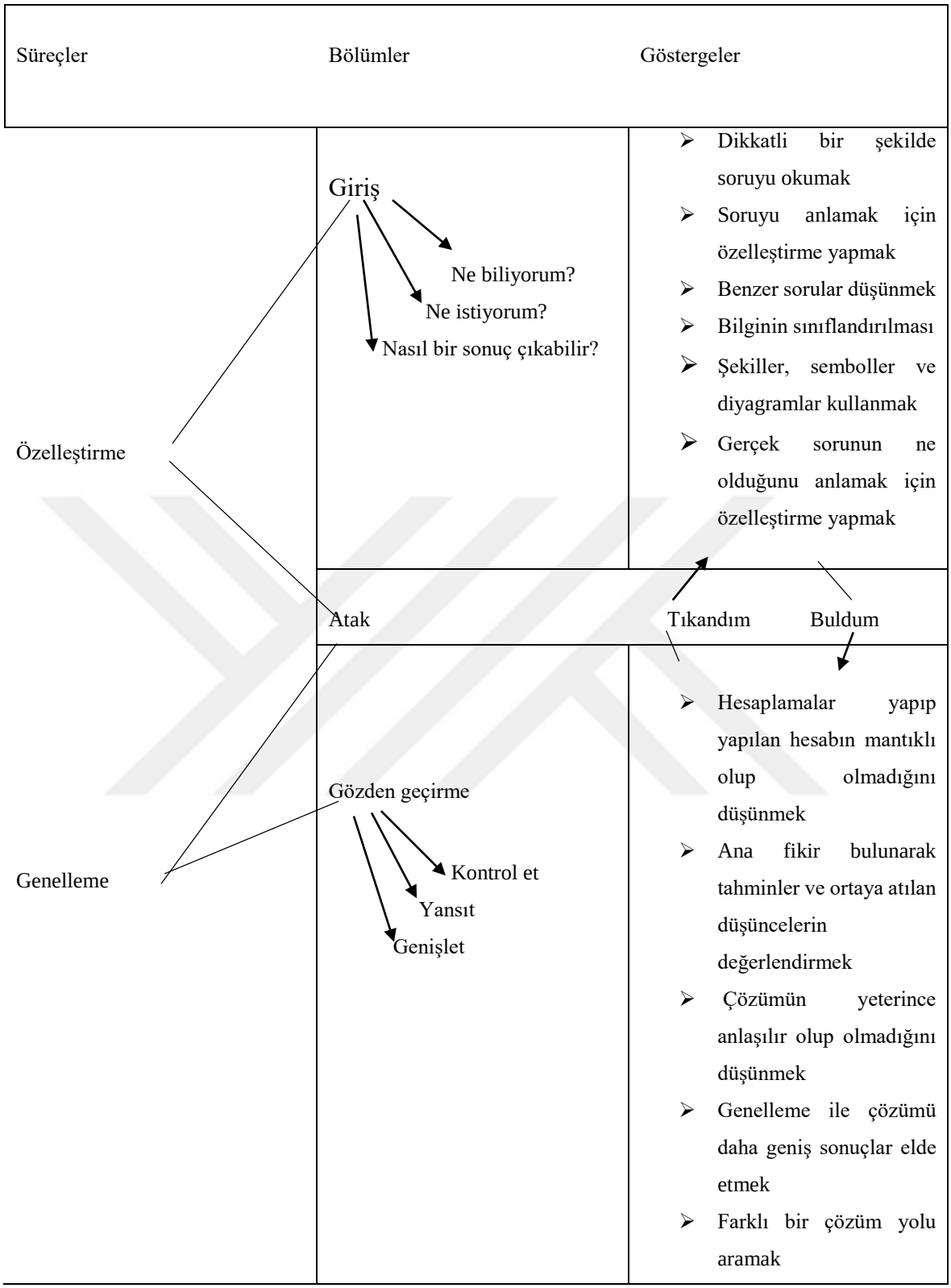
Genelleme süreci, karşılaşılan problemi çözerken veya matematiksel düşünmeyi gerçekleştirirken elde ettikleri verilerden yola çıkarak birkaç örnekten hareket ederek aralarında bir ilişki kurup daha kapsamlı bir şekilde uygulanması hedefiyle yeniden ifade edilmesi durumudur (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Genelleme süreci kişiyi "Doğru olması ihtimali olan şey nedir?", "*Doğru olma sebebi nedir?", "Nerelerde bu şekilde doğru olur yani başka bir formda kullanılabilir mi?"* sorularına cevap arattırarak daha ileri seviyeye götürür. Genelleme süreci matematik dersi için çok önemlidir. Matematiksel teoremler aslında bir ilişkiyi ifade eden bir genellemeyi barındırır. Genelleme sürecinde; karşılaştırma yapma, sıralama, örüntü oluşturma, benzer ve farklı durumları açıklama, iki değişken arasında olan ilişkiyi matematiksel olarak ifade etme, sınıflandırma, ihtimalleri tanımlama yapılır (Arslan ve Yıldız, 2010). Genelleme süreci kolay olmayan bir süreçtir. Çünkü bir problemin çözümü yapılarak aslında başka bir problemin çözümüne zemin hazırlanır. Bu sürecin oluşması için bireylerin açık uçlu sorularla karşılaştırılıp düşünmelerini sağlayacak ortamlar oluşturulmalıdır.

Genelleme ve özelleştirme süreçleri daima birbirleriyle etkileşim içerisindedir. Genelleme ve özelleştirme süreçleri birbirinden ayrı düşünülemez. Aksine birbirini tamamlayan iki kavramdır. Özelleştirme süreci sorunun anlaşılmasına ve genellemeye temel atarak kontrol etmeye yardımcı olur (Mason ve diğerleri, 1985). Her bir özelleştirme süreci aslında genelleme sürecinin oluşmasında katkı sağlar. Genelleme süreci ile de içerisinde var olan özel durumlar irdelenerek gözlemlenir.



Şekil 3. Giriş, atak ve gözden geçirme aşaması (Mason ve diğerleri, 2010).

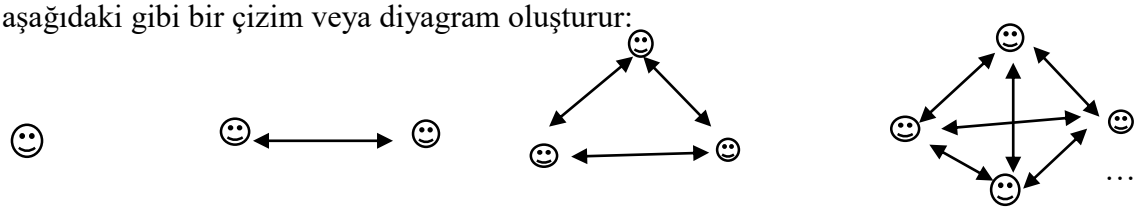
Verilen Şekil 3' te bir problem çözme sürecinde giriş, atak ve gözden geçirme aşamaları yer almaktadır. Aslında bu aşamalar gerçekleşirken perdenin arkasında genelleme ve özelleştirme süreçleri de rol oynar. İlk olarak problem ile karşılaşılıp neyin sorulduğunu anlamaya çalışırken sonrasında nasıl harekete geçileceğine karar verilir. Giriş aşamasında *" Ne istiyorum?", "Ne yapabilirim?"* sorularına yanıt aranırken aslında özelleştirme süreci gerçekleşmiş olur. Soru anlaşılıp çözüm yoluna gidilmeye karar verildiğinde atak aşamasına geçilmiş olur. Bu evrede planlanan çözüm sistemli hale getirilmeye çalışılıp formül haline getirilebilir. Atak evresinde tıkanma ve buldum ifadeleri çokça yer almaktadır. Eğer çözüm devam edemezse tıkanma yaşanır ve giriş aşamasına tekrardan dönüş sağlanır. Eğer çözüm devam ediyorsa buldum eylemi gerçekleşir fakat çözüm bu şekilde bırakılmamalı gözden geçirme aşaması ile tekrar kontrol edilmelidir. Çünkü problemin giriş ve ya çözüm aşamasında gözden kaçan bazı durumlar olabilir. Daha sonra bulunan çözüm genelleme yapılarak başka bir problemin giriş aşamasına da hazırlık yapılmış ve süreç tekrar başlamış olur.



Şekil 4. Özelleştirme ve genelleme süreçleri (Mason ve diğerleri, 2010, s.43).

Genelleme sürecini daha iyi anlaşılması için bir örnek verilecek olursa;

“30 kişinin oluşturduğu bir yılbaşı partisinde ortamda bulunan herkes birbiriyle hediyeleşecektir. Buna göre bu partide kaç tane hediyeleşme gerçekleşmiş olur? ” sorusunda öğrenci ilk olarak bir kişi, iki kişi, üç kişi….hediyeleşirse diye düşünerek özelleştirme yapar ve aşağıdaki gibi bir çizim veya diyagram oluşturur:



1 kişi 2 kişi 3 kişi 4 kişi

Çizim yapılabilir. Daha sonra tablo oluşturarak genelleme sürecine katkı sağlanabilir:

Tablo 2.1. Hediyeleşme probleminde oluşturulan örüntü

Birey sayısı	**Hediyeleşme miktarı**	**İlişki**
1	0	0
2	1	1=1+0
3	3	3=1+2
4	6	4=1+2+3
…	…	….
30	?	30=1+2+3+…+29
…	…	….
K	?	k =1+2+3….+(k-1)=k.(k-1)/2

Problemi temsil eden farklı sayılar kullanıp yani özelleştirme yaparak var olan örüntüyü fark edip sonuca kolaylıkla ulaşılabilir. Bu durum daha da irdelenerek daha geniş bir kümeyi temsil eden k sayısına genellenebilir ve genel kuralı k.(k-1)/2 olarak ifade edilebilir. Yukarıdaki problemde de görüldüğü üzere genelleme ve özelleştirme süreçleri birbirinden ayrı düşünülemez. Buradan iki durum ortaya çıkar:

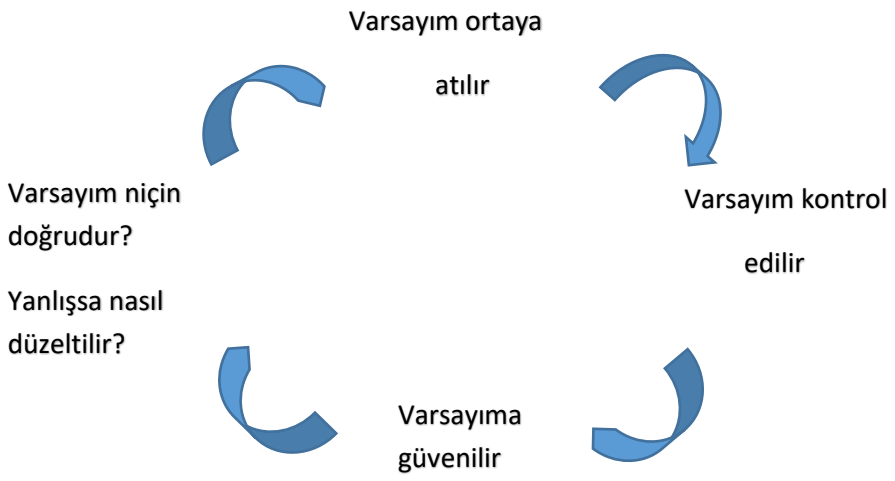
1) Genelde özeli görmek
2) Özelde geneli görmek

Yani genelde özeli görmek derken sadece genel durumlar değil genel durumu oluşturan özel durumlarında farkında olmak anlamına gelir. Özelde geneli görmek ise özel durumlardan yola çıkarak diğer olasılıkları düşünüp genel ifadelere ulaşmak ve var olan durumların farkına varmak anlamındadır (Mason, 2004).

2.2.3. Varsayımda Bulunma

Günlük hayatta fark etmeden çoğu zaman kullandığımız varsayımda bulunma, matematiksel düşünmeye de katkı sağlayan ve matematiksel düşünme için vazgeçilmez olan bir süreçtir. Varsayımın kelime anlamına bakacak olursak; bir durumun mantığa uygun olduğu düşünülür fakat bu durumun aynı zamanda daha kanıtlanmamış olduğunu ifade etmektedir. Varsayımda bulunma ise, bir sonuca varmadan önce gerekli araştırmalar yapılarak, ilgili örnekleri inceleyip bu örnekler arasında ilişkiler kurarak bir yargıya varma süreci olarak ifade edilebilir (Burton, 1984).

Özelleştirme ve genelleme süreçlerinde bilerek ya da bilmeyerek varsayımda bulunma süreci kullanılır. Bu süreç aşamasında matematiksel veya sözel olarak tahminde bulunma, ortaya çıkan matematiksel durumları formül haline getirme, önermelerden bir sonuca varma, bir hipotez kurarak bu hipotezi kanıtlama gibi eylemler söz konusudur (Arslan ve Yıldız, 2010). Bu süreçte ilk olarak doğru olduğuna inanılan varsayıma güvenip yola çıkılarak bu varsayımın neden doğru olduğu kontrol edilir yanlış ise bu yanlışın düzeltilebilme durumuna odaklanılır. Eğer düzeltilemiyorsa varsayımdan vazgeçilir ve yeni bir olasılık ortaya atılarak bu süreç takip edilir. Varsayımda bulunma sürecini Mason vd. (2010) şu şekilde ifade etmişlerdir:



Şekil 5. Varsayımda bulunma süreci (Mason ve diğerleri, 2010, s.59).

2.2.4. Doğrulama ve İkna etme

Doğrulama ve ikna etme süreci ortaya atılarak doğru olduğuna inanılan varsayımın neden doğru olduğunu anlamak için gerçekleştirilen bir eylemdir. (Mason, Burton ve Stacey,

1985). Bu sürecin en önemli yeri ispat etmektir. Birey ispat ederek elde bulunan verilerin doğruluğunu herkese kabul ettirmiş olur. Kişi ispat yaparken üst bilişsel düşünme ve becerilerini ortaya koyar. Bu tür düşünme matematiksel düşünme açısından oldukça önemlidir. Matematiksel düşünme kavramını açıklarken de asıl amacın problemi çözmek değil matematiğin doğasını anlayarak problemi irdeleyip nedenlerini araştırarak öğrenmeyi amaç edindiği vurgulanmıştı. Aynı şekilde ispat yaparken de asıl hedefin problemin çözümü değil problemin nedenini bulmak olduğu belirtilebilir (Hersh, 1993). Bu sebeple ispat süreci matematiğin doğasını anlamaya, matematiksel düşüncenin var olmasına, öğrenilen bilgilerin geliştirilmesinde önemli bir yere sahiptir. Matematiksel ispat üç aşamadan oluşur. İlk olarak savunulan düşüncenin doğru ve ya yanlış olması özel durumlara bakılarak araştırılır. İkinci aşamada ise savunulan düşüncenin niçin doğru veya niçin yanlış olduğuna bakılır. Üçüncü aşamada ise soyutlama yapılarak matematiksel ifadelere yer verilir.

Bir örnek verilecek olur ise;

$$\sum_{k=1}^{n} k^2=1^2+2^2+\ldots n^2=\frac{\mathrm{n.(n+1).(2n+1)}}{6}$$

Olduğunu gösterelim.(D: Doğal sayılar en küçük alt kümesi ve en küçük elemanı 1 olarak kabul edilsin.)

i) 1ϵ D midir?

n=1 için

$$\sum_{k=1}^{n} k^2=1^2=\frac{1.(1+1).(2.1+1)}{6}=1$$ olduğu için 1ϵ D dir.

i) n ϵ D iken

$$\sum_{k=1}^{n} k^2=1^2+2^2+\ldots n^2=\frac{\mathrm{n.(n+1).(2n+1)}}{6} \quad \ldots\ldots\ldots\text{(I)}$$

veriliyor. Şimdi de n yerine n+1 yazalım.

$\sum_{k=1}^{n+1} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2+(n+1)^2 = \frac{(n+1).(n+2).(2n+3)}{6}$ bulunması gerekmektedir.

Şimdi ispat işlemine başlayalım.

$1^2+2^2+\ldots n^2 = \frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}$ verilmişti.

(I) denkleminde her iki tarafa da $(n+1)^2$ ekleyelim.

$$1^2+2^2+\ldots n^2+(n+1)^2 = \frac{n.(n+1).(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$

Eşitliğin sağ tarafında parantez açılımı yapılır ve (n+1) ortak parantezine alınıp çarpanlara ayrılma işlemleri yapılırsa;

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^2 = \frac{(n+1).(2n^2+7n+6)}{6}$$

$\sum_{k=1}^{n+1} k^2 = \frac{(n+1).(n+2).(2n+3)}{6}$ bulunur.

Ve böylece i) ve ii) aksiyomları sağlanır. İspat tamamlanmış olur.

Yukarıdaki verilen örnekte de görüldüğü gibi ilk olarak savunulan ifadenin doğru olup olmadığı özel durumlar kullanarak araştırma yapılır. Daha sonra savunulan düşüncenin doğru veya yanlış olma sebepleri ifade edilir. En son soyutlama yapmak için matematiksel dil kullanılır.

2.3. Geometrik Nesne

Geometri insanlara eleştirebilme, üst düzey düşünebilme, ilişki kurabilme, ifade edebilme, matematiksel düşünebilme becerilerini kazandırır. Matematik öğretim programında yer alan geometri büyük bir öneme sahiptir. Geometri öğrenme alanı dünyada

var olan oluşumları anlamlandırma fırsatı vererek programda önemli bir yer kaplamaktadır. Geometri kazanımları 1. Sınıftan itibaren kazanımlar arasında yer almaktadır. Türk Milli Eğitim sistemi ortaöğretim matematik öğretim programında cebir ve geometri öğrenme alanlarını sırayla % 53 ve %35' ini teşkil ettiğini belirtmiştir (MEB, 2018, s.6). Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programına göre geometri ve ölçme öğrenme alanının içerisinde yer alan geometrinin amaçları; geometrik şekil ve cisimlerin özelliklerini, bu şekil ve cisimlerin aralarındaki ilişkiyi açıklayabilme, bu ilişkiyle elde edilen bilgileri kullanabilme, şekillerde eşlik, benzerlik, öteleme ve yansıma hareketlerini inceleyebilme, geometrik cisimlerin temel elemanlarını belirleyip açınımlarını yapabilme, geometrik araçları kullanabilme olarak ifade etmiştir (MEB, 2018).

Geometrinin temeli şekiller ve cisimler günlük hayatta pek çok yerde karşımıza çıkmaktadır. Örneğin; piramidin yan yüzleri üçgene, bir masanın üst yüzü dikdörtgene veya kareye, dondurma külahı koniye, binaların yapısı kare prizmaya vs. örnekler çoğaltılabilir. İlkokuldan itibaren geometrik şekil ve cisimlerin bütün olarak ele alınıp özelliklerini bir arada öğretmeye, tanıtmaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Geometrik şekil; düz ve eğri çizgilerle oluşturulan kapalı şekildir. Geometrik cisim; belirli geometrik şekillerin birleştirilmesiyle oluşturulan cisimlerdir. Buradan da görüldüğü üzere geometrik şekil ve cisimlerin birbirleriyle tamamlayıcı özelliklere sahip olduğu düşünüldüğünden çalışma "Geometrik Nesneler" adı altında yapılmıştır. Geometrik nesneler içerisinde yer alıp geometri öğretiminin en başından beri önemli yer kaplayarak diğer geometri konularının temelini oluşturan *üçgen* konusu çalışmada soruları oluşturmak üzere seçilmiştir. Çünkü üçgen geometri dünyasını oluşturarak günlük hayata yön veren en önemli geometrik nesnelerden biridir. Üçgen kavramı diğer geometrik nesnelerin alanlarını hesaplamada ve özelliklerini belirtmede yardımcı olur (Fey, 1982). Geometrinin tarihsel gelişimi incelendiğinde Euclid' in Elements adlı kitabında geometrik tanımlar yapılmıştır. Üçgenlerle ilgili hala geçerliliğini koruyan ve günümüzde kullanılan özelliklere değinilmiştir. Bu açıklamalar üçgen konusunun geometri için ne kadar önemli olduğunu göstermektedir. Fakat üçgen konusunun geometri öğrenimi için büyük bir öneme sahip olmasına rağmen öğrenciler üçgenleri öğrenirken güçlük çekmektedirler. Üçgen ile ilgili incelenen araştırmalarda kavram hataları ve öğrencilerin yaşadıkları zorluklar üzerinde durulmaktadır (Azcarate, 1997) . Üçgen konusu diğer geometrik nesneler için ön bilgi niteliğinde olduğundan üçgen konusunda yaşanan zorluklar geometri dersini de etkilemektedir. Ülkemizin katılmış olduğu uluslararası yapılan Uluslar Arası Öğrenci Değerlendirme Programı PISA ve Uluslar Arası

Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması TIMSS sınav sonuçlarına bakıldığında geometri alanında başarının düşük olması bu durumu kanıtlar niteliktedir (Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı-EARGBD, 2003; 2005; 2010; 2011). Bu açıdan bakıldığında geometri başarısının arttırılması için diğer geometrik nesnelerin temelini oluşturan üçgen konusu üzerine çalışmalar yapılmalıdır. Bu çalışmada üçgen konusu matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde matematiksel düşünme süreçlerini incelemek amacı ile yapılan çalışmanın uygulama kısmını oluşturmak için seçilmiştir. Böylelikle öğreticilerin geometrik nesnelerden üçgen üzerine matematiksel düşünmeleri incelenip eksiklikler için çalışmalar yapıldığında öğrencilere büyük katkılar sağlanabileceği düşünülmektedir.

2.4. İlgili Araştırmalar

Bu başlık altında yurt içinde ve yurt dışında matematiksel düşünme ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2.4.1. Yurt İçinde Yapılmış Çalışmalar

Alkan ve Bukova Güzel (2005) yaptıkları çalışmalarda matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini belirlemek asıl amaçtır. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının cinsiyet, üniversite sınav puanı ve mezun olunan okul ile ilişkisinin nasıl olduğu araştırılmak istenmiştir. Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerinin nasıl olduğunu araştırmak amacıyla problemler oluşturarak 64 katılımcıyla çalışma yapılmıştır. Çalışmalar sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel düşünme seviyelerinin düşük olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca cinsiyet ve matematiksel düşünme arasında bir ilişki gözlemlenmemiştir. Üniversite sınav puanı yüksek olan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerileri de birbirlerini destekler niteliktedir.

Yeşildere (2006) yaptığı araştırmada çeşitli matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıfta bulunan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemeyi amaç olarak belirtmiştir. Araştırmada nitel araştırma ve nicel araştırma yönteminin her ikisi de kullanılmıştır. Ayrıca araştırmada farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin kendi düşünceleri çerçevesinde nasıl gerçekleştiğini anlamaya çalışmak amaçlandığı için örnek olay çalışması araştırma metodu olarak kullanılmıştır. 282 öğrenci altı, 254 öğrenci yedi ve 262 öğrenci sekizinci sınıftan olmak üzere toplam 798 öğrenci örneklemi oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel gücü düşük bulunmuştur. Farklı matematiksel güce

sahip öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ile ilgili değerlendirmede ise matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin diğer öğrencilere göre daha çok zorlandıkları saptanmıştır.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) yaptıkları çalışmada sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerini incelemek araştırmanın amacını oluşturmaktadır. Yapılan araştırmada tarama çalışması kullanılarak sekizinci sınıftan yeni mezun olan 262 öğrenci ile çalışma tamamlanmıştır. Araştırmada nicel ve nitel veri çözümleme teknikleri kullanılarak on tane açık uçlu problem öğrencilere sunulmuştur. Elde edilen verilere göre ise problem çözmede, matematiksel akıl yürütmede ve matematiksel bilgiler arasında ilişki kurmada sorun yaşadıkları sonucuna varılmıştır. Bu durumun nedeni olarak ise öğrencilerin verilerden yola çıkarak değil kendi görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, verilerden yola çıkıp bunlar arasında ilişki kurmamaları olarak ifade edilebilir.

Arslan ve Yıldız (2010) nitel araştırma yöntemini kullanarak 11. Sınıfta bulunan 24 lise öğrencisi üzerinde araştırma yapmıştır. Araştırmanın amacı 11. Sınıfta okuyan öğrencilerin özelleştirme, genelleme yapma, varsayımda bulunma ve ispat etme aşamalarının yaşantılarındaki yerini ortaya çıkarmaktır. Çalışma grubu seçilirken amaçlı örnekleme tercih edilerek amaca yönelik daha detaylı sonuçlar elde edilmeye çalışılmıştır. Veriler üç adet çalışma yaprağı ve uygulama esnasında yapılandırılmamış gözlemlerle toplanmıştır. Çalışmanın sonucuna göre matematiksel düşünme aşamalarının bir sonrakine geçildikçe öğrenci başarısının düştüğü görülmüştür. Öğrencilerin özelleştirme aşamasını yapması gereken soruların hemen hemen hepsinin yaptığı fakat ispat aşamasındaki sorularda zorlanıldığı ve büyük zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Karakoca (2011) yaptığı araştırmada altıncı sınıfta yer alan öğrencilerin problem çözerken matematiksel düşünmeyi kullanma düzeyleri ve bu düzeyi öğrenci cinsiyeti, okul öncesi eğitim durumu ve öğrencinin matematik başarısı yönünden farklılık olup olmadığını araştırma amacıyla çalışma yapmıştır. Araştırma verileri toplanırken tabakalı örneklem yöntemiyle seçilen ve 6. Sınıfa giden 1114 öğrenci örneklemi oluşturmuştur. Veri toplanırken rutin ve rutin olmayan problemlerin yer aldığı Cai‘ nin matematiksel düşünme ölçeği Türkçeye çevrilerek uygulanmıştır. Veri analizi yaparken frekans, varyans, standart sapma, aritmetik ortalama ve tek yönlü varyans analizinden faydalanılmıştır. Ayrıca nitel olarak yorumlamak içinde soruları çözerken kullandıkları yöntemler üzerinde durulmuştur. Toplanan verilerden hareketle öğrenciler problem çözerken matematiksel düşünme

düzeylerini cinsiyet etkilememiştir. Okul öncesi ve matematik başarısı olarak belirlenen değişkenlerde ise farklılaşma olduğu ortaya çıkmıştır.

Tataroğlu Taşdan (2012) yaptığı çalışmada matematik öğretmen adaylarının ve öğrencilerin matematiksel düşünme hakkındaki görüşlerini incelemek amaç olarak belirtilmiştir. Dört matematik öğretmen adayı ile yapılan çalışmada beş soruluk yarı yapılandırılmış görüşme formu ile veriler toplanmıştır. Ayrıca ardında grup görüşmesi gerçekleşmiştir. Veriler içerik analizi kullanılarak çözümlenmiş ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini geliştirmek için günlük hayatla ilişkilendirerek problem çözme gibi konularda özen gösterilmesi gerektiği görüşüne varılmıştır

Öztürk ve Akyüz (2013) araştırmalarında öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanılarak oluşturulmuş eğitime katılan öğretmen adaylarının yaptıkları planları incelemeyi amaç olarak belirtmişlerdir. Araştırmada deneysel araştırma desenlerinden tekrarlı ölçümler deseni ile nitel veri toplama yönteminde yer alan karma araştırma deseni kullanılmıştır. 40 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile araştırma gerçekleşmiştir. Uygulama gerçekleşmeden önce ve uygulama gerçekleştikten sonra öğretmen adaylarından üst düzey düşünmelerini sağlayacak bir problem verilerek bir plan yapmaları istenmiştir. Çalışma sonunda uygulama öncesi ve sonrasında öğretmen adaylarının hazırladıkları planlar arasında farklılık olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

Yıldırım (2015) ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri problemlerini çözerken özelleştirme ve genelleme aşamalarını nasıl kullandıklarını araştırmanın amacı olarak belirtmiştir. Çalışmada sekiz öğrenciye beş geometri problemi yöneltilerek araştırma yapılmıştır. Verilerin toplanıp yorumlama aşamasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Veriler klinik görüşme ile toplanmıştır. Araştırmanın sonunda farklı öğrencilerin farklı durumlarında genelleme yapabilme durumlarının değiştiği gözlemlemiştir. Özelleştirme aşamasında yapılması gereken süreci başarılı bir şekilde gerçekleştirip genelleme yapılması gereken genellemeye genel olarak hedeflenen genellemeye ulaşıldığı tespit edilmiştir. Ayrıca yüksek başarı elde edilen öğrencilerle araştırmaya devam edildiğinde birden çok strateji kullanıp değişik şekillerde genelleme yapmaları ile karşılaşılmıştır.

Karslıgil Ergin (2015) yaptığı çalışmada 4, 5 ve 6. Sınıf problemi kurarken ve çözerken başarısını ve bu aşamadaki matematiksel düşünme düzeylerini incelemeyi amaç olarak belirtmiştir. Tarama modelinin esas alındığı bu çalışmada toplam 450 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

Araştırmanın sonuçlarına bakılınca öğrencilerin problem kurma becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı ortaya çıkmıştır. Buna ek olarak öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça problemi çözmek için doğru stratejiyi belirleme ve sonuca ulaşma düzeylerinin artmış olduğu ortaya çıkmıştır.

Göl (2017) 12. sınıf fen lisesinde okuyan öğrencilerin matematiksel düşünmenin aşamaları olan özelleştirme yapma, tahmin etme, ispat etme ve genelleme yapma kavramları açısından inceleme amacıyla çalışmayı yapmıştır. Araştırmada özel durum yöntemi kullanılarak bir fen lisesinde olup 12. Sınıfta yer alan 9 lise öğrencisi oluşturmuştur. Veriler toplanırken araştırmacı tarafından oluşturulan ve 9 sorudan oluşan "Matematiksel düşünme ölçeği" kullanılmıştır. Yanıt odaklı mülakatlara da yer verilmiştir. Veriler toplandıktan sonra betimsel ve içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucuna göre zorluk derecesi arttıkça öğrenciler özelleştirmenin arttığı fakat genelleme yapma ve ispat etme aşamasındaki başarının düştüğü görülmüştür. Açık uçlu sorulardan toplanan verilerden hareketle özelleştirme basamağını kullanma durumu en fazla olmuş, daha sonra bunu genelleme ve tahmin düzeyleri takip etmiştir. İspat etme basamağı en az seviyede kalmıştır.

Kükey (2018) yaptığı araştırmada matematik öğretmenlerinin ve matematik öğretmen adaylarının, ortaokulda okuyan öğrencilerinin matematiksel düşünme yapılarının nasıl olduğunu fark etmeyi amaç olarak belirlemiştir. Bu kapsamda; ortaokul öğrencilerinin kullandıkları matematiksel düşünme stratejisi, öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini fark edebilme düzeyleri, ortaokul matematik öğretmenlerinin ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini fark edebilme düzeyleri, ortaokul matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının bu konudaki farklılıklarını araştırmak alt amaçlar olarak araştırmada karşımıza çıkmaktadır. Yapılan çalışmada nitel bir araştırma tasarlanmış ve çalışma grubu da amaçlı örnekleme yöntemi kapsamında belirlenmiştir. İlk olarak 96 ortaokul öğrencisi, daha sonra bir devlet üniversitede okuyan 1, 2, 3 ve 4. Sınıflarda okuyan 6' şar öğretmen adayı ve 6 ortaokul öğretmeni ile çalışma gerçekleşmiştir. Araştırma sonucuna göre doğrulama ve ikna etme aşamasında öğretmen adaylarının öğretmenlere göre daha aktif olduğu görülmüştür. Varsayımda bulunma ve özelleştirme bileşenin de öğretmen ve öğretmen adaylarının bu stratejileri yeterli düzeyde kullanamadıkları belirlenmiştir.

Yağdıran (2018) yaptığı çalışmada teknoloji ile desteklenen ortamlarda bulunan öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri üzerindeki etkisini ortaya koymayı amaç

olarak belirtmiştir. Bu araştırmayı yürütmek için öğrencilerin hem tablet kullanabileceği hem de matematiksel düşünmeyi ortaya çıkaracak etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Araştırmada nitel araştırma yönteminden durum çalışması araştırma yöntemi kullanılmıştır. 11. Sınıfta yer alan 12 öğrenci ile çalışma gerçekleşmiştir. Veri analizi yaparken içerik analizinden yararlanılmıştır. Analiz sonucuna göre matematiksel düşünme süreçlerinden özelleştirme aşamasında teknoloji kullanırken sorun yaşanmadığı ancak ilerleyen süreçlerde tablet kullanırken zorlanıldığı ortaya çıkmıştır.

Tosun (2019) yaptığı çalışma ile dokuzuncu sınıf öğrencilerinin açıortay konusu hakkında matematiksel düşünme süreçlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Nitel araştırma deseninin içerisinde yer alan durum çalışması ile veriler toplanılmıştır. Araştırma yirmi beş tane dokuzuncu sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Yapılan uygulama sonucuna göre öğrencilerin özelleştirme aşamasından doğrulama ve ikna etme aşamasına doğru gidildikçe başarılarının düştüğü sonucuna varılmıştır. Ayrıca matematik dersinde ispata önem verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Uzun ve Topan (2019), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi amaçlamışlardır. Nitel araştırma olarak yapılan çalışma bir durum çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırma bir devlet üniversitesinde öğrenim gören yedi ilköğretim matematik öğretmen adayı ile gerçekleşmiştir. Açık uçlu soru ile veriler toplanmaya çalışılmış ardından da her bir öğretmen adayı ile mülakat yapılmıştır. Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar Mason, Burton ve Stacey' in ortaya koyduğu matematiksel düşünme süreçlerine göre ele alınarak analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinde eksik yanlarının olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen adaylarının tamamı özelleştirme sürecinde verilen özel durumlarla sınırlı kalmıştır. Çoğu aday genelleme sürecini tamamlamıştır. Bu genellemelerden yararlanarak çoğu varsayımda bulunmuştur. Ancak adaylardan hiçbiri varsayımdan yola çıkarak doğrulama yapamamış ve ispat etme basamağı başarısız olmuştur.

Tüzün ve Cihangir (2020) yaptıkları çalışmada 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları ile matematik öz yeterlik düzeyleri arasında bir ilişki olup olmadığı araştırmanın amacı olduğunu belirtilmişlerdir. Araştırma nicel araştırma yönteminin ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Sonuç olarak ortaokul öğrencilerinin matematik dersine ait dönem sonu ortalaması ile matematik öz yeterlikleri ve matematiksel

düşünme aşamaları arasında pozitif yönlü orta düzeyde bir ilişki olduğu saptanmıştır. Ayrıca matematik öz yeterlik ve matematiksel düşünme aşamaları arasında istatiksel yönden anlamlı bir farklılık olduğu ortaya çıkmıştır.

Gürtaş (2021), araştırmada kullandığı nitel ve nicel araştırma yöntemi ile 7. Sınıflar üzerinde rasyonel sayılarla ilgili matematiksel düşünme süreçlerini ve problem çözme becerilerini incelemiştir. Araştırma Bingöl' de bulunan 7 farklı okuldan oluşturulan 241 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere MEB' in hazırladığı beceri temelli testlerden 12 tane yöneltilmiş, nicel ve nitel analizi yapılmıştır. Çalışmada öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ve problem çözme becerilerinin düşük düzeyde olduğu sonucuna varılmıştır.

İğdeli (2023), matematiksel düşünme becerilerini matematiksel modelleme bağlamı adı altında incelemiştir. Nitel araştırma ile yapılan çalışma bir devlet üniversitesinde yer alan 165 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Matematiksel düşünme becerilerini içeren test geliştirilerek öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Araştırma sonunda ispat aşamasında soruları diğer bileşenlerde yer alan sorulara göre daha az cevaplandırdıkları görülmüştür.

Günümüze kadar olan öğrencilerle yapılan yerel çalışmalarda genellikle özelleştirme aşamasının kolaylıkla yapıldığı fakat doğrulama ve ikna etme sürecine doğru başarının azaldığı görülmüştür. Öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda matematiksel düşünme seviyeleri düşük çıkmıştır. Öğretmen adayları ve öğretmenlerle yapılan çalışmalarda ise öğretmenlere göre öğretmen adaylarının doğrulama ve ikna etme sürecinin daha başarılı olduğu saptanmıştır. Bu incelemeler sonucunda öğretmen adaylarıyla belirlenen konuda matematiksel düşünme süreçleri üzerinde çalışma yapmaya gerek duyulmuştur.

2.4.2. Yurt Dışında Yapılmış Çalışmalar

Sasman, Linchevski, Olivier ve Lienberg (1998) yaptıkları çalışmada öğrencilerin cebirsel genelleme gerektiren problemleri hangi yolla çözüm yaptıklarını ve bu çözüm için yapılan genellemelerin doğruluğu hakkında ulaşılan sonucu incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaca ulaşmak için yedinci sınıfa giden on öğrenci ile çalışma yapılmıştır. İlk aşamada öğrencilere iki tane genelleme sorusu yöneltilip veriler hem kağıt kalem ile bulunan sonuçlar hem de sözel olarak düşünme aşamaları video ile kayıt altına alınarak toplanmıştır. İkinci aşamada ise öğrencilere çeşitli çözüme olanak sağlayan sekiz adet genelleme sorusu daha yöneltilmiş ve buldukları sonucu detaylı bir şekilde açıklamaları beklenmiştir. Fakat yapılan çalışma neticesinde öğrencilerin büyük kısmı verilenleri doğrulanması gereken bir soru

olarak düşünmedikleri, genelleme yapılmasını gerektiren bir veri olduğunu fark etmedikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Cai (2000) 6. Sınıf öğrencilerinin problem çözerken ortaya koydukları matematiksel düşünme ve sorgulama düzeylerini incelemek amacıyla bu çalışmayı yapmıştır. Çalışmada Amerika ve Çin'de öğrenim gören 6. Sınıf öğrencilerine altışar tane açık uçlu ve açık uçlu olmayan soru tarzları yöneltilmiştir. Nitel yöntem kullanılarak yapılan analize göre Çinli öğrencilerin genelleme yapma becerisinin Amerikalı öğrencilere göre daha ileri seviyede olduğu ortaya çıkmıştır. Açık uçlu olmayan sorularda Çinli öğrencilerin ABD 'li öğrencilere göre daha ileri seviyede çözdükleri ortaya çıkmıştır. Açık uçlu olan sorularda ise ABD 'li öğrencilerin daha ileri seviyede olduğu görülmüştür.

Mubark (2005) 11. Sınıf öğrencilerinin matematik başarısını ve matematiksel düşünme süreçlerini incelemeyi araştırmanın amacı olarak ortaya koymuştur. Matematiksel düşünme süreçleri ve matematiksel başarı arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışmada hem nitel hem de nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca cinsiyet ve okulun bulunduğu yeri matematiksel düşünme ve matematik başarısı açısından ele almıştır. İki test uygulanarak gerçekleştirilen veri toplama işlemi yirmi okulda bulunan beş yüz civarındaki öğrenci üzerinde uygulanmıştır. Ayrıca dört öğrenci ile odak grup görüşmesi ve on üç öğretmenle de görüşme yapılmıştır. Bu çalışmada genelleme, ispat etme, tümevarım, tümden gelim, mantıksal düşünme ve semboller olarak altı matematiksel düşünme bileşenleri üzerinde durulmuştur. Analiz sonucuna göre matematiksel düşünme bileşenler arasındaki ilişki anlamlı çıkmıştır.

Lane (2005) matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeyle ilgili düşüncelerini ve problem çözme aşamasında stratejileri nasıl uyguladıklarını araştırmak amacıyla bu çalışmayı yapmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeyle ilgili oluşturduğu tanımlar, ders esnasında yapılan gözlemler, yaptıkları çalışmalardan yola çıkarak veriler toplanmış ve bu verilerin analizi sonucunda da öğretmen adaylarının Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (NCTM) 'ye uygun olmayan tanımlar ifade ettikleri belirlenmiştir.

Ma 'Moon (2005) yaptığı araştırmada matematiksel düşüncenin önemli bölümlerini tanımlamayı amaç haline getirmiştir. Ayrıca matematiksel düşünme ve matematik dersindeki başarı arasındaki durumu ortaya koymaya çalışmıştır. Matematiksel düşünme ve matematik başarısı arasında bulunan ilişkiye yerleşim bölgesi ve cinsiyetin etkisini ortaya

çıkarmakta araştırma içerisinde yer alan bir bölümdür. Analiz için 20 farklı okuldan veriler geliştirilen iki farklı ölçme aracı ile toplanmış, dört grup öğrenci ile de odak grup görüşmesi yapılmıştır. Matematiksel düşünme; genelleme, tümdengelim, tümevarım, ispat, sembol kullanma ve mantıksal düşünme olarak altı farklı boyutta açıklanmıştır. Sonuç olarak matematiksel düşünmenin üç aşamasında kız öğrenciler erkek öğrencilere göre daha başarılı sonuçlar ortaya çıkarmıştır. Şehir etrafından katılan öğrenciler, kırsal ve şehirde yaşayan öğrenciye göre 6 tane matematiksel düşünme tanımlarının 4' ünde daha etkili olduğu görülmüştür. Matematiksel düşünmede ispat etme ve genelleme en önemli bölüm olup ardından sembol kullanma ve mantıksal düşünme takip edip en son da tümevarım ile tümden gelimin yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Hughes (2006) öğrencilerin matematiksel olarak bir düşünme süreci üzerinde durarak dikkat edilmesi gereken noktaları ele almıştır. Bu çalışmada analiz kısmını tamamlamak için ilk olarak on tane matematik öğretmen adayı üzerinde çalışma yapılmıştır. Matematik öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planları ve değerlendirmeleri matematiksel düşünme açısından incelenerek bu analiz kısmına katkı sağlanmıştır. Araştırma sonucuna göre matematik öğretmen adaylarının dersin öncesi ve dersin sonrasında hazırlamış oldukları ders planlarınn matematiksel düşünmeye katkıda bulunduğu ortaya çıkmıştır.

Aljaberi (2014) yaptığı araştırmada ilkokul öğretmen adaylarının matematiğe karşı geliştirdikleri tutumlarını, matematiksel düşünme aşamalarını ve bu aşamalarla matematiksel tutumları arasındaki ilişkiyi incelemeyi bu çalışmanın amacı olarak belirtmiştir. Matematiksel Düşünme Testi ve Matematik Tutum Envanteri kullanılarak seksen kız öğrenci öğrenciye uygulanan çalışmada sonuç olarak analiz kısmında matematiksel tutum ve düşünceleri arasında pozitif ilişki olduğu belirlenmiştir.

Oluşturulan çalışmalardan yola çıkacak olunursa genelde matematiksel düşünmede yer alan çalışmalar, tanımlar ve ya bu çalışmaların içerdiği etkinliklerin birbirleriyle oluşturduğu durumları araştırmak amacıyla birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmaların çoğunda genellikle nitel araştırma nicele göre daha çok yer almaktadır. Nitel araştırmada gözlem yapma, açık uçlu sorular sorma, görüşme yaparak veri toplama genelde kullanılmıştır. Ayrıca çalışmaların çoğu ilkokul, ortaokul öğrencileri ile gerçekleştirilirken öğretmen adayları ve öğretmenler üzerinde de araştırma yapıldığı görülmüştür. Öğretmen

adayları üzerinde bu çalışma yapılarak araştırmaların arttırılmasına katkıda bulunulacağı düşünülmektedir.

BÖLÜM III: YÖNTEM

Yapılan araştırmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, çalışma grubu ve veri toplama araçları, verilerin toplanma süreci, verilerin analizi ile ilgili bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli:

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeylerinin belirlenmesi amacıyla bu yapılan çalışmada öğretmen adaylarının zihinsel süreçleri ile ilgilenilmiş, verileri toplayıp yorumlarken nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada, matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerine matematiksel düşünme süreçlerini araştırmaya yönelik görüşlerinin derinlemesine ve detaylı şekilde incelenmesine dair olduğu içinde nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çünkü yürütülen çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel düşünme aşamasındaki zihinsel aktivitelerini ortaya koymayı hedef aldığından nicel araştırmanın yetersiz kalacağı düşünülmüştür. Bunun için detaylı araştırmaya yardımcı olan nitel araştırma tekniklerinden faydalanılmasının daha makul olacağı sonucuna varılmıştır.

Nitel araştırma yöntemi, gözlem yapma, doküman analizi, görüşme gibi veri toplama araçlarının kullanıldığı, olayların var oldukları ortamlarda bütün bir şekilde ortaya konmasını hedefleyen çalışmalardır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Yapılan çalışma matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerine matematiksel düşünme süreçlerini olduğu şekliyle incelemeyi amaç haline getirdiğinden bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Nitel durum çalışmalarında en belirgin özellik bir ya da birkaç durumun derinlemesine araştırılmasıdır. Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin araştırılmasında görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama araçlarının kullanıldığı böylelikle ortaya çıkan durumların doğal ortamlarında incelenerek kapsamlı ve gerçekçi şekilde ele alınmasına yönelik bir süreç izlendiği ifade edilmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçleri araştırılırken; doküman analizi ve görüşme gibi yöntemler kullanılarak olaylar doğal ortamlarında incelenmiş ve bütüncül bir şekilde nitel araştırma süreci uygulanmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırma, ulaşılan bilgilerin tüm durumlara yorumlamak gibi genelleme amacı içermeyen çalışmalardır. Nitel araştırmalarda seçilen durum derinlemesine incelenir. Bu

sebepten dolayı durumları en iyi yansıtacak örneklem seçmek önemlidir. Amaçlı örnekleme ile seçilen katılımcılar derinlemesine araştırma yapmak için imkân sağlar. Amaçlı örneklemenin çeşitli türleri yer almaktadır. Bunlardan biri ölçüt örneklemedir. Ölçüt örnekleme ile önceden belirlenmiş veri grubu ile durumlar çalışılarak detaylı inceleme yapılır. Bahsedilen ölçütler araştırmacı tarafından belirlenir. Bu araştırmada karar verilen ölçütler; araştırmanın ilk aşamasında yer alıp uygulamada kullanılan dört soru olarak belirlenmiştir.

Araştırmaya İstanbul' da bir devlet üniversitesinde yer alan 1. sınıf ile ortak dersleri olup aynı sınıfta yer alan 3. Ve 4. sınıf matematik öğretmen adayları katılmıştır. 3. ve 4. Sınıfta öğrenim gören öğretmen adayları Analitik Geometri, Dönüşüm Geometrisi, Geometri ve Ölçme Öğretimi, Geometri Öğretimi derslerini almış olup 1. Sınıf öğretmen adayları bu sayılan dersleri lisans eğitiminin ilk yılında oldukları için daha almamışlardır. Ayrıca 2. Sınıf öğretmen adaylarının birinci sınıftan sonra bir geçiş aşamasında olduğu ve birinci sınıflarla benzer sonuçlar elde edileceği düşünüldüğünden bu çalışmaya dâhil edilmemiştir Araştırma öncesinde çalışma grubu belirlenirken gönüllülük esası dikkate alınarak bu gruba çalışmanın yapılma amacı ve neler yapılacağı detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adayları sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 3.1. Çalışmaya katılan ortaöğretim matematik öğretmen adayları sayısı ve bulunduğu sınıfa göre dağılımı

Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü					
Kod	**Sınıf**	**Kod**	**Sınıf**	**Kod**	**Sınıf**
OÖ1	1	OÖ24	1	OÖ47	4
OÖ2	1	OÖ25	1	OÖ48	4
OÖ3	1	OÖ26	1	OÖ49	4
OÖ4	1	OÖ27	3	OÖ50	4
OÖ5	1	OÖ28	3	OÖ51	4
OÖ6	1	OÖ29	3	OÖ52	4
OÖ7	1	OÖ30	3	OÖ53	4
OÖ8	1	OÖ31	3	OÖ54	4
OÖ9	1	OÖ32	3	OÖ55	4
OÖ10	1	OÖ33	3	OÖ56	4
OÖ11	1	OÖ34	3	OÖ57	4
OÖ12	1	OÖ35	3	OÖ58	4
OÖ13	1	OÖ36	3	OÖ59	4
OÖ14	1	OÖ37	3	OÖ60	4
OÖ15	1	OÖ38	3	OÖ61	4
OÖ16	1	OÖ39	3	OÖ62	4

OÖ17	1	OÖ40	3	OÖ63	4
OÖ18	1	OÖ41	3	OÖ64	4
OÖ19	1	OÖ42	3	OÖ65	4
OÖ20	1	OÖ43	3	OÖ66	4
OÖ21	1	OÖ44	3	OÖ67	4
OÖ22	1	OÖ45	3	OÖ68	4
OÖ23	1	OÖ46	4	OÖ69	4

Tablo 3.2. Çalışmaya katılan ilköğretim matematik öğretmen adayları sayısı ve bulunduğu sınıfa göre dağılımı

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü					
Kod	**Sınıf**	**Kod**	**Sınıf**	**Kod**	**Sınıf**
İÖ1	1	İÖ38	1	İÖ75	3
İÖ2	1	İÖ39	1	İÖ76	3
İÖ3	1	İÖ40	1	İÖ77	3
İÖ4	1	İÖ41	1	İÖ78	3
İÖ5	1	İÖ42	1	İÖ79	3
İÖ6	1	İÖ43	1	İÖ80	3
İÖ7	1	İÖ44	1	İÖ81	3
İÖ8	1	İÖ45	1	İÖ82	3
İÖ9	1	İÖ46	1	İÖ83	3
İÖ10	1	İÖ47	1	İÖ84	3
İÖ11	1	İÖ48	1	İÖ85	3
İÖ12	1	İÖ49	1	İÖ86	3
İÖ13	1	İÖ50	1	İÖ87	3
İÖ14	1	İÖ51	1	İÖ88	3
İÖ15	1	İÖ52	1	İÖ89	3
İÖ16	1	İÖ53	1	İÖ90	3
İÖ17	1	İÖ54	1	İÖ91	3
İÖ18	1	İÖ55	1	İÖ92	3
İÖ19	1	İÖ56	1	İÖ93	3
İÖ20	1	İÖ57	1	İÖ94	3
İÖ21	1	İÖ58	1	İÖ95	3
İÖ22	1	İÖ59	1	İÖ96	3
İÖ23	1	İÖ60	1	İÖ97	3
İÖ24	1	İÖ61	1	İÖ98	3
İÖ25	1	İÖ62	1	İÖ99	3
İÖ26	1	İÖ63	1	İÖ100	3
İÖ27	1	İÖ64	1	İÖ101	3
İÖ28	1	İÖ65	3	İÖ102	3
İÖ29	1	İÖ66	3	İÖ103	3
İÖ30	1	İÖ67	3	İÖ104	3

İÖ31	1	İÖ68	3	İÖ105	3
İÖ32	1	İÖ69	3	İÖ106	4
İÖ33	1	İÖ70	3	İÖ107	4
İÖ34	1	İÖ71	3	İÖ108	4
İÖ35	1	İÖ72	3	İÖ109	4
İÖ36	1	İÖ73	3	İÖ110	4
İÖ37	1	İÖ74	3	İÖ111	4

3.3. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırma yaparken veriler; görüşme, gözlem, doküman analizi ile toplanarak süreç, veri, çevre olarak üç adet elde edilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). İlk olarak veriler toplanırken geometrik nesnelerden "üçgenler" konusundaki matematiksel düşünme düzeylerinin hangi aşamada olduğunu belirlemek için araştırmacı tarafından hazırlanmış olan 4 sorudan oluşan beceri testi ile çalışma yapılmıştır. Doküman, çalışma yapılması planlanan durum ya da durumlarla alakalı yazılı kaynaklar olup veri toplamayı sağlayan bilgiler olarak karşımıza çıkar (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Sorulara yönelik detaylı çözümler yazılı doküman adı altında incelenmiştir. Bunun yanında uygulamadan sonra beceri testi incelenmiş, ilk uygulamada başarısı yüksek olup zengin veri içeriğine sahip olduğu düşünülen 8 öğretmen adayına araştırmacı tarafından hazırlanan her bir matematiksel süreçten bir tane olmak üzere 4 soru yönlendirilerek yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Görüşme esnasında araştırmacının gözlem esnasında tuttuğu notları da birer veri kaynağı olarak değerlendirilip araştırmaya katkı sağlamıştır.

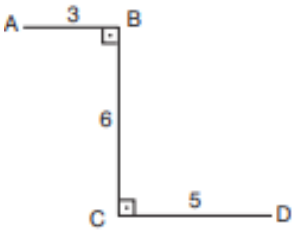
3.3.1 Matematiksel düşünme sorularının geliştirilmesi:

Çalışmada uygulanacak olan matematiksel düşünme soruları kaynak taraması yapıldıktan sonra matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini yansıtacak şekilde ortaya konulmuştur. Matematiksel düşünmede yer alan doğrulama ve ikna etme, genelleme, özelleştirme ve varsayımda bulunma düzeylerini kapsamasına dikkat edilerek sorular seçilmiştir.

3.3.1.1. Birinci Soru

İlk soru matematiksel düşünme düzeylerinden "özelleştirme" bileşenine aittir. Bu soruda öğretmen adaylarının verilen değerleri hangi kritere göre değerlendirme yaptıkları ve

hangi özel durumlarda kullandıklarını görmek amaçlanmıştır. Genel olan durumları özel durumlara indirgemeleri istenmiştir. Bu amaçla hazırlanan soru şu şekildedir:

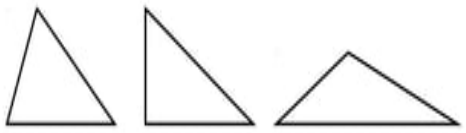


Yanda verilen şekilde |AB|=3 cm, |BC|=6 cm ve |CD|=5 cm olarak verilmiştir. Buna göre A noktası ile D noktası arasındaki uzaklığın kaç cm olduğunu bulunuz. Cevabınızı ayrıntılı şekilde yazınız.

Verilen soruda öğretmen adaylarından öncelikle A ile D noktası arasındaki uzaklık kavramıyla oluşturulan dik üçgen arasındaki ilişkiyi görmeleri istenmektedir. Daha sonra bu ilişkiden yola çıkarak oluşturulan dik üçgende kullanılan pisagor bağıntısından hareketle ulaşılacak olan bir tek sonucun ne olduğunu bulmaları amaçlanmıştır. Ayrıca sonuca ulaşırken yapılan işlemleri matematiksel olarak detaylı bir şekilde açıklamaları istenmiştir.

3.3.1.2. İkinci Soru

Bu soru matematiksel düşünme düzeylerinin "genelleme" aşamasına ait olarak öğretmen adaylarına yöneltilmiştir. Soruda verilenleri kullanarak ilk aşamada kuralın ne olduğunu bulmaları amaçlanmaktadır. Daha sonra bulunan kurala bağlı olarak genel bir sonuca ulaşıp bunu matematiksel olarak ifade etmeleri hedeflenmiştir. Bu durumda hazırlanan soru aşağıdaki gibidir:

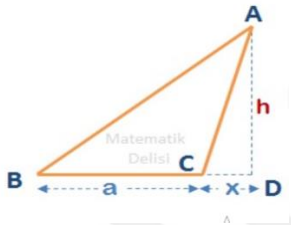


Yanda verilen dar, dik ve geniş açılı üçgenlerin her bir köşesinden karşı kenarına ya da kenar uzantısına indirilen dikmelerin kesişim noktaları hakkında nasıl bir genelleme yapabilirsiniz?

İkinci soruda öğretmen adaylarının dar, dik ve geniş açıların her bir kenarına ya da kenar uzantısına indirilen dikmelerin nasıl olduğunu ve buradan hareketle kesişim noktaları ile ilgili bu üç üçgen için bir genel yargıya ulaşmaları beklenmiştir. Bu genel bir kurala ulaşırken matematiksel açıklamaları doğru bir şekilde kullanmaları beklenmiştir.

3.3.1.3. Üçüncü Soru

Üçüncü soru ise matematiksel düşünmenin "doğrulama ve ikna etme" düzeyi olarak yöneltilmiştir. Bu süreçte verilenlerden yola çıkarak istenene ulaşmak amacıyla nasıl bir yol izleyebileceklerini bulmaları daha sonra karar verdikleri çözüm yolunun ne kadar doğru olduğunu belirtmeleri beklenmektedir. Daha sonra ifade edilen durumun neden doğru olduğunu mantıklı bir şekilde ortaya koymaları istenmektedir. İkna etme aşamasının gerçekleşmesi için de ifade edilen durumun matematiksel olarak ortaya konulması bu sürecin son aşamasıdır. Bu doğrultuda yöneltilen soru aşağıda verilmiştir:



Bir dik üçgenin alanının "İki dik kenarın uzunluklarının çarpımının yarısıdır." bilgisinden yola çıkarak;
Yanda verilen yüksekliğin taban uzantısıyla kesiştiği bir üçgen düşünülürse alanının $\frac{a.h}{2}$ olduğunu gerekçelerini yazarak doğrulayınız.

Verilen soruda öğrencilerin belirlemiş oldukları yöntemleri kanıtlayıp bu yöntemleri ne derece benimsediklerini görmek amaçlanmıştır. Şeklin alanını bulmaya yönelik kullandıkları yöntemin neden tercih edildiği ve bu yöntemin kullanım durumunu matematiksel kurallar ile açıklayıp ortaya koymaları beklenmektedir.

3.3.1.4. Dördüncü Soru

Son soru matematiksel düşünme düzeylerinin "varsayımda bulunma" aşamasına ait olup öğretmen adaylarına sunulmuştur. Problemin çözümünü yaparken şartları sağlayan bütün ihtimalleri bulup, bunları matematiksel olarak nasıl ifade edip açıklayacaklarını detaylı bir şekilde belirtmeleri bu düzeyin esas amacıdır. Ayrıca bir sorunun birden fazla cevabının olabileceğini hedefleyen problem aşağıda verilmiştir:

60 cm
……..40 cm
……30 cm
……20 cm
……..10 cm

Yanda verilen beş çubuktan üç tanesi seçilip uç uca eklenerek bir üçgen elde edilecektir. Hangi üçgenlerin oluşabileceğini bulunuz ve cevabınızı ayrıntılı şekilde yazınız. (Çubukların kalınlıkları ihmal ediliyor.)

Soruda öncelikle öğretmen adaylarından üçgen oluştururken kenarlar arasındaki ilişkiyi görmeleri beklenmektedir. Buna bağlı olarak hangi çubukları kullanılabileceğini belirlemeleri istenmektedir. Hangi kabulleri belirleyip bunları nasıl kullandıklarını açıklanması amaçlanmıştır. Sonuç olarak bütün olasılıkları düşünüp bu olasılıkları matematiksel bir şekilde ayrıntılı olarak açıklanması amaçlanmıştır.

3.3.2. Görüşme

Görüşme sözel bir iletişim aracı olarak belirtilebilir. İki kişi arasında yapılarak gerçekleştirilen bu eylem bireylerin düşüncelerini, deneyimlerini, bilgilerini doğrudan ulaşmasına yardım eder. Görüşme sürecinde veriler öğrenci cevapları ve gözlemcinin aldığı notlar ile toplanmıştır. Bu şekilde yapılan görüşmeler bireylerin düşüncelerine, bilgilerine ve deneyimlerine doğrudan ulaşılabilmesine yardımcı olur (Patton, 2002). Görüşme türleri yapılandırılmış, yapılandırılmamış, yarı yapılandırılmış, etnografik ve odak grup görüşmesi olarak belirtilmiştir (Büyüköztürk vd., 2012). Yapılan yarı yapılandırılmış görüşme ile matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde matematiksel düşünme süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.

Görüşme esnasında 8 öğrenciye *"Bu şekilde çözmeyi tercih etme sebebin neydi?, Başka türlü çözüm şekli var mıdır?* " ve ek olarak görüşme için hazırlanmış olan matematiksel düşünme süreçlerini içeren 4 soru sorulmuştur. Öğretmen adaylarının ilişki kurup matematiksel düşüncelerini ortaya koymaları amacıyla bu sorulara karar verilmiştir.

3.3.3. Gözlem

Gözlem, veri toplama esnasında amaç olarak belirtilen duruma doğrudan ve ya bir nesne yardımı ile izleyerek yapılan bilgi toplama işlevidir. Çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan gözlem esnasında dikkat çeken olaylar, katılımcıların ifade ettikleri düşünceler amaca uygun olarak not alınarak araştırmaya katkı sağlamıştır.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırma verileri 2023-2024 yılı güz dönemine ait olup öğretmen adaylarının uygun olduğu zamanda her öğrenciye hazırlanmış olan beceri testi dağıtılarak veri toplama süreci gerçekleşmiştir. Öğretmen adaylarına çalışmanın yapılma nedeni ve süreç hakkında bilgilendirme yapılıp cevapların doğru ve ya yanlış olduğundan ziyade verilen cevapların kullanılma sebeplerinin araştırma açısından daha önemli olduğu açıklanmıştır. Hazırlanan soruların uygulanmasından önce uzmanlardan alınan görüşlerden yola çıkarak oluşturulan

beceri testinin son hali her öğrenciye hazır olarak dağıtılmıştır. Sorular 180 öğretmen adayı tarafından cevaplandırılmıştır.

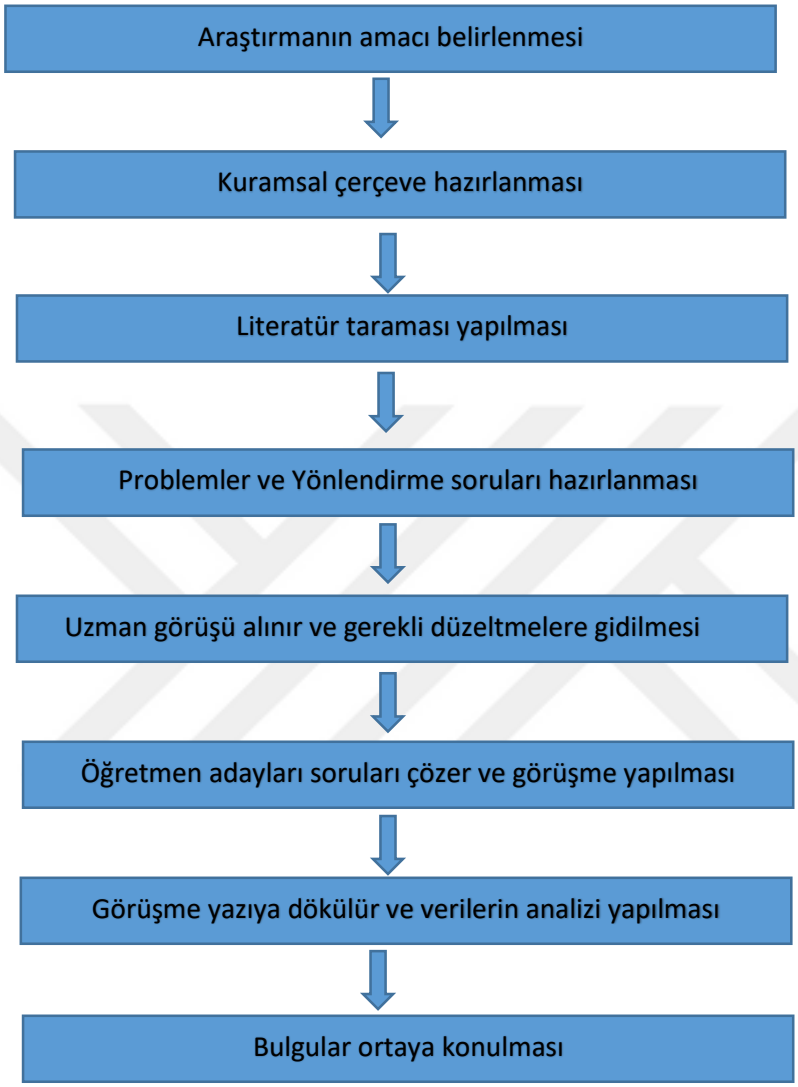
Öğretmen adayları ile yapılan 40 dakikalık çalışmada 4 soruyu cevaplamaları istenmiş uygulama esnasında notlar alınarak süreç izlenerek adaylarında not almaları sağlanmıştır. Hazırlanan beceri testinin 1. sorusu özelleştirme adı altında incelenmiştir. Genelleme adı altında sorulan soru 2. sorudur. Varsayımda bulunma aşamasında 4. soru sorulmuştur. Son olarak doğrulama ve ikna etme aşamasına ait olan 3. soru olarak incelenmiştir.

Daha sonra 8 Öğretmen adayı ile görüşme yapılmıştır. Görüşmeler sırası ile İÖ12, İÖ60, İÖ77, İÖ81, OÖ5, OÖ19, OÖ47 ve OÖ55 ile yapılmış ve görüşme esnasında öğrencilerin sesli düşünmeleri istenerek problemi neden bu şekilde çözdükleri ayrıntılı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerle görüşme süreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.3. Öğretmen adayları ile yapılan görüşme süreleri

Görüşme Sırası	Kodlama	Sınıf Düzeyi	Görüşme Süresi
1	İÖ12	1.Sınıf	24 dakika 44 saniye
2	İÖ60	1.Sınıf	21 dakika 35 saniye
3	İÖ77	3.Sınıf	25 dakika 47 saniye
4	İÖ81	3.Sınıf	22 dakika 32 saniye
5	OÖ5	1.Sınıf	29 dakika 23 saniye
6	OÖ19	1.Sınıf	19 dakika 49 saniye
7	OÖ47	4. Sınıf	48 dakika 52 saniye
8	OÖ55	4.Sınıf	19 dakika 32 saniye

Ayrıca çalışmada araştırmanın amacı dikkate alınarak süreç esnasında yapılanlarla ilgili genel bir şekil aşağıda belirtilmiştir:



Şekil 6. Araştırma Süreci

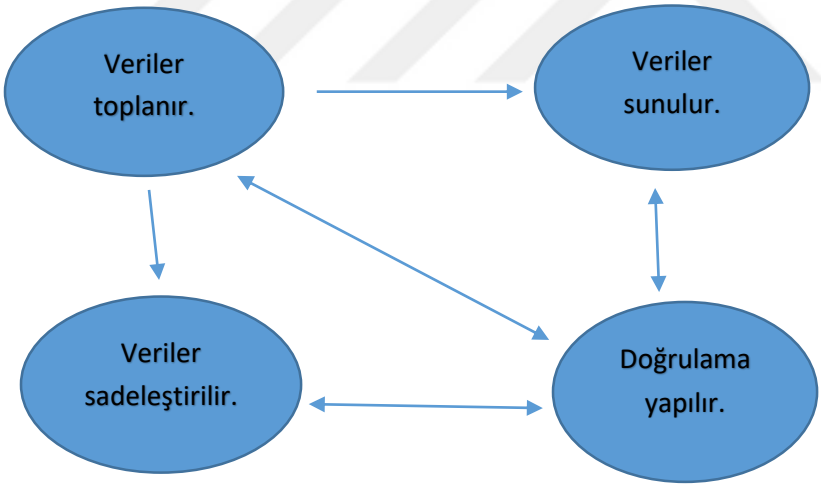
Şekil 6' da görüldüğü üzere ilk olarak süreç amaca bağlı olarak literatür taraması yapılarak başlangıç yapılmıştır. Daha sonra literatür taraması neticesinde problemler hazırlanıp uzman görüşü alınarak gerekli düzeltmelere gidilip asıl sorular oluşturulmuştur. Uygulama kısmına geçilip matematik öğretmen adayları ile çalışmalar yapıldıktan sonra elde edilen verilerin analiziyle yazım işlemi gerçekleşmiş ve süreç tamamlanmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılarak derinlemesine ve ayrıntılı incelemeye olanak tanınmıştır. Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerine matematiksel düşünme süreçlerini incelemek amacıyla yapılan bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analizin hedefinde araştırılmış konuyu analiz ederek okuyucuya yorumlayıp hazır hale getirmek vardır. Bu sebeple toplanan veriler ilk olarak açık bir şekilde betimlenerek sistemli hale getirilir.

Betimsel analiz yaparken dört aşamadan yararlanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). İlk olarak verilerin hangi temalar altında oluşturulacağına karar vermek için bir çerçeve oluşturulur. İkinci aşamada toplanan veriler oluşturulan çerçeveye göre düzenlenip tanımlama amacıyla bir araya toplanır. Önemli olanlar anlamlandırılır, önemli olmayanlar göz ardı edilebilir. Doğrudan alıntılardan yararlanılabilir. Üçüncü aşamada toplanan veriler anlaşılacak düzeyde tanımlanır. Son aşamada ise tanımlanan veriler ilişki kurularak açıklanıp anlamlandırılır.

Verilerin toplanıp analiz edilme sürecini temsil eden şekil aşağıda verilmiştir:



Şekil 7. Verilerin analiz süreci (Miles ve Huberman, 1994).

"Üçgenler" konusu üzerinde hazırlanan sorular matematik öğretmen adaylarına uygulanıp görüşmede elde edilen verilerin dökümü yapıldıktan sonra Mason ve diğerleri (2010) 'in ifade ettiği matematiksel düşünme aşamaları adı altında betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz kısmı tamamlanmıştır.

3.6. Geçerlilik ve Güvenilirlik

Nitel araştırmada araştırma yapılan evren değiştiği ve düzenli bir şekilde olmadığı için toplanan verilerle genelleme yapılamaz. Evren her araştırma için tektir. Nitel araştırma kavramı nicel araştırmanın içeriğinden farklı olduğu için geçerlik ve güvenilirlik kavramları açıklanırken başka kriterlerden yararlanılır. Nitel araştırmada geçerlik için inandırıcılık ve aktarılabilirlik kriterleri kullanılırken güvenilirlik için teyit edilebilirlik ve tutarlılık kavramları kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Tutarlılık ile ilgili yorum yaparken yapılan çalışmanın kurallara uygun şekilde olup olmadığı, kullanılan yöntemin uygunluğu hakkında ifadelere yer verilebilir. Bu çalışma nitel araştırma yöntemine uygun halde hazırlanmıştır. İlk olarak problem belirlenip kavramsal çerçeve oluşturularak alt problemlere yer verilmiştir. Uygulamada kullanılacak olan veri toplama aracı amaca ve kurallara uygun halde hazırlanıp 3 alan uzmanına sunulmuştur. Birbirinden habersiz ve bağımsız olan uzmanların veri toplama aracında belirttiği görüşlerin içsel tutarlılığını veren Miles & Huberman' ın (1994)formülü kullanılmştır.

Güvenirlik= Görüş Birliği: [Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı]

Hesaplama sonunda bu uyumun %87,5 olduğu görülmüştür. Güvenilirlik hesaplamalarının % 70' in üzerinde çıkması, bir araştırmanın güvenilir olması için yeterli görülmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Bu aşamalardan dolayı araştırmanın güvenilir olduğu söylenebilir.

Teyit edilebilirlik kelimesi araştırmanın gerçeği yansıtması anlamına gelmektedir. Araştırmada araştırmacı süreci etkilemeyeceği için nesnellikten söz edilerek çalışmanın ortaya konulduğu söylenebilir. Teyit edilebilirliğin sağlanabilmesi için elde edilen verilerin saklanması gerekir. Yapılan bu çalışmada toplanan veriler matematiksel düşünmenin basamaklarına bağlı kalınarak analiz edilmiş ve ayrıca analiz kısmında doğrudan alıntıya yer verilerek süreç devam etmiştir. Bu özellikleri sağladığından teyit edilebilir olduğundan bahsedilebilir.

Araştırmacı nitel araştırma sürecinde elde ettiği verileri detaylı, tutarlı bir şekilde ve her bir sonucu nedenleriyle birlikte açıklayarak inandırıcılık kavramını büyük ölçüde sağlamış olur. Yapılan çalışmada süreçler ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Ayrıca inandırıcılığı sağlamak için zengin verilerden yararlanılmalıdır. Bu araştırmada veriler doküman incelenip, görüşme ve gözlem yapılarak çeşitlilik sağlanmıştır. Ayrıca araştırmacı

inanırlığı sağlamak için tarafsız olarak ve önyargıdan kendini soyutlayarak çalışmalarını tamamlamalıdır. Bu çalışmada da veriler tarafsız bir şekilde değerlendirilmiştir. İç geçerliğin sağlanması için araştırmacı elde ettiği bulguları tutarlı bir şekilde ortaya koyar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu yüzden çalışmada araştırmacı eleştirel bir şekilde süreci tamamlamıştır.

Transfer edilebilirlik diğer adıyla aktarılabilirlik elde edilen durumların genellenebilirliğini ifade eder. Yapılan çalışma ortaya konulan durumu derinlemesine incelemeyi araştırmanın yöntemi olarak seçtiğinden genellenebilir olma durumu zayıftır. Bu sebepten dolayı nicel olmayan çalışmalarda elde edilen sonuçlar bütün ayrıntılarıyla ortaya konulup benzer ortamlar ile kıyaslanıp uyarlanması sağlanarak bu kavramın oluşması sağlanır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2012). Yapılan araştırmada da çalışmada kullanılan yöntem, çalışma grubunun özellikleri, verilerin toplanma ve analiz edilme aşamasını olmak üzere her bir süreç ayrıntılı bir şekilde ortaya konulmuştur.

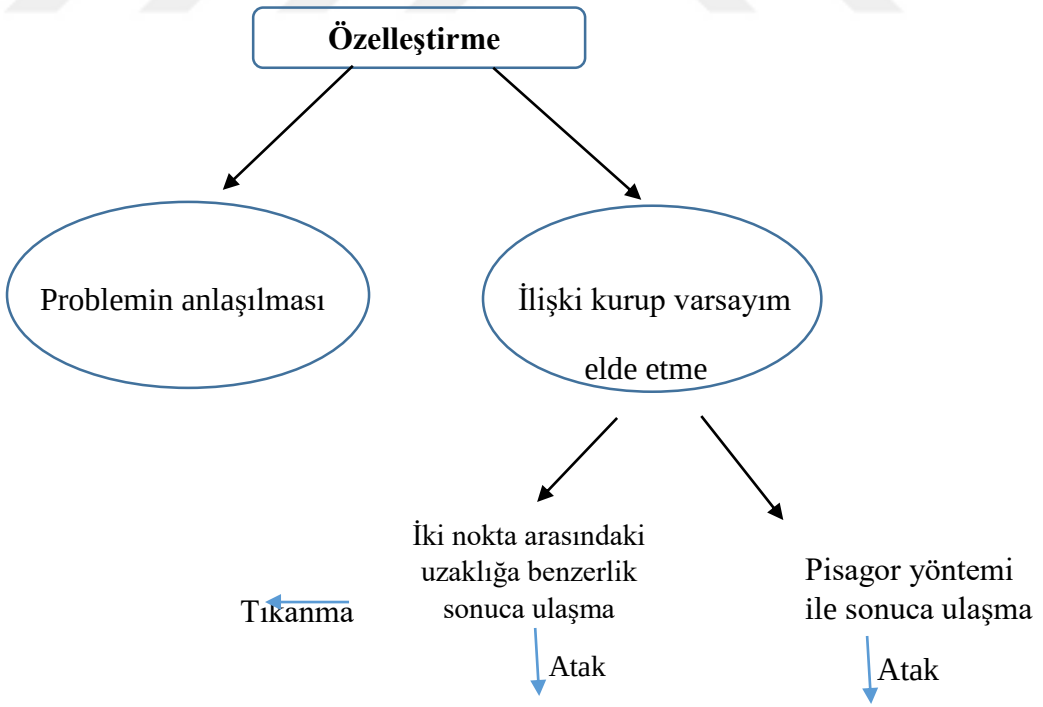
BÖLÜM IV. BULGULAR

Bu bölümde çalışmada yer alan problemin doğrultusunda birden fazla veri toplama araçları kullanılarak elde edilen verilerin analizinden sonra meydana gelen yorum ve bulgular ele alınmıştır. Bulgular, geometrik nesneler üzerine matematiksel düşünme süreçlerinin matematik öğretmen adaylarına uygulanan sorular ve görüşme ile elde edilerek her problem için ayrı ayrı sunularak analiz edilmiştir.

4.1. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Özelleştirme Süreçlerine Ait Bulgular

Matematik öğretmen adaylarına ilk önce "Özelleştirme" adı kapsamında soru yöneltilerek öğretmen adaylarının ayrıntılara dikkat edip genel ifadeleri ele alarak özel durumlarda yorum yapıp problemi çözmeleri beklenmiştir. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının bu soru ve ekstradan yöneltilecek görüşme soruları arasında yer alan özelleştirme sorusuna verdikleri cevaplar hakkındaki düşüncelerine yer verilmiştir.

Öğretmen adayları tarafından cevaplanan uygulama soruları incelendikten sonra çözüme ulaşmak için kullanmış oldukları stratejiler Şekil 8' de verilmiştir.



Şekil 8. Çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait özelleştirme aşaması.

Şekil 8’ de görüldüğü gibi özelleştirme aşamasında öğretmen adayları soruyu cevaplamak için ilk olarak problemi anlamalıdır. Daha sonra verilenler arasında ilişki kurup özel durumları düşünerek çözüm yolu seçildiği Şekil 8’ de ifade edilmiştir. İki farklı çözüm yolu ile atak geçirilerek doğru sonuca ulaşılacak veya işlem hatası yapılırsa adaylar tıkanma yaşayarak istenilen sonuca ulaşamayacaktır.

4.1.1 Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

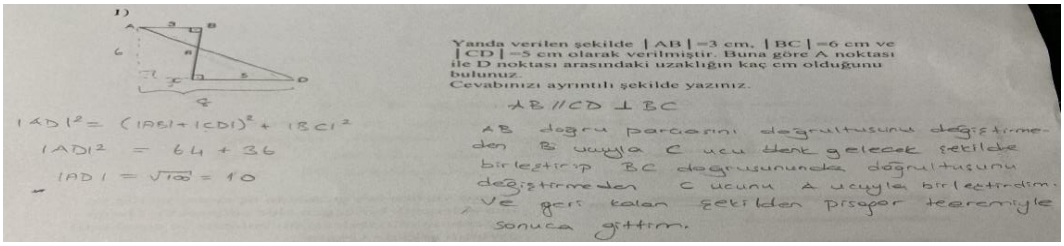
Matematik öğretmen adaylarının birinci soruya ait cevaplar özelleştirme basamağı adı altında incelendiğinde Tablo 4.1 ‘deki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.1. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

Çözüme ulaşma	**Frekans**
Yanlış çözüm	1
Pisagor bağıntısı kullanarak çözüme ulaşma	88
Benzerlik yöntemi ile çözüme ulaşma	1
Toplam	90

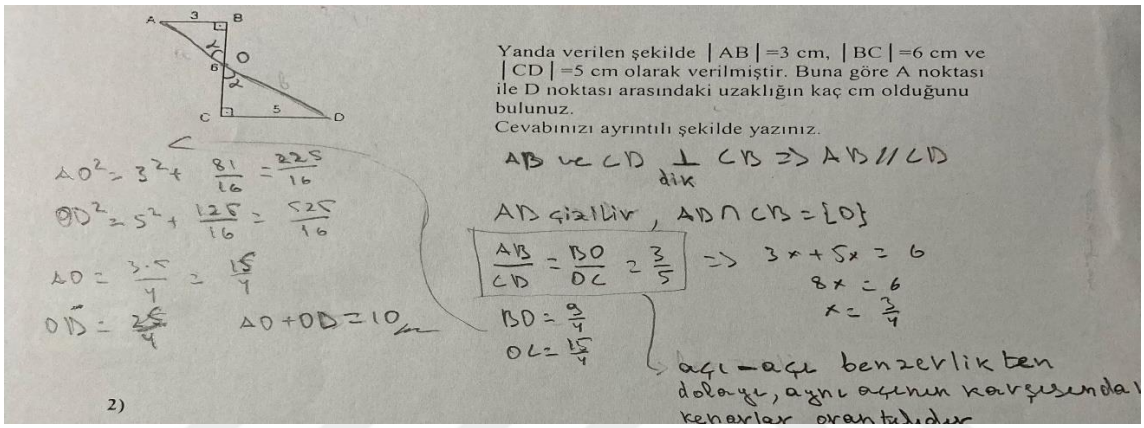
Tablo 4. 1. incelendiğinde birinci sınıf öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu problemi doğru olarak çözmüştür. Yanlış olarak çözüme ulaşan öğretmen adayı soruyu yanlış anlamış ve istenilen sonuca ulaşamamıştır. Problemin tek bir çözümünün olması başka durumların çıkmamasını sağlamıştır.

Pisagor yöntemi kullanarak sonuca ulaşan öğretmen adayına ait bir örnek aşağıda verilmiştir. Şekil 9 ‘daki gibi öğretmen adaylarının büyük kısmı Pisagor teoremini kullanarak alışılmış bir çözüme ulaşmıştır.



Şekil 9. OÖ5' nin özelleştirme aşamasındaki soru çözümü.

Aynı zamanda bazı öğretmen adayları çoğunlukta olmasa da benzerlik yöntemini kullanarak cevaba ulaşmıştır. Buna ait bir örnek Şekil 10' da verilmiştir.



Şekil 10. OÖ12'nin birinci soruya ait çözümü.

Ayrıca birinci sınıfta bulunan öğretmen adaylarının hepsi verilen problemi anlamış ve belli stratejilerle sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bunun nedeni olarak üniversite hazırlık sürecinde özelleştirme süreci gerektiren sorularla çok sık karşılaşmış olmaları gösterilebilir.

4.1.2 Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

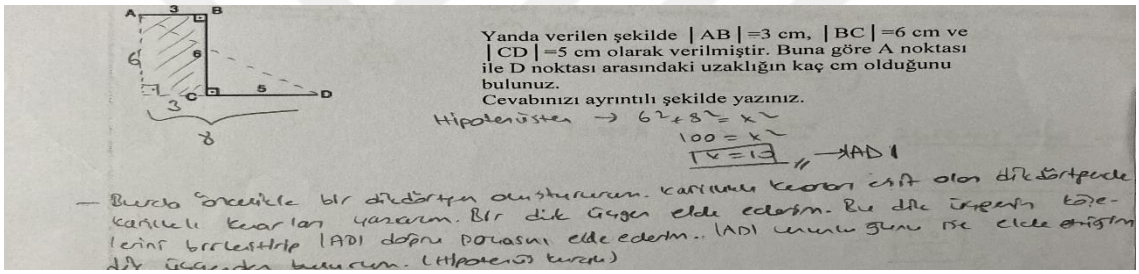
Üçüncü ve dördüncü sınıfta yer alan öğretmen adaylarının birinci soruya ait cevaplar özelleştirme basamağı adı altında incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 4.2. Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

Çözüme ulaşma	**Frekans**

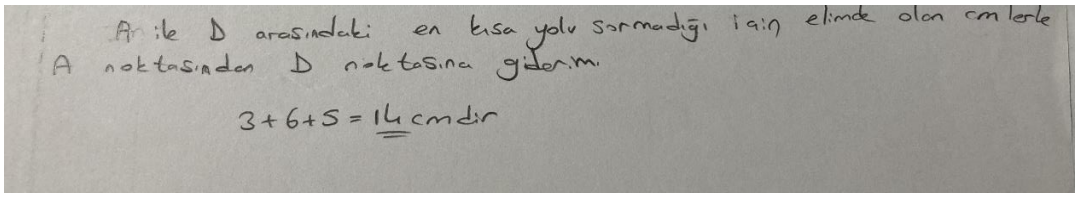
Yanlış çözüm	6
Pisagor bağıntısı kullanarak çözüme ulaşma	83
Benzerlik yöntemi ile çözüme ulaşma	1
Toplam	90

Verilen tablo incelendiğinde üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu problemi doğru olarak çözmüştür. Yanlış olarak çözüme ulaşan öğretmen adayı soruyu yanlış anlamış bu yüzden de istenilen sonuca ulaşamamıştır. Doğru sonuca ulaşan bir öğretmen adayının cevabı aşağıdaki şekilde verilmiştir:



Şekil 11. İÖ86'nın birinci soruya ait çözümü.

Şekil 11'de görüldüğü gibi öğretmen adayı özel bir durum olan Pisagor teoremini kullanarak sonuca ulaşmıştır. Aynı zamanda çözüm yaparken benzerlik kullanılarak çözüme ulaşan öğretmen adayı da vardır. Bazı öğretmen adayları ise soruyu farklı anlayarak tıkanma yaşamış ve istenen sonuca ulaşamamıştır. Bunun bir örneği Şekil 12' de verilmiştir.



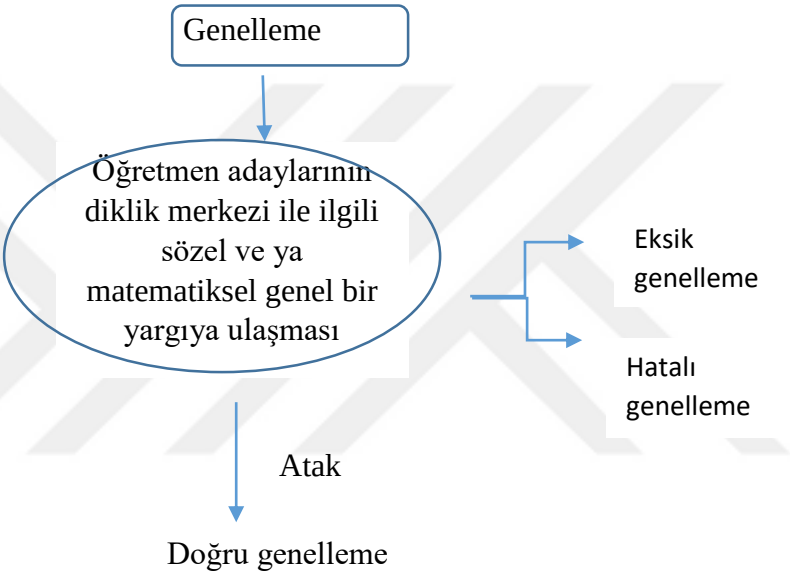
Şekil 12. İÖ78'in özelleştirme sorusuna ait cevabı.

İÖ78' in verdiği cevap doğrultusunda bu şekilde cevap veren öğretmen adaylarının konuyu tam kavrayamadığı ve bu yüzden özelleştirme sürecini gerçekleştiremediği söylenebilir.

4.2. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Genelleme Süreçlerine Ait Bulgular

Öğretmen adaylarına sorulan ikinci soru genelleme bileşeni kapsamında değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmen adaylarından bir kural elde ederek belirledikleri kural doğrultusunda sonucu açıklamaları beklenmektedir. Bu durumda verilenlerden yola çıkarak belli bir düzen oluşturmaları beklenmektedir.

Öğretmen adayları tarafından cevaplanan uygulama soruları incelendikten sonra çözüme ulaşmak için kullanmış oldukları stratejiler Şekil 13' te verilmiştir.



Şekil 13**.** Çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait genelleme aşaması.

Şekil 13'ten de anlaşılacağı üzere öğretmen adayları problemi anladıktan sonra sözel veya matematiksel bir yargıya ulaşarak genelleme yapma sürecini gerçekleştirmeye çalışmışlardır. Fakat bazı öğretmen adaylarının eksik veya hatalı genelleme yaparak tıkanma yaşayıp istenen cevaba ulaşamamıştır.

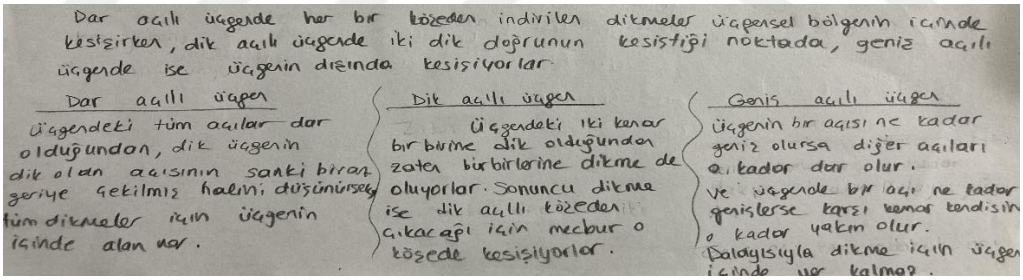
4.2.1 Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

Matematik öğretmen adaylarının ikinci soruya ait cevaplar genelleme basamağı adı altında incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 4.3. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

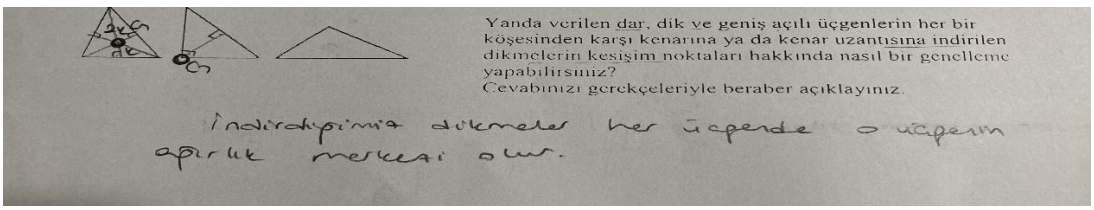
Cevap Analizi	**Frekans**
Hatalı Genelleme	26
Eksik Genelleme	53
Doğru Genelleme	11
Toplam	90

Tablo 4.3. incelendiğinde birinci sınıf öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun eksik ya da hatalı genelleme yapıp doğru genellemeye ulaşamadıkları görülmüştür. Burada öğretmen adaylarının lisans eğitiminin başlarında olmaları nedeniyle gerekli dersleri daha görmediklerinden böyle bir sonucun ortaya çıkmasında bu durumun etkili olduğu söylenebilir. Eksik genellemeye ile istenilen sonuca ulaşamayan birinci sınıf öğretmen adayının cevabı da aşağıda verilmiştir:



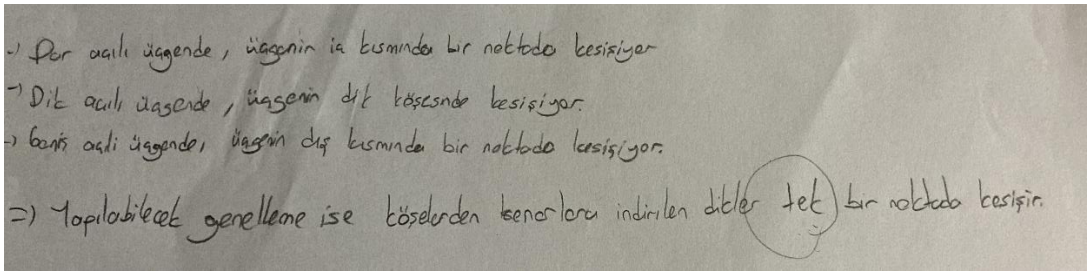
Şekil 14. İÖ7' nin genelleme aşamasındaki çözümü.

Şekil 14' te görüldüğü gibi öğretmen adayı dar, dik ve geniş açılı üçgenlerin kenarlara ait yüksekliklerini doğru açıklamış fakat üçgenlerin ortak yönlerini fark edemeyerek tıkanma yaşayıp genellemeyi tamamlayamamıştır.



Şekil 15. İÖ58' in genelleme aşamasındaki çözümü.

Şekil 15'te görüldüğü gibi öğretmen adayı ağırlık merkezi ile diklik merkezi bilgisini karıştırmış ve hatalı genelleme yapmıştır. Şekil 16' da ise öğretmen adayı tam olarak genelleme yaparak ortak bir durumdan bahsetmiş ve istenilen sonuca ulaşmıştır.



Şekil 16. İÖ10' nin genelleme aşamasındaki çözümü.

Şekil 16'da görüldüğü üzere öğretmen adayı ilişkiyi doğru kurup genel bir yargıya vararak sözel ifade etmiş ve istenilen sonuca ulaşmıştır. Bunun sebebi olarak öğretmen adayının tam olarak konuyu kavradığı ve doğru bir şekilde ilişki kurarak bir üst düşünme sürecine geçebildiği söylenebilir.

4.2.2 Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

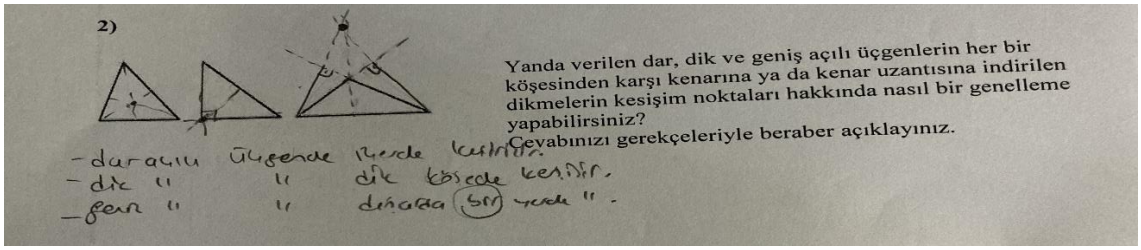
Matematik öğretmen adaylarının ikinci soruya ait cevaplar genelleme basamağı adı altında incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 4.4. Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

Cevap Analizi	**Frekans**
Hatalı Genelleme	33
Eksik Genelleme	30
Doğru Genelleme	27
Toplam	90

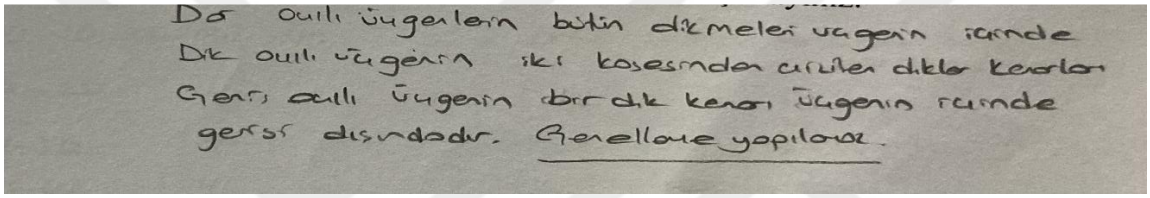
Tablo 4.4. incelendiğinde üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu birinci sınıfta yer alan öğretmen adaylarından daha fazla sayıda genellemeye ulaşmış fakat yine de bu sınıflardaki adayların çoğu genelleme yapamamıştır. Bunun sebebi

olarak öğretmen adaylarının ezbere bilgiye sahip olup düşüncelerini bir üst seviyeye taşıyamamaları olarak belirtilebilir.



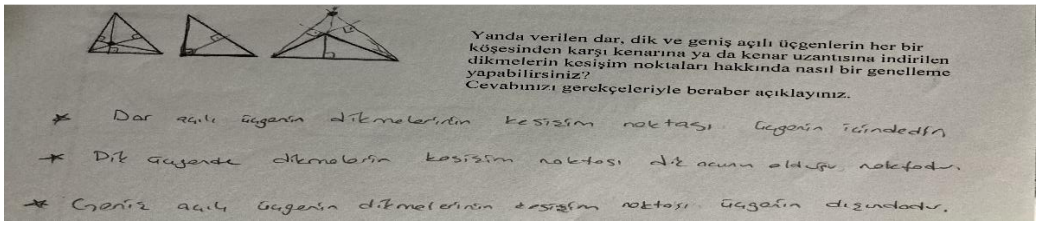
Şekil 17. İÖ86' nin genelleme aşamasındaki çözümü.

Şekil 17' de öğretmen adayı üçgenlerden yola çıkarak üçünü de kapsayacak şekilde açıklama yaparak doğru genelleme yapmıştır.



Şekil 18. İÖ84' nin genelleme aşamasındaki çözümü.

Şekil 18' de öğretmen adayı kenarlara veya kenar uzantısına indirilen dikmelerin merkezlerini doğru hatırlamış fakat ortak bir yönü olmadığı kanaatine vararak hatalı genelleme yapmıştır. Şekil 19' da bulunan açıklamada da öğretmen adayı yine bilgileri hatırlamış fakat ortak yönlerini belirtmeyerek eksik genelleme yapmıştır. Burada öğretmen adayının özelleştirme aşamasında kalarak ilişki kuramayıp genelleme aşamasına geçemediği anlaşılmaktadır.

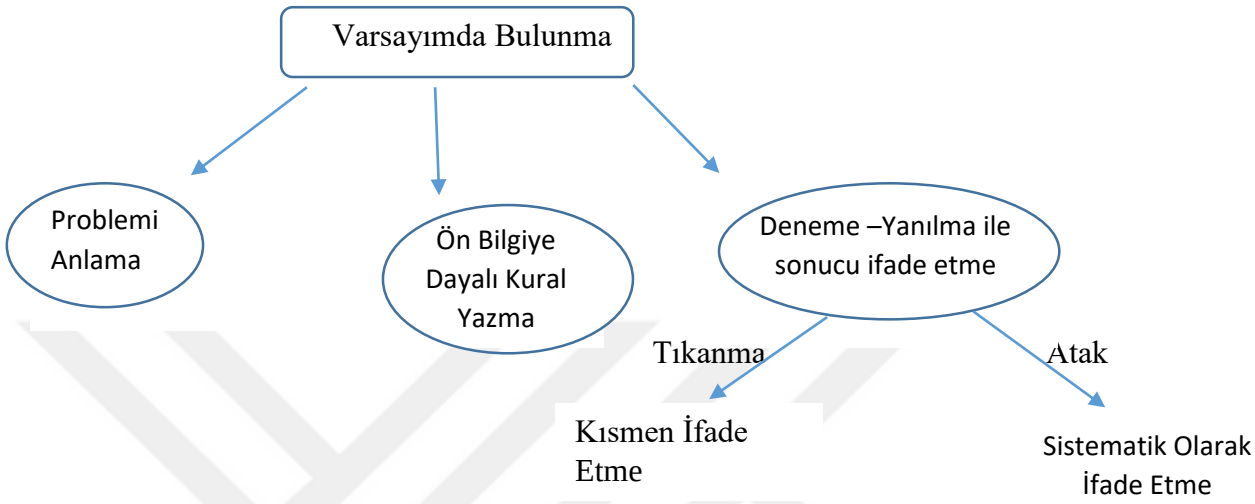


Şekil 19. OÖ37' nin genelleme aşamasındaki çözümü.

4.3.Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Varsayımda Bulunma Süreçlerine Ait Bulgular

Öğretmen adaylarına yöneltilen dördüncü soru varsayımda bulunma düzeyi olarak değerlendirilmiştir. Varsayımda bulunma düzeyinde problemin çözümü

yapılırken şartları sağlayan her bir olasılık bulunup, bunları matematiksel olarak ne şekilde ifade edip açıklayacaklarını detaylı olarak belirtmeleri bu düzeyin asıl amacını oluşturmaktadır. Öğretmen adayları tarafından cevaplanan uygulama soruları incelendikten sonra çözüme ulaşmak için kullanmış oldukları stratejiler Şekil 20' de verilmiştir.



Şekil 20**.** Çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait varsayımda bulunma aşaması.

Şekil 20' ten görüldüğü üzere öğretmen adayları problemi anlayarak ön bilgilerini hatırlayıp çözüm için gerekli kuralı yazacaktır. Öğretmen adayı verilen soru üzerinde deneme yanılma ile sistemli bir şekilde önbilgisine ait kuralı kullanıp işlem yaparsa atak geçirip sorunun çözümüne ulaşacaktır. Sistematik olarak değil de rastgele bir çözüm yolu seçerse tıkanma yaşayıp istenilen sonuçların tamamına ulaşamayıp esas sonucu bulamayacaktır.

4.3.1. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

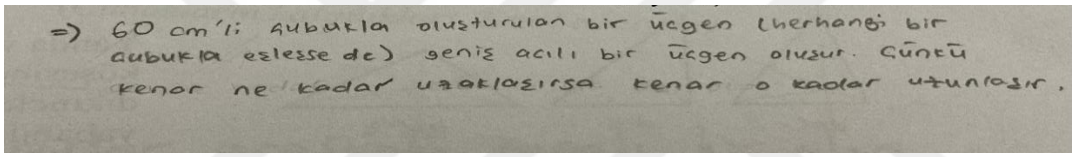
Matematik öğretmen adaylarının dördüncü soruya ait cevaplar varsayımda bulunma basamağı adı altında incelendiğinde Tablo 4.5 'te belirtilen sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.5. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

Cevap Analizi	**Frekans**

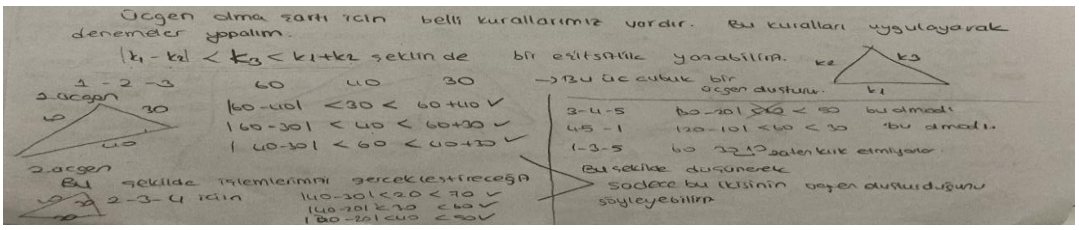
Sistematik olarak cevabı ifade etme	62
Kısmen ifade etme	12
İfade edememe	16
Toplam	90

Tablo 4.5' den hareketle öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu sorunun çözümünü atak geçirerek sistematik olarak gerçekleştirmiş, bir kısmı da sistematik ilerlemedikleri için tıkanma yaşayıp tam çözüme ulaşamamışlardır. Ayrıca istenilenden farklı düşünüp ve ya ön bilgilere dayalı kuralı doğru yazamayıp sorunun cevabını bulamayan öğretmen adayları da mevcuttur. Aşağıda bu duruma örnek olacak bir öğretmen adayının cevabı Şekil 21' de verilmiştir:



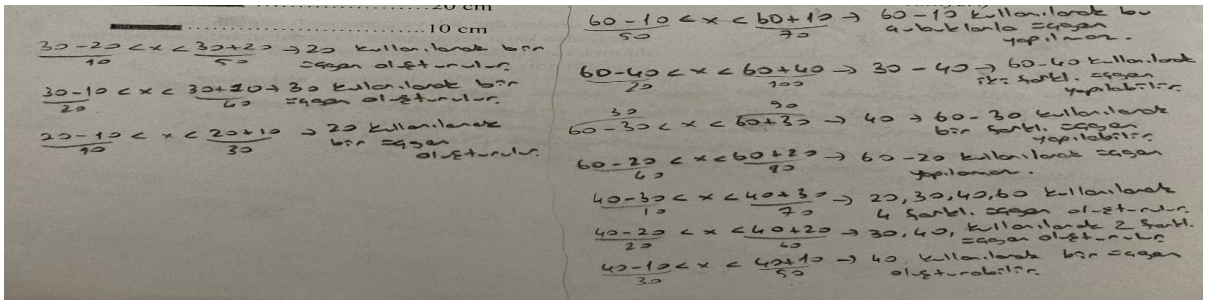
Şekil 21. OÖ4' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü.

Eğer sorunun çözümü için problem düzgün anlaşılıp çözüm için sistematik olarak devam edilirse doğru sonuca ulaşmak kaçınılmaz hale gelmiş olur. Bu duruma örnek olan öğretmen adayının çözümü Şekil 22' de verilmiştir:



Şekil 22. İÖ14' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü.

Ayrıca bazı öğretmen adayları problemi anlayıp ön bilgileri hatırlamış fakat sistematik olarak ilerlemediği için tıkanma yaşayarak doğru sonuca ulaşamamıştır. Bu duruma örnek olarak Şekil 23' de bir öğretmen adayının cevabı verilmiştir:



Şekil 23. İÖ40' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü.

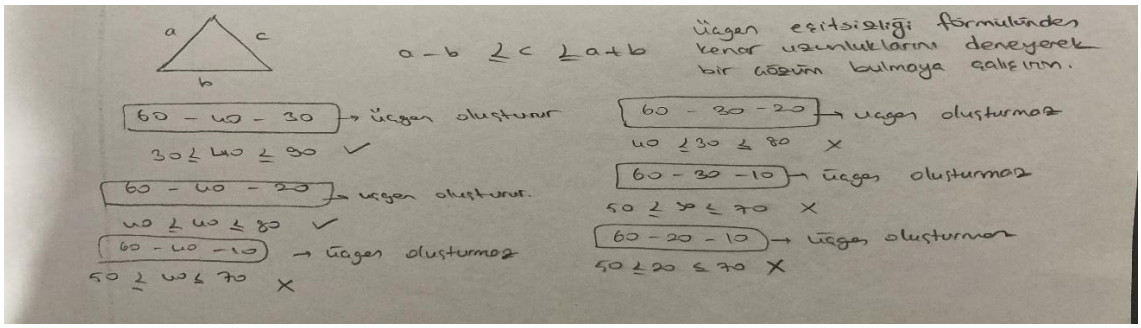
4.3.2. Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

Matematik öğretmen adaylarının dördüncü soruya ait cevaplar varsayımda bulunma basamağı adı altında incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 4.6. Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Stratejilerin Frekans Dağılımı

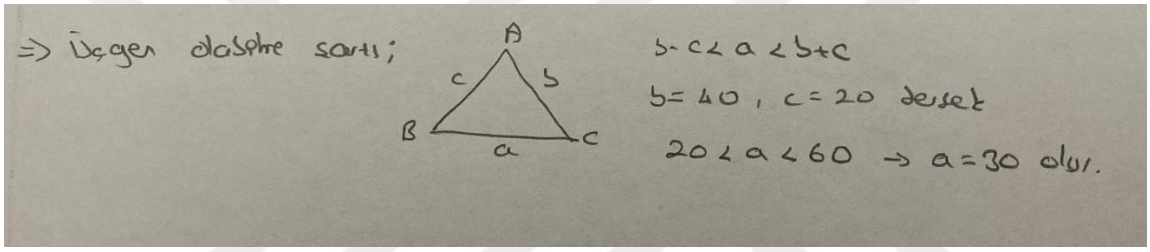
Cevap Analizi	**Frekans**
Sistematik olarak cevabı ifade etme	48
Kısmen ifade etme	31
İfade edememe	11
Toplam	90

Tablo 4.6'dan hareketle üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu sorunun çözümünü sistematik olarak gerçekleştirmiş, bazı öğretmen adayları ise sistematik ilerlemedikleri için tıkanma yaşamış ve çözüme ulaşamamışlardır. Buna ek olarak problemi tam anlayamayan veya önbilgilere tamamen sahip olmayan öğretmen adayı sorunun cevabını bulamamıştır. Aşağıda bu duruma örnek olacak bir öğretmen adayının cevabı Şekil 24' te verilmiştir:



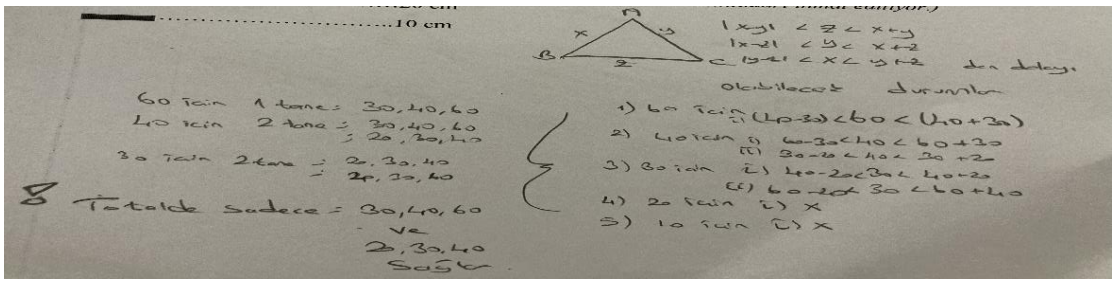
Şekil 24. İÖ80' un varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü.

Bir başka öğretmen adayı ise ön bilgilere sahip olduğu halde sistematik şekilde ilerlemeyip rastgele değerlerden yola çıktığı için tıkanma yaşayıp eksik cevap vermiş ve doğru cevaba ulaşamamıştır. Örnek olarak Şekil 25 verilebilir:



Şekil 25. OÖ52' nin varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü.

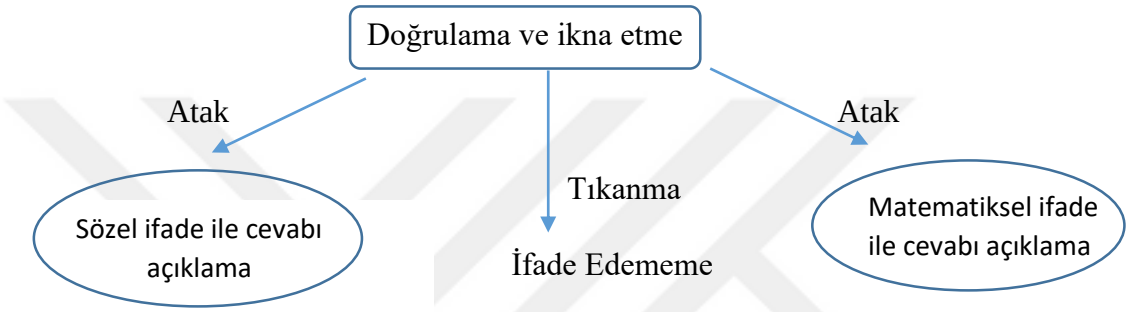
Gerekli ön bilgilere sahip olarak sistemli bir şekilde çözümü yapıp atak geçirerek istenilen sonuca ulaşan başka bir öğretmen adayının da cevabı Şekil 26' da verilmiştir:



Şekil 26. İÖ93' ün varsayımda bulunma aşamasındaki çözümü.

4.4. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Doğrulama ve İkna Etme Süreçlerine Ait Bulgular

Öğretmen adaylarına yöneltilen üçüncü soru doğrulama ve ikna etme düzeyi olarak değerlendirilmiştir. Bu süreçte verilenlerden yola çıkarak ilk olarak cevaba ulaşmak amacıyla nasıl bir yol izleyebileceklerini kararlaştırmaları daha sonra karar verdikleri çözüm yolunun ne kadar doğru olduğunu belirtmeleri istenmektedir. Daha sonra ifade edilen durumun doğru olma sebebini mantıklı bir şekilde ortaya koymaları beklenmektedir. Üçüncü soruda öğretmen adayları tarafından cevaplanan uygulama soruları incelendikten sonra çözüme ulaşmak için kullanmış oldukları stratejiler Şekil 27' de verilmiştir.



Şekil 27**.** Çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait doğrulama ve ikna etme aşaması.

Şekil 27' de görüldüğü gibi öğretmen adayı doğrulama ve ikna etme aşamasında tıkanma yaşayıp istenileni nasıl ifade edeceğini anlamayarak çözüme ulaşamayacaktır. Bazı öğretmen adayları ise soruyu cevaplarken atak geçirerek cevabı sözel veya matematiksel ifade edip istenilene ulaşacaktır.

4.4.1 Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

Matematik öğretmen adaylarının üçüncü soruya ait cevaplar doğrulama ve ikna etme basamağı adı altında incelendiğinde Tablo 4.7'de verilen sonuçlar ortaya çıkmıştır:

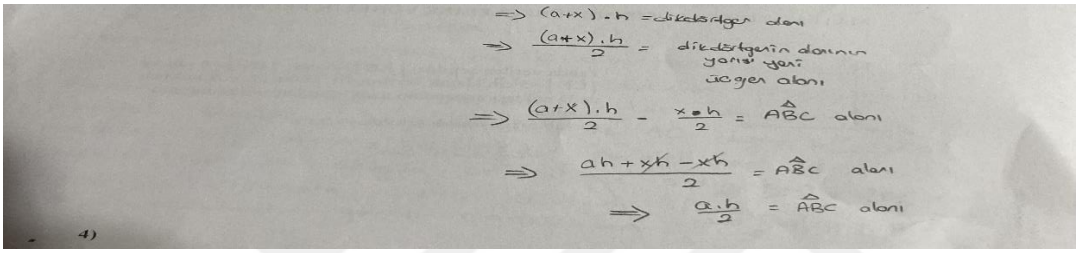
Tablo 4.7. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

Cevap Analizi	**Frekans**
Sözel bir şekilde cevabı ifade etme	14
Matematiksel bir şekilde ifade etme	53

İfade edememe	23
Toplam	90

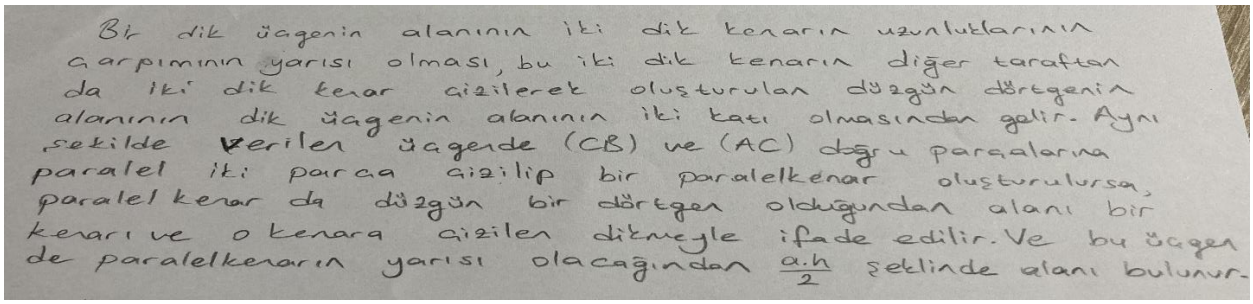
Verilen Tablo 4.7' ten hareketle birinci sınıfta yer alan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu sözel ve ya matematiksel olarak cevap vermiştir. Fakat geri kalan kısmı ispat yapmaktan çekinerek cevabı ifade edememiş ve soruyu boş bırakmayı tercih etmişlerdir.

Örneğin soruyu matematiksel olarak ispat eden OÖ16 öğretmen adayının cevabı Şekil 28' de verilmiştir:



Şekil 28. OÖ16' nin doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü.

Şekil 28' de öğretmen adayı tamamen matematiksel düşünüp iki üçgen arsında ilişki kurarak büyük üçgen ile küçük üçgen arasındaki farkı alıp matematiksel ispat ile süreci tamamlamıştır. Şekil 29' de öğretmen adayı matematiksel ispattan ziyade sözel olarak cevabı ifade ederek sonuca ulaşmıştır.


Bir dik üçgenin alanının iki dik kenarın uzunluklarının çarpımının yarısı olması, bu iki dik kenarın diğer taraftan da iki dik kenar çizilerek oluşturulan düzgün dörtgenin alanının dik üçgenin alanının iki katı olmasından gelir. Aynı şekilde verilen üçgende (CB) ve (AC) doğru parçalarına paralel iki parça çizilip bir paralelkenar oluşturulursa, paralel kenar da düzgün bir dörtgen olduğundan alanı bir kenarı ve o kenara çizilen dikmeyle ifade edilir. Ve bu üçgen de paralelkenarın yarısı olacağından $\frac{a.h}{2}$ şeklinde alanı bulunur.

Şekil 29. OÖ8' nin doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü.

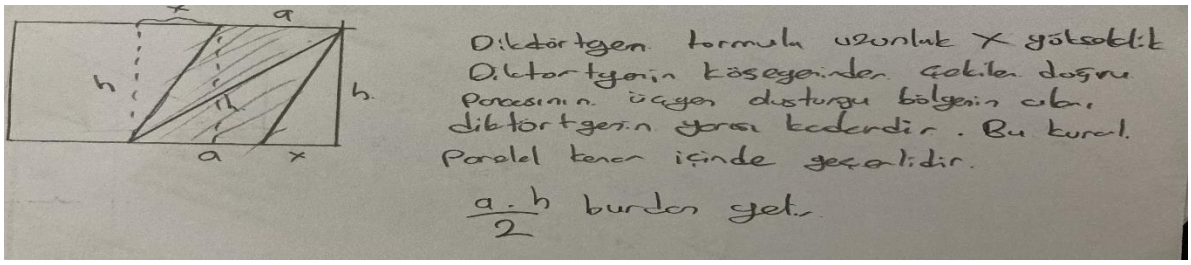
4.4.2. Üçüncü ve Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

Üçüncü ve dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarına uygulama aşamasında sorulan üçüncü soru doğrulama ve ikna etme sürecini içeren bir soru tarzıdır. Öğretmen adaylarının cevapları doğrultusunda Tablo 4.8 oluşturulmuştur.

Tablo 4.8. Üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problemde kullandıkları stratejilerin frekans dağılımı

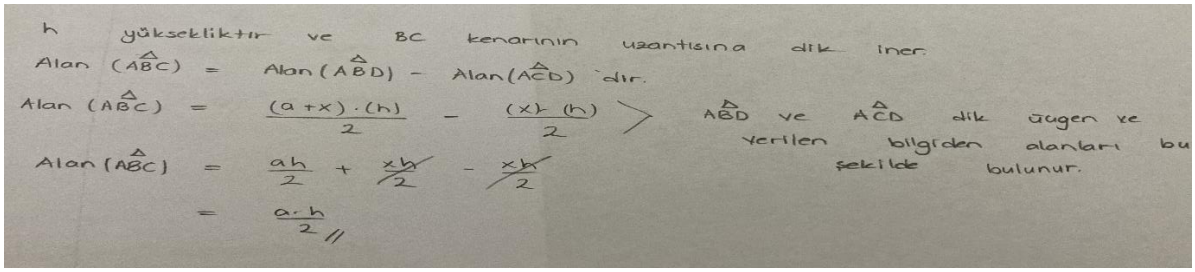
Cevap Analizi	**Frekans**
Sözel bir şekilde cevabı ifade etme	12
Matematiksel bir şekilde ifade etme	64
İfade edememe	14
Toplam	90

Tablo 4.8’ den hareketle üçüncü ve dördüncü sınıfta yer alan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu sözel ve ya matematiksel olarak cevap vermiştir. Fakat geri kalan kısmı doğrulama ve ikna etme sürecini yapmaktan çekinerek cevabı bulamamış ve soruyu boş bırakmayı tercih etmişlerdir.



Şekil 30. OÖ44’ ün doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü.

Verilen Şekil 30’da görüldüğü üzere öğretmen adayının açıklaması sözel açıklama olup soruyu doğrulama niteliğindedir. Bu duruma ek olarak aşağıda öğretmen adayı çözüm için bir yol seçerek bunu ispat etmek için matematiksel ifadelerden yola çıkmış ve çözüme ulaşmıştır. Şekil 31’ te matematiksel ifade ile ispat edilen sorunun çözümü verilmiştir.



Şekil 31. İÖ69' un doğrulama ve ikna etme aşamasındaki çözümü.

4.5. Görüşmeye Ait Bulgular

Bu bölümde araştırmacının öğretmen adayları ile görüşmelerden elde ettiği veriler incelenerek yorumlanmıştır. Görüşme için beceri testine katılan öğretmen adaylarının cevapları incelenerek ve gönüllülükleri de göz önünde bulundurularak 1., 3. ve 4. Sınıflarda bulunup ilköğretim ve ortaöğretim programında öğrenim gören sekiz öğretmen adayı (OÖ55,OÖ47,OÖ19,OÖ5,İÖ81,İÖ77,İÖ60,İÖ12) belirlenmiştir. Daha sonra beceri testine verilen cevapların yorumları ve buna ek olarak hazırlanan görüşme sorularına verilen cevaplar detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

4.5.1.Beceri Testinin Cevaplarını Yorumlamaya Yönelik Bulgular

Yapılan görüşmede ilk olarak öğretmen adayına birinci soru yani özelleştirme süreci kapsamında yönlendirilen soruyu cevaplandırırken kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla soru sorulmuştur. Verilen cevaplarda sekiz öğretmen adayı da alışılagelmiş bir çözüm yolu olduğundan bahsedip yorumlama yapmıştır. Bu duruma örnek olarak OÖ19 ile yapılan görüşme aşağıda verilmiştir:

Görüşmeci(G): *Bu soruyu çözerken neden bu şekilde çözmeyi tercih ettiniz?*

OÖ19: *Bu şekilde çözmek istememin nedeni daha aşina olduğum bir çözüm yolu olduğu için yani Pisagor kullanarak bu şekilde çözmeyi tercih ettim.*

G: *Başka bir çözüm yolu var mıdır?*

OÖ19: *Tabi ki vardır. Çünkü matematik çok yönlüdür.*

G: *Başka türlü nasıl çözerdiniz peki?*

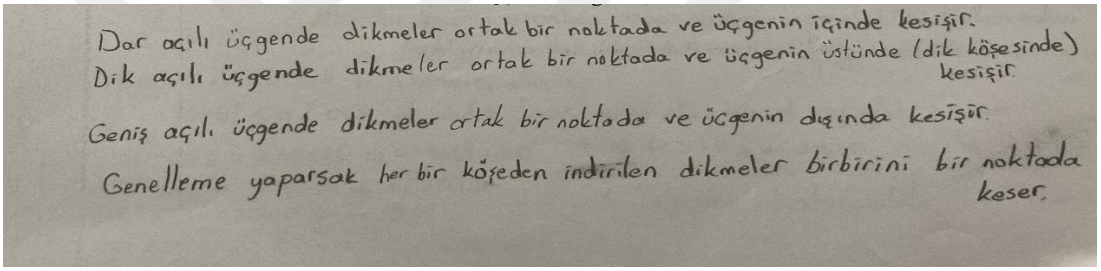
OÖ19: *Şu an aklıma gelmedi maalesef.*

Verilen diyalog diğer yedi öğretmen adayının yorumlarıyla benzer olup hemen hemen aynı cevaplar verilmiştir. Sekiz öğretmen adayı da Pisagor teoremini dışında başka bir çözüm yolu belirtememiştir.

İkinci soru ise genelleme düzeyinde olan bir soru olup öğretmen adaylarına çözüm şekillerini açıklamaları istenmiş ve buna göre yorum yapılmıştır. Genelleme yaparken öğretmen adayları özel durumlardan yola çıkarak genel bir kavrama ulaşmışlardır. Bu duruma örnek olarak aşağıdaki diyalog verilebilir:

Görüşmeci(G): *Bu problemde neye dayanarak genelleme yaptın?*

OÖ47: *Bu soru bizzat özel durumdan genele giden bir soru. Çünkü her bir üçgen ayrı ayrı bakılınca kendi içinde özelken ortak bir yanına bakarken genele gidiyoruz. O zaman üçü içinde ortak bir noktada kesişmesi genellemesini diyebiliriz.*



Şekil 32**.** OÖ47'nin beceri testine ait cevabı.

Görüldüğü üzere öğretmen adayı üçgenleri ayrı ayrı incelemiş ve genelleme olarak tek bir noktada kesiştiklerini belirtmiştir.

Dördüncü soru ise varsayımda bulunma düzeyinde olan bir soru olup öğretmen adaylarına çözüm şekillerini açıklamaları istenmiş ve buna göre yorum yapılmıştır. Bu duruma örnek olarak aşağıdaki diyalog verilebilir:

Görüşmeci(G): *Bu soruyu çözerken nasıl düşündünüz?*

İÖ60: *Hocam ilk olarak beşin üçlü kombinasyonunu düşünerek kaç üçgen oluşur omu düşünerek yazdım.*

G: *Peki seçim yaparken nasıl bir yol izledin?*

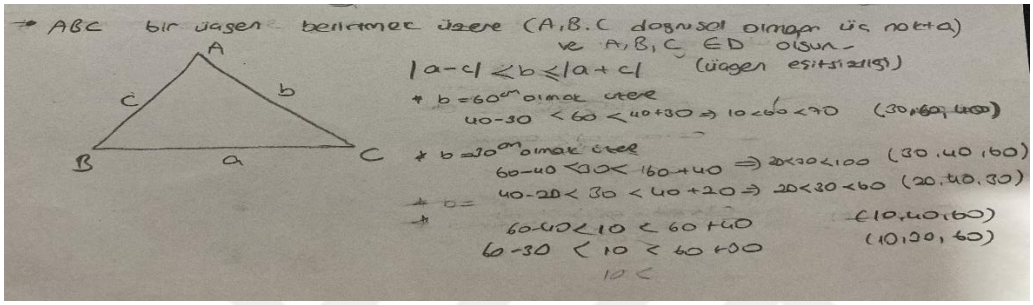
İÖ60: *Açıkçası en zorlandığım soru buydu çünkü tam hatırlayamadım üçgen eşitsizliğini.*

G: *İlerlerken rastgele mi seçim yaptın sistemli bir şekilde mi ilerledin?*

İÖ60: *Biraz galiba sistematik. Çünkü en küçüğü ortaya alarak ilerledim.*

G: *60-40-10 üçgeni oluşturmuşsun. Bu üçgen oluşur mu peki?*

İÖ60: *Hımm.. Hayır oluşmaz hocam. Bir yanlışlık var. Eşitsizliği yanlış yazmışım.*



Şekil 33. İÖ60'ın beceri testine ait cevabı.

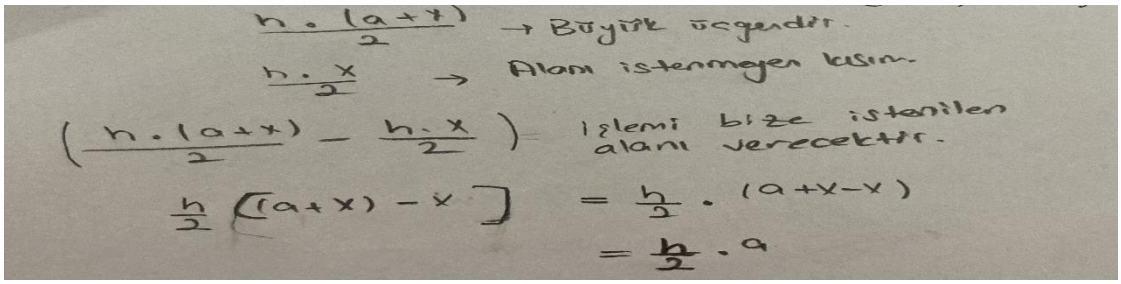
Üçüncü soru ise doğrulama ve ikna etme düzeyinde olan bir soru olup öğretmen adaylarına çözüm şekillerini açıklamaları istenmiş ve buna göre yorum yapılmıştır. Bu süreçte belirtilen ifadelerden yola çıkıp ilk olarak istenene ulaşmak amacıyla nasıl bir yol tercih ettikleri daha sonra karar verdikleri çözüm yolunun ne derece doğru olduğunu belirtmeleri beklenmiştir. Bu duruma örnek olarak aşağıdaki diyalog verilebilir:

Görüşmeci(G): *Verilen soruyu nasıl çözdünüz kısaca açıklayabilir misiniz?*

OÖ5: *Soruyu matematiksel işlemler yardımı ile çözdüm. Alan formülünden yola çıktım. Büyük üçgenden küçük üçgenin alanını çıkararak o üçgenin alanını elde ettim. Sonuç olarak da formülde verilen şeyle aynısını bulmuş oldum.*

G: *Peki bu soru hangi düzeye ait bir sorudur?*

OÖ5: *Doğrulamaya uygun bir soru.*



Şekil 34. OÖ5'in beceri testine ait cevabı.

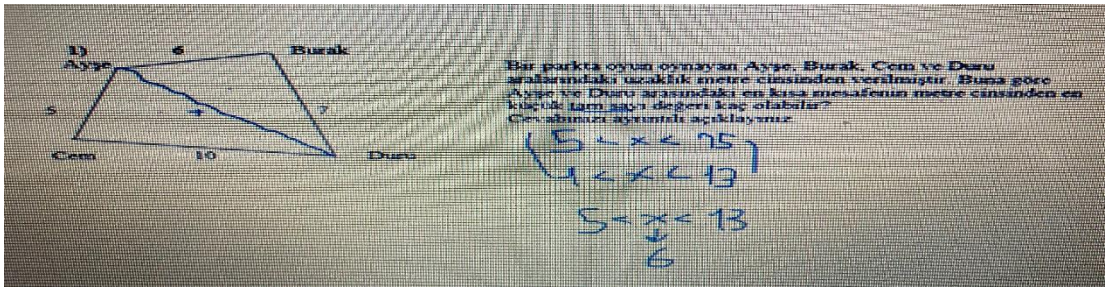
Şekil 33' te görüldüğü gibi öğretmen adayı soruyu ispatlamış ve doğrulamaya uygun bir şekilde işlemler yaparak cevaplamıştır.

4.5.2.Görüşme Sorularına Ait Bulgular

Görüşme sorularının birinci sorusu öğretmen adaylarına sorulmuş ve bir öğretmen adayı dışındaki diğer öğretmen adayları ilk önce problemi anlama aşamasını geçip daha sonra cevabı özelleştirme kapsamında çözmüş ve sonuca ulaşmıştır. Bu duruma örnek olarak aşağıdaki diyalog verilmiştir:

Görüşmeci(G): *Bu soruyu nasıl çözersiniz?*

OÖ55: *Bu bir dörtgen. Ayşe ile Duru arasındaki en kısa mesafe deyince bir üçgen oluşturma gereği duyuyorum. Ayşe ve Duru arasındaki mesafeye x derim.*



Şekil 35. OÖ55'in görüşme sorusuna ait cevabı.

OÖ55: *Bunların ortak bir değerini alıyorum. X beşten büyük on üçten küçük yani x en küçük altı olur.*

Öğretmen adaylarından OÖ47 sorunun çözümü için tam bir çözüm yapamamış ve görüşmeci ile aşağıdaki diyalog geçmiştir.

Görüşmeci(G): *Bu soruyu nasıl çözersiniz?*

OÖ47: *Ayşe ile doğru arasında en kısa mesafeden yani hipotenüsten bahsediyor. O yüzden karelerini alıp Ayşe ile Duru arasındaki en kısa mesafeye ulaşabiliriz… Tam aşina olmadığım bir konu üçgen eşitsizliği.*

G: *Burada belli bir açı vermemiş. En kısa derken neyi kastediyor? Hipotenüsü mü?*

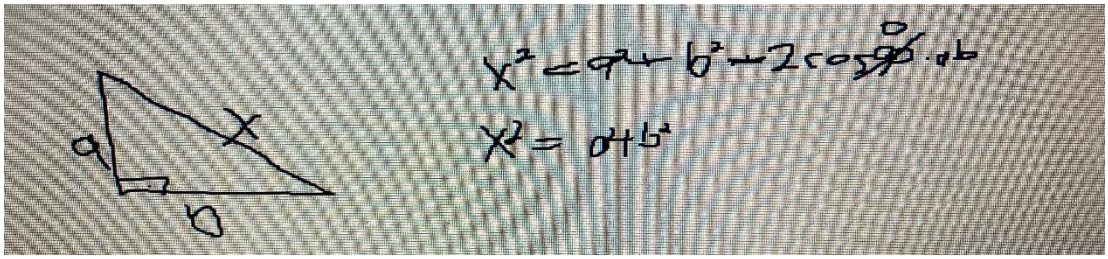
OÖ47: *Doğru çizmem gerektiğini düşünüyorum. Buradan üçgen eşitsizliği.. Dediğim gibi üçgen eşitsizliği konusuna pek hâkim değilim.*

Görüldüğü gibi öğretmen adayı en kısa mesafe deyince hipotenüs olarak düşünmüş fakat açı bilgisi hakkında bir durum söz konusu olmadığından üçgen eşitsizliği kullanılacağına karar vermiştir. Ancak bu konuda yeterli olmadığından sonuca ulaşamamıştır.

Görüşme sorularından olan ikinci soru genelleme adı altında sorulmuştur. Adaylar doğru, eksik veya hatalı genelleme olarak genelleme sürecine ait soruyu cevaplandırmışlardır. Öğretmen adaylarından İÖ77' nin açıklaması aşağıda verilmiştir.

Görüşmeci(G): *Bu soru hakkında nasıl bir genelleme yapabilirsiniz?*

İÖ77: *Burada bir dik üçgen çizerim. Kenarlarına a, b ve x dersem cosinüs teoremi kullanarak bir denklem elde ederim.*



Şekil 36. İÖ77'nin görüşme sorusuna ait cevabı.

İÖ77: *Burada görüldüğü gibi oluşan denklemde cos90 sıfır olduğu için en uzun kenar x olmuş oluyor.*

G: *Bütün dik üçgenler için geçerli midir?*

İÖ77: *Evet bütün dik üçgenlerde elde edilen denklemden dolayı en uzun kenar x yani hipotenüs olmuş olur. Çünkü diğer iki kenarın kareleri toplamı hipotenüsün karesine eşittir.*

Görüşme sorularından olan dördüncü soru varsayımda bulunma adı altında sorulmuştur. Bu soruya verilen cevaplar incelendiğinde problemi anlayıp deneme yanılma ile sistemli bir şekilde ifade etme ya da tıkanma yaşayıp ifade edememe olarak sonuca ulaştıkları görülmüştür. İÖ12 öğretmen adayı ile yaşanan diyalog aşağıda verilmiştir:

Görüşmeci(G): *Soruyu çözerken nasıl bir yol tercih edersiniz?*

İÖ12: *Açıya göre uzun kenarı bulurum. A açısını doksan derece olduğundan yola çıkaran uzun kenarın bu üçgende CB uzunluğu olduğunu bulurum. Daha sonra CEB üçgeninde en büyük açının karşısındaki kenar CE olur. Aynı şekilde sağ taraftaki üçgende en uzun kenar EB kenarı iken buna bağlı olarak yine CEB üçgeninde en büyük açının karşısındaki kenar uzunluğu yine CE' ye ait olur. O zaman en uzun kenar CE olarak bulunur.*

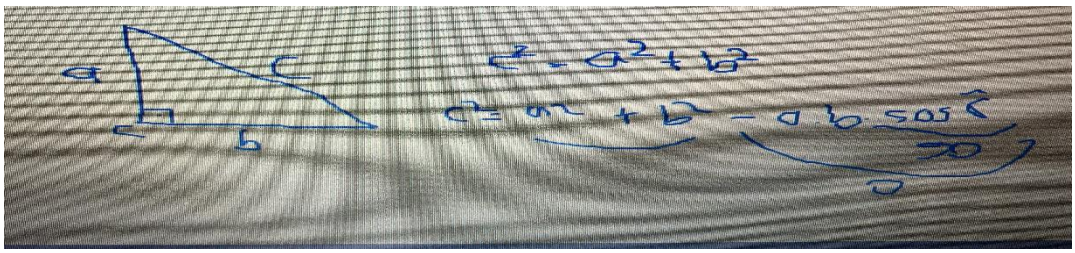
G: *Sistematik olarak mı ilerledin?*

İÖ12: *Evet sistemli bir şekilde ilerleyerek buldum.*

Görüşme sorularından olan üçüncü soru doğrulama ve ikna etme adı altında sorulmuştur. Adaylar matematiksel doğrulama, sözel doğrulama ve ya doğrulama yapamama olarak üç durumdan biri ile soruyu cevaplandırmışlardır. Öğretmen adaylarından İÖ55' in açıklaması aşağıda verilmiştir.

Görüşmeci(G): *Bu soruyu nasıl çözersiniz?*

OÖ55: *Yani burada Pisagor teoreminden bahsediyor. İlk olarak bir dik üçgen çizelim.*



Şekil 37. OÖ55'in görüşme sorusuna ait cevabı.

Cos90=0 olduğu için Pisagor teoremi hemen ortaya çıkıyor. Bu soru doğrulama düzeyine de uygun bir sorudur.

Soruda ulaşılmak istenen Pisagor teoremi 5 öğretmen adayı tarafından ispatlanmıştır. Diğer üç öğretmen adayının ispatını bilmediği ve ya o sırada akla gelmediği belirtilmiştir.

Tablo 4.9. Görüşme Sorularında Kullanılan Stratejilerin Öğretmen Adayının Cevabına Göre Sınıflandırılması

Sorular	**Stratejiler**	**Öğretmen Adayları**
Birinci Soru	Problemi Anlama	OÖ47, OÖ55, OÖ19, OÖ5, İÖ77, İÖ12, İÖ60, İÖ81.
	Özel Durumlar Kullanarak Sonuca Ulaşma	OÖ55, OÖ19, OÖ5, İÖ77, İÖ12, İÖ60, İÖ81
İkinci Soru	Doğru Genelleme	OÖ47, OÖ55, OÖ19, OÖ5, İÖ77, İÖ12, İÖ60, İÖ81
	Eksik Genelleme	-
	Hatalı Genelleme	-
Üçüncü Soru	Matematiksel İfade Etme	OÖ55, İÖ77, OÖ5
	Sözel İfade Etme	İÖ81
	İfade Edememe	OÖ19, İÖ60, İÖ12, OÖ47
Dördüncü Soru	Problemi Anlama	OÖ47, OÖ55, OÖ19, OÖ5, İÖ77, İÖ12, İÖ60, İÖ81
	Sistematik İfade Etme	OÖ55, OÖ19, OÖ5, İÖ77, İÖ12, İÖ60, İÖ81.

Tablo 4.9' da görüldüğü üzere öğretmen adaylarının bir öğretmen adayı hariç özelleştirme aşamasını yaptıkları görülmüştür. Bu durumun açıklayıcısı olarak çoğu öğretmen adayının özelleştirme yapmak için gerekli bilgilerinin eğitim hayatı boyunca var olduğu ve bu sürece ait soruları kolaylıkla çözebildikleri söylenebilir. Genelleme sürecine ait soruda bütün adaylar istenilen cevabı vererek süreci tamamlamıştır. Varsayımda bulunma aşamasına ait

süreçte özelleştirme sürecinde olduğu gibi bir öğretmen adayı hariç diğer öğretmen adayları istenen sonuca ulaşmıştır. Sürece ait sonuca ulaşamayan öğretmen adayı konuya hâkim olmadığı için cevabı bulamadığını ifade etmiştir. Doğrulama ve İkna etme sürecinde ise görüşmeye katılan adayların yarısı gerekli bilgiye sahip olmayıp istenilen ispatı yapamamışlardır. Doğrulama ve ikna etme sürecine ait sorularda bu durumun lisans eğitimi de olsa eksik kaldığı ve ezbere öğretimin ağır bastığı söylenebilir.

BÖLÜM V. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

5.1. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışma matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerine matematiksel düşünme süreçlerini incelemek hedefi ile yapılmıştır. Buradan hareketle matematiksel düşünme süreçlerine yönelik hazırlanmış olup düzey belirleme testinde yer alan 4 soru ve görüşme soruları ile matematik öğretmen adaylarının düşünme süreçleri incelenmiştir. Bu bölümde de verilen cevaplar doğrultusunda elde edilen bulgular tartışılacaktır. Ayrıca araştırmanın sonuçları daha önceki araştırmalarla karşılaştırılarak ifade edilecektir.

5.1.1. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Özelleştirme Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt problemi "Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde özelleştirme süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?" olarak belirlenmiştir. Matematiksel düşünmenin "özelleştirme" bileşenine yönelik hazırlanan probleme verilen cevaplar neticesinde elde edilen bulgular tartışılacaktır.

Çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevaplar incelendiğinde lisans eğitimine yeni başlayan ve lisans eğitiminde tecrübeli olan iki gruptaki öğretmen adaylarının özelleştirme düzeyindeki soruyu kolay bir şekilde cevapladıkları görülmüştür. Bu sonuçtan yola çıkarak çalışmanın Arslan ve Yıldız'ın (2010) 11. Sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu ve Lane ve Harkness' in (2012) öğretmen adayları ile yapmış olduğu çalışmadan elde edilen sonuçla benzerlik göstermektedir. Her iki araştırmada da öğrencilerin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme basamakları adı altında incelenmiş ve başarının en çok özelleştirme aşamasında olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca Yıldırım ve Yavuzsoy Köse (2018) 'nin çalışmalarıyla da uyum içindedir. Özelleştirme aşamasında yer alan birinci sorunun çoğu öğretmen adayı tarafından kolaylıkla cevaplanmasının nedeni; eğitim kademesinde yer alan soruların daha çok işlemsel bilgi ile oluşturulmasından dolayı olabilir (Arslan ve Yıldız, 2010). Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar çerçevesinde de bu sorunun önceki yıllarda aşina oldukları bir soru tarzı olduğu sonucuna ulaşılabilir.

1. ile 3.ve 4. Sınıf öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu problemi anlayarak ilişki kurup çözüm için benzerlik veya Pisagor teoremini kullanarak çözüme kolaylıkla ulaşmıştır. En çok da Pisagor yöntemi kullanılmıştır. Bu durumun ortaya çıkma sebebi ise

bu tür soruların önceki yıllarda çokça karşılaşılmış olması olarak sunulabilir. Çok az sayıda öğretmen adayları ise problemi anlama aşamasında sorun yaşadıkları tıkanma yaşayıp istenilenden ziyade iki nokta arasındaki uzaklığı Pisagor teoremi kullanmadan bulmayı tercih etmiştir. Bu sorunun nedeni öğretmen adayının tam olarak konuya hâkim olmadığı olarak belirtilebilir.

5.1.2. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Genelleme Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın ikinci alt problemi "Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde genelleme süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?" olarak belirlenmiştir. Matematiksel düşünmenin "genelleme" bileşenine yönelik hazırlanan probleme verilen cevaplar neticesinde elde edilen bulgular tartışılacaktır.

Bu problemin çözümü ilk olarak öğretmen adaylarının sözel veya matematiksel ifadelerde bulunarak daha sonra da matematiksel çıkarımlarla desteklemeleri süreci oluşturmaktadır. Bu probleme verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının çok azı bu çıkarımda bulunmuştur. Alkan ve Bukova Güzel (2005)' in yaptığı çalışmada da öğretmen adaylarının genelleme sürecinde sıkıntı yaşadıklarını belirtmişlerdir. Ortaya çıkan sonuçta bu çalışma ile paralellik göstermektedir. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu şekil ile belirtmiş fakat beklenen genellemeye ulaşamamıştır. Bu durumun sebebi öğretmen adaylarının önceki bilgilerinin tamamen ezbere olup sadece bilgi olarak sunulması olarak verilebilir. Çünkü belli bir genelleme aşamasına geçemeyip bilgi aşamasında kalınmıştır. Genelde öğretmen adaylarının çoğu kısa yoldan soruları cevaplama eğiliminde oldukları ve ilişki kurup düşünmekten kaçınarak ezber yolu tercih ettikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının birden fazla durumu düşünüp genelleme yapmaları beklenirken sadece birine odaklanıp hatalı genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Bu ifade Yeşildere ve Türnüklü' nün (2007) yaptıkları çalışmada belirttikleri gibi öğrenciler tek bir veri grubunu dikkate alarak çözüm yolunu düşündükleri sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Genellemeye yapan öğretmen adaylarının çoğu 3. veya 4. Sınıf olup bu sonucun ortaya çıkma sebebi lisans eğitiminin önceki yıllarında dersleri gördüklerinden dolayı olarak belirtilebilir. Çünkü henüz lisans eğitiminde belirli dersleri almamış olan 1. Sınıf öğretmen adaylarından bu düzeye uygun cevap veren öğretmen adayı sayısı çok azdır. Araştırmanın sonunda ortaya çıkan verilerden de görüldüğü gibi 3. Ve 4. sınıf öğretmen

adayları 1. Sınıf öğretmen adaylarına göre nispeten daha fazla genelleme becerisine sahiptir.

5.1.3. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Varsayımda Bulunma Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın üçüncü alt problemi "Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde varsayımda bulunma süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?" olarak belirlenmiştir. Matematiksel düşünmenin "varsayımda bulunma" bileşenine yönelik hazırlanan probleme verilen cevaplar neticesinde elde edilen bulgular tartışılacaktır.

Bu problemde birden çok cevap olasılığının bulunması istenirken bu aşamaları sistematik ilerleyerek tamamen sonuca ulaşması beklenmektedir. Bulgular doğrultusunda öğretmen adayları soruya cevap verirken sistematik cevap vererek çözüme ulaşmış ya da kısmen cevap vererek tıkanma yaşamıştır. Öğretmen adaylarının çoğu sistematik olarak ilerlemiş ve sonuca ulaşmıştır. Fakat bir kısmı diğer olasılıkları düşünmeyerek soruyu kısmen cevaplandırarak istenen sonuca ulaşamamıştır. Önceki çalışmalarda da benzer durumla karşılaşılıp tek çözüm ifade edilerek kısmen cevap verildiği görülmüştür (Karakoca, 2011). Bunun nedeni olarak problemde birden çok durumun bulunması amaçlanırken öğretmen adaylarının sadece birkaç durumu bularak çözümü bu şekilde ifade etmeleri olarak gösterilebilir. Arslan ve Yıldız (2010) ile Özer ve Arıkan (2002) yapmış oldukları çalışmalarda da bu duruma benzer bir sonuç elde edilmiştir. Ek olarak doğru strateji ile başlayarak yanlış çözüme ulaşan öğretmen adayları da mevcuttur. Önceki çalışmalarda da bu duruma benzer bir sonuç elde edilmiştir (Ersoy ve Güner, 2014).

Bir kısım öğretmen adayı da kullanılacak formülü yanlış hatırlayarak ya da konuyu hiç hatırlamayarak soruyu cevaplandıramamıştır. 1. sınıf öğretmen adayları, 3 ve 4. Sınıf öğretmen adaylarından daha fazla sayıda sistematik ilerleyerek cevaba ulaşmışlardır. 1. sınıf öğretmen adaylarının 3. Ve 4. sınıf öğretmen adaylarına göre doğru sonuca ulaşabilmelerinde lisans eğitiminin başında olup çoğu alan derslerine hâkim olmayarak bilgi karmaşası yaşamadan rahat bir şekilde cevap vermeleri bu durumun nedeni olarak gösterilebilir.

5.1.4. Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesnelerle İlgili Doğrulama ve İkna Etme Süreçlerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın dördüncü alt problemi "Matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde doğrulama ve ikna etme süreçleri sınıf düzeylerine göre nasıl farklılaşmaktadır?" olarak belirlenmiştir. Matematiksel düşünmenin "doğrulama ve ikna etme" bileşenine yönelik hazırlanan probleme verilen cevaplar neticesinde elde edilen bulgular tartışılacaktır. Öğretmen adaylarının kabul ettikleri stratejiyi matematiksel olarak kurala göre cevaplamaları beklendiğinden verdikleri cevaplar bu açıdan incelenmiştir.

Öğretmen adaylarının çoğu kabul ettikleri stratejiyi matematiksel veya sözel olarak belirli bir çerçeve içinde doğru şekilde anlatarak süreci tamamlamışlardır. Önceden yapılan çalışmalarda da öğrencilerin şekil çizerek istenene ulaştıkları ve bunu şekil ile ifade ettikleri görülmüş elde edilen sonuçlar bakımından da bu çalışma ile tutarlılık göstermiştir (Arslan ve Yıldız, 2010). Yapılan çalışma sonucunda öğretme adaylarının özelleştirme sürecinden doğrulama ve ikna etme sürecine doğru başarının azaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum literatürde yer alan Mert Uyangör (2019), Arslan ve Yıldız (2010), Yıldız (2016) ile benzerlik göstermektedir. Çalışmada 3., 4. veya 1. sınıf öğretmen adayları fark etmeksizin çoğu matematiksel ya da sözel olarak soruyu doğrulamışlar 23 öğretmen adayı ise doğrulama yapmaktan kaçınmışlardır. Bu duruma sebep olarak önceki öğrenmelerde yer alan kuralların gerekçeleri gösterilmeden öğretilmesi olarak açıklanabilir. Yani öğretmen adayı kuralı ezberlemiş, anlamlandırmadığı için unutarak karşılaşılan probleme aktaramamıştır. Bu yüzden matematik derslerinde kuralın nereden geldiği açıklanarak ispata yer verilmesi bu anlamda büyük katkı sağlayacaktır. Bu duruma benzer sonuç olarak Gökkurt ve Soylu (2012)' nun yapmış olduğu çalışma gösterilebilir. Fen bilgisi ve matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispat hakkındaki düşüncelerinde yer alan matematiksel ispatın gereksiz olduğu yönünde sonuçlar çıkmıştır. Çalışmada öğretmen adayları birkaç örnek vererek doğruluğu göstermenin aslında ispat için yeterli olduğunu düşünmüşlerdir. Hâlbuki derslerde kuralın nereden geldiği bilinip anlamlandırılırsa öğrenci kuralı ezberlemeden kolaylıkla hatırlayabileceklerdir. Bu yüzden ezberden öte kuralı anlamlandırmak öğrenciler için büyük bir kazanç olacaktır.

5.1.5. Görüşme Sorularından Elde Edilen Sonuç ve Tartışma

Uygulanan beceri testi sonucunda seçilen sekiz öğretmen adayının görüşme sorularına ait cevapları incelendiğinde bulunduğu sınıf düzeyi fark etmeksizin özelleştirme sürecinde kolaylıkla cevap verdikleri görülmüştür. Bu durumun sebebi olarak öğretmen adaylarının aşina oldukları soru tarzlarının özelleştirme düzeyinde olduğu sonucuna varılabilir. Çünkü öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar doğrultusunda önceki yıllardan alışılagelmiş bir soru tarzının özelleştirme düzeyi olarak genelde karşılarına çıktığı cevabı alınmıştır. Keskin, Akbaba ve Altun (2013)' da öğrencilerin bu aşamada sıkıntı yaşamadıklarını belirtmişlerdir.

Görüşme sorularına ait cevaplar incelendiğinde genelleme sürecinde 1.,ile 3. Ve 4. Sınıf öğretmen adaylarının hepsinin doğru bir şekilde genelleme yaptığı görülmektedir. Öğretmen adayları genelleme yaparken sözel ifade kullanmış ve doğru bir şekilde açıklama yapmıştır. Bu kapsamda önceki çalışmalara benzer olarak matematik öğretmen adaylarının genelleme aşamasında ifadeyi sözel olarak belirtmeyi tercih ettikleri sonucuna götürmüştür (Arslan ve Yıldız, 2010).

Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar doğrultusunda varsayımda bulunma becerisini bir tanesi hariç diğerlerinin soruyu bu doğrultuda doğru cevapladığı tespit edilmiştir. Ayrıca iki öğretmen adayı uzman görüşü alınarak hazırlanmış olan görüşme sorularının son sorusu olan bu sorunun varsayımda bulunma aşamasına uygun olmadığı ifade etmiştir.

Görüşme sonucunda öğretmen adaylarının verdiği cevaplar doğrultusunda doğrulama ve ikna etme becerisine ait beceriye çoğunun hâkim olmadığı tespit edilmiştir. Bu durum önceki çalışmalardan elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin özelleştirme sürecinden doğrulama ve ikna etme sürecine doğru başarılarının azaldığı ifadesine benzer bir sonuca ulaştırdığı söylenebilir (Yıldız, 2016). Ayrıca doğrulama yapanların 3. Ve 4. Sınıfta bulunan öğretmen adayı olduğu görülmüştür. Bu durumun nedeni ise 1. Sınıfta bulunan öğretmen adayının lisans eğitiminde gerekli dersleri almamış olduğundan dolayı bu sonucun ortaya çıkması olarak gösterilebilir.

Özetle matematik öğretmen adaylarının geometrik nesneler üzerinde matematiksel düşünme süreçleri bulundukları sınıflara göre farklılaşma durumları incelenmiş, adayların sınıf fark etmeksizin bu süreçleri tam olarak gerçekleştiremedikleri görülmüştür. Özelleştirme sürecinde doğrulama ve ikna etme sürecine doğru başarı durumu azaldığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin gelişimine yardımcı

olacak ortamlar oluşturularak genelleme yapma, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme süreçlerini geliştirecek etkinliklerin oluşturulması gerektiği düşünülmektedir. Çünkü günlük hayatın her alanında karşılaşılan ve öğretim programlarında önemli bir yere sahip olan matematiksel düşünmeyi özümseyerek gerçekleştirebilecek nitelikli öğretmenler yetiştirilmenin benzer niteliğe sahip olan öğrenciler yetiştirmede önemli bir rol oynadığı öngörülmektedir.

5.2. ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın sonuçlarına bakılarak uygulayıcılara matematiksel düşünme süreçlerini derslerinde daha iyi yapılandırabilmeleri için gerekli öneriler verilmiştir. Ayrıca daha sonra bu konuda yapılacak olan araştırmalar için önerilerde bulunulmuştur.

5.2.1. Uygulayıcılara Öneriler

Bu çalışmanın bulgularında elde edilen sonuçtan yola çıkarak öğretmen adaylarının işlemsel bilgiye ait soruyu kolaylıkla çözdüğü görülmüştür. Fakat diğer düzeylerde zorlanmışlardır. Bu yüzden öğrencilerin kullandıkları ders kitaplarının işlemsel bilgiden öte genelleme yapma, akıl yürütme, yorum yapma gibi becerileri kazandıracak çalışmalara yer verilmelidir.

Öğretmen adaylarının büyük bölümü özelleştirme aşamasını yapabilmiş ve alışılmış çözüm yoluyla sonuca ulaşmıştır. Çok az bölümü alışılmış durumdan farklı olarak çözüm yolu kullanmayı tercih etmiştir. Bu durum ezbere bir çözüm yaptıkları anlamına gelmektedir. Bu nedenle uygulayıcıların derslerde çözüm yollarını öğrencilerin açıklayabileceği, tartışma ortamı yaratarak çözüme gidebilecekleri, formülden ziyade kendi çözüm yollarının olduğu ders ortamları oluşturmalıdır.

Eğitim Fakültelerinde yer alan öğretmen adaylarına matematiksel düşünme süreçlerinin gelişimini destekleyip öğrencilerin sorgulayarak düşünmeye yönlendirecek stratejilerin nasıl ortaya çıkarılacağı konusunda bu süreçlere ait seçmeli derslerin verilmesi önerilebilir.

Öğretmen adaylarının doğrulama ve ikna etme ile genelleme aşamalarında diğer süreçlere göre daha çok zorlandıkları görüldüğünden hazırlanan etkinliklerin diğer süreçlerden ziyade bu iki düzeye daha fazla ağırlık verilmesinin bu süreçlerin geliştirilmesinde etkili olacağı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirilmesinin gerekliliğine olan inançlarının artması için etkinlikler veya sunumlar yapılması önerilmektedir.

İlköğretimden üniversite düzeyine kadar olan derslerde matematiksel düşünmenin tüm süreçlerini ortaya çıkaracak materyallerin hazırlanması ve uygulama yaparak elde edilen sonuçların diğer sonuçlarla karşılaştırılması önerilmektedir

5.2.2. Araştırmacılara Öneriler

Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerini incelemek için geliştirilen bu çalışma başka örneklem üzerinde de uygulanabilir. Bu çalışmadan elde edilen veriler geometrik nesneler ile sınırlı olduğundan benzer çalışmaların matematiğin diğer konular üzerinde de yapılması ve verilerin klinik mülakatlarla desteklenmesi önerilmektedir.

Öğretmen adaylarının özelleştirme aşamasında sorunun çözümünü yaparken kullanmış oldukları ifadelerin, ezbere ilişki kurarak cevabı bulmaya yönelmelerinin altında yatan nedenleri araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Aljaberi, N. M. (2014). Pre-Service elementary school teachers' level of mathematical thinking and their attitudes toward mathematics. *Journal of Education and Human Development*, 3(3*), 181-195.*

Alkan, H. ve Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25(3), 221-236.*

Altun, M. (2008a). Eğitim fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa Akademi.

Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi (*10. basım). Bursa: Aktüel Yayınları.

Arslan, S. ve Yıldız, C. (2010). 11. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim, 35(156), 17-31.*

Aydın, A., Sarıer, Y. ve Uysal, Ş. (2012). Sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından PISA matematik sonuçlarının karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim, 37(164).*

Azcarate, C. (1997). Si el eje de ordenatas es vertical, Aqu podemosdecir de las alturas de un triangulo, Suma, 23-30.

Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* (5. Baskı). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Bal, A. P. (2011) Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve tutumları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12(3). 97-115.*

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education, 15(l), 35-49.*

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (11. basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Cai, J. (2000). Mathematical thinking involved in U.S.and Chinese students' solving of process-constrained and process-open problems, Mathematical Thinking and Learning, 2(4), 309-340.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34 (5), 719-737.*

Çetin, P. (2023). Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Cisimlere Yönelik Yazılı Anlatım Becerilerinin İncelenmesi. Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.

Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED. (2003). TIMSS 1999 Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması Ulusal Rapor, Haziran, 2003.

Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED. (2005). PISA 2003 Projesi Ulusal Nihai Rapor, Ankara.

Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED. (2010), PISA 2009 Ulusal Ön Raporu. Ankara.

Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED. (2011). TIMSS 2007 Ulusal Matematik ve Fen Raporu 8. Sınıflar, Ankara.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles-An emprical study, www.erzwiss.unihamburg.de/Personal/Gkaiser/pdf-dok/borrom2.pdf(erişimtarihi: 09.05.2015).

Fey, J. (1982). Mathematics education. In Mitzel (Ed.), Encyclopedia of educational research (5th ed., Vol. 3, pp. 1166-1182). NY: The Free Press.

Göl, R. (2017). 12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Uşak.

Gürtaş, K. (2021). Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki matematiksel düşünme ve problem çözme beceri düzeylerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Kayseri.

Hashemi, N., Abu, M., Kashefi, H. ve Rahimi, K. (2013). Generalization in the Learning of Mathematics. *2nd International Seminar on Quality and Affordable Education* (ISQAE-October 7-10), Johor Bahru, Malaysia.

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. educational studies in mathematics, 24(4), 389-399. http://Link.Springer.Com/Article/10.1007/Bf01273372 (erişim tarihi: 14.09.2016)

Hughes, E. K. (2006). Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking. Unpublished Ph.D. Thesis, University of Pittsburgh, School of Education, Department of Instruction and Learning, Pittsburgh.

Hughes, W. and Lavery, J. (2004). Critical thinking: an ıntroduction to the basic skills. *Fourth Edition*. Canada.

İğdeli, Z. (2023). Matematik Öğretmen Adaylarının Matemetiksel Modelleme Bağlamında Matematiksel Düşünme Becerilerinin İncelenmesi. Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.

Karakoca, A. (2011). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmede Matematiksel Düşünmeyi Kullanma Durumları (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Karslıgil Ergin, G. (2015). Öğrencilerin Problem Çözme ve Kurma Süreçlerindeki Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi).Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Kükey, E. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Biçimleri ile Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Bu Konudaki Görüşlerinin İncelenmesi (Yayımlanmamış Doktora Tezi). İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.

Lane, C. P. (2005). Mathematical thinking and the process of specializing. Unpublished doctoral thesis, M.S. University of Cincinnati.

Lane, C. P., & Harkness, S. S. (2012). Game show mathematics: Specializing, conjecturing, generalizing, and convincing. The Journal of Mathematical Behavior, 31(2), 163-173.

Ma'Moon, M. M. (2005). Mathematical thinking and mathematics achievement of students in the year 11 scientific stream in Jordan, Unpublished doctor's thesis, The University of Newcastle.

Mason, J. ve Johnston-Wilder, S. (2004). *Fundamental constructs in mathematics education*. London: RoutledgeFalmer.

Mason, J., Burton, L. ve Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically. Revised Edition.* England: Addison-Wesley Publishers, Wokingham.

Mason, J., Burton, L., Stacey, K. (2010). Thinking mathematically (Second Edition). Harlow England: Pearson Education Limited.

MEB. (2009). İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu. Ankara: TTK Başkanlığı.

Mert Uyangör, S. (2019). Investigation of the mathematical thinking processes of students in mathematics education supported with graph theory. *Universal Journal of Educational Research, 7(1), 1-9.*

Miles, M. ve Huberman, M. (1994). An expanded sourcebook qualitative data analysis. *Second Edition*. California: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018a). Ortaöğretim Matematik Dersi 9, 10, 11, 12. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2017). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Mubark, M. (2005). Mathematical Thinking and Mathematical Achievement of Students in the Year of 11 Scientific Stream in Jordan. Unpublished Ph.D. Thesis, University of Newcastle, School of Education and Arts, Callaghan.

Özer, Ö. ve Arıkan, A. (2002). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapma düzeyleri. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Egitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Öztürk, G. ve Akyüz, G. (2013). Öğretmen Adaylarının Matematiksel Düşünmeye Odaklı Öğretimi Planlama Becerilerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 21(3), 841-864.*

Patton, M. Q. (1990). Qualitative evaluation and research methods. *Second Edition*. London: Sage Publications.

Polya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method. *Second Edition*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1973). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Princeton, N.J.: Princeton Uni. Press.

Sasman, M., Linchevski, L., Olivier, A. ve Liebenberg, R. (1998). Probing children's thinking in the process of generalisation. In Fourth Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA. Pietersburg.

Stacey, K. (2006). What is Mathematical Thinking and Why is It Important? Progress report of the APEC project: "Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) - Lesson Study focusing on Mathematical Thinking".

Tall, D. O. (2005). The transition from embodied thought experiment and symbolic manipulation to formal proof. Proceedings of Kingfisher Delta'05, Fifth Southern Hemisphere Symposium on Undergraduate Mathematics and Statistics Teaching and Learning. 1-16. Australia.

Tataroğlu Taşdan, B., Çelik,A. ve Erduran, A. (2013). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Düşünme ve Öğrencilerin Matematiksel Düşünmelerinin Geliştirilmesi Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 21(4), 1487-1504.*

Tosun, N. (2019). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Açıortay Konusunda Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Tüzün, M. ve Cihangir, A. (2020). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Aşamaları İle Matematik Öz Yeterlikleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi, *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi, 2(2), 210- 228*.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 234- 243.*

Uzun, N., Topan, B., Demir, A., & Çelik, D. (2019). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38(1), 266-282*.

Yağdıran, B. (2018). Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında 11. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yeşildere, S. (2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6,7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi (Yayımlanmamış Doktora Tezi).Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* 40(1), 181-213.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A.ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2008). *Matematiksel düşünme*.(5. Baskı). İstanbul: Remzi Kitapevi.

Yıldırım, C. (2014). *Matematiksel düşünme* (10. basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, D. (2015). Ortaokul Öğrencilerinin Geometri Problemlerindeki Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yıldız, C. (2016). Comparing The Mathematical Thinking Experiences of Students at Faculty of Education and Faculty of Arts and Sciences. TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology- Special Issue for INTE, 480-488.

Zopluoğlu, C. (2014). Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012 Türkiye Değerlendirmesi: Matematik.

EKLER

Ek 1.

Sevgili Öğretmen Adayı;

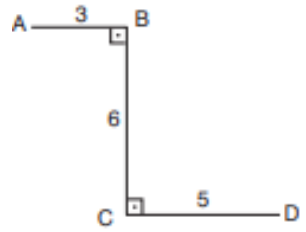
Bu çalışma Dr.Öğr.Üyesi Orhan ÇANAKÇI danışmanlığında yapılan ve " Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Nesneler Üzerine Matematiksel Düşünme Süreçleri" başlıklı yüksek lisans tezinin uygulama çalışmasıdır. Her soru için cevabınızı yazarak detaylı bir şekilde belirtiniz. Katkılarınızdan dolayı şimdiden teşekkür ederim.

Gülizar KUBAT

Ad-Soyad: Program: Sınıf:

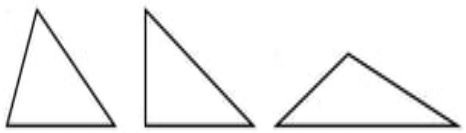
MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNE YÖNELİK BECERİ TESTİ:

1)



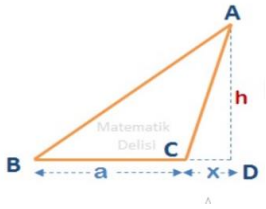
Yanda verilen şekilde $|AB|=3$ cm, $|BC|=6$ cm ve $|CD|=5$ cm olarak verilmiştir. Buna göre A noktası ile D noktası arasındaki uzaklığın kaç cm olduğunu bulunuz.
Cevabınızı ayrıntılı şekilde yazınız.

2)



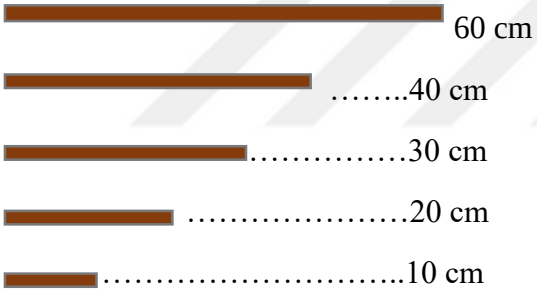
Yanda verilen dar, dik ve geniş açılı üçgenlerin her bir köşesinden karşı kenarına ya da kenar uzantısına indirilen dikmelerin kesişim noktaları hakkında nasıl bir genelleme yapabilirsiniz?
Cevabınızı gerekçeleriyle beraber açıklayınız.

3)



Bir dik üçgenin alanının "İki dik kenarın uzunluklarının çarpımının yarısıdır." bilgisinden yola çıkarak;
Yanda verilen yüksekliğin taban uzantısıyla kesiştiği bir üçgen düşünülürse alanının $\frac{a.h}{2}$ olduğunu gerekçelerini yazarak doğrulayınız.

4)



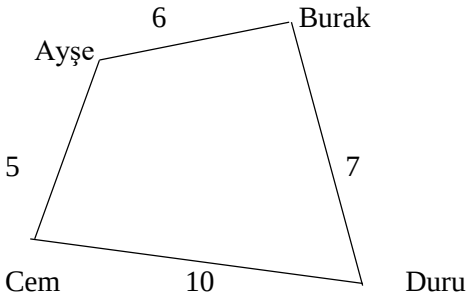
Yanda verilen beş çubuktan üç tanesi seçilip uç uca eklenerek bir üçgen elde edilecektir. Hangi üçgenlerin oluşabileceğini bulunuz ve cevabınızı ayrıntılı şekilde yazınız.

(*Çubukların kalınlıkları ihmal ediliyor.)*

Ek 2.

Görüşme Soruları

1)



Bir parkta oyun oynayan Ayşe, Burak, Cem ve Duru aralarındaki uzaklık metre cinsinden verilmiştir. Buna göre Ayşe ve Duru arasındaki en kısa mesafenin metre cinsinden en küçük tam sayı değeri kaç olabilir?
Cevabınızı ayrıntılı açıklayınız.

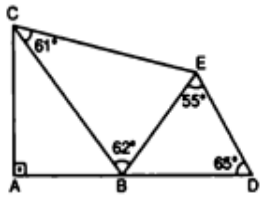
2) Herhangi bir dik üçgenin en uzun kenarı hakkında nasıl bir genelleme yapabilirsiniz? Yaptığınız genellemeyi gerekçeleriyle beraber açıklayın.

3)

"Bir dik üçgende dik açının karşısındaki kenar uzunluğunun karesi, diğer iki kenarın uzunluklarının kareleri toplamına eşittir." genellemesini nasıl doğrularsınız?

Cevabı sebepleriyle beraber ayrıntılı şekilde açıklayın.

4)



$[CA] \perp [AD]$
$m(\widehat{BED}) = 55°$
$m(\widehat{BCE}) = 61°$
$m(\widehat{CBE}) = 62°$
$m(\widehat{ADE}) = 65°$

Yanda verilen şekle göre en uzun kenar hangisidir?
Cevabınızı ayrıntılı şekilde açıklayınız.