T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

ÖĞRENCİLERİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİ: TAM ÖĞRENME İLKELERİ ÇERÇEVESİNDE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÖĞRENME ORTAMININ ETKİSİ

Tuğba TEKCAN

(Yüksek Lisans Tezi)

İstanbul, 2022

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

ÖĞRENCİLERİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİ: TAM ÖĞRENME İLKELERİ ÇERÇEVESİNDE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÖĞRENME ORTAMININ ETKİSİ

ALGEBRAIC THINKING SKILLS OF STUDENTS: THE EFFECT OF ENRICHED LEARNING ENVIRONMENT IN THE FRAMEWORK OF MASTERY LEARNING PRINCIPLES

Tuğba TEKCAN

(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman

Prof. Dr. Sare ŞENGÜL

İstanbul, 2022

Tüm kullanım hakları

M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.

© 2022

ETİK BEYANI

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırladığım çalışmamda;

- Sunduğum bilgileri, dokümanları ve verileri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Çalışmamda yararlandığım eserlerin tamamına atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Elde ettiğim verilerde ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı bildirir, aksi bir durumda aleyhimde doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

23/02/2022

Tuğba TEKCAN

ÖZGEÇMİŞ

Öğrenim

2009-2013	Remzi Yapıcı Anadolu Öğretmen Lisesi
2013-2018	Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı
2018-2022	Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı

Öğretmenlik Deneyimi

2018-2020	Üsküdar Bilim Merkezi'nde Matematik Öğretmeni

ÖNSÖZ

Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkilerini araştıran bu çalışmada öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme becerilerinin nasıl ve ne yönde etkilendiği ayrıntılı olarak sunulmuştur. Bu çalışmanın ülkemizde cebir öncesi cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ile ilgili yapılan çalışmalara önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Tez çalışmamı birlikte yürüttüğüm değerli tez danışmanım Prof. Dr. Sare ŞENGÜL'e her zaman yanımda olup beni desteklediği ve değerli katkılarını eksik etmediği için şükranlarımı sunarım. Ayrıca tez çalışmamda görüş ve önerilerinden yararlandığım saygıdeğer hocalarım Doç. Dr. Fatma ERDOĞAN ve Dr. Öğr. Üyesi Yeşim İMAMOĞLU'na çok teşekkür ederim. Eğitim öğretim hayatım boyunca bana katkıda bulunan tüm hocalarıma da teşekkürü bir borç bilirim.

Çalışmalarıma katkıda bulunan tüm öğrencilere ve çalışmalarım sırasında benden manevi katkılarını esirgemeyen tüm arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Son olarak, manevi desteklerini hep yanımda hissettiğim değerli anneme, babama ve ablalarıma sonsuz teşekkürlerimi sunar ve bu tezi onlara ithaf ederim.

Tuğba TEKCAN

ÖZET

Çalışma tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemek amacıyla yapılmıştır. Zenginleştirilmiş öğrenme ortamı, tam öğrenme kuramı ve Kaput'un (1999) cebirsel düşünme ile ilgili belirlediği 5 tema çerçevesinde teknoloji kullanımı, somut materyaller, gerçek hayat bağlamları içeren problemler ve grup çalışmalarını içerecek şekilde hazırlanmıştır.

Bu araştırmada karma yöntem bağlamında yakınsayan paralel desen kullanılmıştır. Buna göre hem nitel; video kayıtları, araştırmacının gözlemleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler hem nicel veriler; ön test ve son test olarak kullanılan Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT), izleme testleri ve paralel testler uygulama esnasında toplanmış olup araştırma sonunda birleştirilerek yorumlanmıştır. Araştırma uygulaması 2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Kırklareli ilinde bir resmi ortaokulda okuyan öğrencilerle çevrimiçi olarak gerçekleştirilmiştir. CDBT pilot uygulamasını gerçekleştirmek üzere 69 6. sınıf öğrencisi uygun örnekleme ile belirlenmiş olup, ana uygulamayı gerçekleştirmek üzere 12 5. sınıf öğrencisi CDBT uygulanarak amaçlı örnekleme maksimum çeşitlilik yöntemi ile belirlenmiştir.

Araştırmada, öncelikle taslak olarak hazırlanan CDBT 69 kişiden oluşan 6. Sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Sonrasında, istatistiksel analizler gerçekleştirilerek CDBT son halini almıştır. Ana uygulamada 12 5. sınıf öğrencisine zenginleştirilmiş öğrenme ortamı uygulanmıştır. Video kayıtları, araştırmacının gözlemleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler içerik analizi yöntemiyle, nicel veriler Wilcoxon Testi, Kruskal Wallis Testi ve çeşitli betimsel istatistik yöntemleriyle analiz edilmiştir.

Araştırma sonucunda uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme becerisini geliştirmede orta düzeyde olumlu bir etkisinin olduğu; düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencilerin seviyelerinin artarak birbirine yaklaştığı ve farklı temalarda öğrencilerin cebirsel düşünme başarılarının farklılaştığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamı, Cebirsel Düşünme Becerisi, Tam Öğrenme İlkeleri

ABSTRACT

ALGEBRAIC THINKING SKILLS OF STUDENTS: THE EFFECT OF ENRICHED LEARNING ENVIRONMENT IN THE FRAMEWORK OF MASTERY LEARNING PRINCIPLES

The study was conducted to examine the effect of an enriched learning environment prepared in line with mastery learning principles on the algebraic thinking skills of 5th grade students. The enriched learning environment was prepared in the framework of mastery learning theory and Kaput's (1999) 5 themes related to algebraic thinking, including the use of technology, concrete materials, real-life problems and group work.

Mixed method and convergent parallel design were used in this study. Accordingly, both qualitative data (video recordings, researcher's observations and semi-structured interviews) and quantitative data (Algebraic Thinking Skill Test (CDBT), which is used as pre-test and post-test, follow-up tests and parallel tests) were collected during the application. Moreover, they were combined and interpreted at the end of the research. The research application was carried out online with students studying at a public middle school in Kırklareli in the spring term of the 2020-2021 academic year. In order to carry out the CDBT pilot application, 69 6th grade students were determined by convenient sampling, and 12 5th grade students were determined by the maximum variation method by applying CDBT to carry out the main application.

In the study, first of all, CDBT, which was prepared as a draft, was applied to 6th grade students consisting of 69 students. Afterwards, statistical analyzes were performed and CDBT took its final form. In the main application, an enriched learning environment was applied to 12 5th grade students. Video recordings, researcher's observations and semi-structured interviews were analyzed by content analysis method, and quantitative data were analyzed with Wilcoxon Test, Kruskal Wallis Test and various descriptive statistical methods.

As a result of the research, it was determined that the application had a moderate positive effect on improving the algebraic thinking skills of the students; it has been observed that the levels of students with low, medium and high algebraic thinking skills are increasingly

approaching each other and the algebraic thinking success of students in different themes differs.

Keywords: Enriched Learning Environment, Algebraic Thinking Skill, Mastery Learning Principles

İÇİNDEKİLER

ETİK BEYANI ..... **i**

ÖZGEÇMİŞ ..... **ii**

ÖNSÖZ ..... **iii**

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

TABLOLAR LİSTESİ ..... **x**

KISALTMALAR VE SEMBOLLER LİSTESİ ..... **xiv**

ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xv**

GRAFİKLER LİSTESİ ..... **xvi**

RESİMLER LİSTESİ ..... **xvii**

BÖLÜM I: GİRİŞ **1**

1.1. Problem Durumu 1

1.2. Araştırmanın Amacı 7

1.3. Araştırmanın Önemi 8

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları 10

1.5. Araştırmanın Varsayımları 10

1.6. Araştırma Tanımları ve Kısaltmalar 10

BÖLÜM II: KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR **12**

2.1. Kavramsal Çerçeve 12

2.1.1. Tam Öğrenme Kuramı ve İlkelerine İlişkin Genel Bilgiler 12

2.1.2. Cebirsel Düşünme 18

2.2. İlgili Araştırmalar 25

BÖLÜM III: YÖNTEM **29**

3.1. Araştırma Modeli 29
3.2. Çalışma Grubu 29
3.3. Veri Toplama Araçları 30
3.3.1. Cebirsel Düşünme Beceri Testi (Ön Test ve Son Test) 31
3.3.2. Bilişsel Giriş Davranışları Testi, Uygulama Süresince Uygulanan Ders Planları, İzleme Testleri ve Paralel Testler 34
3.3.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu 46
3.3.4. Video Kayıtları 47
3.3.5. Gözlem Notları 47
3.4. Verilerin Toplanması 47
3.5. Verilerin Analizi 55
3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği 56
BÖLÜM IV: BULGULAR VE YORUMLAR 58
4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular 58
4.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular 59
4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemi İle İlgili Bulgular 60
4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemi İle İlgili Bulgular 62
4.5. Araştırmanın Beşinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular 65
4.5.1. Birinci Tema ile İlgili Nitel Bulgular 65
4.5.2. İkinci Tema ile İlgili Nitel Bulgular 72
4.5.3. Üçüncü Tema ile İlgili Nitel Bulgular 91
4.5.4. Dördüncü Tema ile İlgili Nitel Bulgular 97
4.5.5. Beşinci Tema ile İlgili Nitel Bulgular 102
4.6. Araştırmanın Altıncı Alt Problemi İle İlgili Bulgular 111
4.7. Araştırmanın Yedinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular 112

4.8. Araştırmanın Sekizinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular 113

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 128

5.1. Sonuçlar ve Tartışma 128

5.1.1. Kaput'a (1999) göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir? 128

5.1.2. Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır? 129

5.1.3. Kaput'a (1999) göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir? 130

5.1.4. Kaput'a (1999) göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır? 131

5.1.5. Kaput'un (1999) cebirsel düşünme temalarına göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama sonrası gelişim düzeyleri nasıldır? 132

5.1.6. Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır? 133

5.1.7. Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır? 135

5.1.8. Uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin uygulama hakkındaki görüşleri nelerdir? 135

5.2. Öneriler 137

Kaynakça 138

EKLER 149

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2. 1. Genişleyen Örüntü Tablosu 24
Tablo 3. 1. Çalışma Gruplarının Cinsiyete Göre Dağılımı 30
Tablo 3. 2. Bir Sorunun Düzenlenmesi 31
Tablo 3. 3. CDBT'ye Ait Uzlaşma Yüzdeleri 32
Tablo 3. 4. CDBT'ye Ait Madde Analiz Değerleri 33
Tablo 3. 5. CDBT'ye Ait İç Tutarlılık Katsayıları 33
Tablo 3. 6. Temalara Ait Kazanımlar 36
Tablo 3. 7. Yapılandırmacı Yaklaşımın 4 Aşamalı Modeli 37
Tablo 3. 8. İzleme Testleri Belirtke Tablosu 44
Tablo 3. 9. İzleme Testleri Belirtke Tablosunun Devamı 45
Tablo 3. 10. Bütüncül Puanlama Rubriği 46
Tablo 3. 11. Uygulama Planı 48
Tablo 3. 12. Normallik Testi 55
Tablo 4. 1. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Ön Test Sonuçları 58
Tablo 4. 2. Farklı Düzeydeki Grupların Ön Test Puan Ortalamaları 59
Tablo 4. 3. Kruskal Wallis Testi Sonucu 60
Tablo 4. 4. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Son Test Sonuçları 60
Tablo 4. 5. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Ön Test ve Son Test Sonuçları 63
Tablo 4. 6. Ön Test ve Son Test için Yapılan Wilcoxon Testi Sonuçları 64
Tablo 4. 7. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular 66
Tablo 4. 8. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 2 67
Tablo 4. 9. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular 68
Tablo 4. 10. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 3 69
Tablo 4. 11. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular 70
Tablo 4. 12. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Ek Dersteki Bir Soru 71
Tablo 4. 13. Ek Derste Merve ile İlgili Bulgular 71
Tablo 4. 14. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Eşitlik Konusu ile İlgili Bulgular 73
Tablo 4. 15. Tablo 4.14'ün Devamı 74
Tablo 4. 16. Tablo 4.15'in Devamı 75

Tablo 4. 17. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Eşitlik Konusu Ek Dersler İle İlgili Bulgular 78
Tablo 4. 18. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Eşitlik Konusu Ek Ders 2 ile İlgili Bulgular 79
Tablo 4. 19. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 1 80
Tablo 4. 20. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 2 81
Tablo 4. 21. Tablo 4.20'nin Devamı 82
Tablo 4. 22. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 3 83
Tablo 4. 23. Tablo 4.22'nin Devamı 84
Tablo 4. 24. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 4 84
Tablo 4. 25. Tablo 4.24'ün Devamı 85
Tablo 4. 26. Tablo 4.25'in Devamı 86
Tablo 4. 27. Tablo 4.26'nın Devamı 87
Tablo 4. 28. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Değişkenlerin Farklı Kullanımları Ek Dersler İle İlgili Bulgular 88
Tablo 4. 29. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Değişkenlerin Farklı Kullanımları Ek Dersler İle İlgili Bulgular 2 89
Tablo 4. 30. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Değişkenlerin Farklı Kullanımları Ek Ders 2 İle İlgili Bulgular 90
Tablo 4. 31. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular 91
Tablo 4. 32. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular 92
Tablo 4. 33. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular 92
Tablo 4. 34. Tablo 4.33'ün Devamı 93

Tablo 4. 35. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 4 ile İlgili Bulgular 94
Tablo 4. 36. Tablo 4.35'in Devamı 95
Tablo 4. 37. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 5 ile İlgili Bulgular 96
Tablo 4. 38. Tablo 4.37'nin Devamı 97
Tablo 4. 39. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular 98
Tablo 4. 40. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular 99
Tablo 4. 41. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular 100
Tablo 4. 42. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 4 ile İlgili Bulgular 101
Tablo 4. 43. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular 102
Tablo 4. 44. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular 103
Tablo 4. 45. Tablo 4.44'ün Devamı 104
Tablo 4. 46. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular 105
Tablo 4. 47. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 4 ile İlgili Bulgular 106
Tablo 4. 48. Tablo 4.47'nin Devamı 107
Tablo 4. 49. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 5 ile İlgili Bulgular 108
Tablo 4. 50. Matematiksel Modelleme Teması Ek Dersler İle İlgili Bulgular 109
Tablo 4. 51. Farklı Gruplara Göre Son Test Puan Ortalamaları 111
Tablo 4. 52. Kruskal Wallis Testi Sonucu 112
Tablo 4. 53. Farklı Gruplara Göre Ön Test ve Son Test Puan Ortalamaları 113
Tablo 4. 54. Uygulamaya Yönelik Öğrenci Görüşlerine Ait Kategori ve Kodlar 114
Tablo 4. 55. "Uygulama Öncesi Cebirsel Düşünme Bilgisi" Kategorisine İlişkin Bulgular 114
Tablo 4. 56. "Uygulama Sonrası Cebirsel Düşünme Bilgisi" Kategorisine İlişkin Bulgular 115
Tablo 4. 57. "Uygulamanın Faydaları" Kategorisine İlişkin Bulgular 117
Tablo 4. 58. "Tam Öğrenme Yönteminin Etkisi" Kategorisine İlişkin Bulgular 119
Tablo 4. 59. "Zorlanılan Noktalar" Kategorisine İlişkin Bulgular 120

Tablo 4. 60. “Uygulamanın Olumlu Yönleri” Kategorisine İlişkin Bulgular 122
Tablo 4. 61. “Uygulamanın Olumsuz Yönleri” Kategorisine İlişkin Bulgular 124
Tablo 4. 62. “Uygulamayı İyileştirme Yolları” Kategorisine İlişkin Bulgular 126

KISALTMALAR VE SEMBOLLER LİSTESİ

BGDT: Bilişsel Giriş Davranışları Testi

CDBT: Cebirsel Düşünme Beceri Testi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2. 1. Tam Öğrenme Modeli Değişkenleri (Bloom, 1995) 12
Şekil 2. 2. Tam Öğrenme Uygulama Aşamaları (Senemoğlu, 2020, s. 458) 16
Şekil 2. 3. Kenarlık Problemi 20
Şekil 2. 4. Genişleyen Örüntü Örneği 24
Şekil 3. 1. Verilerin Toplanma Süreci 54
Şekil 4. 1. Merve'nin Çizdiği Şekil 68
Şekil 4. 2. Emre'nin Çizimi 68
Şekil 4. 3. Birinci Tasarım 93
Şekil 4. 4. İkinci Tasarım 93

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 4. 1. İzleme Testleri ve Paralel Testlerin 100 Puan Üzerinden Karşılaştırılması ... 61

RESİMLER LİSTESİ

Resim 3. 1. 1.Hafta Etkinlikleri ve Öğrenci Çözümleri 49
Resim 3. 2. Eşitlik İşareti Dersine Ait Görseller 50
Resim 3. 3. Değişkenin Farklı Kullanımları Dersine Ait Görseller 51
Resim 3. 4. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Derslerine Ait Görseller 52
Resim 3. 5. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Derslerine Ait Görseller 53
Resim 3. 6. Matematiksel Modelleme Teması Derslerine Ait Görseller 54
Resim 4. 1. Merve'nin Eşitlikler ile İlgili Çalışması 74
Resim 4. 2. Emre'nin Eşitlikler ile İlgili Çalışması 75
Resim 4. 3. Aslı'nın Eşitlikler ile İlgili Çalışması 75
Resim 4. 4. Merve'nin Çalıştığı Ekran (Phet Colorado-Eşitlik Gezgini) 76
Resim 4. 5. Cebir Denge Terazisi (NLVM) 83
Resim 4. 6. Dağılma Özelliği (PHET Colorado) 96
Resim 4. 7. Geometrik Desen Sorusu 98
Resim 4. 8. İşlem Makinesi (PHET) 99
Resim 4. 9. Bambu Ağaçları Etkinliği Tablo ve Grafik 101

BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, sınırlılıkları, varsayımları, tanımları ve kısaltmaları yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Günümüzde matematik eğitimi en önemli eğitim alanlarından biridir. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB, 2018) öğretim programlarına göre ilkokulda matematik eğitiminde temelde öğretilen öğrenme alanları sayılar ve işlemler, geometri, ölçme ve veri işleme iken, ortaokulda ise sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılıktır. Ortaokulda öğrencilerin öğrenme alanına eklenen cebir öğrenme alanı matematikte ilgi çeken öğrenme alanlarından biridir.

Matematikte cebir, hem problemleri çözmek hem de durumları modellemek için çok güçlü bir araçtır. Cebir Kieran (1992) tarafından genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden ve harflerin nicelikleri temsil etmesinden başka onlarla işlemler de yapabilen bir alan olarak tanımlanmıştır. Rojano ve Sutherland (1993) ise cebirin, matematik veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklarken kullanılabilen bir matematik dili olduğunu belirtmiştir. Çetinkaya, Erbaş ve Ersoy (2009) da cebirin diğer bilim dallarının öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal çerçeve çizerek ortak bir köprü ve dil görevi üstlendiğini söylemektedir. Kullanım alanı geniş olan ve bir dil olarak görülen cebirde birkaç sayıdan ziyade sayı kümelerinin düşünülmesi gerektiği için cebir, aritmetikten daha soyut görülmektedir (Akkuş ve Palabıyık, 2011). Cebirsel ifadelerin soyut bir dil olması nedeniyle öğrenciler okul matematiğinde bu konuda zorlanmakta ve öğrenme sürecinde engellerle karşılaşmaktadırlar (Dede, 2004; Hersovics ve Linchevski, 1994; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Stacey ve Macgregor, 1997). Bazı araştırmacılar tarafından matematik başarısının bir ön koşulu olarak kabul edilen cebir öğretiminde yaşanan zorlukların asıl nedeni olarak öğrencilerin ilkokul yıllarında gerekli cebirsel düşünme becerilerine sahip olmamaları gösterilmektedir (Hiebert vd., 2005; Stigler vd., 1999; U.S. Department of Education [ED], Office of Educational Research and Improvement [OERI] ve National Center for Education Statistics [NCES], 1998). Bu alanda yapılan son yıllardaki araştırmalarda ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme

becerilerinin istenilen düzeyde olmadığı ifade edilmektedir (Atasoy, 2020; Girit ve Akyüz, 2016; Gökburun, 2021; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016; Kaya ve MEB, 2017; Türkoğlu, 2017; Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018). Cebir öğretiminde yaşanılan zorlukların giderilmesi noktasında alanyazındaki görüşler ilköğretim yıllarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesinde yoğunlaşmaktadır (Hiebert vd., 2005; Stigler vd., 1999; U.S. ED, OERI ve NCES, 1998). 3-5. sınıflarda cebirsel düşünmenin geliştirilmesine yönelik araştırma yapan Blanton, Crites, Dougherty, Levi ve Zbiek (2011) erken yaşlarda cebirsel düşünme becerisinin kazandırılmasının önemini vurgulamışlardır. Bobis, Lowrie ve Mulligan (2009) da cebirsel düşünme ile ilgili olarak okul öncesi ve ilkokulda cebirsel kavramların müfredatın içinde yer alması gerektiği görüşünün son yıllarda benimsendiğini belirtmişlerdir. Turgut ve Doğan (2017) yaptıkları çalışmada erken cebirin ve bu kapsamda hazırlanacak etkinliklerin müfredatta yer almasının öğrencilere akademik anlamda olumlu katkı sağladığını belirtmektedirler. Türkoğlu (2017) da ilkokulda teknoloji ve materyal kullanımı ile aritmetikten cebire iyi bir geçişi sağlayacak öğretim etkinliklerinin yapılması ve müfredatların, cebirsel fikirleri ve aritmetiksel deneyimleri oluşturabilecek şekilde hazırlanması gerektiğini söylemiştir. NCTM (2000) ise okul öncesinden lisenin son yıllarına kadar her sınıf seviyesinde cebir ile ilgili bazı standartların elde edilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Cebirsel düşünme cebirden daha kapsamlı bir kavram olup, öğrencilerin cebir alanına geçmeden önce cebire bir hazırlık olarak oluşturabilecekleri ve daha sonraları da hayat boyu kullanabilecekleri bir düşünme türüdür. Bu düşünme türünün temelini ilkokul ve ortaokulda öğretilen sayı, dört işlemler, geometrik akıl yürütme ve ölçme kavramlarıyla ilgili düşünceler oluşturur (Kaput, 2008). NCTM'e (2000) göre ise cebirsel düşünme;

1) Fonksiyonlar

2) Cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmek

3) Nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmak

4) Gerçek yaşamla ilgili bağlamlardaki değişimi analiz etmektir.

Cebirsel düşünme ile ilgili en kapsamlı sınıflandırma Kaput'a (1999) ait olup 5 farklı tema ile tanımlanmıştır. Bunlar sırasıyla;

1) Aritmetik örüntülerden genelleme

2) Sembollerin anlamlı kullanımı

3) Sayı sistemindeki yapıların çalışılması

4) Fonksiyon ve örüntülerin çalışılması

5) Yukarıdaki dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme sürecidir.

Ülkemizdeki ilköğretim matematik programında (MEB, 2018) cebir öğrenme alanı, cebirsel düşünme ile ilgili matematik öğretimi alanında yapılan çalışmalar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca cebir alanına ait kazanımların diğer öğrenme alanlarında bulunan kazanımlarla ilişkilendirilmesi gerektiği de savunulmuştur. Ancak, cebir öğrenme alanına resmi olarak 6. sınıfta yer verilmeye başlanmıştır. Daha önceki sınıf kademelerinde yer yer cebirsel düşünme becerisi ile ilgili kazanımlara rastlanmaktadır (Aktaş, 2019, s. 47). Fakat özel olarak bu sınıflarda cebirsel düşünme alanına vurgu yapılması ile ilgili bir ifadeye rastlanmamaktadır. Özden (2019) de öğrencileri cebire hazırlayacak kazanımların ve açıklamaların programda yeterince vurgulanmadığı, öğretmenlere bırakıldığı ve öğretmenlerin de cebir öncesi farkındalıkları bulunmuyorsa öğrencilerin altınca sınıfta cebir ile ilk defa karşılaşmalarının ani bir giriş olacağını söylemektedir. Bu nedenle cebir öncesi dönemde özellikle cebir dönemine kritik bir geçiş dönemi olarak görülebilecek olan 5. sınıflarda cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi ile ilgili yapılan ve yapılacak olan çalışmaların yeni öğretim programlarındaki değişikliklere de ışık tutacağı söylenebilir.

Öğrencilerde cebirsel düşünmeyi geliştirmek için hem yeni öğretim programları geliştirmek hem de bu tür öğretim programlarının geliştirilmesini destekleyen araştırmalar yapmak çok önemlidir. Bu bağlamda, alanyazında birçok çalışma yapılmıştır (Cetner, 2015; Çağdaşer, 2008; Kusumaningsih, Darhim, Herman ve Turmudi, 2018; Lian ve Yew, 2011; Naylor, 2005; Palabıyık ve İspir Akkuş, 2011). Fakat ülkemizde 5. sınıfların cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeleri ile ilgili sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır.

Bu çalışmalardan biri 3, 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeylerini belirlemek üzere yapılmıştır. Tüm sınıf seviyelerinde fonksiyonel düşünmenin birçok göstergesinin olduğu fakat bazı ilişkileri genellemede öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Bu nedenle çalışma cebir öncesi dönemde fonksiyonel ilişkilerin geliştirilebilir olduğunu ve buna yönelik öğretim araçlarının arttırılması gerektiğini savunmuştur (Türkmen ve Tanışlı, 2019). Diğer araştırma ise cebir eğitimi olmayan öğrencilerin problem çözerken denklemleri kullanıp kullanamadıklarını sorgulamıştır. Sonuç olarak öğrencilerin denklemler kurabildikleri ve bu denklemlerde değişik sayısal değerleri kullanabildikleri görülmüştür (Yaman ve Dündar, 2015). Kızıltoprak ve Köse (2020) de 5. sınıflarda ilişkisel düşünme ve sayı sisteminin özellikleri (değişme, birleşme, dağılma) gibi alanların geliştirilebildiğini göstermiştir. Böylece bu araştırmalar cebir öncesi dönemde cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği ve geliştirilebilir olduğunu göstermektedir. Araştırmaların sınırlı sayıda olması nedeniyle bu alanda yapılacak farklı bakış açılarına sahip olan araştırmaların alana önemli bir zenginlik katacağı düşünülmektedir.

Diğer bir yandan, cebirsel düşünme gerçek hayatta karşılaştığımız bazı problemleri çözmemize, modellememize yardımcı olması yönüyle öğrencilerin problem çözme becerisi ile yakından ilgilidir. Booker ve Windsor (2010) cebirsel düşünme becerisi geliştirilirken problem çözme yönteminin faydalı olduğunu savunmuşlardır. Problemler bireylerin düşünme biçimleri edinmelerine, ulaştıkları genellemeleri ifade etmelerine ve cebirsel sembolizmin anlamlı bir şekilde kullanılmasına katkı sağlayabilmektedir (Carraher, Brizuela ve Schliemann, 2003). Ayrıca, Windsor (2010) matematiksel problem çözmeyi cebirsel düşünmeyi içerecek şekilde genişletmenin, matematiksel olarak daha farklı düşünme yollarını kolaylaştırdığını ve öğrencilerin rutin aritmetik çözümlerin ötesine geçen matematiksel deneyimlerini geliştirmeleri için fırsatlar ortaya çıkardığını ifade etmiştir. Problem çözme becerisi de cebirsel düşünme gibi matematikte çok önemli bir yere sahiptir. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) bu becerinin önemini şöyle vurgulamıştır: Öğrenci öğretmenin rehberliği altında çözdüğü matematik problemleriyle ilgili olduğu konuyu ve kavramları daha aktif bir şekilde öğrenebilir ve problem çözme yöntemlerinin öğrenilmesiyle yeni durumlara yani kendi yaşamına daha kolay katabilir. Problem çözme becerisinin geliştirilmesi için öğrencinin

mümkün olduğu kadar farklı ve yaşama dönük problem durumlarıyla karşılaştırılması ve çözüm sürecinin öğrenci tarafından gerçekleştirilmesi gerekmektedir (Aydoğdu, 2008). Cebirsel düşünme alanı da cebirin gerçek hayattaki kullanımlarının görülmesi açısından fayda sağlamaktadır (Herbert ve Brown, 1997). Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2012, s. 268) öğrencilerin cebirsel düşünme becerisini geliştirmede örüntülerle ilgili uygulamalarda gerçek yaşam bağlamlarının kullanılmasının önemli olduğunu belirtmiştir. Özellikle cebirsel düşünmenin matematiksel modelleme kısmı Kaput (1999) tarafından gerçek hayat olgularının matematiksel olarak ifade edilmesi olarak tanımlanmıştır. Bu bağlamda cebir öncesi dönemde cebirsel düşünmenin geliştirilmesini sağlayacak, gerçek yaşam problemleri de içeren öğrenme ortamlarının geliştirilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Blanton ve Kaput (2004) da çalışmalarında öğrencilerin cebirsel düşünmesini geliştirmek için öğretmenlerin, cebirsel düşünmeyi destekleyecek ortamları oluşturmasının ve sınıf kültürü oluşturacak yolları bulmasının önemini vurgulamıştır.

Öğrenme ortamları tasarlanırken kazanımların etkililiğini sağlamak ve öğrencilerin aktif katılımı ile öğretim kalitesini arttırmak amacıyla hazırlanan; programların yapı, felsefe ve kazanımları ile uygunluk gösteren; öğrenci özelliklerine uygun olarak tasarlanan öğretim etkinliklerine zenginleştirilmiş öğretim etkinlikleri denir (Şahan, 2008). Davis ve Rimm'e (1989) göre de zenginleştirilmiş eğitim programları daha çeşitli eğitimsel tecrübelere ve bir şekilde değiştirilmiş ve yeni şeyler eklenmiş bir içeriğe işaret etmektedir. Uluç ve Gündoğdu'ya (2021) göre ise zenginleştirilmiş eğitim uygulamaları uygulanan eğitim programlarının bireylerin ihtiyacına uygun materyallerle, projelerle, deneylerle, keşfetmeye yönelik etkinliklerle, bilişim teknolojileriyle, çeşitli yarışmalarla, zekâ oyunlarıyla, tasarımlarla çeşitlendirilmesi anlamına gelmektedir. Öğrencilerin dijital çağa uyumluluğunu sağlamak amacıyla eğitim ve öğretim sürecinin eğlenceli ve ilgi çekici eğitim ortamları oluşturularak zenginleştirilmesi gerektiği savunulmaktadır. Bu tür ortamlar öğrencilerin matematik başarısı için oldukça önemlidir (Ginsburg ve Herbert, 2008). Ayrıca, zenginleştirilmiş öğretim etkinlikleri öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarını ve özgüvenlerini olumlu yönde etkilemektedir (Guttstein, Lipman, Hernandez ve De Los Reyes, 1997; Mewborn, 2000). Bu nedenle matematik öğretiminde değişik ve zenginleştirilmiş etkinliklerin kullanılması önerilmektedir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde somut materyaller (Çaylan,

2018), teknoloji kullanımı (Kim, 2017; Papadopoulos, 2019; Turan ve Özdemir Erdoğan, 2014), gerçek hayat problemleri kullanımı (Booker ve Windsor, 2010; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012) ve grup çalışmaları (Aktaş, 2019; Çaylan, 2018) gibi yaklaşımların öğrencilerin gelişimlerine olumlu yönde etki ettiği vurgulanmaktadır. Bu nedenle bu yaklaşımların da içinde bulunduğu bir zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrencilerin cebirsel düşünme düşünme becerilerini geliştirmede faydalı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca Körükçü (2015) zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki ölçme ve değerlendirmenin de öğrencilerin ölçülen davranışları fark etmesi ve geri dönütler ile davranışlarını düzenleme fırsatı bulmalarından dolayı öğrenmeye olumlu etki ettiğini söylemektedir. Bu ortamı sağlayacak en iyi yöntemlerden biri de içinde biçimlendirici değerlendirmeler de bulunduran tam öğrenme yöntemidir.

Tam öğrenme yaklaşımı; gerekli olan ek zaman ve öğrenme imkânları verildiğinde, farklı seviyelerdeki tüm öğrencilerin okullarda öğretilmek istenen veya hedeflenen tüm yeni davranışları öğrenebileceğini savunmaktadır (Bloom'dan aktaran Yeşilyurt, 2020). Demirel (2007), tam öğrenmenin gereklerini şu şekilde açıklamıştır:

- Pekiştirme, ipucu, dönüt ve düzeltme verilmelidir.
- Olumlu öğrenme şartları ve öğrenci katılımı sağlanmalıdır.
- Bir ünite tam olarak öğrenilmeden diğerine geçilmemelidir.
- Öğrenilecek bilgiler öğrenicilerin ihtiyaçlarına uygun olmalıdır.
- Tam öğrenme ölçütü belirlenmeli ve yeterli zaman ayrılmalıdır.
- Yeni bilgilerin öğrenilmesi için gerekli ön öğrenmeler gerçekleşmelidir.

Tam öğrenme yaklaşımında istenen olumlu öğrenme şartları farklı araştırmalarda farklı yaklaşımlarla desteklenebilmektedir. Örneğin; tam öğrenmeye dayalı işbirlikli öğrenme ortamları (Özder, 1996), tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda oyun ve farklı etkinliklerle desteklenen matematik dersleri (Şengül ve Zengin, 2009), yaşam temelli senaryolarla desteklenmiş tam öğrenme yöntemi (Kocayusuf, 2014), uzaktan eğitimde tam öğrenme yöntemi (Ersoy, 2014), STEM uygulamaları ve tam öğrenme (Yıldırım ve Selvi, 2017) ve tersyüz sınıf modeli ile desteklenmiş tam öğrenme yöntemi (Özler, 2020) gibi araştırmalar

bulunmaktadır. Yapılan araştırmalarda farklı yaklaşımlarla zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının tam öğrenme yaklaşımı ile birlikte öğrenmeye olumlu yönde etki ettiği görülmüştür.

Belirtilenler doğrultusunda son yıllarda ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin yeterli düzeyde olmaması, ülkemizde cebir öncesi kritik bir dönem olan 5. sınıf seviyesinde cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik çalışmaların kısıtlı olması gerekçeleriyle bu alanda yapılacak farklı bakış açılarına sahip çalışmalara ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. Bu bağlamda cebirsel düşünme becerileri gibi önemli ve cebir öncesi edinilmesi gereken becerilerin öğrencilere kazandırılması noktasında tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının ne yönde katkı sunacağı araştırılmaya değer görülmüştür. Bu düşünceden hareketle çalışmanın problem cümlesi "Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisi nedir?" şeklinde oluşturulmuştur.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemektir. Belirtilen amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemler araştırılmıştır.

1) Kaput'a (1999) göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?

2) Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır?

3) Kaput'a (1999) göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?

4) Kaput'a (1999) göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

5) Kaput'un (1999) cebirsel düşünme temalarına göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama sonrası gelişim düzeyleri nasıldır?

6) Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır?

7) Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

8) Uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin uygulama hakkındaki görüşleri nelerdir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Cebir öğretimindeki zorlukları giderebilmek amacıyla cebir öncesi dönemde cebirsel düşünmenin geliştirilmesi çok önemlidir. Ülkemizde son yıllarda yapılan çalışmalara bakıldığında ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin yeterli seviyede olmadığı görülmüştür (Atasoy, 2020; Girit ve Akyüz, 2016; Gökburun, 2021; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016; Kaya ve MEB, 2017; Türkoğlu, 2017; Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018). Ayrıca, ülkemizde cebir öncesi kritik bir dönem olan 5. sınıf seviyesinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirme açısından sınırlı sayıda araştırma bulunmaktadır (Kızıltoprak ve Köse, 2020; Türkmen ve Tanışlı, 2019; Yaman ve Dündar, 2015). Bu nedenlerle bu çalışmanın alandaki boşlukları doldurarak alana katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Alanyazında farklı sınıf seviyelerinde cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ile ilgili birçok araştırma bulunmaktadır. Fakat bu tez çalışması, önceki yapılan çalışmalar ile karşılaştırıldığında, diğerlerinden farklı bazı özelliklere sahiptir. İlk olarak, cebirsel düşünme becerileri açısından diğer çalışmalar belli cebirsel düşünme alanlarına odaklanırken (Asghari ve Khosroshahi, 2017; Empson, Levi ve Carpenter, 2011; Palabıyık ve İspir Akkuş, 2011; Russell, Schifter ve Bastable, 2011; Somasundram, Akmar ve Leong Kwan Eu, 2019; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011; Walkowiak, 2014) bu çalışma bütüncül bir yaklaşım sergilemesiyle diğer çalışmalardan ayrılmaktadır. Çünkü yapılan çalışmalarda genellikle örüntüler yoluyla genelleme, eşitlik, sembol

kullanımı, sayı sistemini genelleştirme gibi konulardan biri veya birkaçına yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmada ise Kaput'un (1999) önerdiği 5 farklı cebirsel düşünme alanı (aritmetik örüntülerden genelleme, sembollerin anlamlı kullanımı, sayı sistemindeki yapıların çalışılması, fonksiyon ve örüntülerin çalışılması, bu dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme süreci) doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamı kullanılmıştır. Ayrıca, alanyazındaki araştırmalarda cebirsel düşünmeyi geliştirmede kullanılan genellikle çoklu temsil yöntemi, gerçekçi yaklaşım, SOLO modeli, geometrik temsil yaklaşımı, problem çözme yaklaşımı, yapılandırmacılık, teknoloji kullanımı ve somut materyal kullanımı gibi yaklaşımlar bulunmaktadır (Alghtani ve Abdulhamied, 2010; Booker ve Windsor, 2010; Cetner, 2015; Çağdaşer, 2008; Çaylan, 2018; İlhan, Oral ve Kinay, 2013; Kusumaningsih, Darhim, Herman ve Turmudi, 2018; Lian ve Yew, 2011; Naylor, 2005; Papadopoulos, 2019; Turan ve Özdemir Erdoğan, 2014; Windsor ve Mathematics Education Research Group of Australasia, 2010).

Bu çalışmanın ise araştırma imkânlarının izin verdiği ölçüde tam öğrenme yaklaşımının cebirsel düşünceyi geliştirmede kullanıldığı başka çalışmaya rastlanmaması nedeniyle bu bağlamdaki ilk çalışmalardan biri olacağı düşünülmektedir. Tam öğrenme yönteminin içerisindeki biçimlendirici değerlendirme sistemi ve öğrencilere yeterli zaman ve imkânlar verildiğinde tüm öğrencilerin öğrenme ünitelerini öğreneceğini savunması nedeniyle cebirsel düşünme alanında kullanılmasının öğrencilere katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Çalışmada tam öğrenme ilkeleri kullanılarak hazırlanan; gerçek yaşam bağlamlarına sahip problemler, somut materyaller, teknoloji kullanımı ve grup çalışmaları gibi önemli ögeler içeren zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Diğer bir yandan, hazırlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamının yukarıda belirtilen cebirsel düşünme alanlarına özgü olarak hazırlanması, kendine ait öğrenme kazanımlarının oluşturulması nedeniyle de bu ortam özgün bir içeriğe sahiptir. Tasarlanılan bu ortam 5. sınıflarda cebirsel düşünme becerisinin nasıl kazandırılabileceğine yönelik bir örnek teşkil etmektedir. Bu içeriğin gelecekte hazırlanacak müfredatlara da cebirsel düşünme becerilerinin öğrencilere kazandırılması açısından ışık tutması beklenmektedir.

Bu durumda; bu çalışmanın Türkiye'de cebir öncesi dönemde yapılan az sayıda 5. sınıflara yönelik olan çalışmalardan biri olması, cebirsel düşünme becerilerini

geliştirmede bütüncül bir yaklaşımın sergilenmesi, tam öğrenme yaklaşımının kullanılması, kendine özgü bir öğrenme içeriğinin olması ve tez kapsamında üretilecek ürünlerin matematik öğretmen ve öğretmen adayları için zengin bir materyal sunması bakımından alana önemli katkılar sağlaması beklenmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma;

1) 2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar dönemi,

2) Kırklareli ilinde bir ortaokulda okuyan 69 6. sınıf öğrencisi (CDBT sınavının geçerlik ve güvenirlik sınaması), 12 5. sınıf öğrencisi (ana uygulama),

3) Kaput'a (1999) göre belirlenen 5 cebirsel düşünme alanı,

4) 5. sınıf müfredatındaki öğrencilerin matematik bilgi düzeyine göre hazırlanmış zenginleştirilmiş öğrenme ortamı,

5) Pandemi dönemi dolayısıyla çevrimiçi ders olanakları ile sınırlıdır.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

1) Uygulama araştırmacı tarafından uygulanması nedeniyle yapılan eğitim üzerinde öğretmen etkisinin olmadığı,

2) Öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal özelliklerinin birbirine eşit olduğu,

3) Öğrencilerin uygulanan testlere içtenlikle cevap verdiği varsayılmıştır.

1.6. Araştırma Tanımları ve Kısaltmalar

Cebirsel Düşünme: Bu araştırmada Kaput'un (1999) belirlediği 5 tema etrafında sınırlanan matematiksel düşünme biçimi olarak ele alınmıştır.

Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT): Bu test Kaput'un (1999) belirlediği 5 tema (aritmetik örüntülerden genelleme, sembollerin anlamlı kullanımı, sayı sistemindeki yapıların çalışılması, fonksiyon ve örüntülerin çalışılması, matematiksel modelleme süreci) etrafında araştırmacı tarafından geliştirilen ve cebirsel düşünmeye ait kazanımları ölçen testtir.

Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamı: Öğrenme ortamları tasarlanırken kazanımların etkililiğini sağlamak ve öğrencilerin aktif katılımı ile öğretim kalitesini arttırmak amacıyla hazırlanan; programların yapı, felsefe ve kazanımları ile uygunluk gösteren; öğrenci özelliklerine uygun olarak tasarlanan öğretim etkinliklerine zenginleştirilmiş öğretim etkinlikleri denir (Şahan, 2008). Bu çalışmada zenginleştirilmiş öğrenme ortamı cebirsel düşünme becerisi alanlarının özelliklerine göre somut materyaller, teknoloji kullanımı, gerçek hayat bağlamları içeren problemleri ve grup çalışmalarını içeren araştırmacı tarafından hazırlanan öğrenme ortamıdır. Bu öğrenme ortamı içerik olarak 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanmış 5 temadan oluşmaktadır.

Tam öğrenme: Tam öğrenme yöntemi, konuyu önceden belirlenmiş hedeflere veya kazanımlara sahip ünitelere böler. Öğrenciler, tek başlarına veya gruplar halinde, her ünitede organize bir şekilde çalışırlar. Öğrenciler, yeni materyale geçmeden önce ünite sınavlarında başarılı olmalıdır. Yeterli başarıya ulaşamayan öğrenciler, ders verme, akran izleme, küçük grup tartışmaları veya ek ödev yoluyla desteklenirler. Düzeltmeye ihtiyaç duyanlar için öğrenme için ek süre verilir. Öğrenciler, yeterli başarı sağlanana kadar çalışma ve test etme döngüsüne devam eder (Davis ve Sorrell, 1995)

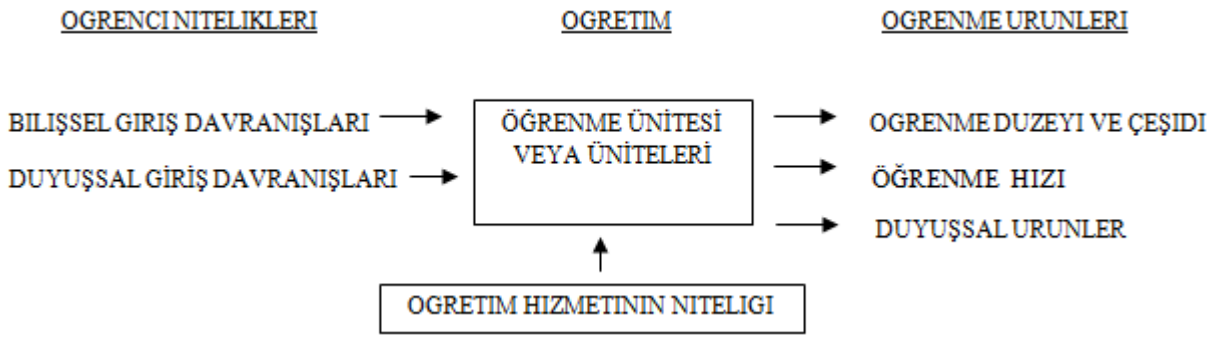
BÖLÜM II: KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Kavramsal Çerçeve

Bu araştırmada tam öğrenme kuramı ve cebirsel düşünme çerçevelerinden yararlanılmıştır.

2.1.1. Tam Öğrenme Kuramı ve İlkelerine İlişkin Genel Bilgiler

Tam öğrenme bir sınıfta öğrencilerin tamamının eğitim öğretim hayatlarında yüksek başarıya sahip olmasını hedefleyen Carroll'un (1963) okulda öğrenme modelinden sonra geliştirilen bir yaklaşımdır. Bloom'un (1998) geliştirdiği bu yaklaşım okulda öğrenilmesi gereken davranışların herhangi bir zihinsel problemi olmayan tüm öğrencilerde yeterli zaman ve gerekli koşullar sağlandığında edinilebileceğini savunmaktadır. Bu kurama göre öğrencilerin ders öncesi kazandırılacak davranışla ilgili olan bilişsel ve duyuşsal birikimleri çok önemlidir. Öğrencilerin hazır bulunuşluk seviyeleri öğrenmenin kalitesini önemli ölçüde etkiler. Öğretim esnasında ise, konular farklı kazanımlara sahip ünitelere bölünür. Öğrenciler, her ünitede bireysel veya grup halinde çalışırlar. Öğrenciler, yeni üniteye geçmeden önce ünite sınavlarında başarılı olmalıdır. Yeterli başarıya ulaşamayan öğrenciler, ders verme, akran izleme, küçük grup tartışmaları veya ek ödev yoluyla desteklenirler. Düzeltmeye ihtiyaç duyanlar için öğrenme için ek süre verilir. Öğrenciler, yeterli başarı sağlanana kadar çalışma ve test etme döngüsüne devam eder (Davis ve Sorrell, 1995). Bu şekilde öğretim ile öğrencilerin en üst öğrenme düzeyine çıkması amaçlanır. Bloom'a göre tam öğrenmeyi oluşturan unsurlar 3 ana başlıkta toplanmıştır: öğrenci nitelikleri, öğretim ve öğrenme ürünleri. Bu unsurlar tam öğrenme modeli değişkenleri olarak tanımlanmıştır. Değişkenler ve alt başlıkları Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2. 1. Tam Öğrenme Modeli Değişkenleri (Bloom, 1995)

2.1.1.1. Öğrenci Nitelikleri

Öğrenci nitelikleri öğrencilerin öğrenme zamanından önce sahip olduğu bilişsel ve duyuşsal alanlardaki hazır bulunuşluk seviyelerinden oluşmaktadır. Bu iki alan ile ilgili ayrıntılı bilgi başlıklar halinde sunulmuştur.

2.1.1.1.1. Bilişsel Giriş Davranışları

Bilişsel giriş davranışları öğrencilerin ünitelere (öğrenme birimleri) başlamadan önce sahip olması gereken ön öğrenmeler olarak tanımlanmaktadır. Bir üniteye başlamadan önce edinilmesi gereken ön koşul davranışlar belirlenmeli ve öğrencilerin bu ön koşul davranışlarına sahip olup olmadığı ölçülmelidir. Eğer öğrenciler ön koşul davranışlarını sahip değilse ek öğrenmelerle eksiklikler tamamlanmalıdır. Çünkü öğrencilerin ön koşul davranışları öğrencilerin ünitedeki başarısını %50 oranında etkilemektedir (Topses, 2009, s. 243).

Bloom'a (2012, s. 43) göre üniteler arasında aşamalılık bulunuyorsa bir önceki ünitedeki öğrenme eksiklikleri bir sonraki ünitenin öğrenilmesine olumsuz yönde etki edecektir. Ünitelerin sayısı arttıkça en son ünitede öğrenme daha da zor hale gelebilecektir. Bu nedenle öğrencilerin bir üniteye başlamadan önce ön koşul davranışlarını ve üniteler arası aşamalılık bulunuyorsa bir önceki üniteyi başarılı bir şekilde tamamlaması gerekmektedir.

2.1.1.1.2. Duyuşsal Giriş Davranışları

Duyuşsal giriş davranışları öğrencilerin öğrenmeden önceki konu ile ilgili istek, tutum ve öz güvenleri ile ilgilidir. Öğrencilerin konuyu öğrenmeye karşı istekli olması, olumlu bir tutum sergilemesi öğrenmeyi olumlu yönde etkilemektedir.

Öğrencilerin sahip oldukları akademik öz güven de duyuşsal giriş davranışlarındandır. Öğrencilerin önceki öğrenmelerindeki deneyimleri, başarıları ve başarısızlıkları yeni karşılaşacakları konularla başa çıkma güçlerini etkilemektedir. Öğrenci sürekli başarısızlığa uğrayacağı gibi bir algıya sahipse bu durum yeni öğrenme durumlarında da isteksizliğe ilgisizliğe neden olabilmektedir (Bloom, 1998). Bu nedenle öğretmenler öğrencilerin öğrenmelerine destek olup öğrencilerin başarabileceğine dair inancının oluşmasını bireysel hızlarında ilerlemelerini sağlayan eğitimlerle sağlamalıdır.

Duyuşsal giriş davranışları öğrencilerin öğrenmelerini %25 oranında etkileyebilmektedir (Bloom, 2012). Duyuşsal giriş davranışları bilişsel giriş davranışları ile birlikte ise

başarıdaki dağılımın %64'ünü etkileyebilmektedir (Yıldıran, 1982, s. 16). Bu nedenlerle her iki bileşen de öğrenci nitelikleri yönünden tam öğrenme için büyük önem taşımaktadır.

2.1.1.2. Öğretim Hizmetinin Niteliği

Tam öğrenme bileşenlerinden bir diğeri olan öğretim hizmetinin niteliği öğrenme sırasındaki etkililiği kapsar. Öğretim hizmetinin niteliği ipucu, pekiştirme, dönüt-düzeltme ve etkin katılım öğelerinden oluşur. Öğretim hizmetinin niteliği başarıyı %25 oranında etkileyebilmektedir. Bilişsel ve duyuşsal giriş davranışları ile birlikte düşünülürse başarıyı %90'a kadar etkileyebildikleri görülmektedir (Bloom, 1998).

2.1.1.2.1. İpucu

İpuçları öğrenme sürecinde öğrencilere neyi ve nasıl yapacaklarını söyledikleri her türlü mesajdır. Bu mesaj birçok farklı şekilde verilebilmektedir. Konuşmalar esnasındaki sözel ifadeler; vurgular, örnekler veya görsel olarak; grafikler, tablolar, resimler ipuçları olabilmektedir. Bazen de dramalar, hikâyeler veya jest ve mimikler öğrenciler için ipuçları oluşturmaktadır.

Öğrencilerin düzeyleri, hazır bulunuşlukları, kültürel ortamları ve fiziksel, psikolojik durumlarına uygun olan ipuçlarının verilmesi etkililiği sağlamaktadır (Özçelik, 2014).

2.1.1.2.2. Pekiştirme

Pekiştirme öğrenme ve öğretme sürecinde gerçekleşen davranışların sıklığını arttırmak için kullanılır. Davranışın sıklığını arttırmak için pekiştireç denilen uyarıcılar öğrencide tekrar o davranışın gerçekleşmesini sağlamak için kullanılan uyarıcılardır (Bloom, 1998).

Pekiştireçler olumlu ve olumsuz pekiştireç olarak ikiye ayrılmaktadır. Olumlu pekiştireç öğrencilerin yaptığı bir davranışı arttırmak amacıyla "Aferin" demek gibi davranışı destekleyici yöndeki olumlu uyarıcılardır. Olumsuz pekiştireç ise karşıdakinin istemeyeceği olumsuz bir uyarıcıdır. Olumsuz pekiştirecin ortadan kaldırılması ile olumsuz pekiştirme sağlanır. Örneğin öğrenci ödevini yapmaya başladıkça öğretmenin ona kızmayı bırakması olumsuz pekiştirmedir. Tüm bu pekiştirmeler öğrenme sürecinde öğrencilerin öğrenmelerini arttıracak şekilde kullanılmalıdır. Bu konuda Tertemiz (2011) pekiştireçlerin, öğrenciye, hedef davranışlara ve kültüre uygun olması gerektiğini belirtmiştir.

2.1.1.2.3. Dönüt ve Düzeltme

Dönüt öğrencilerin yaptığı davranışların hangilerinin yeterli hangilerinin yeterli olmadığı ile ilgilidir. Öğrencilerin yaptıklarını doğru veya yanlış olarak değerlendirmek bir dönüttür. Düzeltme ise dönütten sonra gerekli eksikliklerin giderilmesi için yapılanlardır. Örneğin yanlış olarak nitelendirilen davranışların doğrularının söylenmesi bir düzeltmedir. Dönüt ve düzeltmelerin uygun zaman ve yerde kullanılması ile öğrenme düzeylerinde artışlar sağlanmaktadır (Özçelik, 1998, s. 124).

Dönüt ve düzeltmeler tam öğrenme yönteminde izleme testleri ile sağlanmaktadır. Öğrenciler ünite sonlarındaki izleme testleri ile eksikliklerini görmekte ve gerekli düzeltmeler ek öğrenmeler ile sağlanmaktadır (Özçelik, 2010).

2.1.1.2.4. Etkin Katılım

Etkin katılım öğrencinin öğretim faaliyetleriyle etkileşime geçmesidir. Aktif ve örtük olmak üzere iki farklı şekilde katılım gözlenebilmektedir. Öğrencilerin derste sorulara cevap vermesi, parmak kaldırması gibi davranışlar aktif katılım iken, örtük katılım ise öğrencinin zihinsel faaliyetler ile derse katılması ve katılımının gözle gözlemlenememesi durumudur (Bloom, 2012). Her iki durum da öğrencinin derse yönelik başarısını olumlu yönde etkilemektedir.

Öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal olarak hazır bulunuşlukları etkin katılımı etkileyebilmektedir. Öğrencilerin bilişsel olarak yeterli düzeye sahip olmaması veya duyuşsal olarak yeterli isteğe sahip olmaması etkin katılımı olumsuz yönde etkilemektedir. Bu nedenle tüm bileşenler bir araya geldiğinde daha yüksek düzeyde öğrenmelerin gerçekleşebileceği düşünülmektedir.

2.1.1.3. Öğrenme Ürünleri

Öğrenme ürünleri öğrencilerin öğrenci nitelikleri ve öğretim hizmetinin niteliği ile ilgili işlemleri tamamlandıktan sonra oluşan çıktıya denir. Öğrencilerin öğrenme hızları, öğrenme düzeyleri ve duyuşsal davranışları öğrenme ürünlerini oluşturmaktadır. Tam öğrenme uygulaması sonrası öğrencilerin öğrenme hızlarında ve düzeylerinde artışlar beklenmektedir. Bunların yanında öğrencilerin derse olan ilgisinin, akademik özgüveninin gelişmesi ve böylece derse yönelik duyuşsal davranışlarında da olumlu yönde değişmeler olması beklenilen bir durumdur.

Tam öğrenme yöntemine göre öğrencilerin bilişsel davranışlarının tamamlanması ile uygulama sonrası öğrenme düzeylerindeki bireysel farklılıklar azalacak ve başarılarında artışlar gözlenecektir (Akınoğlu, 2009, s. 144).

2.1.1.4. Tam Öğrenme Yönteminin İlkeleri ve Uygulanması

Tam öğrenme için önemli olan ilkeleri Demirel (2007) şu şekilde açıklamıştır:

1) Pekiştirme, ipucu, dönüt ve düzeltme verilmelidir.

2) Olumlu öğrenme şartları ve öğrenci katılımı sağlanmalıdır.

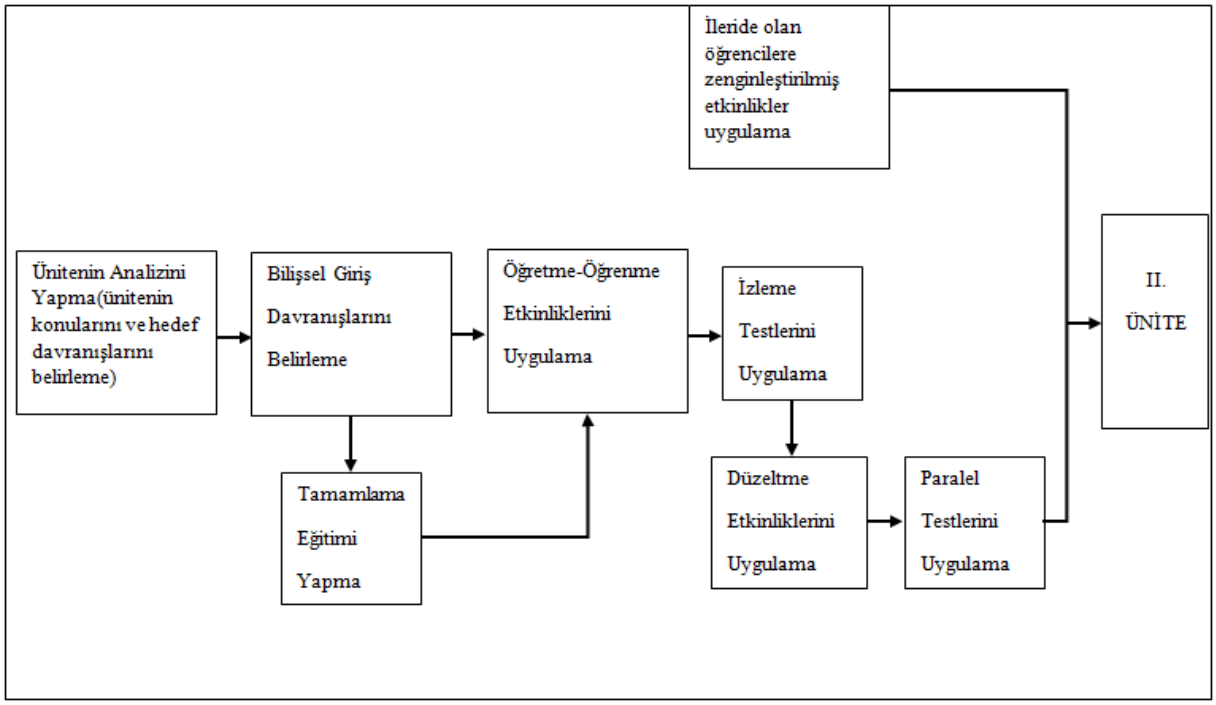
3) Bir ünite tam olarak öğrenilmeden diğerine geçilmemelidir.

4) Öğrenilecek bilgiler öğrenicilerin ihtiyaçlarına uygun olmalıdır.

5) Tam öğrenme ölçütü belirlenmeli ve yeterli zaman ayrılmalıdır.

6) Yeni bilgilerin öğrenilmesi için gerekli ön öğrenmeler gerçekleşmelidir.

Bu ilkelerin yerine getirilmesinin yanı sıra tam öğrenme yönteminin uygulama sırası da önem taşımaktadır. Tam öğrenme yönteminin uygulama şeması Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2. 2. Tam Öğrenme Uygulama Aşamaları (Senemoğlu, 2020, s. 458)

Senemoğlu (2020, s. 456) bu uygulama aşamalarını şu şekilde ifade etmektedir:

1) Dersin hedef ve hedef davranışları ile bu hedeflerin kazandırılacağı üniteler belirlenmelidir. Bu konuda belirtke tablosu hazırlanabilir.

2) Her ünite için gerekli ön koşul davranışları belirlenmelidir.

3) Yeni bir üniteye başlamadan önce öğrencilerin ön koşul davranışlarına sahip olup olmadığını ölçmek için Bilişsel Giriş Davranışları Testi (BGDT) yapılmalıdır.

4) BGDT sonuçlarına göre eksik olan davranışları tamamlamak üzere öğretim yapılmalıdır.

5) Tamamlama öğretiminden sonra yeni üniteye başlanarak öğretim etkinlikleri yapılmalıdır.

6) Ünitede yer alan tüm davranışlar ile ilgili eğitimler yapıldıktan sonra izleme testi yapılmalıdır.

7) İzleme testinden sonra belirlenen tam öğrenme ölçütüne ulaşamayan öğrenciler öğrenme eksiklikleri tamamlanmak üzere ek öğretimlerle desteklenir.

8) Ek öğrenme öğretme sürecini tamamlayan öğrencilere paralel test uygulanarak öğrencilerin tam öğrenme ölçütüne ulaşıp ulaşmadığı belirlenmelidir.

9) Öğrenciler tam öğrenme düzeyine ulaşana kadar ek eğitim ve paralel test döngüsü devam etmeli ve öğrenciler tam öğrenme ölçütüne ulaştıktan sonra diğer üniteye geçilmelidir.

Bilişsel giriş davranışları testi bilişsel giriş davranışlarını ölçen test, izleme testleri bir ünitedeki kazanımları ölçen test, paralel test ise izleme testine paralel nitelikte aynı kazanımlara sahip olan testtir. Bu testleri geçme ölçütüne tam öğrenme ölçütü denir. Tam öğrenme ölçütü öğretmen tarafından belirlenebilmektedir (Tertemiz, 2011). Demirel'e (1999, s. 134; 2017, s. 137) göre tam öğrenme ölçütü sınıfın en az %80'inin 100 üzerinden en az 70 alması şeklinde belirtilmiştir.

2.1.2. Cebirsel Düşünme

Matematikte cebir; değişkenler olarak da bilinen, sabit değerleri olmayan nicelikleri temsil etmek için sembollerle ve bu sembolleri manipüle etme kurallarıyla ilgilenen bir matematik dalıdır. Cebirde bilinen ve bilinmeyen değişkenler arasındaki ilişkiler cümleler yerine denklemler ile ifade edilir (Coolman, 2015). MEB (2018) müfredatına göre cebir alanı ile ilgili kazanımlara resmi olarak ortaokul 6. sınıfta başlanmaktadır. Cebir ile ilgili kazanımlar verilmeden önceki sınıf seviyelerine cebir öncesi dönem veya erken cebir dönemi denilmektedir. Bu dönemde genellikle problemler cebirsel değil aritmetiksel olarak çözülmektedir. Örneğin; "Bir sayının 5 katının 3 fazlası 38 ise bu sayı kaçtır?" sorusu cebir öncesi dönemde 38'den 3 çıkarma ve sonucu 5'e bölme ile çözülürken cebir döneminde $5x + 3 = 38$ eşitliği ile ifade edilmektedir (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001). Kieran (1992) cebir öncesinin, "sayılar üzerine olan işlemlerden oluşan aritmetik denklemleri çözmek için gerekli olan bilgiden, değişken ve bilinmeyen üzerine yapılan işlemlerden oluşan cebirsel denklemleri çözmek için gerekli olan bilgiye doğru hareket" olduğunu belirtmiştir. Öğrenciler aritmetik ile işlem yaptığı dönemden cebir ile işlem yaptığı döneme geçtiğinde oldukça zorlanmaktadır. Gürbüz, Pırtıcı ve Toprak (2014) bu konuda şunları söylemiştir:

> Öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreçleri sıkıntılı bir süreçtir. Özellikle denklem konusuyla ilgili bu geçiş sürecindeki sıkıntının birçok nedeni olabilir. Örneğin; sözel problemleri denklemlere dönüştürmedeki zorluklar (Bernardo ve Okagaki, 1994; Filloy ve Rojano, 1989; Linchevski ve Hersovics, 1996), harfleri veya çeşitli gösterim şekillerini matematiksel anlamlandırmadaki zorluklar (Kieran, 1989, 1992), aritmetiksel kurallardan cebirsel kurallara geçişteki zorluklar, eşitlik ve değişken kavramının anlaşılmasındaki zorluklar (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Usiskin, 1988) bu sebeplerden bazılarıdır (s. 183).

Tüm bu zorlukların ana sebeplerinden biri de ilkokul yıllarında, cebir öncesi dönemde öğrencilerin gerekli cebirsel düşünme becerilerini edinmemiş olması olarak görülmektedir (Hiebert vd., 2005; Stigler vd., 1999; U.S. ED, OERI ve NCES, 1998).

İlkokul yıllarında cebirsel düşünme, harf ve sembollerin kullanıldığı cebirin bir araç olarak kullanılabileceği, aynı zamanda nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etme, yapının farkına varma, değişimi inceleme, genelleme yapma, problem çözme, modelleme, doğrulama, kanıtlama ve tahmin etme gibi sembolik cebir kullanmadan yapılabilecek etkinlikler içinde düşünme biçimlerinin geliştirilmesini içerir (Kieran, 2004). Kaput (2008) da cebirsel düşünmenin temelinin ilkokul ve ortaokulda öğretilen sayı, dört

işlemler, geometrik akıl yürütme ve ölçme kavramlarıyla ilgili düşüncelerin oluşturduğunu söylemektedir. NCTM'e (2000) göre ise cebirsel düşünme; fonksiyonlar, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmek, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmak, gerçek yaşamla ilgili bağlamlardaki değişimi analiz etmektir. Driscoll'a (1999) göre de, nicel durumları inceleyerek değişkenler arasındaki ilişkiyi daha anlaşılır hale getirebilme yeteneği cebirsel düşünme olarak tanımlamıştır. Cebirsel düşünme ile ilgili birçok farklı bakış açısı bulunsa da her birinin ortak amacı öğrencilerin cebir dönemindeki zorluklarını gidermeye yardımcı olabilecek düşünsel becerileri edinmelerini sağlamaktır. Kim (2017) de erken matematik eğitiminde bilinmeyen değişkenler, işlemlerin özellikleri, aritmetik örüntüler gibi kavramlar ile cebirsel düşünmenin daha fazla vurgulanması gerektiğini savunmaktadır.

2.1.2.1. Cebirsel Düşünme Bileşenleri

Kaput (1999) cebir ile ilgili düşünme biçimlerini aşağıdaki gibi 5 temaya ayırmıştır.

1-Aritmetik örüntülerden genelleme

2-Sembollerin anlamlı kullanımı

3-Sayı sistemindeki yapıların çalışılması

4-Fonksiyon ve örüntülerin çalışılması

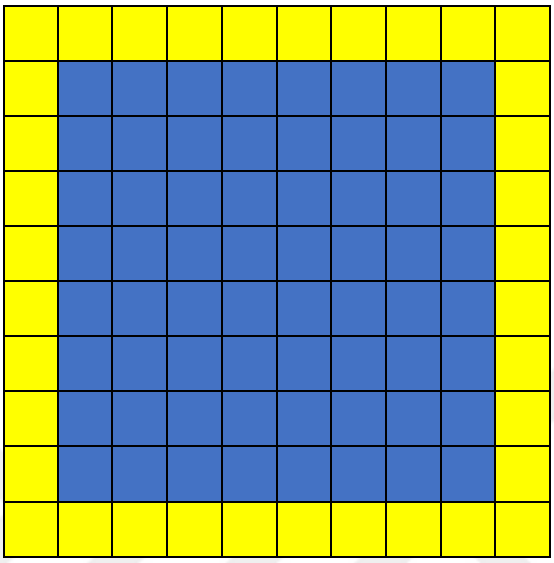
5-Yukarıdaki dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme süreci.

Bu 5 temadan hareketle cebirsel düşünmeye ait kavramsal çerçeve oluşturulmuştur. İlk 4 tema sırayla birbirini besleyecek şekilde ilerleyen temalar olmakla beraber 5.tema ilk 4 temayı da kapsayan bir temadır. Bu temalar Van de Walle, Karp ve Bay-Williams'tan uyarlanarak (2012, ss. 254-285) aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

2.1.2.1.1. Aritmetik Örüntülerden Genelleme

Genelleme yapmak okul öncesinden başlayarak ileriki yıllara kadar öğrencilerin matematik öğreniminde önemli bir yer tutar. Genelleme yapma öğretiminde en yaygın yöntemlerden biri de aritmetik örüntülerden yararlanmaktır. Bunun için öğrencilerden fiziksel bir örüntüdeki öğelerin hepsinin sayısını teker teker saymadan bulmaları için bir

yöntem bulmaları istenebilmektedir. Aşağıda bu konuda bir örnek verilmiştir (Boaler ve Humphreys, 2005).



Şekil 2. 3. Kenarlık Problemi

Öğrencilerden Şekil 2.3'te verilen şeklin dış kısmındaki sarı karelerin sayısını saymadan bulmaları istenmektedir. Öğrenciler 4 x 9, 4 x 8 + 4, 4 x 10 - 4, 100 - 64 gibi farklı yöntemler önerebilmektedir. Ortadaki mavi kısım havuz olarak düşünülürse bu havuzun boyutu 8x8 olmakla beraber öğrencilerin 9 x 9 ve 10 x 10 gibi farklı havuz boyutlarına da yöntemler bulmaları sağlanarak bir genellemeye ulaşmak hedeflenmektedir. Örneğin, sınıf seviyesine göre 100 - 64 ve benzeri yöntemler $n^2 - (n - 2)^2$ şeklinde genellenebilmektedir.

2.1.2.1.2. Sembollerin Anlamlı Kullanımı

Semboller hayatın birçok yerinde karşımıza çıkan bir anlam ifade eden işaret, eylem veya nesnelere verilen isimdir. Matematikte de birçok sembol bulunmaktadır. Fakat en çok karşılaşılan semboller işlemlere ait semboller olmakla birlikte değişkenler için kullanılan harf sembollerinden x matematiğin önemli bir ikonu haline gelmiştir. Birçok öğrencinin ön yargıyla baktığı bu sembol aslında gerçek hayattaki olayları matematik diliyle ifade etmemize yarayan çok önemli bir semboldür. Bu bölümde öğrencilerin cebir alanında en çok karşılaştıkları sembollere ilişkin iki önemli konuya değinilmiştir: eşitlik işaretinin anlamı ve değişkenlerin anlamı (Van de Walle vd., 2012, s. 257).

2.1.2.1.2.1. Eşitlik İşaretinin Anlamı

Cebir öncesi dönemde "=" işaretinin anlamının çok iyi anlaşılmaması cebir alanında zorluklara neden olabilmektedir. Öğrenciler 5 + 8 = □ + 2 eşitliğinde kutu içine gelecek sayıyı bulurken 13 yazabilmektedirler. Öğrencilerin eşittir işaretini denge değil de sonuç bildiren bir sembol olarak anlamaları bu duruma yol açabilmektedir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003).

Öğrencilerin eşittir işaretinin denge anlamını kavramalarını kolaylaştıracak en kolay yollardan biri de denge halindeki terazilerden faydalanmaktır. Teraziler; eşitliğin her iki tarafında aynı miktarlar bulunduğunda denge durumunu göstermesi ve eşitliğin her iki tarafına aynı miktar eklendiğinde veya eşitliğin her iki tarafından aynı miktar çıkarıldığında dengenin bozulmadığını göstermesi bakımından faydalı olmaktadır. Ayrıca öğrencilerin daha az karşılaşabildiği 3 = 2 + 1, 5 = 5, 2 + 1 = 1 + 2 gibi eşitliklerin de doğruluğu "Doğru mu yanlış mı?" etkinlikleriyle tartışılmalıdır (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). Böylece öğrencilerin eşittir işaretine ilişkin daha derin bir anlayışa sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenciler eşittir işaretinin denge anlamını kavramsallaştırdıktan sonra eşitliklerde verilmeyeni bulurken ilişkisel düşünmenin de kullanılabileceği gösterilmektedir. Örneğin; 8 - 5 = 6 - □ eşitliğinde kutu içine gelebilecek sayı bulunurken farkın değişmemesi için eksilen sayı olan 8 sayısı eşitliğin diğer tarafında 6 olduysa yani 2 azaldıysa çıkan sayının da yani 5 sayısının da farkın korunması açısından 2 azalacağı düşünülerek 3 cevabı verilebilmektedir. Bu tarz bir kavrayış büyük sayılarla verilen eşitliklerde kolaylık sağlayabilmektedir. 380 - 355 = 370 - □ eşitliğinde kutu içine gelen sayının ilişkisel düşünme ile daha kolay bir şekilde bulunabildiği görülmektedir.

2.1.2.1.2.2. Değişkenlerin Anlamı

Değişkenler eşitliklerde genellikle harfler yardımıyla ifade edilerek sayıları temsil etmektedirler. Bu harfler bilinmeyen sayılar veya değişen nicelikler olarak iki farklı şekilde yorumlanabilmektedir (Van de Walle vd., 2012, s. 262). Öğrencilerin her iki yorumu da bilmesi eşitliklerdeki harfleri daha iyi anlamalarını sağlayabilmektedir.

Değişkenlerin bilinmeyen olarak kullanılması eşitliklerdeki kutucuk işaretinin veya harfin tek bir bilinmeyen sayıyı temsil ettiği durumdur. Örneğin; □ + 2 = 5 eşitliğinde kutu sembolü bilinmeyen bir değeri temsil etmektedir. Bu değer ilkokul yıllarında aritmetik

yoluyla veya ilişkisel düşünme yoluyla bulunabilmektedir. Fakat daha ileriki yıllarda eşitliğin dengedeki terazi gibi düşünülmesiyle; eşitliğin her iki tarafına aynı işlemler yapılarak bilinmeyenin terazinin bir tarafında yalnız bırakılması yolu ile bulunması sağlanabilmektedir. Ayrıca öğrencilerin □ + □ + 5 = □ + 12 gibi bir eşitlikte aynı sembollerin veya harflerin aynı sayıyı temsil ettiğini de öğrenmeleri kavram yanılgılarının önlenmesi açısından önemlidir. Bunların yanında öğrenciler sözel olarak ifade edilen bilinmeyen içeren problemleri de küçük yaşlardan itibaren eşitlik olarak yazmaya başlaması faydalı olabilmektedir. Örneğin; "Ayşe'nin bir miktar kalemi vardı, Mehmet 2 kalem daha verdi ve Ayşe'nin 5 kalemi oldu." cümlesi □ + 2 = 5 olarak ifade edilebilmektedir. Zamanla zorluk seviyesi artan bu gibi alıştırmalar değişkenler öğrenilirken kullanılabilmektedir.

Değişkenlerin değişen nicelikler olarak kullanılması ise bir eşitlikte harflerin veya sembollerin birden fazla sayıyı temsil etmesi ile olabilmektedir. Örneğin, "Esra ve Merve'nin toplamda 10 tokası vardır." ifadesi e + m = 10 şeklinde ifade edilebilmektedir. Fakat Esra'nın veya Merve'nin kaç tane tokası olduğunun birbirine göre değişebilen miktarlar olduğu görülmektedir. Ayrıca, Hyde vd. (2006) değişkenlerin değişen nicelikler olarak kullanıldığı bir ortaokul bağlamı önermektedir. Buna göre "10 doların tamamını 2 dolarlık çikolatalardan ve 1 dolarlık şekerlemelerden alarak kaç farklı şekilde harcayabilirsin?" şeklinde önerilen bağlam tablo veya daha ileri seviyede grafikler yardımıyla incelenerek değişkenlerin değişen nicelikler olarak kullanıldığı 2Ç + Ş = 10 gibi eşitliklerin oluşturulabilmesine katkı sunabilmektedir.

2.1.2.1.3. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması

Sayı sistemindeki işlem özelliklerinin tanınması öğrencilerin sayı sistemine yönelik anlayışlarını geliştirmektedir. Öğrenciler sayı sistemine dair varsayımlarda bulunmalı ve bu varsayımlarını doğrulamaya çalışmalıdır (Van de Walle vd., 2012, s. 265). Örneğin, 50 x 3 = 3 x 50 eşitliğinin doğruluğu öğrenciler tarafından sorgulandıktan sonra bu tarz bir eşitliğin tüm sayılar için doğru olup olmadığı sorgulanmalıdır. Daha ileriki seviyede bu özellik a x b = b x a şeklinde ifade edilebilmektedir. Fakat sembolik gösterimlerden önce öğrenciler varsayımlarını sözel olarak ifade edebilmelidirler. Varsayımlarının tüm sayılar için doğruluğunun sınanması sırasında öğrencilerden bir ispat yapmalarını beklemek zor

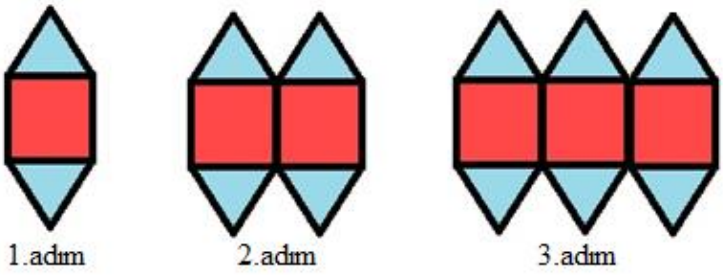
olsa da mantıklı gerekçeler sunmaları beklenmektedir. Örneğin, ilkokul seviyesindeki bir öğrenci toplamada değişme özelliği için bir eline bir miktar boncuk koyup diğer eline de bir miktar boncuk koyarak ellerinin yerleri değişse de toplam miktarın değişmeyeceğini savunabilmektedir.

2.1.2.1.4. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması

Örüntüleri keşfetme ve başka durumlara aktarabilme cebirsel düşünme açısından çok önemlidir. Küçük yaşlarda öğrenciler tekrarlayan örüntülerle çalışmaktadırlar ve buldukları ilişki bir tekrarlama ilişkisidir. Öğrencilerin farklı materyaller veya hareketlerle yaptığı tekrarlamalar benzer özellikler gösterebilmektedir. Örneğin; kalem, kalem, kitap, kalem, kalem, kitap örüntüsü ile eller yukarı, eller yukarı, eller aşağı, eller yukarı, eller yukarı, eller aşağı örüntülerinin her ikisi de aslında A, A, B, A, A, B ilişkisine sahiptir. Bu da öğrencilerin örüntüleri belli bir ilişkiye göre sembolize edip genellemelerini sağlamaktadır. Ayrıca, mevsimler, gece gündüz, aylar gibi gerçek hayat örüntü bağlamları da faydalı olabilmektedir.

Tekrarlayan örüntülerden başka sayı örüntüleri de kullanılmaktadır. Sayı örüntüleri sabit artan örüntüler olabileceği gibi (2, 4, 6, 8 vb.) farklı kurallara sahip örüntüler de olabilmektedir. Örneğin; 1, 1, 2, 3, 5, 8 şeklinde ard arda gelen iki sayının toplamının diğer sayıyı oluşturduğu Fibonacci dizisi veya 1, 4, 9, 16, 25 şeklinde devam eden kare sayılar şeklinde olabilmektedir. Önemli olan herhangi bir örüntüde örüntünün tamamında işe yarayan genel ilişkiyi bulmaktır. Bu ilişki ile örüntüyü genişletmek veya örüntüde eksik bir adımı bulmak mümkün olabilmektedir.

Genişleyen örüntüler ise adımdan adıma artış gösteren örüntülerdir. Bu örüntülerde adımlar arası veya adım ile o adımdaki eleman sayısı ilişkilerine bakılarak genel ilişkiler bulunmaya çalışılmaktadır. Bu genel ilişkiler sayesinde örüntünün herhangi uzak adımındaki eleman sayısı da bulunabilmektedir. Bu genel ilişkiler değişken içeren eşitlikler şeklinde ifade edildiğinde ise aslında bir fonksiyon oluşturmaktadırlar. Böylece öğrencilerin fonksiyon konusuna ait temelleri de örüntüler sayesinde atılabilmektedir. Şekil 2.4'te genişleyen bir örüntü örneği verilmiştir.



Şekil 2. 4. Genişleyen Örüntü Örneği

Öğrencilere Şekil 2.4'teki gibi bir örüntü verildikten sonra öğrencilerden Tablo 2.1'deki gibi bir adım sayısı üçgen sayısı tablosunu doldurmaları istenmektedir. Öğrenciler tabloyu doldururken 4 ve 5.adımlardaki üçgen sayısını bir önceki adımlardaki üçgen sayısı artışından faydalanarak doldurabilmektedirler. Örneğin; (3.adımdaki üçgen sayısı) = (2.adımdaki üçgen sayısı) + 2 gibi bir formülden yararlanarak bir sonraki adımları da bir öncekinin 2 fazlası şeklinde bulabilmektedirler.

Tablo 2. 1. Genişleyen Örüntü Tablosu

Adım Sayısı	1	2	3	4	5
Üçgen Sayısı					

Daha sonra tablodaki veriler ve şekil örüntüsündeki ilişkiler incelenerek 100.adım gibi uzak adımlardaki üçgen sayısını buldurabilecek bir genel kural bulmaları istenmektedir. Bu örnekte kural sözel olarak adım sayısı çarpı iki şeklinde veya semboller yardımıyla n x 2 şeklinde söylenebilmektedir. Bu kural eşitlik halinde yazılırsa üçgen sayısı = adım sayısı x 2 veya ü = n x 2 şeklinde ifade edilebilmektedir. İleriki dönemlerde ise bu eşitliklerdeki değişkenlerin yerine farklı sayılar getirildiğinde fonksiyonlar konusu için de örüntüler yoluyla bir temel oluşturulduğu görülecektir.

2.1.2.1.5. Matematiksel Modelleme

Kaput (1999) matematiksel modellemeyi gerçek olguları matematiksel olarak ifade etme süreci olarak tanımlamaktadır. Gerçek hayattaki olayları eşitlik veya matematiksel modellerle ifade ederek günlük hayattaki problemlere çözümler bulunabilmektedir. Örneğin; geleneksel bir bayramın her yıl bir önceki yıl kutlanılan tarihinden 10 gün önce kutlanıldığını varsayarsak; bu yılki kutlanıldığı tarih düşünüldüğünde 1 yıl sonra 1 x 10

gün önce, 2 yıl sonra 2 x 10 gün önce kutlanılacağı şeklinde bir hesap yapılabilmektedir. Peki, bu geleneksel bayramın herhangi yıl miktarı sonra bu yılki tarihinden kaç gün önce kutlanacağı matematiksel olarak nasıl ifade edilmektedir? y harfinin kaç gün önce kutlanacağını ifade ettiğini ve t harfinin yıl sayısını temsil ettiğini düşünürsek bu durum y= t x 10 eşitliği ile modellenebilmektedir. Böylece örneğin eşitlikte t yerine 20 sayısı getirildiğinde bayramın 20 yıl sonra bu yılki kutlama tarihinden 200 gün önce kutlanacağı bulunabilmektedir. Böylece eşitlik veya matematiksel modeller ileriki tarihler için tahminlerde bulunmamıza imkan sağlayabilmektedir (Van de Walle vd., 2012, s. 276).

2.2. İlgili Araştırmalar

Alanyazında yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla birçok sınıf seviyesinde farklı yaklaşımlar içeren çeşitli çalışmalar yapıldığı görülmüştür. Bu çalışmalar cebirsel düşünme becerilerinden bazılarını geliştirmeye özel olarak odaklanan çalışmalar ve cebirsel düşünmenin geliştirilmesi için farklı yaklaşımlar önerilen çalışmalar olarak sınıflandırılmıştır. Çalışmalar sırasıyla okul öncesi, ilkokul ve ortaokul öğrencileri için yapılan çalışmalar şeklinde incelenmiştir.

İlk olarak, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinden bazılarını geliştirmeye özel olarak odaklanan çalışmaların olduğu görülmektedir. Örneğin, 5-6 yaşındaki anaokulu öğrencilerine deneysel desen ile yapılan bir çalışmada eşitlik ve işlemlerde birleşim kavramının öğretilmesinin olumlu etkisine vurgu yapılmıştır (Asghari ve Khosroshahi, 2017). Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2011) ise 1-5. sınıf ders kitaplarının eşitlik işareti ve ilişkisel düşünmeyi ne derece desteklediğini doküman analizi yöntemi ile incelemişlerdir ve eşitlik işaretinin fazlasıyla kullanıldığı fakat ilişkisel düşünmeye yeterince yer verilmediği sonucuna ulaşmışlardır. Empson, Levi ve Carpenter (2011) da çalışmalarında cebirin temellerini oluşturan işlemlerin ve eşitliğin temel özelliklerinin, kesirler üzerinde ve kesirleri içeren problemlerde çocuklar tarafından doğal olarak stratejilerinde nasıl kullanıldığını göstermektedir. Aritmetik ve cebirin temelini oluşturan ve dolayısıyla aralarında bir köprü sağlayan operasyonların davranışlarını anlama, genelleme ve gerekçelendirme, sayı sistemini genişletme ve notasyonu anlamlı kullanma ile ilgili 2-6. sınıf öğrencilerinin ders deneyimlerini gösteren çalışmalar da bulunmaktadır (Russell, Schifter ve Bastable, 2011). Ayrıca, cebirsel düşüncenin geliştirilmesinde sayı duyusu, sembol ve örüntü duyusunun geliştirilmesinin rolü de desteklenmektedir (Somasundram,

Akmar ve Leong Kwan Eu, 2019). 7. ve 8. sınıflara yapılan keşfedici korelasyonel desene sahip bir araştırmada öğrencilerin sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında güçlü pozitif yönde bir ilişki bulunmuştur (Acar, 2019).

Alanyazında özel olarak örüntüler yoluyla genelleştirme ve cebirsel düşünmeyi geliştirme yoluna da başvuran birçok çalışmaya rastlanmaktadır. Bunlardan biri 5 ve 8. sınıf öğrencilerinin büyüyen resimli örüntülerde nasıl çalıştıklarını öğrencilerle görüşmeler de yaparak incelemiştir. Sonuç olarak, büyüyen resimli modellerin, öğrencilerin cebirsel düşüncesini geliştirmeleri için umut verici bir araç olduğu ortaya çıkmıştır (Walkowiak, 2014). Bir diğeri de örüntü temelli cebir öğretiminin 7. sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel bir desenle incelemiştir ve bu yolla öğretimin öğrencilerin cebirsel düşünme becerisine olumlu yönde etki ettiği sonucuna ulaşılmıştır (Palabıyık ve İspir Akkuş, 2011).

Bazı çalışmalarda da cebirsel düşünmenin geliştirilmesi için farklı yaklaşımlar önerilmiştir. İlk olarak, Lian ve Yew (2011) çalışmalarında öğretmenlere ve ilkokul öğrencilerine, cebir öncesi düşünmeyi geliştirmek için kullanılabilecek bir şablon sağlayan SOLO (gözlem, öğrenme, sonuç modeli) modelinin bir uyarlamasını çizmiştir. Bazı çalışmalarda ise cebirsel düşünceyi geliştirmek ve öğrenmenin ilk aşamalarından itibaren matematiğe cebirsel bir bakış açısı kazandırmak için 7. sınıflarda problem çözme yaklaşımı kullanılmıştır. Öğrencilerin bu konuda özgüven geliştirdikleri ve problem çözme yöntemlerinin cebirin tarihsel gelişimi ile benzerlik gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır (Booker ve Windsor, 2010; Windsor ve Mathematics Education Research Group of Australasia, 2010). Çağdaşer (2008) de tez çalışmasında yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin, 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerine etkisini deneysel bir desenle incelemiştir ve bu yöntemin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini anlamlı derecede arttırdığını öne sürmüştür. 8. sınıf ortaokul öğrencilerine yapılan bir çalışma da cebirsel düşünme becerisini gerçekçi yaklaşım kullanarak çoklu temsil stratejileri yoluyla geliştirmeyi amaçlamıştır. Sonuç olarak, cebirsel düşünme becerisi ve gerçekçi yaklaşımı kullanan çoklu temsil stratejileri arasında bir etkileşim olduğu ve çoklu temsil stratejileri olan öğrencilerin, mevcut bilimsel öğrenime sahip olanlardan daha iyi cebirsel düşünme yeteneğine sahip olduğu görülmüştür

(Kusumaningsih, Darhim, Herman ve Turmudi, 2018). Cebirsel düşünmeyi geliştirmek için geometriyi kullanan çalışmalar da mevcuttur (Cetner, 2015; Naylor, 2005). Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki belirlenmesi de bu durumu destekler niteliktedir (İlhan, Oral ve Kinay, 2013). Örneğin, 4. sınıf öğrencilerine yapılan deneysel bir çalışmada cebirsel düşünmenin geliştirilmesinde geometrik temsil yaklaşımı kullanılmıştır ve geometrik temsil yaklaşımının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirdiği görülmüştür (Alghtani ve Abdulhamied, 2010). Son olarak, çok az çalışma da cebirsel düşünmeyi geliştirmek için teknolojiyi ve somut materyalleri kullanmıştır. Örneğin, bir çalışmada sanal manipülatifler yardımıyla çevrimiçi olarak 3. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Tek örneklemli deneysel desen kullanılan çalışmada sanal manipülatiflerin öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır (Kim, 2017). Bir çalışmada da 6. sınıf öğrencilerine ağırlığı bilinmeyen nesnelerin bulunduğu farklı denge durumları içeren mobil bulmacalar çözdürülmüştür. Böylece öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve sembol hislerinde olumlu gelişmeler olduğu gözlenmiştir (Papadopoulos, 2019). Turan ve Özdemir Erdoğan'ın (2014) çalışmalarında ise 6. sınıf öğrencilerinin elektronik tablo ile örüntülerin araştırılması ve genellemesi süreçleri incelenmiştir. Araştırma sonucunda, elektronik tablo kullanımının öğrencilerin örüntü kuralının sözel ifadesinden cebirsel ifadesine geçişinde bir köprü rolü üstlendiği ve cebirsel düşünmeyi geliştirdiği ifade edilmiştir. Başka bir tez çalışmasında da cebir karolarının 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünmesine etkisi ön test son test kontrol gruplu deneysel desen ile incelenmiştir ve cebir karolarının cebirsel düşünme üzerinde sınırlı ama pozitif bir etkiye sahip olduğu ortaya çıkarılmıştır (Çaylan, 2018).

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinden bazılarını geliştirmeye özel olarak odaklanan çalışmalarda genellikle örüntüler yoluyla genelleme, eşitlik, sembol kullanımı, sayı sistemini genelleştirme gibi konularda çalışmalar yapılmıştır. Cebirsel düşünmenin geliştirilmesi için farklı yaklaşımlar öneren çalışmalarda ise; çoklu temsil yöntemi, gerçekçi yaklaşım, SOLO modeli, geometrik temsil yaklaşımı, problem çözme yaklaşımı ve yapılandırmacılık gibi yaklaşımların kullanıldığı görülmüştür. Çok az çalışma da teknolojiyi ve somut materyalleri kullanmıştır.

Alanyazında cebirsel düşünmenin tam öğrenme yaklaşımı ile geliştirildiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Fakat Ersoy (2014), farklı bir ders için uzaktan eğitim programlarında tam öğrenme yönteminin öğrencilerinin başarılarına etkisini ön test - son test kontrol gruplu deneysel desen kullanarak incelemiştir ve uzaktan eğitimde tam öğrenme yönteminin öğrencilerin ders başarılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır.

Bunların yanında, ülkemizde cebirsel düşünme üzerine son yıllarda ortaokul öğrencilerine yapılan araştırmaların çoğunda öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin istenen düzeyde olmadığı görülmüştür (Atasoy, 2020; Girit ve Akyüz, 2016; Gökburun, 2021; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016; Kaya ve MEB, 2017; Türkoğlu, 2017; Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018). Birçok araştırmacı ortaokulda yaşanan bu problemleri gidermede cebir öncesi dönemin önemli olduğuna vurgu yapmıştır (Filloy ve Rojano, Goodson-Espy, Hersovics ve Linchevski, Kieran, Kieran ve Chalouh, Linchevski, Linchevski ve Hersovics, Linchevski ve Livhen, Lodholz, Van Amerom'dan aktaran Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Bu nedenle cebir öncesi dönemde cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi ile ilgili alana katkı sağlayabilecek, yeni bakış açılarına sahip çalışmalara ihtiyaç duyulduğu anlaşılmaktadır.

BÖLÜM III: YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeline, çalışma grubuna, veri toplama araçlarına, verilerin toplanma sürecine ve analizine yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma karma yönteme sahip bir araştırmadır ve karma yöntem desenlerinden yakınsayan paralel desen kullanılmıştır. Buna göre veri toplama ve veri analizi açısından hem nicel hem de nitel yöntemler araştırma sonunda tek bir yorum halinde birleştirilmek üzere eş zamanlı olarak kullanılmıştır (Creswell ve Plano Clark, 2015). Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ve nicel araştırma yöntemlerinden tek grup ön test-son test deneysel deseni kullanılmıştır. Durum çalışması; araştırmacının zaman ile sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu çoklu veri toplama araçları ile derinlemesine incelediği, durumların ve duruma bağlı temaların tanımlandığı nitel bir araştırma yaklaşımıdır (Creswell, 2007). Bu araştırmada da video kayıtları, araştırmacının gözlemleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler öğrenme ortamının etkililiğini derinlemesine incelemek amacıyla nitel veriler olarak kullanılmıştır. Tek grup ön test son test desenine göre ise müdahaleden önce katılımcılar bağımlı değişken (ön test) açısından ölçülür. Daha sonra bağımsız değişken uygulanır ve bağımlı değişken (son test) açısından tekrar ölçülür. Ön test ve son test arasındaki fark müdahalenin etkililiğini gösterir (Christensen, Johnson ve Turner, 2015, s. 258). Bu araştırmada öğrenme ortamının etkililiğini araştırmak amacıyla ön test ve son test olarak cebirsel düşünme beceri testi kullanılmıştır. Ayrıca, tam öğrenme sırasında uygulanan izleme testleri ve paralel testler de nicel veriler arasında yer almaktadır. Bu veriler uygulama esnasında toplanmış olup araştırma sonunda birleştirilerek yorumlanmıştır. Böylece hem nicel hem de nitel verilerin birbiri ile karşılaştırılmasıyla doğrulanabilir sonuçlar elde edilmesi ve verilerin çeşitlendirilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca nitel veya nicel veriler tek başına kullanıldığında doğacak zayıf yönlerin dengelenmesi ve araştırma alanına daha kapsamlı cevap verilmesine olanak sağlamıştır (Bryman, 2006).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcıları 2020-2021 yılında Kırklareli ilinde bir resmi ortaokulda okuyan 5. sınıf ve 6. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. İlk olarak Cebirsel Düşünme

Beceri Testi'nin oluşturulmasında uygun örnekleme ile erişilen 69 (22 kız öğrenci ve 47 erkek öğrenci) 6. sınıf öğrencisi gönüllü olarak katılım göstermiştir. Araştırmanın ana uygulamasında ise 5. sınıflarda araştırmaya gönüllü olarak katılım göstermek isteyen 4 düşük, 4 orta ve 4 yüksek akademik başarıya sahip olan öğrenci öğretmenlerinin de önerileri doğrultusunda seçilmiştir. 12 öğrenciye Cebirsel Düşünme Beceri Testi yapılmıştır. Bu teste göre 3 farklı bilişsel düzeyde (düşük, orta ve yüksek) bulunan ve her grupta 4 öğrenci olacak şekilde 12 tane 5. sınıf öğrencisi (7 kız öğrenci ve 5 erkek öğrenci) amaçlı örnekleme maksimum çeşitlilik yöntemiyle belirlenmiştir. Bu örnekleme yönteminde amaç küçük bir çalışma grubunda çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır (Patton, 1987). Ayrıca 5. sınıf öğrencilerinin katılımcı olarak belirlenmesi alanyazında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ile ilgili öngörülen kritik yaşın 4-12 yaş arası olarak belirtilmesi (Türkoğlu, 2017) ile de uyumluluk sağlamıştır. Bu öğrencilere tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamında cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla eğitim verilmiştir. Çalışma gruplarının cinsiyete göre dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3. 1. Çalışma Gruplarının Cinsiyete Göre Dağılımı

	Cinsiyet	
	Kız	Erkek
Cebirsel Düşünme Beceri Testinin Oluşturulması	22	47
Ana Uygulama	7	5

3.3. Veri Toplama Araçları

Veri toplama araçlarını nitel araçlar olarak; video kayıtları, araştırmacının gözlemleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler oluştururken; nicel araçlar olarak da ön test ve son test olarak kullanılan cebirsel düşünme beceri testi, tam öğrenme sırasında uygulanan izleme testleri ve paralel testler oluşturmaktadır.

3.3.1. Cebirsel Düşünme Beceri Testi (Ön Test ve Son Test)

Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT) 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve uygulama sonrası cebirsel düşünme becerilerini ölçmek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanan 17 açık uçlu sorudan oluşan bir testtir. Testteki konu ve kazanımların nasıl belirlendiği "Kazanımların ve Ders Planlarının Hazırlanması" başlığı altında ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Test taslağı hazırlanırken 12 kazanımdan her kazanım için en az 2 soru hazırlanmıştır. Kazanımlar ayrıntılı olarak Ek 4'te verilmiştir. Ayrıca test taslağı araştırmacı tarafından hazırlandıktan sonra bir matematik öğretmeni ve tez danışman hocası tarafından da incelenip gerekli görülen yerler düzeltilmiştir. Bu incelemeye göre bazı sorular kaldırılmış ve yeniden hazırlanmış, bazı sorularda ise değişiklikler yapılmıştır. Tablo 3.2 'de yapılan değişikliklerden bir örnek verilmiştir.

Tablo 3. 2. Bir Sorunun Düzenlenmesi

Taslak Hali	**Düzenlenmiş Hali**
Tutumlu bir öğrenci olan Merve her gün harçlığının yarısını harcamayıp kumbarasına koymaktadır. Merve'nin günlük harçlığının miktarı 10 TL olduğuna göre; a. Merve'nin 5 günde, 7 günde ve 30 günde ne kadar para biriktireceğini bulunuz. b.Merve'nin harçlık aldığı gün miktarı verildiğinde biriken parayı bulabileceğimiz genel bir kural geliştirerek sözel olarak ifade ediniz.	Tutumlu bir öğrenci olan Merve her gün harçlığının yarısını harcamayıp kumbarasına koymaktadır. Merve'nin günlük harçlığının miktarı 10 TL olduğuna göre; a. Merve 2 günde ne kadar para biriktirir? b. Merve 3 günde ne kadar para biriktirir? c. Merve 4 günde ne kadar para biriktirir? d. Merve'nin harçlık aldığı gün miktarı verildiğinde biriken parayı bulabileceğimiz genel bir kural geliştirerek sözel olarak ifade ediniz. Bu kuraldan faydalanarak Merve'nin 50 günde ne kadar para biriktirdiğini bulunuz.

Testlerin uygun bilgi üretme yeteneğine sahip olması için geçerlik ve güvenirliğinin sağlanması gerekmektedir. Bu nedenle bu test için geçerliğin sağlanması amacıyla kazanım-soru dengeli dağılımı belirtke tablosu ile sunulmuş ve uzman görüşü alınmıştır (Bkz. Ek 4 ve Ek 11). Güvenirlik için ise madde analizleri, yarıya bölme yöntemi, Cronbach Alfa ve Guttman iç tutarlılık kat sayıları kullanılmıştır. İlk olarak testin kapsam geçerliği uzman görüşü alınarak sağlanmıştır. CDBT, biri Doçent Doktor ve diğeri Doktora Öğretim Üyesi olmak üzere 2 kadın matematik eğitimi alan uzmanına gönderilerek sorular "Kazanıma Uygunluk, Seviyeye Uygunluk ve Açıklık ve Anlaşılırlık" açısından değerlendirilmiştir. Uzmanların görüş birliğini hesaplamak için Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlik formülü "Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş

Birliği + Görüş Ayrılığı)" kullanılmıştır. Sonuç olarak uzman görüş birlikleri ortalaması % 88 olarak hesaplanmıştır. Ayrıntılı bilgi aşağıdaki tabloda verilmiştir (Bkz. Tablo 3.3).

Tablo 3. 3. CDBT'ye Ait Uzlaşma Yüzdeleri

	Kazanıma Uygunluk	Seviyeye Uygunluk	Açıklık ve Anlaşılırlık	Uzlaşma Ortalaması
Uzlaşma Yüzdesi	0.96	0.96	0.72	0.88

Uzlaşma ortalamasının %70'in üzerinde çıkması, uzmanlar arasındaki güvenirliğin sağlandığına işaret etmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Uzman görüşleri sonucunda testte gerekli düzenlemeler uzmanlarla da görüşülerek yapılmıştır. Genellikle testin kazanıma ve seviyeye uygun olduğu yönünde görüşler belirtilmiş olup açıklık ve anlaşılırlık açısından testteki ifadelerde düzenlemeler yapılmıştır. Örneğin, "genel bir kural geliştirerek sözel olarak ifade ediniz" ifadesi "genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz" şeklinde düzenlenmiştir. Ayrıca testteki kazanımlara ait soru sayısının dengeli dağılmasına dikkat edilmiştir (Bkz. Ek 4). Böylece testin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Daha sonra güvenirlik analizinin yapılması için test; testteki kazanımların MEB (2018) müfredatında 6. sınıf seviyesinde işlenmiş olduğu bilindiğinden, bir resmi ortaokulda öğrenim gören toplam 69 6. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Test ikiye ayrılarak iki aşamada uygulanmıştır. 2 oturum olarak hafta sonu cumartesi 1.oturum, pazar 2.oturum şeklinde uygulanmıştır. Uygulama çevrimiçi platformda öğrencilerin kameraları açık halde 3 gözetmen eşliğinde yapılmıştır. Öğrencilere her oturum için 80 dakika süre tanınmıştır. Testin puanlanmasında biri araştırmacı diğeri matematik öğretmeni olmak üzere 2 farklı puanlayıcı kullanılmıştır. 2 farklı puanlayıcının uyuşma yüzdesi puanlayıcılar arası güvenirliğin sağlanması amacıyla hesaplanmıştır. Uyuşma yüzdesi puanlayıcıların uyuştukları madde sayısının toplam değerlendirme sayısına oranı olarak tanımlanmaktadır (Meyer, 1999). Puanlayıcılar arası uyuşma yüzdesi %93.6 olarak hesaplanmıştır ve bu değer %75'in üzerinde olduğu için değerlendirme sonuçlarının güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Şencan, 2005). Uygulamadan sonra testin madde analizleri yapılmıştır ve testten çıkarılması gereken maddeler belirlenmiştir. Testte yer alan her bir maddenin güçlük ve ayırt edicilik analizlerine Tablo 3.4'te yer verilmiştir.

Tablo 3. 4. CDBT'ye Ait Madde Analiz Değerleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi	Madde Ayırt Edicilik İndeksi	Madde No	Madde Güçlük İndeksi	Madde Ayırt Edicilik İndeksi
S1	0.728	0.455	**S13**	0.797	0.300
S2	0.863	0.232	**S14**	0.561	0.753
S3	0.397	0.426	**S15**	0.895	0.158
S4	0.713	0.232	**S16**	0.637	0.305
S5	0.779	0.163	**S17**	0.776	0.179
S6	0.411	0.389	**S18**	0.533	0.392
S7	0.738	0.282	**S19**	0.403	0.558
S8	0.392	0.595	**S20**	0.671	0.395
S9	0.741	0.313	**S21**	0.442	0.653
S10	0.666	0.489	**S22**	0.711	0.247
S11	0.675	0.561	**S23**	0.536	0.597
S12	0.382	0.574			

S5, S15 ve S17. maddeler madde ayırt edicilik indekslerinin .19 altında olmaları nedeniyle testten çıkarılmıştır. Ayrıca aynı kazanıma ait olan S1, S2, S3, S13 ve S14 maddelerinden testteki kazanım-soru dağılımının dengeli olması için madde güçlük indeksi .60'tan düşük olan veya madde ayırt edicilik indeksi .30'dan düşük olan S2, S3 ve S14'ün testten çıkarılmasına karar verilmiştir. Yeni durumda Kolmogorov Smirnov testi yapılmış ve p= .2 > .05 olduğundan öğrenci puanlarının normal dağılıma sahip olduğu görülmüştür.

Son durumda testin iç tutarlılığını analiz etmek amacıyla Cronbach Alfa, Spearman-Brown ve Guttman İç Tutarlık Katsayıları hesaplanmıştır. Testin ortalama madde güçlüğü, ortalama madde ayırt ediciliği ve Cronbach Alfa Katsayısının hesaplanması sonucunda elde edilen veriler Tablo 3.5'te bulunmaktadır.

Tablo 3. 5. CDBT'ye Ait İç Tutarlılık Katsayıları

N	Madde Sayısı	Ortalama Madde Güçlüğü	Ortalama Madde Ayırt Ediciliği	Cronbach Alfa Katsayısı	Spearman Brown Katsayısı	Guttman İç Tutarlık Katsayısı
69	17	0.598	0.431	0.841	0.789	0.785

Testin ortalama madde güçlüğü .598 olarak bulunmuştur. Bu değer testin orta zorlukta olduğunu göstermektedir. Testin ortalama madde ayırt ediciliği ise .431 olarak

bulunmuştur. Bu durum testin çok yüksek bir ayırt ediciliğe sahip olduğunu göstermektedir. Tablo 3.5'e göre Cronbach Alfa değeri .841, Spearman-Brown değeri .789 ve Guttman İç Tutarlık değeri .785 olarak bulunmuştur. Bu değerler testin yüksek bir güvenirliğe sahip olduğunu göstermektedir. Bölüm 1'de 9 ve Bölüm 2'de 8 soru olmak üzere toplam 17 sorudan oluşan Cebirsel Düşünme Beceri Testi Ek 2'de verilmiştir.

3.3.2. Bilişsel Giriş Davranışları Testi, Uygulama Süresince Uygulanan Ders Planları, İzleme Testleri ve Paralel Testler

3.3.2.1. Bilişsel Giriş Davranışları Testi

Bilişsel giriş davranışları öğrencilerin ünitelere (öğrenme birimleri) başlamadan önce sahip olması gereken ön öğrenmeler olarak tanımlanmaktadır. Bilişsel Giriş Davranışları Testi tam öğrenme yaklaşımında uygulama öncesi öğrencilerin bilişsel giriş davranışlarının yeterli olup olmadığını ölçen testtir. Uygulamada kullanılan ders planlarında bulunan kazanımları edinmeden önce öğrencilerin sahip olması gereken ön kazanımlar bu test ile ölçülmüştür. Örneğin; "Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir." kazanımından önce "Öğrenciler adımlar arasındaki fark sabit olan örüntülerde adımlar arası farkı belirler ve bu farka göre istenilen adımları oluşturabilir." kazanımının edinilmiş olması öğrencilerin yeni bilgiyi eski bilginin üzerine inşa etmesini sağlayarak öğrenmeyi olumlu yönde etkilemektedir. Bu test araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Test için 5 tane ön kazanım belirlenmiş olup her kazanım ile ilgili sorular hazırlanmıştır. Araştırma danışmanı, bir alan uzmanı ve bir matematik öğretmeninin incelemesi ile son hali verilmiştir (Bkz. Ek 1).

3.3.2.2. Ders Planları

Ders planları Kaput'un (1999) 5 cebirsel düşünme teması temel alınarak hazırlanmıştır. Her tema için ayrı bir ders planı hazırlanmıştır. Fakat 2. temanın (Sembollerin Anlamlı Kullanımı) geniş kapsamlı bir tema olması nedeniyle bu tema 2 farklı ders planı (Eşitlik İşareti ve Değişkenin Farklı Kullanımları) halinde düzenlenmiştir. Toplamda 6 ders planı kazanımların ağırlığı da göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Temalara ait kazanımlar ve ders planları ilgili alanyazın ayrıntılı bir şekilde incelenerek araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Daha sonra ders planları hakkında iki alan uzmanının görüşleri

alınmış olup uzman dönütleri sonucunda ders planları son halini almıştır (Bkz. Ek 8). Kazanımların ve ders planlarının hazırlanması ile ilgili ayrıntılı bilgiler aşağıda verilmiştir.

3.3.2.2.1. Kazanımların ve Ders Planlarının Hazırlanması

Bu araştırmada zenginleştirilmiş öğrenme ortamı cebirsel düşünme becerisi alanlarının özelliklerine göre somut materyaller, teknoloji kullanımı, gerçek hayat bağlamları içeren problemleri ve grup çalışmalarını içerir. Bu öğrenme ortamı içerik olarak 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanmış 5 temadan oluşmaktadır. Bu temalar Kaput'un (1999) cebirsel muhakemeyi sınıflandırdığı 5 temadan uyarlanmıştır: aritmetik örüntülerden genelleme, sembollerin anlamlı kullanımı, sayı sistemindeki yapıların çalışılması, fonksiyon ve örüntülerin çalışılması ve bu dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme süreci. 5. sınıf MEB (2018) müfredatında bu temalarla ilgili kazanımlar açıkça yer almamaktadır. Fakat bu çalışmada Kaput'un (1999) göz önüne alınan temalarına göre 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerileri ölçülmek istenmektedir. Bu nedenle bazı kazanımların belirlenmesine gereksinim duyulmuştur. Belirtilen nedenler dolayısıyla alanyazındaki (Aktaş, 2019; Boz, 2013; Kabael ve Tanışlı, 2010; Kaput, 1999; MEB, 2018; NCTM, 2000; Payne, 2012; Van de Walle vd., 2012) çalışmalardan esinlenilerek Tablo 3.6 da açıklanan kazanımlar oluşturulmuştur. Bu kazanımların oluşturulma süreci aşağıda detaylandırılmıştır.

Tablo 3. 6. Temalara Ait Kazanımlar

Tema	Alt Tema	Kazanımlar
Aritmetik Örüntülerden Genelleme	x	• Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir.
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder. • Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder. (Eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği (3 + 5 = 8, 8 = 3 + 5 gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği vurgulanır.)
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin Farklı Kullanımları	• Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını açıklar. (özellikle bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır) • Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir) • Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece a + x = b, ax + b = c, ax + b = cx + d şeklinde ifade edilebilenler) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer.
Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması	x	• Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanır ve tüm sayılar için genelleyebilir.
Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir. (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.) • Öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder.
Matematiksel Modelleme	x	• Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir.

5. sınıf öğrencilerinin MEB'e (2018) göre hazırbulunuşluk düzeyleri, NCTM'in (2000) 3-5. sınıflar için belirlediği cebir standartları, Van de Walle, Karp ve Bay- Williams'ın (2012, ss. 254-285) Kaput'un (1999) belirlediği yukarıdaki 5 tema etrafında hazırladığı cebirsel düşünme ile ilgili gelişimsel içerikler, Aktaş'ın (2019, ss. 138-142) cebirsel düşünmenin öğretimi ile ilgili özellikle eşitlik işaretinin anlamı ile ilgili içerikleri (Eşitlik işaretinin anlamı konusundaki kazanımların hazırlanmasında faydalanılmıştır.) ve

alanyazından da faydalanarak her tema için kazanımlar ve öğretim planları hazırlanmıştır. Ayrıca bazı sanal manipülatif veya sanal oyunlar da ders planlarında kullanılmıştır. Bunlar; Colorado Boulder Üniversitesi'nin hazırlamış olduğu PhET Interactive Simulations'ta bulunan Eşitlik Kâşifi (Equality Explorer), Çarpım Alan Modeli (Area Model Multiplication) ve Fonksiyon İnşa Edici (Function Builder); The Math Learning Center tarafından hazırlanan Kısmi Çarpım Bulucu (Partial Product Finder); Utah Eyalet Üniversitesi'ndeki Ulusal Sanal Manipülatif Kütüphanesi'nde (National Library of Virtual Manipulatives) bulunan Cebir Dengesi Terazileri (Algebra Balance Scales); ABCYA'nın hazırladığı Tüylü Böcek Örüntüleri (Fuzz Bugs Patterns), Şekil Örüntüleri (Shape Patterns) ve İnteraktif 100 Sayı Tablosu (Interactive 100 Number Chart) uygulamalarıdır. Bu sanal manipülatiflerin araştırmada kullanımı ile ilgili gerekli izinler alınmıştır (Bkz. Ek 3). Bunların yanında öğretim planları hazırlanırken yapılandırmacı yaklaşımın 4 aşamalı modeli (Ayas, Osborne ve Wittrock'tan aktaran Aktaş, 2019, ss. 49-50) kullanılmıştır. Bu modele göre ders planlarındaki aşamalar Tablo 3.7'de bulunmaktadır:

Tablo 3. 7. Yapılandırmacı Yaklaşımın 4 Aşamalı Modeli

1. Aşama (dikkat çekme-düdüleme aşaması): Öğrencilerin kavram üzerine dikkati çekilir ve kavram ile ilgili önceki öğrenmelerinin bu aşamada ortaya çıkarılması etkinliklerin düzenlenmesinde öğretmene yardımcı olur.
2. Aşama (odaklama aşaması): Bu aşamada öğrenciler aktiftir. Öğrencilerin öğretilmek istenen kavram ile ilgili zengin öğrenme deneyimlerine sahip olmaları için çeşitli öğrenme aktiviteleri(grup çalışması, beyin fırtınası, araç gereçlerle deneyime sahip olma, modeller kullandırma vb.) yapılır.
3. Aşama (mücadele aşaması) : Yeni öğrenilen bilgiler eskileriyle karşılaştırılıp yenilerine dönüştürüldüğü kısımdır. Burada öğretmen biraz daha aktif hale gelir ve konu öğretmenin belirlediği yöntem ile açıklanır. Öğrenciler sorularını sorar. Konunun tam anlamıyla anlaşılması sağlanır.
4. Aşama (uygulama aşaması) : Bu aşamada edinilen bilgiler farklı durumlarda uygulanabilir. Öğrencilerin öğrendikleri ile ilgili uygulamalar yapmalarını sağlayacak problem çözme, kompozisyon yazma, gerçek yaşam durumlarıyla bağlantı kurma gibi etkinlikler gerçekleştirilir. Önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri karşılaştırılarak öğrendiklerinin farkına varmaları sağlanır. Farklı uygulamalarla konunun pekişmesi amaçlanır.

Her tema ile ilgili hazırlanan kazanımlar ve ders planları hakkında ayrıntılı bilgiler aşağıda başlıklar halinde verilmiştir.

3.3.2.2.1.1. Aritmetik Örüntülerden Genelleme

Bu temadaki "Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir." kazanımı oluşturulurken NCTM'in

(2000, s. 159) bu konuda 3-5. sınıflar için "Öğrenciler belirli durumlarda her zaman işe yarayan genellemeler yapar ve açıklar." şeklinde belirlediği standart göz önüne alınmıştır.

Matematiksel genelleme yapma okulöncesinden başlar ve daha sonraki yıllarda da bu süreç devam eder. Öğrencilere soyut düşüncenin kazandırılması noktasında genelleme yapma becerisi cebirsel düşünme için önemli bir beceridir (Biber ve Argün, 2012; Özden, 2021, s. 242). Bu temada öğrencilerin gerçek yaşam problemleri aracılığıyla örüntü veya çeşitli genelleme bağlamları bulunduran durumlarda genelleme yapmaları amaçlanmıştır. Genelleme ifadelerinin "satır sayısı çarpı sütun sayısı" veya "satır sayısı x sütun sayısı" gibi sözel ifadelerden oluşması beklenir. Bu seviyede öğrencilerden harflerden oluşan bir genelleme ifadesi beklenmez.

3.3.2.2.1.2. Sembollerin Anlamlı Kullanımı

Bu temadaki eşitlik işareti alt temasına ait kazanımlar: "Öğrenciler eşitlik işaretinin anlamını dengede olma durumu olarak ifade eder." ve "Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder." kazanımlarıdır. Değişkenin farklı kullanımları alt temasına ait kazanımlar ise "Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını açıklar. (özellikle bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır)", "Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)", "Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece a + x = b, ax + b = c ax + b = cx + d şeklinde ifade edilebilenler)", "Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)" ve "Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer." kazanımlarıdır.

Philipp'e (1992) göre, "Cebirin zor gelmesinin nedeni, kullanılan sembollerin anlamını bilmemek yani anlamsal yönünün zayıflığı olabilir." Bu nedenle cebir öncesinde sembollerin anlamına yeterince odaklanılırsa bazı cebir zorluklarının ortadan kalkabileceği düşünülmektedir.

Bu doğrultuda sembollerin anlamlı kullanımı konusu kapsamında eşitlik işaretinin anlamı ve değişkenlerin anlamı konuları üzerinde durulmuştur. Konu kapsamı geniş olduğundan bu iki konu iki farklı ders planı altında işlenmiştir. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi aritmetiksel konulardaki sembollerin de kavramsal ve işlemsel açıdan öğrenilmesi cebir alanında önem taşımaktadır. Fakat bu konuların daha önceki sınıf seviyelerinde edinildiği düşünülerek cebir konusunda alanyazında da önemine işaret edilen, öğrencilerin ortaokul yıllarında zorluk çektiği ve kavram yanılgılarının meydana geldiği eşitlik işaretinin anlamı ve değişkenlerin anlamı konuları üzerinde sınıf seviyesi de göz önünde tutularak durulmuştur. Van de Walle ve diğerleri (2012, s. 254) de öğrencilerin cebirde başarılı olmaları için özellikle eşitlik ve değişkenleri içeren sembollerle gösterimlerin kavramsal olarak çok iyi anlaşılması gerektiğini vurgulamıştır. Eşitlik işaretinin anlamı konusunda; eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği (3 + 5 = 8, 8 = 3 + 5 gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği noktalarına değinilmiştir. Bu konu ile ilgili kazanım Aktaş'ın bu noktalarla ilgili içerikleri ve alanyazında öğrencilerin en çok bu konularda eşitlik işareti ile ilgili zorluk veya kavram yanılgıları yaşadıklarını belirtmesi göz önüne alınarak hazırlanmıştır (Aktaş, 2019, ss. 138-142). Ayrıca MEB'de (2018) "M.2.1.3.5. Eşit işaretinin matematiksel ifadeler arasındaki "eşitlik" anlamını fark eder." şeklinde bir kazanım bulunmaktadır. Fakat öğrencilerin 6. sınıftaki cebir konusuna geçmeden önce 5. sınıf seviyesinde eşitlik işareti ile ilgili deneyimlerinin genişletilmesi ve varsa kavram yanılgılarının giderilmesi amacıyla bu temada eşitlik işareti ile ilgili yukarıda belirtilen konulara değinilmiştir.

Değişkenlerin anlamı konusunda da alanyazında değişkenlerin çeşitli anlamlarından bahsedilse de en çok bilinmeyen anlamı ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulandığından bu çalışmada da bu anlamlarına ve harflerin birden fazla anlama gelebileceğine vurgu yapılmıştır. MEB (2018) 6. sınıf müfredatında harflerin sayıları temsil ettiği ve değişken olarak isimlendirildiğine vurgu yapılmıştır. Değişkenin farklı anlamlarına yeterince değinilmediği için bu temada öğrencilerin bu konuda

farkındalığının 5. sınıf seviyesinde arttırılması amaçlanmıştır. Driscoll (1999)'a göre de; "Harfli sembollerin farklı temsillerinin öğrenilmesi, cebirsel düşünmenin özü olan genellemeleri ifade etme, cebirsel yapıları meydana getirme, matematiksel ilişkileri anlamlandırma açısından önemli bir rol oynar." Ayrıca, Van de Walle ve diğerleri (2012, s. 262) de ilkokul ve ortaokuldaki deneyimlerin değişkenlerin farklı anlamlarını anlamaya odaklanması gerektiğini söylemiştir. İlerleyen sınıflarda harflerin farklı bağlamlarda çeşitli anlamlara gelebileceğine dair çalışmalar yapılabilmektedir. Örneğin harfler ab=axb, ab=ba şeklinde çarpma bağlamında iken, yine ab şeklinde 2 basamaklı sayı bağlamında olabilmektedir. Kieran (1989, 1990)'a göre de aritmetikteki harfli semboller ile cebirdeki harfli sembollerin görevleri farklıdır. Fakat bu sınıf seviyesinde ilk olarak sözel ifade veya problemlerin matematiksel sembollerle (eşitlik, aritmetik semboller, değişken) ifade edilmesine değinilmiştir. Sembollerde değişken için öğrencilerin seviyesine göre bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebileceği belirtilmiştir. Çünkü bir konunun öğretimi yapılırken onun tarihsel gelişim sırasından da yararlanmanın gelişimsel öğretim açısından faydalı olabileceği düşünülmektedir. Cebirin tarihsel gelişiminde de değişkenler sırasıyla sözlü, kısaltılmış ve sembolik bir dille ifade edilmiştir (Boz, 2013). MEB (2018) 6. sınıf müfredatında sözel ifadelerin sembolik bir dille yazılması ile ilgili "M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar." şeklinde bir kazanım yer almaktadır. Fakat öğrencilerin 5. sınıf seviyesinde bilinmeyeni önce sözel olarak ifade etme, daha sonra kısaltma ile, daha sonra kutucuk veya harf ile ifade etme gibi basit sözel ifadelerde deneyimlerde bulunması sağlanarak 6. sınıftaki soyut ifadelere geçişinin kolaylaştırılması amaçlanmıştır. Daha sonra ise öğrencilerin farklı gerçek hayat problemleri bağlamlarında değişkenlerin bilinmeyen ve değişen çokluklar anlamlarını fark etmeleri ve sembolik dille ifade ederek eşitlik prensibi ile basit denklemleri çözmeleri hedeflenmiştir. Böylece öğrencilerin eşitliğin denge anlamının eşitlikteki verilmeyenleri bulmada da kolaylık sağlayabileceği düşüncelerinin temeli atılarak ileriki sınıflarda işlenecek denklemler konusunun hazırbulunuşluğunun sağlanması amaçlanmıştır. Öğrenciler değişkenlerle ilgili problemler çözerken eşitliklerin 2 tarafında çıkarma işlemi olmamasına dikkat edilmiştir. Çünkü öğrenciler henüz bu sınıf seviyesinde tam sayılar konusunu öğrenmediği için her iki tarafa bir taraftaki negatif sayıyı yok etmek amacıyla

aynı miktarda pozitif sayı eklenmesi gerektiğini ileriki sınıflarda öğrenerek eşitliğin denge anlamını sürdürebileceklerdir. Bu nedenle bu seviyede sadece a + x = b, ax + b = c, ax + b = cx + d şeklinde ifade edilebilen eşitlik bağlamları kullanılmıştır.

3.3.2.2.1.3. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması

Bu temadaki "Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanır ve tüm sayılar için genelleyebilir." kazanımı oluşturulurken NCTM'in (2000, s. 160) bu konuda 3-5. sınıflar için "Öğrenciler değişme, birleşme ve çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliklerini keşfeder." şeklinde belirlediği standart göz önüne alınmıştır. Bu sınıf seviyesinde (5. sınıf) henüz sayı sistemindeki genellemelerin harflerle ifade edilmesine değinilmemiştir. Fakat sayı sistemindeki özelliklerin keşfedilmesi ve genellenmesine yönelik çalışmalarda bulunulmuştur. MEB'de (2018) 5. sınıf öncesinde toplamada ve çarpmada sayıların yerlerinin değişmesinin sonucu değiştirmeyeceğine yönelik kazanımlar bulunmaktadır. Fakat bu özelliklerin genellenmesine yönelik kazanımlar bulunmadığı için 5. sınıf seviyesinde öğrencilerin bu konudaki anlayışlarının bu temada genişletilmesi amaçlanmıştır.

Doğal sayılarda işlem özelliklerinde toplama ve çarpma işlemleri ile ilgili özelliklerden değişme, birleşme ve dağılma özellikleri incelenmiştir. Bu özellikler incelenirken farklı disiplinlerde bağlamlara sahip gerçek yaşam bağlamlarından faydalanılmıştır. Doğal sayılarda 0, 1 ve sayının kendisi ile ilgili işlemlere değinilmemiştir. Çünkü cebirsel düşünmenin geliştirilmesinde alanyazında daha çok toplama ve çarpmada değişme, birleşme ve dağılma özelliklerine vurgu yapıldığı görülmüştür (Van De Walle ve diğerleri, 2012, s. 265). Sayıların tek ve çift olması ile ilgili işlem özelliklerinin genellenmesi ise daha önceki yıllara bırakıldığı için bu çalışmada yer verilmemiştir. Müfredatta 3. sınıf kazanımlarında tek ve çift sayıların tanımlarına ve bu sayıların toplamlarının tek mi çift mi olduğunun incelenmesine yer verilmiştir. Fakat tek ve çift sayıların diğer işlemler üzerindeki genellemelerinin de başka uygun sınıf seviyelerinde ele alınması gerektiği düşünülmüştür.

3.3.2.2.1.4. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması

Bu temada "Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını

sözel olarak ifade edebilir. (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.)" ve "Öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder." kazanımları bulunmaktadır. Türkoğlu'na (2017) göre "Cebirsel düşünme becerisinin gelişimi için okul öncesinden itibaren cebirsel düşünmenin temeli olan örüntü genelleme etkinlikleriyle cebire giriş yapılması yararlı olacaktır." Bu nedenle bu bölümde örüntü ve genelleme etkinlikleri ile cebirsel düşünmenin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu temadaki ilgili kazanım NCTM'in (2000) bu konuda 3-5. sınıf öğrencilerinin sayısal ve geometrik örüntülerdeki genel ilişkileri kelimeler veya semboller yoluyla ifade etmeleri gerektiğini vurguladığı "Öğrenciler sayısal ve geometrik desenleri tanımlar veya oluşturur." şeklindeki standardı göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca alanyazında örüntülerin fonksiyon kavramına bir temel oluşturduğu ve erken yaşlarda örüntüler yardımıyla fonksiyonel ilişkilerin de kavranabileceği vurgulanmıştır (Kabael ve Tanışlı, 2010). Çünkü adım sayısı ve örüntü bileşenleri arasında fonksiyonel bir ilişki bulunmaktadır. Öğrencilerin bu ilişki yardımıyla ileriki sınıflarda fonksiyon kavramına geçişte bilgi transferi yaparak daha kolay bir kavrayışa sahip olacakları düşünülmektedir. Bu nedenle örüntülerdeki ilişkiler tablolaştırıldıktan sonra adım sayısı ve örüntü arasındaki ilişki erken yaşlarda bile fonksiyon makinesi yardımıyla keşfedilebilmektedir. Fakat erken yaşlarda kural bulunurken ilk olarak harfli ifadeler kullanılmaz, onun yerine sözel ifadeler kullanılabilir; zamanla sözel ifadelerin yerini cebirsel ifadeler alır (Kabael ve Tanışlı, 2010). Bu çalışmada da 5. sınıf öğrencilerinin kuralları ilk olarak sözel olarak ifade etmesi daha sonra basit kuralları harflerle ifade etmeleri desteklenmektedir. Bu seviyede örüntü kuralları tek işlemli olacak şekilde ele alınmıştır. Örneğin; "kare sayısı = adım sayısı + 2" veya "kare sayısı = adım sayısı x 2" gibi. İleriki sınıf düzeylerinde örüntülerin kuralları iki işlemli olacak şekilde örüntüler zorlaştırılabilmektedir. Örneğin; "kare sayısı = (adım sayısı x 2) + 2" gibi olabilmektedir.

Örüntülerden genelleme yapılırken kullanılan etkinliklerde ve sorularda cebirsel düşünmenin bir alt kolu olan fonksiyonel muhakemeyi de geliştirmek amacıyla Payne'nin (2012) belirttiği etkinliklerde bulunması gereken özelliklerden ve örüntü genelleme etkinliklerinden faydalanılmıştır. Böylece örüntülerden fonksiyona geçiş olacak şekilde bir akış sağlanmıştır. Fakat bu seviyede fonksiyon kavramından bahsedilmemiştir.

Fonksiyon makinesi de sayılara çeşitli işlemler uygulayan bir makine olarak tanıtılmıştır. Daha sonra ise örüntüler bağlamı dışındaki bağlamlarda iki farklı sayının birbirinin değişimini nasıl etkilediğini öğrencilerin gerçek hayat durumları, tablo ve grafikler yardımıyla fark etmeleri amaçlanmıştır. İlgili kazanım NCTM'in (2000, s. 159) bu konuda 3-5. sınıflar için "Öğrenciler tahminlerde bulunmak için değişen miktarlar arasındaki ilişkileri arar ve kullanır." şeklinde belirlediği standart göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Bu kısımda sayılar arasındaki değişimin her zaman düzenli bir şekilde artış veya azalış göstermeyebileceği fark ettirilmiştir. Tablo ve grafikler yardımıyla ileride işlenecek eğim konusuna "hızlı veya yavaş artış" gibi sözlü ifadelerle temel hazırlanmıştır. 5. sınıf MEB (2018) müfredatındaki kazanım düzeyine göre öğrencilerin çizgi grafikleri yerine sütun grafiklerini kullanabileceği tespit edilmiştir. Bu nedenle bu seviyede sütun grafikleri kullanılmış olup ileriki sınıflarda öğrencilerin çizgi grafikleri ile sayılar arası değişimleri tespit etmelerinin eğim kavramının daha kolay edinilmesi açısından önemli olduğu düşünülmüştür.

3.3.2.2.1.5. Matematiksel Modelleme

Bu temaya ait kazanım "Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir." kazanımıdır. Bu bölümde öğrencilerin gerçek hayat durumlarındaki örüntüleri fark etmeleri bu örüntüleri matematiksel sembol, tablo veya eşitliklerle ifade etmeleri ve genellemeleri hedeflenmiştir. Bu temadaki kazanım NCTM'in (2000, s. 162) 3-5. sınıf seviyesindeki standartlarında öğrencilerin nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modelleri kullanabilmesi gerektiği ile ilgili vurgusundan yararlanılarak hazırlanmıştır. Bilinmeyen veya değişkenler yerine kelime, kısaltılmış ifade, kutu veya harf öğrencilerin seviyelerine göre kullanılabilmektedir. Van de Walle ve diğerleri (2012, s. 279) gerçek hayat durumlarının farklı temsil şekilleriyle de gösterilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu nedenle bu bölümde tablo, bağlam, sözel açıklama ve semboller kullanılsa da grafiklere yer verilmemiştir. Çünkü öğrencilerin 5. sınıf kazanım düzeyi bu konuda faydalı olabilecek çizgi grafikleri için uygun değildir. MEB'e (2018) göre öğrenciler 7. sınıf düzeyinde çizgi grafiklerini kullanabilmektedir.

3.3.2.3. İzleme Testleri ve Paralel Testler

İzleme testleri tam öğrenme ilkelerine göre her öğrenilen ünite sonrası yapılan testlerdir. Bu araştırmada Kaput'un 5 farklı cebirsel düşünme temasının her biri bir öğrenme ünitesi olarak düşünülmüştür. Bu testlerde en az %70 başarı düzeyi esas alınmıştır (Demirel, 1999, s. 134; 2017, s. 137). Öğrenciler bu başarıyı elde edemediği takdirde ek etkinliklerle desteklenmiştir ve izleme testine paralel bir test ile başarı düzeyi ölçülmüştür. Bu araştırmada izleme testleri ve paralel testler ilgili temalardaki kazanımlara göre araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. İzleme testlerindeki soru sayıları ilgili temadaki kazanımların sayısı ve kapsamı dikkate alınarak belirlenmiştir. İzleme testleri ile ilgili kazanım-soru dağılımları aşağıdaki belirtke tablosunda verilmiştir.

Tablo 3. 8. İzleme Testleri Belirtke Tablosu

Test Numarası	**Konu**	**Alt Konu**	**Kazanım**	**Soru Sayısı**
İzleme Testi 1	Aritmetik Örüntülerden Genelleme	x	• Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir.	4
İzleme Testi 2	Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder.	1
	Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder. (Eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği (3+5=8, 8=3+5 gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği vurgulanır.	1
	Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını açıklar. (özellikle bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır)	1
	Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)	2

Tablo 3. 9. İzleme Testleri Belirtke Tablosunun Devamı

Test Numarası	Konu	Alt Konu	Kazanım	Soru Sayısı
İzleme Testi 2	Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece a+x=b, ax+b=c ax+b= cx+d şeklinde ifade edilebilenler) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer.	2
İzleme Testi 3	Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması	x	• Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanır ve tüm sayılar için genelleyebilir.	3
İzleme Testi 4	Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir. (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.)	2
	Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder.	2
İzleme Testi 5	Matematiksel Modelleme	x	• Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir.	4

İzleme testleri ve paralel testlerde her soru 20 tam puan üzerinden puanlanmıştır. Sorular içerisinde alt sorular varsa bu alt soruların zorluk seviyesine göre toplamları 20 puan olacak şekilde puanlar dağıtılmıştır. Örneğin, örüntünün bir sonraki adımı sorulan alt sorulara daha az puan verilirken örüntünün genel kuralının sorulduğu alt sorulara daha fazla puan verilecek şekilde puanlar düzenlenmiştir. Her test için cevap anahtarları hazırlanmıştır ve cevaplar bu cevap anahtarlarına göre değerlendirilmiştir. Sorulara verilen cevaplar değerlendirilirken İlhan'ın (2016) çalışmasından uyarlanan bütüncül puanlama rubriği kullanılmıştır. İlgili bilgi Tablo 3.10'da verilmiştir.

Tablo 3. 10. Bütüncül Puanlama Rubriği

Tam Puan	-Uygun çözüm yolu kullanılmıştır. Çözüme yönelik olarak yapılan işlemlerde herhangi bir hata bulunmamaktadır. Doğru sonuca ulaşılmıştır. Problemi çözmek için yapılan işlemler açık, ayrıntılı ve örnek yanıt niteliğindedir.
Yarım Puan	-Uygun çözüm yolu kullanılmasına rağmen küçük işlem hatalarından ya da anlaşılmayan nedenlerden dolayı doğru sonuca ulaşılmamıştır. -Doğru sonuca ulaşılmıştır. Ancak çözüme nasıl ulaşıldığına dair yeterli açıklama bulunmamaktadır.
Puan Yok	-Problemi cevaplamak için kullanılan stratejiler tamamen yanlıştır ve çözüme yönelik herhangi bir yarar sağlamamaktadır. -Herhangi bir işlem veya açıklama yapılmamıştır.

Ayrıca izleme testleri ve paralel testler hazırlandıktan sonra 1 uzman ve 2 matematik öğretmeninin testler hakkında görüşleri alınarak gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Genellikle soruların kazanıma ve seviyeye uygun olduğuna karar verilmiş olup açıklık ve anlaşılırlık açısından geri dönütler alınmış ve bu alandaki eksiklikler giderilmiştir. Örneğin; "Mehmet'in elmalarının sayısı Arif'in elmalarından 5 fazladır." cümlesi açıklık ve anlaşılırlık açısından "Mehmet'in elmalarının sayısı Arif'in elmalarının sayısından 5 fazladır." şeklinde düzeltilmiştir.

3.3.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Öğrencilerin uygulama hakkındaki düşüncelerini öğrenmek, uygulamanın etkililiğini değerlendirmek ve öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanmıştır. Görüşme formunun anlaşılır ve araştırma amacına uygun olup olmadığının değerlendirilmesi için matematik eğitimi alanında bir uzman ve bir matematik öğretmeninin görüş ve önerileri alınmıştır. Gerekli düzeltmeler yapılarak forma son hali verilmiştir. Örneğin; "Uygulama esnasında sizi en çok etkileyen şey nedir?" sorusu görüş ve öneriler doğrultusunda "Uygulama esnasında sizi olumlu anlamda en çok etkileyen şey (olay/durum/etkinlik) nedir?" ve "Uygulama esnasında sizi olumsuz anlamda en çok etkileyen şey (olay/durum/etkinlik) nedir?" şeklinde düzenlenmiştir. 8 maddelik görüşme formu Ek 9'da yer almaktadır.

3.3.4. Video Kayıtları

Uygulama esnasında uygulanan çevrimiçi derslerin tamamı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimlerini inceleyebilmek amacıyla video kaydına alınmıştır. Bu kayıtların tamamı öğrenci ve velilerin izinleri doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonrası video kayıtları transkript haline getirilerek analiz edilmiştir.

3.3.5. Gözlem Notları

Uygulama esnasındaki her çevrimiçi ders sonrası araştırmacı tarafından alınan notlardır. Video kayıtlarına ek olarak öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimlerini inceleyebilmek amacıyla gözlem notları oluşturulmuştur. Araştırmacı katılımcı gözlemci rolünü üstlenmiş olup öğrencileri doğal ortamında gözlemlemiştir. Yarı yapılandırılmış gözlem formu Ek 5'te verilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

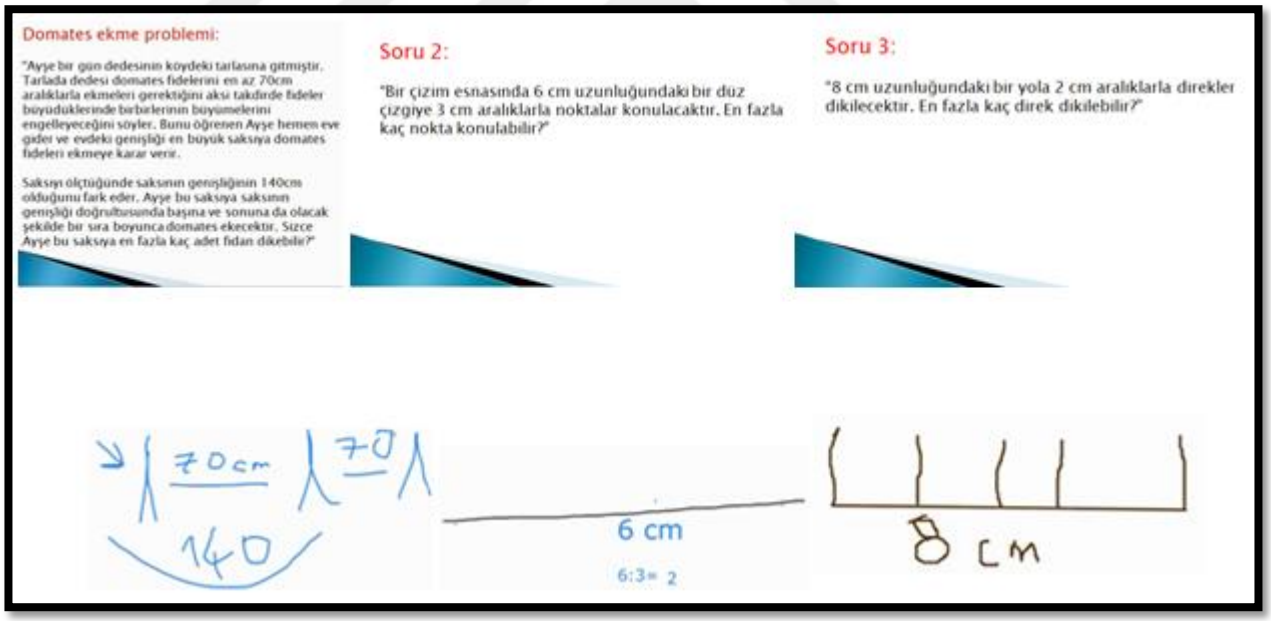
Araştırma için gerekli izinler alınarak araştırma verileri bilimsel araştırma yöntemlerine ve etik kurallara uygun olarak toplanmıştır (Bkz. Ek 3, Ek 6 ve Ek 7). Araştırmanın uygulaması uzaktan çevrimiçi (online) eğitim ile uygun platformlar üzerinden yürütülmüştür. Araştırmanın uygulanmasında öncelikle öğrencilere CDBT ön testi yapılmış olup, öğrenciler cebirsel düşünme becerilerine göre (düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrenciler) 4'er kişilik 3 gruba ayrılmıştır. Fakat bu kategorilendirme etik olarak uygun görülmemesi nedeniyle öğrencilerle paylaşılmamıştır. Ayrıca uygulama aşamalarını da etkileyen bir faktör değildir. Yalnızca verilerin analizinde farklı cebirsel düşünme becerisine sahip öğrencilerin gelişimini incelemek açısından kullanılmıştır. Ardından bütün öğrencilere tam öğrenme modeli basamakları uygulanmıştır. Buna göre, ilk olarak bilişsel giriş davranışları testi yapılmış olup, yalnızca 1 öğrencinin yeterli düzeyde gerekli ön kazanımlara sahip olmadığı görülmüştür. Bu öğrencinin eksikliklerini tamamlamak amacıyla ilgili kazanımlara yönelik ek ders yapılmıştır ve öğrencinin eksiklikleri tamamlanmıştır. Öğrenciler gönüllü ve istekli olarak araştırmaya katılmışlardır fakat duyuşsal giriş davranışları açısından öğrencileri tam olarak eğitime hazırlamak amacıyla ilk ders öncesi tüm öğrencilerle tanışma oyunu ve aktiviteleri gerçekleştirilmiştir. Örneğin, bir öğrenci kendi isminin ilk harfi ile başlayan bir karakter özelliğini ismiyle beraber (çalışkan Çınar vb.) söyledikten

sonra diğer öğrenci ilk önce önceki arkadaşının söylediğini tekrar etmektedir ve sonra aynı şeyi kendi ismi için de gerçekleştirmektedir. Böylece öğrencilerin birbirini daha iyi tanıması ve yeni başlayacakları eğitim için eğlenceli bir giriş olması amaçlanmıştır. Daha sonra 5 farklı cebirsel düşünme teması 4'er ders saatlik 5 öğrenme ünitesi halinde zenginleştirilmiş öğrenme ortamı ile 5 hafta sonu boyunca öğrencilere sunulmuştur. Bu araştırmada Kaput'un (1999) 5 farklı cebirsel düşünme temasının her biri tam öğrenme yönteminde kullanılan bir öğrenme ünitesi olarak ele alınmıştır. Uygulama ile ilgili plan Tablo 3.11'de verilmiştir. Buna göre ders planları (Bkz. Ek 8) hafta sonları uygulanmış olup tam öğrenmenin sağlanıp sağlanmadığını ölçmek amacıyla ilgili izleme testleri derslerden 3 gün sonra uygulanmıştır. İzleme testlerinden yeterli puan alınamadığı takdirde öğrencilerin müsaitlik durumuna göre çevrimiçi ek dersler planlanmıştır ve ek derslerin ardından paralel testler yapılarak öğrenciler tam öğrenme düzeyine getirilmiştir. Yapılan testlerde tüm öğrencilerin en az %70 başarı düzeyine ulaşması esas alınmıştır (Demirel, 1999, s. 134; 2017, s. 137). Ayrıca ders planları uygulanırken ders planlarındaki etkinlikler sunum halinde hazırlanmış olup derste o şekilde öğrencilere sunulmuştur.

Tablo 3. 11. Uygulama Planı

	Cuma	**Cumartesi**	**Pazar**	**Salı**	**Çarşamba**
1.Hafta (25-26-27-30 Haziran) (Aritmetik Örüntülerden Genelleme)	***-Cebirsel Düşünme Beceri Testi (60dk+ 60dk)***	***-Bilişsel Giriş Davranışları Testi (45 dk)***	-Tanışma (15 dk) -Ders Planı 1		*-İzleme Testi 1 (30 dk)*
2.Hafta (3-4-7 Temmuz) (Sembollerin Anlamlı Kullanımı)	-	-Ders Planı 2	-Ders Planı 3		*-İzleme Testi 2 (60 dk)*
3.Hafta(10-13 Temmuz) (Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması)	-	-Ders Planı 4		*-İzleme Testi 3 (30 dk)*	
4.Hafta (18-21 Temmuz) (Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması)	-	-Ders Planı 5		*- İzleme Testi 4 (40 dk)*	
5.Hafta (24-27-28 Temmuz) (Matematiksel Modelleme)	-	-Ders Planı 6		*-İzleme Testi 5 (40 dk)*	***-Cebirsel Düşünme Beceri Testi(60dk+ 60dk)***

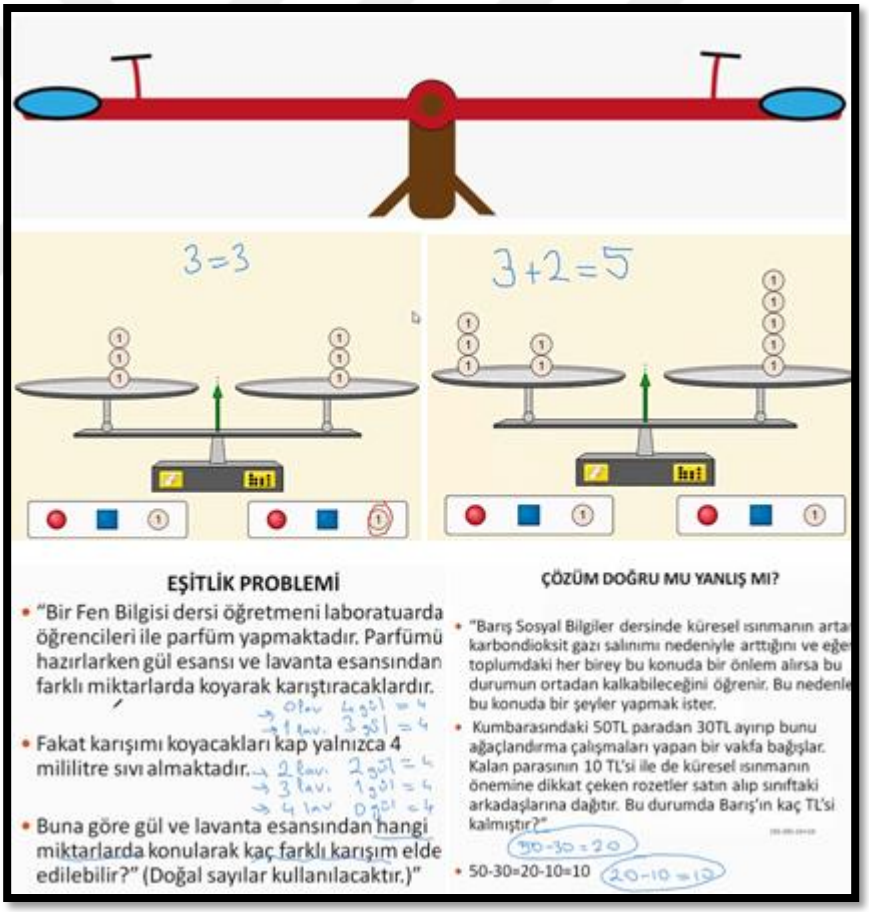
1. Hafta: İlk hafta cebirsel düşünme becerileri ön testi ve bilişsel giriş davranışları testinin yapılmasının ardından pazar günü tanışma aktiviteleri ile birlikte dersler yapılmaya başlanmıştır. İlk hafta aritmetik örüntülerden genelleme temasının yer aldığı Ders Planı 1 (Bkz. Ek 8) 4 ders saati halinde uygulanmıştır. Ayrıca, derslerden 3 gün sonra İzleme Testi 1 (Bkz. Ek 10) 30 dakikada uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin yaklaşık %16'sının konu ile ilgili yeterli düzeyde olmadığı belirlenmiştir ve öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup derslerden 1 gün sonra izleme testine paralel bir test yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece öğrenciler diğer üniteye geçmek için hazır hale gelmişlerdir. Resim 3.1'de 1. haftadan soru sunumları ve öğrenci çözümlerine ait örnekler verilmiştir.



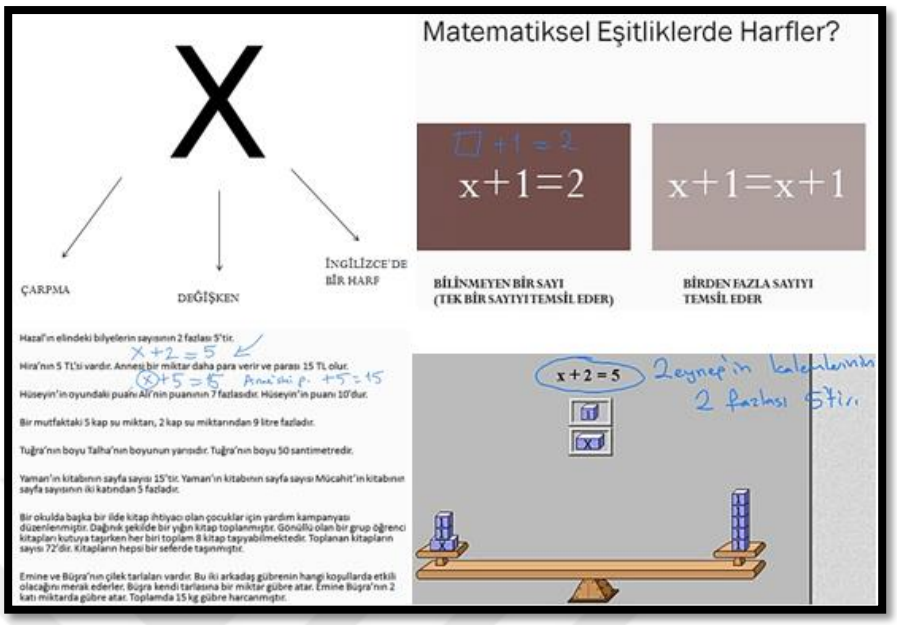
Resim 3. 1. 1.Hafta Etkinlikleri ve Öğrenci Çözümleri

2. Hafta: Bu haftada sembollerin anlamlı kullanımı teması işlenmiştir. Bu tema 2 alt temaya ayrılmış olup bunlar eşitlik işareti ve değişkenin farklı kullanımları temalarıdır. Sırasıyla Ders Planı 2 ve Ders Planı 3'te yer almışlardır (Bkz. Ek 8). Ders Planı 2 cumartesi günü 1 ders saati halinde uygulanmıştır. Ders Planı 3 de pazar günü 3 ders saati halinde uygulanmıştır. 3 gün sonra İzleme Testi 2 (Bkz. Ek 10) 60 dakika süre verilerek

uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin %75'inin konu ile ilgili yeterli düzeye ulaşamadığı belirlenmiştir ve öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati ek dersler düzenlenmiş olup izleme testine paralel bir test 1 gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin yaklaşık %16'sının hala yeterli düzeyde olmadığı görülmüş olup tekrar 2 ders saati kadar ek eğitimler düzenlenmiştir ve 1 gün sonra tekrar bir paralel test uygulanmıştır. Son durumda öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece 2. tema tamamlanmıştır. Resim 3.2'de 2. haftadaki eşitlik işareti dersine ait görsellere, Resim 3.3'te ise değişkenin farklı kullanımları dersine ait görsellere yer verilmiştir.

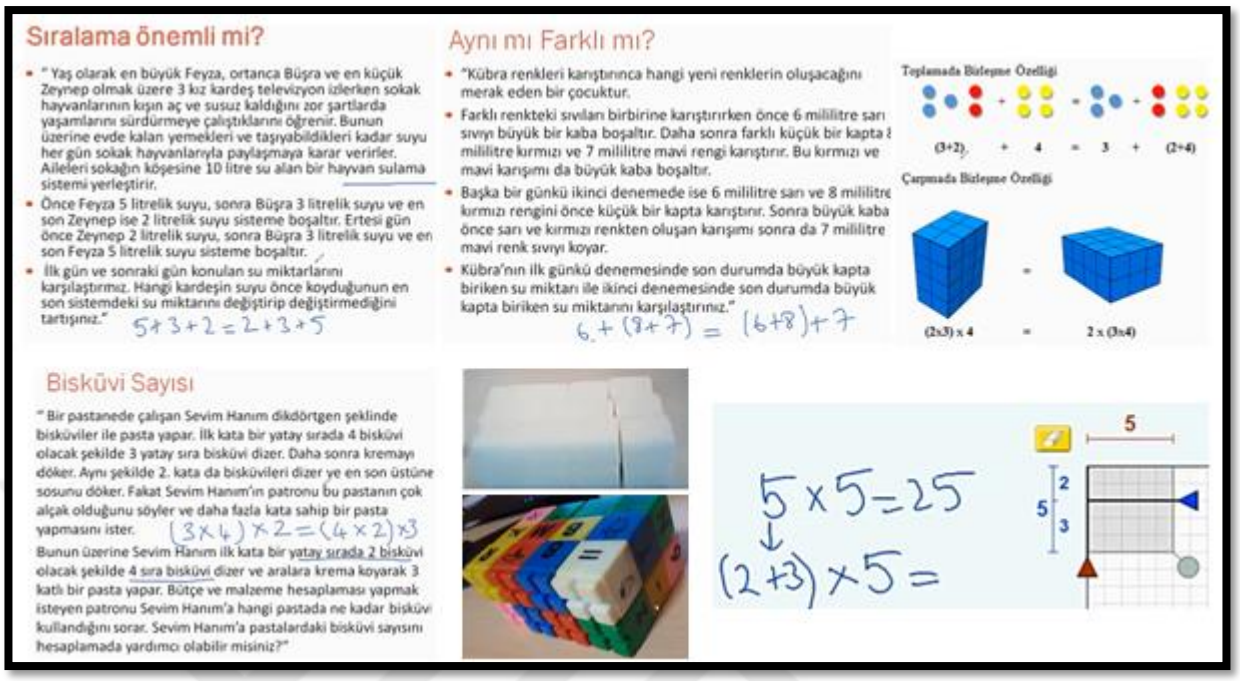


Resim 3. 2. Eşitlik İşareti Dersine Ait Görseller



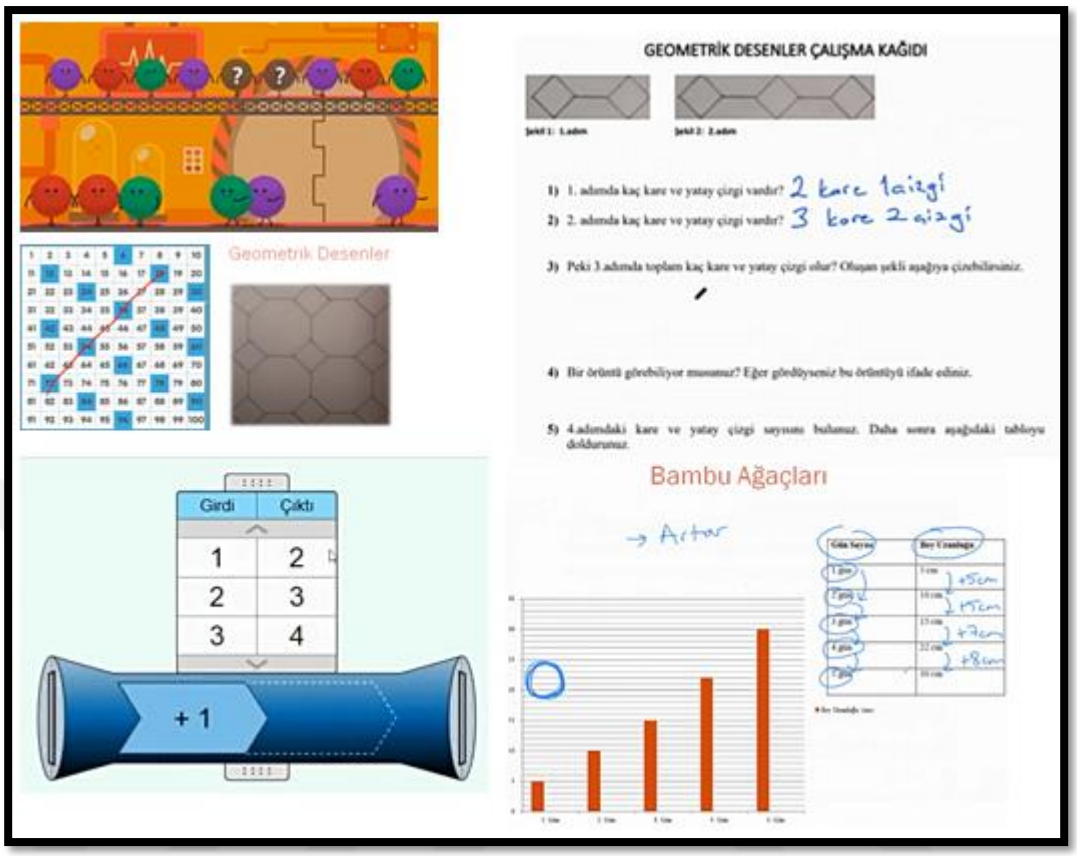
Resim 3. 3. Değişkenin Farklı Kullanımları Dersine Ait Görseller

3. Hafta: Bu haftada sayı sistemindeki yapıların çalışılması temasının yer aldığı Ders Planı 4 (Bkz. Ek 8) 4 ders saati halinde cumartesi günü uygulanmıştır. 3 gün sonra İzleme Testi 3 (Bkz. Ek 10) 30 dakika süre verilerek uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin %50'sinin konu ile ilgili yeterli düzeye ulaşamadığı belirlenmiştir ve öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup izleme testine paralel bir test 1 gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece 3. tema tamamlanmıştır. Resim 3.4'te sayı sistemindeki yapıların çalışılması temasına ait derslerden görsellere yer verilmiştir.



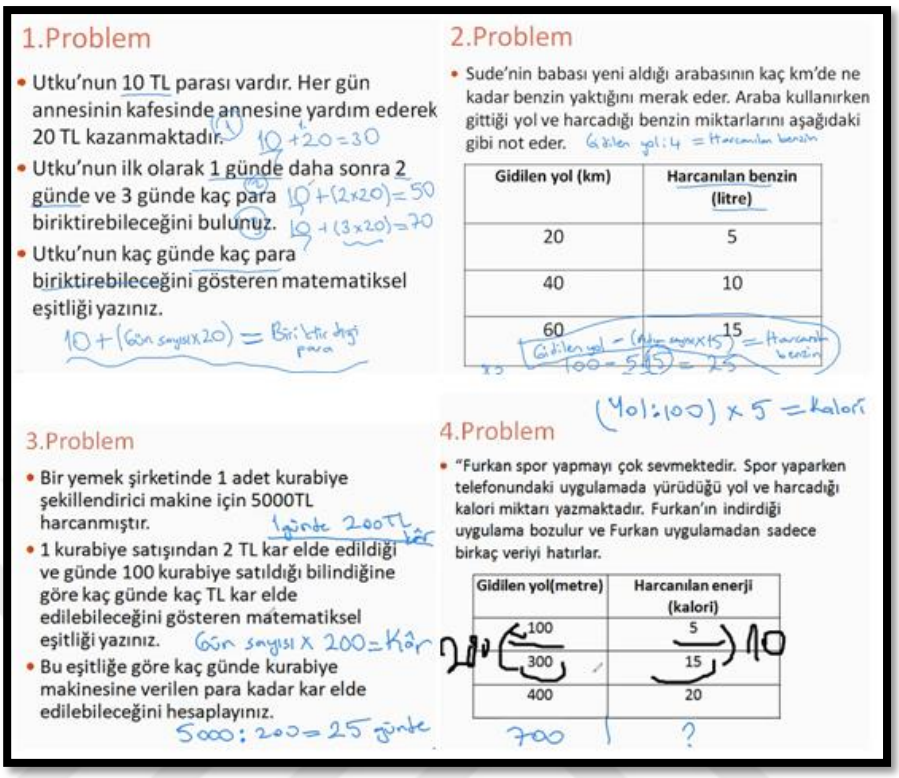
Resim 3. 4. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Derslerine Ait Görseller

4. Hafta: Bu haftada fonksiyon ve örüntülerin çalışılması temasının yer aldığı Ders Planı 5 (Bkz. Ek 8) 4 ders saati halinde cumartesi günü uygulanmıştır. 3 gün sonra İzleme Testi 4 (Bkz. Ek 10) 40 dakika süre verilerek uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin yaklaşık %8'inin konu ile ilgili yeterli düzeye ulaşamadığı belirlenmiştir ve öğrencinin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup izleme testine paralel bir test 1 gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre öğrencinin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece 4. tema tamamlanmıştır. 4. tema ile ilgili derslerin görselleri Resim 3.5'te verilmiştir.



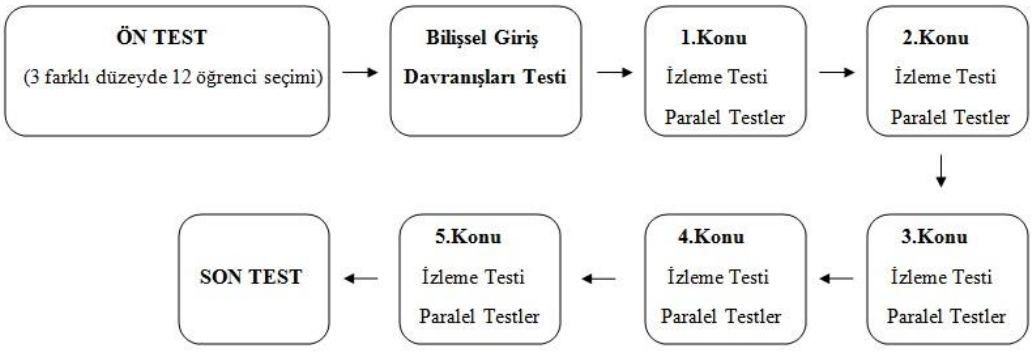
Resim 3. 5. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Derslerine Ait Görseller

5. Hafta: Bu haftada matematiksel modelleme temasının yer aldığı Ders Planı 6 (Bkz. Ek 8) 4 ders saati halinde cumartesi günü uygulanmıştır. 3 gün sonra İzleme Testi 5 (Bkz. Ek 10) 40 dakikada uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin yaklaşık %41'inin konu ile ilgili yeterli düzeye ulaşamadığı belirlenmiştir ve öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup izleme testine paralel bir test 1 gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece son tema da tamamlanmıştır. Bu temaya ait görseller Resim 3.6'da verilmiştir.



Resim 3. 6. Matematiksel Modelleme Teması Derslerine Ait Görseller

Son olarak ön test olarak uygulanan cebirsel düşünme beceri testi son test olarak da uygulanmıştır ve uygulama tamamlanmıştır. Uygulama esnasında dersler video kaydına alınmıştır. Ayrıca araştırmacı her ders sonrası gözlem notları tutmuştur. Uygulama sonrasında ise 3 öğrenci ile çevrimiçi yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Diğer öğrencilerden de görüşmedeki soruların yanıtları yazılı olarak toplanmıştır. Uygulama sırasında verilerin toplanış süreci aşağıdaki şemada özetlenmiştir.



Şekil 3. 1. Verilerin Toplanma Süreci

3.5. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde; video kayıtları, gözlem notları ve yarı yapılandırılmış görüşme verilerinden oluşan nitel veriler içerik analizi tekniği ile ve nicel veriler SPSS paket programı ile analiz edilmiştir. Nitel verilerden video kayıtları ve gözlem notları Kaput'un (1999) belirlediği 5 tema etrafında kategorilere ayrılarak çözümlenmiştir. Bu kategoriler araştırmada belirtilen kazanımlardan oluşmakla beraber bazı kazanımlara ulaşma sürecinin belli alt kategoriler ile gerçekleştiği araştırma esnasında belirlenmiştir. Bu tür kazanımlarda cebirsel düşünme düzeyleri bu alt kategorilere göre yorumlanmıştır. Bu durumda Yıldırım ve Şimşek'in (2018, s. 246) içerik analizinde kullanılan genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama türü kullanılmıştır. Buna göre kodlama sürecinde genel kategoriler ya da temalar önceden belirlenir ve bu temalar altında kullanılabilecek daha ayrıntılı kodlar verilerin incelenmesi sonucu ortaya çıkar. Yarı yapılandırılmış görüşme verilerinin analizinde ise kullanılan verilerden çıkarılan kavramlara göre yapılan kodlama türü kullanılmıştır. Nicel verilerin analiz tekniğine karar vermek amacıyla ön test ve son test puanlarının parametrik olup olmadığına Shapiro-Wilk Testi sonucuna göre karar verilmiştir.

Tablo 3. 12. Normallik Testi

Normallik Testi						
	Kolmogorov-Smirnov[a]			**Shapiro-Wilk**		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Ön Test	.299	12	.004	.809	12	.012
Son Test	.237	12	.060	.838	12	.026
a. Lilliefors Significance Correction						

Tablo 3.12'de verilen p değerlerinin .05'ten küçük olması nedeniyle (.012< .05 ve .026< .05) verilerin çözümlenmesinde parametrik olmayan testler kullanılmıştır. Ön test ve son test arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek için bağımlı gruplar için kullanılan Wilcoxon Testi kullanılmıştır. Cebirsel Düşünme Beceri Testi ön testte ve son testte düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine ait gruplar arasında anlamlı bir fark olup olmadığı da Kruskal Wallis Testi ile incelenmiştir. Ayrıca, etki büyüklüğü analizi ve çeşitli betimleyici istatistik öğeleri ile veriler çözümlenmiştir. Etki büyüklüğü değeri r≤ .20 ise düşük, .20- .80 arasındaysa orta, r≥ .80 ise yüksek düzeyde bir etki

olarak yorumlanmaktadır (Cohen, 1992).

3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Bir araştırmada geçerlik araştırılmak istenen araştırma sorularının bulgularda ne derece doğru şekilde cevaplandığı ile ilgilidir. Geçerlik genellikle şu başlıklar halinde incelenir: iç geçerlik, dış geçerlik ve yapı geçerliği. Yıldırım ve Şimşek (2018, s. 271) iç geçerliği veri toplama, verilerin analizi ve yorumlanmasında tutarlılık ve bu tutarlığın nasıl sağlandığını açıklama olarak belirtmiştir. Bu araştırmada iç geçerliği arttırmak amacıyla çeşitleme yöntemi kullanılmıştır. Buna göre, veriler hem video kayıtlarının analizi, gözlem, görüşme gibi nitel veri toplama araçlarıyla hem de cebirsel düşünme beceri testi, izleme testleri ve paralel testler gibi nicel veri toplama araçlarıyla toplanmıştır. Veriler analiz edilirken bir matematik öğretmeni ve danışman hocanın süreci kontrolü ile veriler analiz edilmiştir. Araştırmanın dış geçerliğinin sağlanması ise çalışmanın genellenebilirliği ile ilgilidir. Bu araştırmada araştırmanın benzer araştırma ortamlarına genellenebilirliğinin arttırılması için araştırmanın her aşaması detaylı bir biçimde açıklanmıştır. Bir diğer geçerlik türü olan yapı geçerliği daha çok ölçme araçları için kullanılan bir kavramdır. Örneğin, bu araştırmadaki cebirsel düşünme beceri testinin cebirsel düşünme yapısını ne derece ölçtüğü yapı geçerliği ile ilgilidir. Belli bir işlemden önceki ön test ve sonraki son test sonuçlarının karşılaştırılması yapı geçerliğine katkıda bulunabilmektedir (Baştürk, Dicle ve Dönmez, 2013). Bu araştırmada ön test ve son test arasındaki anlamlı fark yapıdaki kuramın başarısı, uygulanan işlemin başarısı veya ölçme aracının yeterliliği anlamına gelebilmektedir.

Güvenirlik ise bulguların tekrarlanabilirliği ile ilgili bir kavramdır. Araştırmanın yönteminin güvenirliğe olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir. Çünkü nitel ve nicel yöntemlerin güçlü yanlarının birleştirilmesi nedeniyle karma yöntem araştırmalarının diğer yöntemlere göre daha güvenilir olabildiği söylenmektedir (Balat, Göktaş, Gündüz ve Kayalı, 2019). Ayrıca, cebirsel düşünme beceri testinin güvenirliği madde analizleri, yarıya bölme yöntemi, Cronbach Alfa ve Guttman iç tutarlılık testleri gibi istatistiksel yöntemlerle sağlanmıştır. Bu araştırmanın geçerliği ve güvenirliği ile ilgili diğer özellikler aşağıda maddeler halinde verilmiştir:

1) Veri toplama araçlarından görüşme sorularının belirlenmesinde, cebirsel düşünme beceri testinin oluşturulmasında, izleme testleri ve paralel testler için uzman görüşleri

alınmış olup testler için belirtke tabloları hazırlanmıştır. Böylece veri toplama araçlarının kapsam geçerliği sağlanmıştır.

2) Araştırma uygulamasında testlerin ve öğrenme ortamının uygulanması süreçleri video kaydına alınmıştır.

3) Nitel verilerin yorumlanmasında öğrenci konuşmalarından ayrıntılara yer verilmiştir.

BÖLÜM IV: BULGULAR VE YORUMLAR

4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın ilk alt problemi "Kaput'a (1999) göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?" sorusunu sorgulamaktadır. Öğrencilerin uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri betimsel istatistik yöntemleriyle açıklanmıştır. Tablo 4.1 çalışma grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi cebirsel düşünme becerilerini ölçmek amacıyla yapılan Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT) ön test sonuçlarını farklı temalar açısından başarı yüzdeleriyle göstermektedir.

Tablo 4. 1. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Ön Test Sonuçları

Öğrenciler/Temalar	Aritmetik Örüntülerden Genelleme (%)	Sembollerin Anlamlı Kullanımı (%)	Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması (%)	Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması (%)	Matematiksel Modelleme (%)	Toplam Başarı (%)
1	52.5	13.0	0	0	0	**11.5**
2	0	12.0	35.0	15.0	0	**12.6**
3	52.5	48.5	15.0	12.5	0	**30.9**
4	80.0	29.5	62.5	90.0	25.0	**52.9**
5	80.0	42.0	75.0	56.5	67.5	**56.8**
6	40.0	56.5	85.0	81.5	0	**57.1**
7	100.0	33.0	62.5	70.0	67.5	**57.1**
8	100.0	33.5	85.0	91.5	0	**57.1**
9	82.5	51.5	82.5	84.0	37.5	**64.7**
10	90.0	48.5	77.5	84.0	47.5	**65.0**
11	90.0	40.0	90.0	100.0	37.5	**65.6**
12	100.0	46.5	77.5	94.0	100.0	**73.8**
Toplam Başarı Ortalaması(%)	72.3	37.9	62.3	64.8	31.9	**50.4**

Tablo 4.1'de 12 öğrencinin Cebirsel Düşünme Beceri Testi ön testinde Kaput'un (1999) 5 cebirsel düşünme temasına ait ortalama puan yüzdeleri ve testteki toplam başarı yüzdeleri verilmiştir. Tablo 4.1'e göre "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin %66.6'sı (8 öğrenci), "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasında öğrencilerin hiçbiri (0 öğrenci), "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" temasında öğrencilerin %58.3'ü (7 öğrenci), "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temasında öğrencilerin %66.6'sı (8 öğrenci) ve "Matematiksel Modelleme" temasında öğrencilerin %8.3'ü (1 öğrenci) yeterli düzeyde bulunmuştur. Bu durumda 3 temada öğrencilerin çoğu yeterli düzeyde iken 2 temada öğrencilerin neredeyse hiçbirinin yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Testteki toplam başarı açısından bakıldığında ise; 1 öğrenci testte %70

üzeri, 2 öğrenci %65-70 arası ve 9 öğrenci %65'ten düşük başarı elde etmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme temalarında da yalnızca "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkmıştır. Buna göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin %91.6'sının cebirsel düşünme beceri düzeylerinin yeterli seviyede olmadığı, grup toplam ortalama başarısının %50.4 olduğu ve yalnızca bir temada öğrenci başarı ortalamalarının istenilen düzeyde olduğu görülmektedir.

4.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi "Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır?" sorusunu sorgulamaktadır.

Tablo 4.2 farklı seviyelerdeki öğrencilerin uygulama öncesi CDBT ön test puan ortalamalarını göstermektedir.

Tablo 4. 2. Farklı Düzeydeki Grupların Ön Test Puan Ortalamaları

Gruplar	**N**	**Ön Test Puan Ortalaması**	**Ortalama Başarı (%)**
Düşük	4	91.75	26.99
Orta	4	193.75	56.99
Yüksek	4	228.75	67.28
Ortalama	-	171.41	50.41

CDBT uygulaması puanlarının en düşükten en yükseğe sıralanması sonucu 4'er kişilik düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip gruplar oluşturulmuştur. Testte tam puan 340 puandır. Buna göre düşük cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip olan grup 91.75 ortalama puan ile tam puanın yaklaşık %27'si, orta düzey beceriye sahip olan grup 193.75 ortalama puan ile tam puanın yaklaşık %57'si, yüksek beceri düzeyine sahip olan grup ise 228.75 ortalama puan ile tam puanın yaklaşık %67'si kadar puana sahiptir. Bu durumda gruplar arasında ortalama başarının farklılıklar gösterdiği görülmektedir. Ayrıca; düşük, orta ve yüksek düzeye sahip grupların ön test puanlarında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak amacıyla Kruskal Wallis Testi yapılmıştır. Verilerin normal dağılmaması, 3 grubun olması ve gruplarda farklı grup üyelerinin olması nedeniyle bu test kullanılmıştır.

Tablo 4. 3. Kruskal Wallis Testi Sonucu

	Ön Test Puanları
Kruskal-Wallis H	9.986
Df	2
Asymp. Sig.	.007

Tablo 4.3'e göre p= .007 < .05 olduğundan ön testte gruplar arasında anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi "Kaput'a (1999) göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?" sorusunu sorgulamaktadır.

Öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri betimsel istatistik yöntemleri, izleme testleri ve paralel testler yardımıyla açıklanmıştır.

Tablo 4.4 çalışma grubundaki öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme becerilerini ölçmek amacıyla yapılan Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT) son test sonuçlarını göstermektedir.

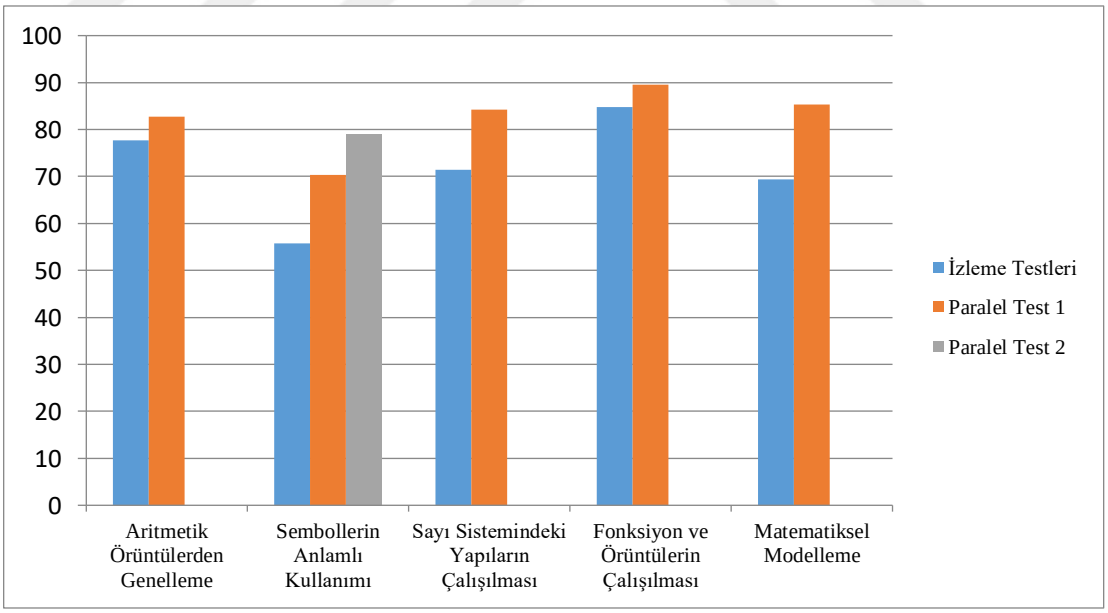
Tablo 4. 4. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Son Test Sonuçları

Öğrenciler/Temalar	Aritmetik Örüntülerden Genelleme (%)	Sembollerin Anlamlı Kullanımı (%)	Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması (%)	Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması (%)	Matematiksel Modelleme (%)	Toplam Başarı (%)
1	100.0	62.0	97.5	81.5	50.0	**73.8**
2	22.5	37.0	50.0	40.0	25.0	**36.2**
3	100.0	78.0	77.5	75.0	0	**70.6**
4	90.0	64.0	92.5	90.0	55.0	**75.3**
5	100.0	56.5	77.5	57.5	75.0	**66.5**
6	72.5	70.0	85.0	81.5	25.0	**69.4**
7	100.0	69.5	100.0	70.0	90.0	**79.1**
8	100.0	49.5	85.0	94.0	40.0	**68.8**
9	100.0	60.5	92.5	100.0	67.5	**79.1**
10	100.0	74.5	100.0	75.0	50.0	**77.6**
11	100.0	75.0	92.5	100.0	75.0	**85.9**
12	100.0	89.5	92.5	94.0	85.0	**91.5**
Toplam Başarı Ortalaması(%)	90.4	65.4	86.9	79.8	53.1	**72.8**

Tablo 4.4'te 12 öğrencinin Cebirsel Düşünme Beceri Testi son testinde Kaput'un (1999) 5 cebirsel düşünme temasına ait ortalama puan yüzdeleri ve testteki toplam başarı yüzdeleri verilmiştir. Tablo 4.4'e göre; "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin %91.6'sı (11 öğrenci), "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasında öğrencilerin %41.6'sı (5 öğrenci), "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" temasında

öğrencilerin %91.6'sı (11 öğrenci), "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temasında öğrencilerin %83.3'ü (10 öğrenci) ve "Matematiksel Modelleme" temasında öğrencilerin %33.3'ü (4 öğrenci) yeterli düzeyde bulunmuştur. Bu durumda 3 temada öğrencilerin neredeyse tamamı yeterli düzeyde iken 2 temada öğrencilerin yaklaşık yarısının yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Testteki toplam başarı açısından bakıldığında ise; 8 öğrenci testte %70 üzeri, 3 öğrenci %65-70 arası ve 1 öğrenci %65'ten düşük başarı elde etmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme temalarında da "Aritmetik Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkarken, "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında %50-70 puan arasındadır. Buna göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin %66.6'sının (8 öğrenci) cebirsel düşünme beceri düzeyinin %70 başarı seviyesinin üzerinde olduğu, grup toplam ortalama başarısının %72.8 olduğu, 3 temada öğrenci başarı ortalamalarının istenilen düzeyde olduğu ve 2 temada istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür.

İzleme Testleri ve Paralel Testler ile İlgili Bulgular:



Grafik 4. 1. İzleme Testleri ve Paralel Testlerin 100 Puan Üzerinden Karşılaştırılması

Uygulanan testlerin soru sayılarının ve puanlarının farklı olması nedeniyle tam puanlar 100 puan olacak şekilde ortalama puanlar hesaplanarak, farklı testlerdeki grup puan

ortalamalarını 100 puan üzerinden gösteren Grafik 4.1. oluşturulmuştur. Mavi sütunlar izleme testlerinin, turuncu sütunlar paralel test 1'in, gri sütunlar ise paralel test 2'nin ortalama puanlarını göstermektedir. Buna göre, izleme testlerinde grup ortalaması "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında 70 puanın altında kalırken, "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" ve "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" temaları 70-80 puan arasında, "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temasında ise 80 puanın üzerindedir. Tüm testler tamamlandıktan sonra "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" teması hariç tüm temalarda grup ortalamaları 80 puanın üstüne çıkmıştır. "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" teması da 79 puan grup ortalaması ile neredeyse 80 ortalama puan düzeyine ulaşmıştır. Ayrıca tüm temalarda ilgili izleme testlerinden sonra 1 adet paralel test yapılmış olup yalnızca "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasında 2 adet paralel test yapılması da öğrencilerin bu temada daha fazla zorluk yaşadıklarına işaret etmektedir. Öğrencilerin izleme testlerinde "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında 70 puan altında kalmaları öğrencilerin CDBT son testteki puan ortalamalarının bu iki temada yeterli seviyede olmaması ile benzerlik göstermektedir. Öğrenciler ek eğitimler ve paralel testler sonucunda üniteler sonrası yeterli seviyeye ulaşsa da CDBT son testte tüm temalarda yeterli seviye yakalanamamıştır.

4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın dördüncü alt problemi "Kaput'a (1999) göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" sorusunu sorgulamaktadır.

Tablo 4.5'te 12 öğrencinin Cebirsel Düşünme Beceri Testi ön test ve son testinde Kaput'un (1999) 5 cebirsel düşünme temasına ait ortalama puan yüzdeleri ve testteki toplam başarı yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 4. 5. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Ön Test ve Son Test Sonuçları

Öğrenciler / Temalar	Aritmetik Örüntülerden Genelleme (%)		Sembollerin Anlamlı Kullanımı (%)		Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması (%)		Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması (%)		Matematiksel Modelleme (%)		Toplam Başarı (%)	
	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
1	52.5	100.0	13.0	62.0	0	97.5	0	81.5	0	50.0	**11.5**	**73.8**
2	0	22.5	12.0	37.0	35.0	50.0	15.0	40.0	0	25.0	**12.6**	**36.2**
3	52.5	100.0	48.5	78.0	15.0	77.5	12.5	75.0	0	0	**30.9**	**70.6**
4	80.0	90.0	29.5	64.0	62.5	92.5	90.0	90.0	25.0	55.0	**52.9**	**75.3**
5	80.0	100.0	42.0	56.5	75.0	77.5	56.5	57.5	67.5	75.0	**56.8**	**66.5**
6	40.0	72.5	56.5	70.0	85.0	85.0	81.5	81.5	0	25.0	**57.1**	**69.4**
7	100.0	100.0	33.0	69.5	62.5	100.0	70.0	70.0	67.5	90.0	**57.1**	**79.1**
8	100.0	100.0	33.5	49.5	85.0	85.0	91.5	94.0	0	40.0	**57.1**	**68.8**
9	82.5	100.0	51.5	60.5	82.5	92.5	84.0	100.0	37.5	67.5	**64.7**	**79.1**
10	90.0	100.0	48.5	74.5	77.5	100.0	84.0	75.0	47.5	50.0	**65.0**	**77.6**
11	90.0	100.0	40.0	75.0	90.0	92.5	100.0	100.0	37.5	75.0	**65.6**	**85.9**
12	100.0	100.0	46.5	89.5	77.5	92.5	94.0	94.0	100.0	85.0	**73.8**	**91.5**
Toplam Başarı Ortalaması(%)	72.3	90.4	37.9	65.4	62.3	86.9	64.8	79.8	31.9	53.1	**50.4**	**72.8**
Toplam Başarı Ortalaması Farkı (%)	18.1		27.5		24.6		15.0		21.2		**22.4**	

Tablo 4.5'e göre; "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin %83.3'ünde (10 öğrenci), "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasında öğrencilerin %100'ünde (12 öğrenci), "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" temasında öğrencilerin %83.3'ünde (10 öğrenci), "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temasında öğrencilerin %58.3'ünde (7 öğrenci) ve "Matematiksel Modelleme" temasında öğrencilerin %83.3'ünde (10 öğrenci) ön test ve son test arasında son test lehine farklılık bulunmaktadır. Kalan öğrencilerin düzeylerinde bir değişiklik olmamıştır. Yalnızca 1 öğrencinin "Matematiksel Modelleme" temasında ön test ve son test arasında son test aleyhine farklılık olduğu görülmüştür. Bu durumda 4 temada öğrencilerin neredeyse tamamının uygulama sonrası düzeylerinde olumlu yönde farklılık görülürken 1 temada öğrencilerin yaklaşık yarısının düzeylerinde farklılık görülmemiştir. Testteki toplam başarı farkı açısından bakıldığında ise tüm öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında son test lehine farklılık olduğu görülmektedir. Ön test başarı yüzdelerine göre 1 öğrenci testte %70 üzeri, 2 öğrenci %65-70 arası ve 9 öğrenci %65'ten düşük başarı elde ederken, son test başarı yüzdelerine göre 8 öğrenci testte %70 üzeri, 3 öğrenci %65-70 arası ve 1 öğrenci %65'ten düşük başarı elde etmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme temalarında da ön testte yalnızca "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin ortalama puanları %70 başarı düzeyi üzerindeyken son testte "Aritmetik

Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkmıştır. Bunun yanında, uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin %8.3'ü %70 cebirsel düşünme beceri düzeyinin üzerinde iken uygulama sonrası öğrencilerin %66.6'sının cebirsel düşünme beceri düzeyi %70 üzerine çıkmıştır. Grup toplam ortalama başarısı da %50.4'ten %72.8'e çıkmış olup %22.4 artmıştır.

Öğrencilerin ön test puanı ile son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak amacıyla Wilcoxon Sıra Toplam Testi de yapılmıştır. Tablo 4.6'da cebirsel düşünme becerisine ilişkin test puanlarının Wilcoxon Sıra Toplam Testi için istatistiksel sonuçları tablo halinde verilmiştir. Yapılan test sonucunda bulunulan anlamlılık seviyesi p= .002< .05 olduğundan %95 güvenilirlik seviyesinde ön test ve son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir fark olduğu görülmektedir.

Ayrıca, etki büyüklüğü 0.20<0.62<0.80 olduğundan etki büyüklüğünün orta düzeyde olduğu saptanmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında son test lehine anlamlı fark var olduğu ve uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri üzerinde orta düzeyde bir etkiye sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Tablo 4. 6. Ön Test ve Son Test için Yapılan Wilcoxon Testi Sonuçları

Değişken	**Z**	**Asymp. Sig.(2-tailed)**	**Etki Büyüklüğü ($r=Z/\sqrt{N}$)**
Ön Test-Son Test	-3,059[b]	.002	0.620

4.5. Araştırmanın Beşinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın beşinci alt problemi "Kaput'un (1999) cebirsel düşünme temalarına göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama sonrası gelişim düzeyleri nasıldır?" sorusunu sorgulamaktadır.

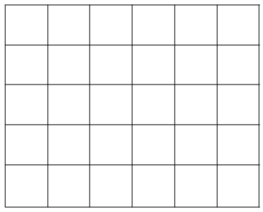
Öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeylerini nitel yöntemlerle tespit etmek ve araştırmadan kesitler sunmak amacıyla ders video kayıtları ve araştırmacının gözlem notları içerik analizi tekniği ile incelenmiştir. Düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeylerine sahip olan 4 kişilik 3 gruptan her birinden araştırma alt problemine en fazla veri sağlayabilecek birer öğrenci seçilerek cebirsel düşünme becerileri düzeyleri incelenmiştir. Buna göre düşük cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip olan öğrenciyi Merve, orta cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip olan öğrenciyi Emre ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip olan öğrenciyi Aslı ismi temsil etmektedir. Etik açıdan uygun görülmediğinden öğrencilerin gerçek isimleri yerine takma isimler kullanılmıştır. Öğretmen ise Ö ile gösterilmiştir.

4.5.1. Birinci Tema ile İlgili Nitel Bulgular

Birinci tema "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasıdır. Bu temada edinilmesi istenen kazanım: "Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir." kazanımıdır. Bu kazanımı edinirken öğrencilerin verileri incelendiğinde öğrencilerin genelleme yaparken 3 farklı aşamadan geçtiği fark edilmiştir. Bunlar *belli sayısal değerler ile soruyu çözmek, sayılar arasında genel bir ilişki bulmak ve genel ilişkiyi genel bir kural olarak ifade etmek* olarak belirlenmiştir. Bulgular bu 3 aşama etrafında yorumlanmıştır.

3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri ile ilgili bulguları farklı etkinlik veya sorular üzerinden karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmiştir.

Tablo 4. 7. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular



Etkinlik 1: Öğrencilere yandaki gibi içinde birimkareler bulunan farklı büyüklükte dikdörtgenler gösterilmiştir. Öğrencilerin birimkare sayısını hızlıca bulmaları istenmiştir. Daha sonra öğrencilerden herhangi buna benzer dikdörtgende birim kare sayısını bulduracak bir genelleme ifadesi bulmaları istenmiştir.

Merve	Emre	Aslı
Merve: 30 (Diğer öğrenciler nedenlerini açıkladıktan sonra) Merve: Yani ben de alanla ilgili diyecektim zaten.	Emre: Tahmin ettim. Ben baştan söyleyeyim tahmin ettim. … Emre: 30	Aslı: 30 (Diğer öğrenciler de cevaplarını ve nedenlerini söyler) Ö: Tamam şimdi çocuklar çoğunuz şunu söyledi. Hızlı bir şekilde bulmak için çarpmamız lazım. Neden çarpıyoruz dediğimizde de aslında burada kaç tane 6 var 5 tane 6 var değil mi? Burada 5 tane 6 var. Peki bu 6 ne aslında. Burada kaç tane sütun olduğu değil mi? Aslı: Evet Ö: Değil mi? Kaç tane sütün olduğu. 5 ne burada peki? Kaç tane? 5? Yani 5 kaç tane ne olduğunu gösteriyor? Aslı: Satır Ö: O zaman satır sayısı 5 sütün sayısı 6. O zaman şöyle diyebilir miyiz? Herhangi bir böyle şekil gördüğümüzde dikdörtgen şeklinde ve içi birim karelerle dolu. Bizim ne yapmamız lazım içindeki birim kare sayısı bulmamız için hızlıca bulabilmemiz için? Aslı: Alanı bulmak yani çarpmak Ö: Çarpmak ama aslında neyle neyi çarpıyoruz? Aslı: Kenarla kenarı

Merve, Emre ve Aslı etkinlik ile ilgili belli sayısal değerler ile soru çözme açısından katılım göstermişler ve doğru cevabı vermişlerdir. Genelleme yapma yolunda genel bir ilişki bulma ile alakalı Merve bir ilişki bulma yolunda adım atarak bunu alan bulmaya benzettiğini söylemiştir. Yani aslında hepsinde çarpma yapılacağı ilişkisini fark etmiştir. Emre ise ilişki bulma yolunda herhangi bir adım atmamıştır. Aslı da çarpma ilişkisini fark etmiştir. Genel ilişkiyi genel bir kural ile ifade etme aşamasına ise yalnızca Aslı öğretmenin de desteğiyle ulaşmıştır. Çünkü bulduğu çarpma genel ilişkisini "kenar ile kenarı çarpma" gibi genel bir kural ile ifade etmiştir.

Tablo 4. 8. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 2

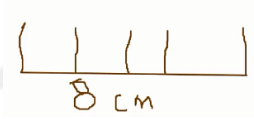
Etkinlik 2: Öğrencilere "Domates Ekme Problemi", Soru 2 ve Soru 3 verilerek çözmeleri ve bu 3 sorudaki ortak özelliği bularak genelleme yapmaları istenmiştir.

Domates Ekme Problemi: Ayşe bir gün dedesinin köydeki tarlasına gitmiştir. Tarlada dedesi domates fidelerini en az 70cm aralıklarla ekmeleri gerektiğini aksi takdirde fideler büyüdüklerinde birbirlerinin büyümelerini engelleyeceğini söyler. Bunu öğrenen Ayşe hemen eve gider ve evdeki genişliği en büyük saksıya domates fideleri ekmeye karar verir. Saksıyı ölçtüğünde saksının genişliğinin 140cm olduğunu fark eder. Ayşe bu saksıya saksının genişliği doğrultusunda başına ve sonuna da olacak şekilde bir sıra boyunca domates ekecektir. Sizce Ayşe bu saksıya en fazla kaç adet fidan dikebilir?

Soru 2: Bir çizim esnasında 6 cm uzunluğundaki bir düz çizgiye 3 cm aralıklarla noktalar konulacaktır. En fazla kaç nokta konulabilir?

Soru 3: 8 cm uzunluğundaki bir yola 2 cm aralıklarla direkler dikilecektir. En fazla kaç direk dikilebilir?

Tablo 4. 9. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular

Merve	Emre	Aslı
Soru 3 ile ilgili: Merve: Ben şöyle düşündüm. 8'i 2'ye bölerim. 4 bulurum 4 boşlukta 5 tane direk. Yani 5 tane direk olması gerekiyor. 4 tane boşluk olması için. Ö: Hıhı başa ve sona koydun bir tane direk. Merve: Ay yanlış yere koymuşum. Evet böyle. Ö: Anlaşılıyor anlaşılıyor. Merve: Sonra öğretmenim yani böyle çizerek de anlaşılabiliyor. Böyle 5 tane anlatamadım tam ama Ö: Anlattın anlattın.5 tane direk dikilebilir diyorsun doğru mu? Merve: Evet öğretmenim 5 tane direk dikmen gerekiyor çünkü 4 tane 5 direk dikiyorsam 4 tane boşluk oluyor. 8'i de 2'ye bölerek 4 bulmuştum yani doğru oluyor.  Şekil 4. 1. Merve'nin Çizdiği Şekil	**Domates Ekme Problemi ile İlgili:** Emre: Onu aldıktan sonra işte bak. Başa bir tane koyun ya şöyle. Sonra 70 santim bırakıyor tekrar ortaya bir tane koyuyor. Bir de 70 daha en sona koyuyor bu da 3 ediyor. Toplam 3 tane fidan dikmiş oraya. **Soru 3 ile İlgili:** Emre: 2cm aralıklarla, 2 cm aralıklarla. Şöyle bir tane çektim. 2 cm aralık 4. Yani 2, 4, 6, 8. Kaç tane etti? 1, 2, 3, 4, 5. 5 tane konulabiliyor.  Şekil 4. 2. Emre'nin Çizimi **3 Farklı Soruyu Genelleme ile İlgili:** Ö: Acaba bu tarz yani 3 tane bu tarz soruyu acaba nasıl hepsinin ortak bir özelliği var ne olabilir? 3 tane soru yaptık şu ana kadar. Hepsinin ortak özelliği var ne olabilir? Emre: Öğretmenim mantıkları aynı mantığı aynı.	**Domates Ekme Problemi ile İlgili:** Aslı: Ben işlemle yaptım kağıda. Önce 140'ı 70'e böldüm. Ö: Evet. Aslı: 2 buldum. 2 adet boşluk varmış. Boşlukları çizmişsiniz zaten. Yani 2 adet boşluk varsa eğer şimdi ben de göstereyim. Şu şekilde boşluklar buralara gelir. O zaman ortaya başa ve sona fide gelir 3. **Soru 2 ile İlgili:** Ö: Peki işlem olarak nasıl yaptık? Aslı: İşlem olarak nasıl yaptık, 6'yı 2'ye böldük. 3 çıktı. Ö:6'yı 3'e böldük? Aslı: Pardon. 3'e böldük 2 çıktı yani 2 adet boşluk varmış. 2 adet boşluğa da 3 adet direk geliyorsa 1 ekleriz. **Soru 3 ile İlgili:** Aslı: 8 bölü 2 4 eder yani 4 tane boşluk olacakmış. (Kamerada defterdeki benzer çözümünü göstererek) 5 tane oluyor. **3 Farklı Soruyu Genelleme ile İlgili:** Aslı: Çözüm yolu aynı. …(Ana ekrana dönüldükten sonra öğretmen bir kural bulmalarını ister) Aslı: Uzunluğu aralığa bölüp boşluğu buluruz. Boşluğa da 1 ekleriz.

Etkinlik 2'de Merve yalnızca bir sorunun çözümüne, Emre 2 tane sorunun çözümüne, Aslı ise 3 tane sorunun çözümüne doğru bir şekilde katkı sağlamıştır. Bu nedenle 3 öğrencinin de belli sayısal değerler ile soruları çözmeye katkı sağladığı söylenebilmektedir. Sayılar arasında genel bir ilişki bulmak açısından Merve hiçbir katkı sağlamamış olup, Emre 3 sorunun da mantığının aynı olduğunu fark etmiş, Aslı ise çözüm yollarının aynı olduğunu söylemiştir. Genel ilişkiyi genel bir kural ile ifade etme açısından Merve ve Emre hiçbir yorumda bulunmamış olup Aslı'nın uzunluğu aralığa bölüp boşluğu buluruz, boşluğa da 1 ekleriz diyerek genel bir kurala ulaştığı görülmektedir.

Tablo 4. 10. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 3

Etkinlik 3: **Çiftlik Oyunu Problemi:** Çiftlik oyunu tasarlayan bir bilgisayar programcısı oyunda birimkarelerden oluşan kare şeklinde araziler hazırlar. Oyunun seviyesi arttıkça kare arazilerin kenar uzunluğu bir birim arttığına göre 1.seviyede aşağıdaki şekilde görüldüğü üzere 1 birimkare toprak alanı, 2.seviyede ise 4 birimkare toprak alanı olan oyuncunun; 3. 4. ve 5. seviyede kaç birimkarelik toprak araziye sahip olacağını bulunuz. Bu verilerden hareketle oyuncuların herhangi istenen bir seviyede kaç birimkarelik toprak araziye sahip olacaklarını bulmamıza yarayacak bir kural bulunuz.

Tablo 4. 11. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular

Merve	Emre	Aslı
-	Emre: Öğretmenim bence yani ben şunu şöyle hesapladım. Birinci seviyede 1, ikinci seviyede 4. Burada kaç artış var arada 3. Demek ki her seviye atladığında 3 artıyor ona göre de öğretmenim şey kaçıncı seviyede ise onu 3 ile çarpacağız öğretmenim. Ben böyle bir şey geliştirdim. Ö: Peki birinci seviyede mesela biri 3 ile çarptım 3 olur ama orada bir birim kare var. Emre: Evet onda da şey var. Ö: Acaba seviye ile o birim kare arasında nasıl bir ilişki var? Mesela birinci seviyede 1 birim kare var ikinci seviyede 4 birim kare var üçüncü seviyede mesela kaç birim kare olur? Başka fikri olan var mı? Emre: Öğretmenim ben dondum kaldım valla bir şey diyemiyorum.	Ö: Bu da 5'e 5'lik oldu. Burada da 25 birim kare mi oldu? Aslı: Evet. Ö: 25. Onu da hemen hızlıca çizelim. Onu da buraya hızlıca çizelim. Daha da büyük olur da hemen buraya sığdıralım. 5 birimlik kenar uzunluğu. 4'e 4 hemen üstünü düzeltelim onun. 1, 2, 3, 4.. Bu da 5'e 5'lik oldu. Burada da 25 birim kare mi oldu? Aslı: Evet. Ö: Evet 25 birimkare oldu. O zaman … ve diğer arkadaşlarımız acaba diyorum burada seviye ile birim kare arasında nasıl bir ilişki var? Birinci seviyede 1 birim kare, ikinci seviyede 4 birim kare, üçüncü seviyede 9 birim kare, dördüncü seviyede 16 birim kare, 5 seviyede 25 birim kare var. Aslı: Öğretmenim ilk çözdüğümüz o küplerin hani nasıl bulmuştuk ya hızlı bir şekilde. Onun gibi aslında yine kolay yoldan buluyoruz yani kenarları çarpıyoruz. Satır ve sütunu. Ö: Satır ve sütunu çarpıyoruz diyorsun. Peki başka nasıl ifade edebiliriz? Burada satır ve sütun ile değil de seviye ile ifade etmek istersek nasıl ifade ederdik acaba? Mesela birinci seviye 1 ile ne yapmam lazım ki birim kare sayısını bulayım birinci seviyedeki birim kare sayısı için? Ya da mesela ikinci seviyede dördü bulmam için 2 ile ne yapmam lazım? Aslı: 2 ile 2'yi çarpmamız lazım. Ö: Tamam. Üçüncü seviyede ne yapmam lazım? Aslı: Seviye ile kenar uzunluğunu çarpmam lazım. Ö: Peki seviye ile kenar uzunluğu aynı mı farklı mı? Aslı: Aynı. Ö: Aynı. O zaman iki kere seviyenin çarpımı diyebilir miyiz kurala? Aslı: Evet, 2 kere seviyenin çarpımı diyebiliriz.

Merve bu problem ile ilgili herhangi bir katkıda bulunmamıştır. Emre ise sayılar arasında genel bir ilişki ortaya koymaya çalışmıştır fakat başarılı olamamıştır. Aslı belli sayısal değerler için problem çözümünü anlamış olduğunu öğretmenin farklı sayılar için birim kare sayılarını söyledikten sonra "Evet" diyerek onaylamasından görmekteyiz. Bunun

yanında satır ve sütunu çarpma ilişkisi gibi sayılar arasında genel bir ilişki bulmuştur. En son öğretmenin de desteğiyle herhangi seviyede birim kare sayısını bulmak için seviye çarpı seviye gibi bir genel kural bulmuştur.

Bu durumda aritmetik örüntülerden genelleme temasında Merve ve Emre en fazla sayılar arasında genel bir ilişki bulma aşamasına kadar ulaşmış olup, Aslı genel ilişkiyi genel bir kural olarak ifade etme aşamasına kadar ulaşmıştır. Aritmetik örüntülerden genelleme teması ile ilgili izleme testinden Emre ve Aslı yeterli puanı almış olup, Merve yeterli puanı alamadığından Merve ile ek dersler gerçekleştirilmiştir. Merve'nin ek derslerde genel ilişkiyi genel bir kural olarak ifade etme aşamasına kadar ulaştığı görülmüştür. İlgili bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 4. 12. Aritmetik Örüntülerden Genelleme Teması Ek Dersteki Bir Soru

Soru:

8 yeşil kalem **3 sarı kalem**	**9 yeşil kalem** **4 sarı kalem**	**10 yeşil kalem** **5 sarı kalem**

Yukarıdaki dikdörtgenlerde kalem sayıları belirli bir örüntüye göre verilmiştir. Buna göre,

a) Bir dikdörtgende 11 yeşil kalem olduğunda kaç sarı kalem olur?

b) Bir dikdörtgende 11 yeşil kalem olduğunda kaç sarı kalem olur?

c) Yeşil kalem sayısını bildiğimizde sarı kalem sayısını bulabileceğimiz genel bir kural bulunuz.

d) Bir dikdörtgende 43 yeşil kalem olduğunda sarı kalem sayısı kaç olur?

Tablo 4. 13. Ek Derste Merve ile İlgili Bulgular

Merve: a'nın cevabı 6. b'nin cevabı 7. Yeşil sayısını bulmak için ben kaç tane yeşil varsa o sayıdan beşi çıkardım kural yeşil sayısı eksi beş. d'nin cevabı 38. (Öğretmene yazılı olarak bu cevapları vermiştir.)

…

Merve: Öğretmenim 12'den 5'i çıkartıp buldum. Çünkü şöyle bir şey gördüm mesela yeşil 8 sarı 3 aralarında 5 fark var 9 yeşil 4 sarı aralarında 5 fark var. Böyle gördüğüm için ben de 12'den 5'i çıkarttım 7 buldum.

Ö: Tamam aradaki farktan yararlandın 12 eksi 5 7.

…

Ö: Peki daha önce neleri yanlış yapıyormuşsunuz sizce neleri düzeltmeniz gerekiyormuş? Sizce ne anladınız ne öğrendiniz?

Merve: Öğretmenim ben de ilk başta yani kural bulmayı zaten yaptığımız testlerde de çözemiyordum onlarda da onları boş bırakıyordum. Çünkü nasıl kural bulacağımı kural deyince yani nasıl olacağını tam anlamamıştım mesela hani yeşil sayısı -5 yazdım ya yani nasıl kural yani nasıl yazabilirim diye bilmediğim için atlıyordum onları. Ama şimdi siz anlatınca yapabildim.

Merve'nin ek derste; a ve b şıklarına doğru cevap vermesi ile belli sayısal değerler için soruyu çözdüğü, yeşil ve sarı kalem arasında hep 5 fark olduğunu fark etmesi ile sayılar

arasında genel bir ilişki bulduğu ve yeşil sayısı eksi beş kuralı ile de genel ilişkiyi genel bir kural olarak ifade edebildiği görülmektedir.

4.5.2. İkinci Tema ile İlgili Nitel Bulgular

İkinci tema "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasıdır. Bu tema "Eşitlik İşareti" ve "Değişkenlerin Farklı Kullanımları" olarak iki kısma ayrılmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri kazanımlar yoluyla incelenmiştir. İlgili kazanımlar aşağıda verilmiştir.

1) Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder.

2) Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder.

(Eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği (3+5=8, 8=3+5 gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği vurgulanır.)

3) Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını açıklar. (Özellikle değişkenlerin bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır.)

4) Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir.)

5) Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece a+x=b, ax+b=c ax+b= cx+d şeklinde ifade edilebilenler.)

6) Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir.)

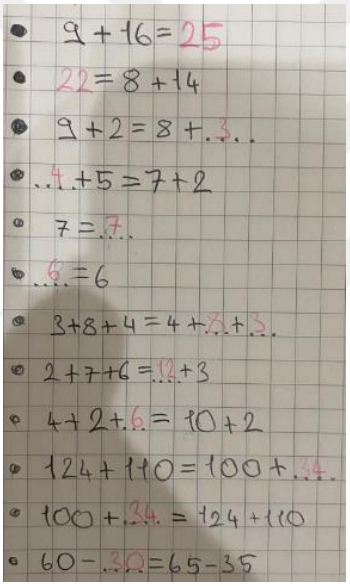
7) Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer.

3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri ile ilgili bulguları farklı etkinlik veya sorular üzerinden karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmiştir.

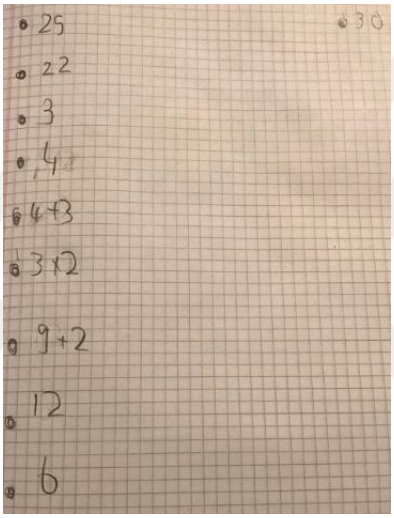
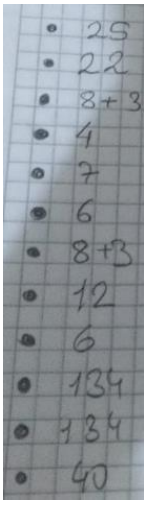
Tablo 4. 14. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Eşitlik Konusu ile İlgili Bulgular

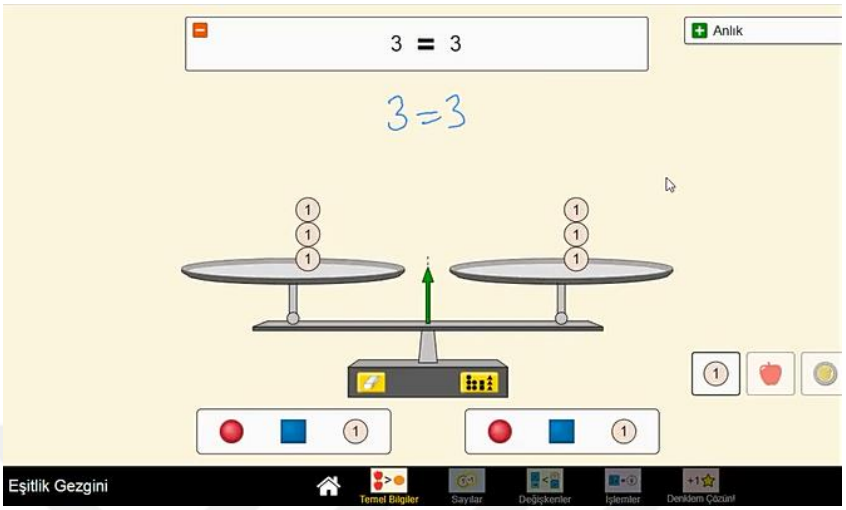
Merve	Emre	Aslı
1) 3=3 eşitliğini terazide göstermesi istenmiştir. (Resim 4.4'te ilgili görsel gösterilmiştir.)	**1) 5+3=6+2 eşitliğinin doğruluğu sorgulanmıştır.**	**1) 534+175=174+535 eşitliğinin doğruluğu sorgulanmıştır.**
Ö: 3 = 3 Bunu nasıl gösteririm Merve?	Ö: 5 + 3 = 6 + 2 olsun mesela. Burada bu eşitliğin doğru olup olmadığını siz hesaplayarak bulabilirsiniz değil mi? Mesela sol ve sağ taraf aslında kaça eşit?	Bir öğrenci: Tamam şöyle sayıların ilk basamaklarına bakacağız. 534 ve 175 sonunda 4 ve 5 var. Diğerlerinin sonunda 4 ve 5 var mı var. 2. basamağa bakıyoruz 3 ve 7. Diğer yerde de 3 ve 7 var mı? Evet var. 5 ve 1 diğer tarafta 5 ve 1 var mı? Evet var. Demek ki bu eşit bu kadar.
Merve: Öğretmenim şu altta değil mi? 1'lerle.	Emre: 8.	Aslı: Öğretmenim ben arkadaşıma katılıyorum.
Ö: Hıhı evet.	**2) 534+175=174+535 eşitliğinin doğruluğu sorgulanmıştır.**	**2) 70-.. =75-20 eşitliğinde "…" sorulmuştur.**
Merve: Öğretmenim şu bir dakika. Şundan üst üste iki tane ekleyebilir misiniz?	Emre: Gördüm. Öğretmenim şimdi 175'i taklit etmeye çalışmış yani dur şey yapçam sağdaki 174 soldaki 175'i benzetmeye çalışmışlar yani yanlış anlayalım diye öyle yanıltmacalar yapılıyor.	Bir öğrenci: Öğretmenim ben 75'i 70 olarak düşündüm. Sonra 5 ile 20'yi topladım 25 buldum ama öğretmenim hatalı olabilir.
Ö: Tamam.	Ö: Şunu soracağım sana 534 kaç artmış diğer tarafta?	Aslı: Öğretmenim ben de 25 diyorum ve ben hani 75 ile 20'yi toplarsam zaten 95 ediyor. 70 lira 95 olacak bir şey lazım.
Merve: Ay 3 tane.	Emre: Öğretmenim 1 artmış.	Ö: Dur Aslı 75 ile 20'yi neden topladın? Aslı: Pardon çıkarıyoruz. Evet 55 olacak. 55 olması için de buradan 25 çıkarmam lazım. Ama 25'i de ben "bir öğrenci"nin taktiğiyle buldum.
Ö: 3 tane ekledim sonra? Hızlı hızlı hızlı.	Ö: 1 artmış değil mi? Peki o zaman bu 175'i ne yapmam lazım şu 1 arttıysa? 175 de	
Merve: Öğretmenim şu kenara da aynısını yapabilir misiniz?	Emre: 174 yani 1 azaltıyorsun	
Ö: Oldu mu?	Ö: 1 azalmış. Aslında burada dikkat ettin mi dengeyi korumak için birini arttırdığında diğerini azaltmış.	Ö: Peki 70 ile 55 arasındaki o farkı iyi düşünün bakalım.
Merve: Evet.	Aynı bu lavanta ve güldeki gibi.	**3) 8+4=..+5 eşitliğinde "…" sorulmuştur.**
2) 70-.. =75-20 eşitliğinde "…" sorulmuştur.	**3) 70-.. =75-20 eşitliğinde "…" sorulmuştur.**	Aslı: Öğretmenim buraya 8+4=12 5+7 de 12 7 gelecek.
Ö: Merve ne düşünüyorsun?	Emre: Öğretmenim şimdi bence 15 onu baştan söyleyeyim.	Ö: 7 gelecek peki Berre Su başka bir şeyden yapabilir miydik onu?
Merve: Öğretmenim şu noktalı yere ne geleceğini söyleyeyim değil mi?	Ö: Neden 15'tir?	Aslı: Nasıl yani?
Ö: Evet ve nasıl bulduğunu.	Emre: Öğretmenim 75'ten 20 çıktı 55. Buna göre de öbür taraftan yapıyoruz gibi.	Ö: Şey gibi düşün 4 1 artmış 5 olmuş. 8 ne
Merve: Öğretmenim ben 25 buldum. Şöyle buldum. 75 ile 20'yi pardon yanlış yapmışım toplama olarak düşünmüşüm pardon.	Ö: Sonuca göre.	
3) 3+4+5=5+..+.. eşitliğinde noktalı yerler sorulmuştur.		
Ö: Heh Merve 3 + 4 + 5 olanı yapıyorsun.		
Merve: Tamam öğretmenim bir dakika öğretmenim 6 ve 1 yazabilir yazabiliriz oraya.		
Ö: Sonucu 7 olması gerekiyor dedin. Peki mesela şey gibi düşünebilir miyiz 3-4-5 yazıyor solda sağ tarafa da aynı şeyleri		

Tablo 4. 15. Tablo 4.14'ün Devamı

Merve	Emre	Aslı
yazamaz mıyım? Merve: Yazabilirim. **4) Eşitlikler ile ilgili çalışma (Bkz. Resim 4.1)** Ö: Sondan 2. ve 3. yü kontrol et. Merve: Öğretmenim iki ve üçe baktım ama herhangi bir hata bulamadım yanlışım ne söyleyebilir misiniz? Ö: İkisi de 134 olacak. 110 10 azalmis 124 10 artar ve 134 olur Merve: Pardon öğretmenim. Tamam öğretmenim  Resim 4. 1. Merve'nin Eşitlikler ile İlgili Çalışması	**4) .. + 23= 22+34 sorusunda "…" sorulmuştur.** Emre: Şimdi 23 1 azalmış oradan. Ö: Evet. Emre: Şey var ya 23 ile 22. Demek ki 35 olacak şu sondaki. Ö: Öyle mi? Bir de sağ taraftan düşün Emre. Mesela 22'ye ne olmuş? Emre: Öğretmenim 22 1 azalmış. Ö: Şey 22 1 artmış 23 olmuş. Emre: Heh pardon. Evet 22 1 artmış 23 olmuş ona göre de 34 1 azalacak. Ö: Yani 33 olur doğru mu? Emre: Evet. **5) Kardeşler arası yaş farkının sabit kalması ile ilgili konuşma** Emre: Atıyorum ben 12 yaşındaysam kardeşim varmış gibi farz edersek Ö: Kardeşin 10 yaşında olsun. Emre: Arada 2 yıl fark var yani ve bu hep böyle gider. **6) İki sayı arasındaki fark ne zaman değişmez diye sorulmaktadır.** Emre: Öğretmenim mesela bir sayının arttırıp bir sayının azaltılmasıyla. Ö: He evet o üstteki için. Şeyi diyordum çıkarma işlemini düşün. Yani mesela 5 - 3 = 2 ya 6 - 4 de 2 mesela neden? Emre: Birçok sonuca erişilebiliyor. Ö: Şey gibi düşün 5'i bir arttırdım 3'ü de bir	olsun ki denge korunsun? Aslı: 1 azalmış. Ö: 1 azalmış değil mi? Aynı lavanta gül problemindeki gibi. **4) 1+…=2+4 eşitliğinin 2+4 toplanıp 6 bulunması ve 1 çıkarılması yönteminden başka bir çözümü sorulmuştur.** Ö: Peki ben herkese sorayım. 1 artı nokta nokta eşittir 2 artı 4 işlemini farklı olarak nasıl yapıyor yapabiliriz? Aslı: Öğretmenim 2'den 1 azalmış. Karşı tarafa gitmiş 4'ten de 1 artacak karşı tarafa gidecek. Ö: Güzel. O yüzden 5 olabilir güzel. **5) Eşitliğin anlamı soruluyor.** Ö: Görüyor muyuz? Eşitlik ne anlama gelirmiş? Aslı: Denge. Ö: Denge anlamına gelirmiş. Tabii ki sonuç bildirdiği zamanlar da oluyor değil mi. Ama genel olarak eşittir nedir dendiğinde eşittir denge anlamına gelir. **6) Kardeşlerin yaş farkının değişmemesi ile ilgili konuşma** Aslı: Mesela yaş yani eşitlik bulurken hangi kolay yollarını öğrendik. Mesela azaltıp arttırma metodu ve yaşla ilgili Ö: Fark farklar değişmiyordu. Farklar ne zaman değişmiyordu? Aslı: Farklar Ö: İki sayı da Aslı: Eşitse

Tablo 4. 16. Tablo 4.15'in Devamı

Merve	Emre	Aslı
	attırdım yani yani şey iki sayıyı da aynı miktarda arttırırsan o zaman fark değişmiyor. Yani çıkarma işlemi için diyorum tamam mı? Emre: Evet. **7) Eşitlikler ile ilgili çalışma (Bkz. Resim 4.2)** Ö: 4+3 ve 3x2 yazmışsın ya orada tek bir sayı yazmanı istiyor. İşlem değil de tek bir sayı. Emre: Anladım o zaman 7=7 ve 6=6 olacak o zaman Ö: Evet kesinlikle.  Resim 4. 2. Emre'nin Eşitlikler ile İlgili Çalışması	Ö: Eşitse fark 0 olur galiba ama. **7) 50-30=20-10=10 eşitliğinin doğruluğu sorgulanmıştır.** Aslı: Öğretmenim ben de 10 buldum doğru ama eşitlikte bir yanlışlık var diye düşünüyorum. .. Aslı: 50-30=20 başka bir yere geçmeden direkt oradan 20-10 yapmış. Ayrıca Aslı Doğru Yanlış alıştırmalarında yaş fark metodunda yanlış cevap verdi. **8) Eşitlikler ile ilgili çalışma (Bkz. Resim 4.3)** Ö: Yalnızca sonuncusunu tekrar düşün. Aslı: 30 Ö: Doğru. 65 yaşında dede 35 yaşında kardeşi Dede 60 yaşındayken kardeşi kaç yaşında gibi Aslı: Evet Öğretmenim ben eksiyi artı görmüşüm.  Resim 4. 3. Aslı'nın Eşitlikler ile İlgili Çalışması



Resim 4. 4. Merve'nin Çalıştığı Ekran (Phet Colorado-Eşitlik Gezgini)

Tablo 4.14'te Merve'nin eşitlik işaretini dengede olma olarak kavradığı "3=3" eşitliğini terazide doğru bir şekilde göstermesi ve "3+4+5=5+..+.." eşitliğinde boşluklara dengeyi sağlayabilecek sayı değerleri vermesinden görülmektedir. Resim 4.1'de eşitlik çalışmasında da "22=8+14" yazabilmesi ile eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceğini (3+5=8, 8=3+5 gibi), çalışmada bilinmeyenleri bulabilmesi ile eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceğini fark ettiği görülmektedir. Merve'nin; eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği ile ilgili kazanımları edinmesi ile ilgili bir bulguya rastlanmamıştır. Fakat ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği kazanımını edinmemiş olabileceği Resim 4.1'de "124+110=100+…" ve "100+…=124+110" kısımlarını yanlış yapmasından dolayı söylenebilmektedir.

Tablo 4.14'te Emre'nin eşitlik işaretini dengede olma olarak kavradığını "5+3=6+2" eşitliğinin doğruluğunu iki tarafın da 8 olduğunu belirterek doğrulaması ve "70-..=75-20" eşitliğinde her iki taraftaki işlemlerin sonucunun aynı olacağını düşünerek cevabı bulması göstermektedir. Diğer bir yandan Resim 4.2'de eşitlik çalışmasında da "22=8+14" yazabilmesi ile eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceğini (3+5=8, 8=3+5 gibi),

çalışmada bilinmeyenleri bulabilmesi ile eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceğini fark ettiği görülmektedir. Eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı kazanımları ile ilgili bir bulguya rastlanmamıştır. Tablo 4.14 ve 4.15'te verilen "534+175=174+535" eşitliğinin doğruluğunu bulma ve "... + 23= 22+34" eşitliğinde verilmeyeni bulma kısmında Emre ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği fark ederek işlemleri yapmıştır. Emre kardeşler arasındaki farkın sabit kaldığını fark etmiş fakat sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında iki sayı arası farkın değişmeyeceğini fark ettiğine dair bir kanıt bulunamamıştır.

Tablo 4.14'te Aslı'nın "8+4=…+5" eşitliğinde "…"yı eşitliğin iki tarafının eşit olması bilgisine dayanarak bulması, Tablo 4.13'te eşitliğin anlamını denge olarak açıklaması ve Tablo 4.16'da "50-30=20-10=10"eşitliğinin yanlış olduğunu söylemesi eşittir işaretini dengede olma olarak kavradığını göstermektedir. Ayrıca Resim 4.3'te eşitlik çalışmasında da "22=8+14" yazabilmesi ile eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceğini (3+5=8, 8=3+5 gibi), çalışmada bilinmeyenleri bulabilmesi ile eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceğini fark ettiği görülmektedir. Eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı kazanımları ile ilgili bir bulguya rastlanmamıştır. Tablo 4.15'te verilen "1+…=2+4" eşitliğinde verilmeyeni bulma kısmında Aslı ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği fark ederek işlemleri yapmıştır. Tablo 4.16'da yaş farklarının ne zaman değişmediği sorulduğunda öğrencinin sayılar aynıysa şeklinde bir cevap vermesi ve Tablo 4.16'da eşitlik çalışmasında farklar ile ilgili soruyu yanlış cevaplaması nedeniyle Aslı'nın iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği ile ilgili kazanımı edinmediğini göstermektedir.

Aslı dışında Merve ve Emre'ye ünite sonu izleme testinde yeterli başarıyı elde edememiştir. Bu nedenle ek dersler uygulanmıştır.

Tablo 4. 17. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Eşitlik Konusu Ek Dersler İle İlgili Bulgular

Merve	Emre
1) …+37=40+56 eşitliğinde "…" sorulmuştur. Ö: Evet ne kadar artmış ne olmuş bana bir anlat. Merve: Tamam öğretmenim. 40'a en yakın 37. Aralarında ay 3 azalmış. O zaman altta 3 art yani Ö: Evet evet. Merve: Sonra öğretmenim 3 artmış 56'ya 3 ekledim. Ö: 59 aferin güzel.	**1) …-40=40-20 eşitliğinde "…" sorulmuştur.** Öğretmen: Birincisi Merve olacak, ikincisi Emre. Birincisi Merve olacak, ikincisi Emre(Yaşları kastediyor). Bu kadar. Hemen dolu olan taraftan başlayacağım. Emir'e ne olmuş mesela? Emir ne yapmışsın? Emre: Öğretmenim ben 20 yıl sonraya gitmişim. Ö: Tamam o zaman Merve'yi de götürelim bence o da gelmeli. Emre: O da şeye gitmiş 20 yıl sonrasına gitmiş. Ö: Evet. Ö: Tamam anlayabildiniz mi çocuklar tamam mıyız? Merve: Evet öğretmenim. Emre: Evet.

Merve'nin ana derste edinemediği ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği kazanımını Tablo 4.17 1.soruda arttırıp azaltma yöntemini uygulaması ile göstermiştir. Merve ve Emre öğretmenin yardımıyla iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği ile ilgili soruyu anladıklarını ifade etmişlerdir. Fakat tek başlarına yapabildiklerine dair bir kanıt yoktur. Emre ilgili paralel testten yeterli puanı almış olup Merve alamamıştır. Merve'nin 2. ek dersi eşitlik konusu ile ilgili bulgular Tablo 4.18'de verilmiştir.

Tablo 4. 18. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Eşitlik Konusu Ek Ders 2 ile İlgili Bulgular

Merve
1) 60 - 25 = … - 15 eşitliğinde "…" sorulmuştur.
Merve: Öğretmenim şöyle olur mu 25'e en yakın
Ö: Burada kardeş kardeş gibi bakacağız. Kardeş 25 kardeş 15 ne olmuş?
Merve: Öğretmenim 10 azalmış mı öğretmenim?
Ö: Güzel güzel 10 azalmış. Kardeşi ne yaparsa Merve de aynı şeyi yapacak.
Merve: O zaman orada da 10 azalmış olur. 50 o zaman.
Ö: Tamam mı bu da böyle unutma. O zaman burası 50 mi olacak?
Merve: Evet öğretmenim.

Tablo 4.18'de yıllar geçtikçe kardeşlerin yaş farkı değişmeyeceğinden dolayı eşitliğin her iki tarafında da eksilen sayıya Merve'nin yaşı çıkan sayıya ise kardeşinin yaşı denmiştir. Böylece eşitliğin sağında kardeşin 10 yaş küçük olduğu görülmüştür. O zaman Merve de 10 yaş küçük olmalıdır ki yaş farkları değişmemelidir. Merve burada bu ilişkileri anlayarak soruyu çözmüştür. Bu nedenle iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği kazanımını edindiği görülmektedir.

Tablo 4. 19. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 1

1.Etkinlik: x+1=2 ve x+1=x+1 eşitliklerinde x sembolünün tek bir sayıyı temsil etme ve birden fazla sayıyı temsil etme anlamları incelenir.

Merve	Emre	Aslı
Ö: Birinci kutucuğa bakalım beraber tamam mı? Birincisine odaklanalım. Biz küçüklüğümden beri bilmediğimiz şeyler için böyle boş bir kutucuk kullanıyorduk mesela. Burada x kullanmış. Mesela x + 1 = 2 demiş ya oradaki x yerine hangi sayı gelir mesela? Merve: 1. Ö: 1 gelir değil mi doğru cevabı 1'dir mesela. Fark ettiysen burada sadece bir tane sonuç bulabildim. Ö: Şimdi ikincisine bakalım beraber herkes buraya baksın herkes. İkiniz de buraya bakın. Burada diyelim ki x yerine 2 versek, burası da 2 olur o zaman sonuç olarak 2 artı bir 3 yapar işte burası da 2 artı 1 3 yapar 3 = 3 diye doğru bir şey elde ederiz doğru mu? Merve: Evet öğretmenim. Bir öğrenci: Öğretmenim x sadece bir sayı olamaz bir sürü şey olabilir mesela 111 artı 1 111 artı 1. Ya da 112 artı 1 112 artı 1. Ö: Evet. Bir öğrenci: 63 artı 1 63 artı 1 onun gibi. Ö: Teşekkür ederim ben de onu diyecektim. Mesela 4 + 1 = 4 + 1 de olabilir yani demek istediğim x burada 2 olur 4 olur 5 olur 6 olur hepsi olur. Neden? Hepsinde eşitliğimiz doğru çıkıyor. O zaman x burada birden fazla sayıyı temsil ediyor, çok fazla sayıyı temsil ediyor burada. Tamam mı buraya kadar her şey tamam mı? Merve: (Eliyle tamam işareti yapar.)	-	Ö: Siz aslında bugüne kadar bu x yerine mesela böyle de belki yazmışlardır bilmiyorum ama şöyle bir kutucuk koyarlar işte □ + 1 = 2 derler değil mi? Bir öğrenci: Evet. Öğretmen: ..Şimdi çocuklar buradaki kutucuk yerine ne gelir? Bir öğrenci: 1 Aslı: x Ö: Burada da 1 gelir değil mi? Yani şey sayı olarak diyeyim. Verilmeyen bir şey ya bu bilinmeyen bir şey, sayı olarak buraya ne gelir? Merve: 1 Ö: Ne olduğunu bilmiyorduk başta. Bilinmeyen bir şeydi ama aslında 1 sayısını temsil ediyormuş. Sadece bir tane sayıyı temsil etti bu kutucuk veya x fark ettiniz mi sadece 1 sayısını. Mesela şöyle bir şey olsaydı x+3 ne olsun eşittir 5 olsun. Mesela bu x yerine yani kutucuk olsun yine hangi sayı gelmeli? Merve: 2. Ö: 2. Yine bir tane sayı geldi fark ettiniz mi? 1 tane bilinmeyen sayı var burada. O yüzden tek bir sayıyı temsil ediyor diyoruz bu x veya kutucuk. Ö: ..(x+1=x+1 için)Evet peki ben şunu merak ediyorum. Bu x de bir sayıyı temsil ediyor bu x de. Hatta aynı sayıyı temsil ediyorlar. Çünkü ikisi de x. Mesela ben buraya 2 yazsam buraya da 2 yazmak zorunda kalırım. O zaman sonuç ne olur yani nasıl bir eşitlik olur burası? Aslı: 3'e 3. Ö: Evet. Yani 3 = 3 mü olur? Aslı: Evet. Ö: Evet mesela 3 = 3 olur. x'e 2 vermiştim doğru mu? Bu sefer bir de mesela x'e 4 versem ne olur? 4 versem? Merve: 4=4 olur. Pardon 5=5 olur. Ö: O zaman 5 = 5 olur. O zaman ben bu x'e bir sürü sayı verebiliyor muyum? Merve: Evet.

Öğrencilerin matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını gelebileceğini kavraması ile ilgili olarak Tablo 4.19'da Merve ve Aslı'nın eşitlikte bir harfin tek bir sayıyı temsil etme ve birden fazla sayıyı temsil etme anlamlarını kavrayışları görülmektedir. Emre ise bu konuda herhangi bir görüş belirtmemiştir.

Tablo 4. 20. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 2

2.Etkinlik:

Aşağıdaki ifadeleri eşitlik ve bilinmeyen içeren sembolik bir dille yazınız.

- Hazal'ın elindeki bilyelerin sayısının 2 fazlası 5'tir.
- Hira'nın 5 TL'si vardır. Annesi bir miktar daha para verir ve parası 15 TL olur.
- Hüseyin'in oyundaki puanı Ali'nin puanının 7 fazlasıdır. Hüseyin'in puanı 10'dur.
- Bir mutfaktaki 5 kap su miktarı, 2 kap su miktarından 9 litre fazladır.
- Tuğra'nın boyu Talha'nın boyunun yarısıdır. Tuğra'nın boyu 50 santimetredir.
- Yaman'ın kitabının sayfa sayısı 15'tir. Yaman'ın kitabının sayfa sayısı Mücahit'in kitabının sayfa sayısının iki katından 5 fazladır.
- Bir okulda başka bir ilde kitap ihtiyacı olan çocuklar için yardım kampanyası düzenlenmiştir. Dağınık şekilde bir yığın kitap toplanmıştır. Gönüllü olan bir grup öğrenci kitapları kutuya taşırken her biri toplam 8 kitap taşıyabilmektedir. Toplanan kitapların sayısı 72'dir. Kitapların hepsi bir seferde taşınmıştır.
- Emine ve Büşra'nın çilek tarlaları vardır. Bu iki arkadaş gübrenin hangi koşullarda etkili olacağını merak ederler. Büşra kendi tarlasına bir miktar gübre atar. Emine Büşra'nın 2 katı miktarda gübre atar. Toplamda 15 kg gübre harcanmıştır.

Merve	Emre	Aslı
Merve: Hazal'ın elindeki bilyelerin sayısının 2 fazlası 5'tir. Ö: Tamam. Merve burada bilmediğimiz şey ne? Merve: Öğretmenim bilmediğimiz şey Hazal'ın bilyeleri. Ö: Güzel. Hazal'ın bilyelerine x diyelim mi ya da h diyelim mi bir şey diyelim. Bilmediğimiz için ne diyelim? Merve: Öğretmenim x diyebiliriz. Ö: Diyelim. Hazal'ın bilyeleri x olsun ne kadar bilmiyorum. Onun 2 fazlası dediği için ne yazacağım yanına	Emre: Evet işte bunun için istemiştim. Hazal'ın elindeki bilyelerin 2 fazlası 5'tir. Demek ki burada 5'ten 2'yi çıkaracağız 3. Ö: Diyorsun. Bir şey soracağım Emre sana burada cevabı soruyor mu? Mesela yukarıda ne demiş, ne yapmamızı istemiş? Emre: Eşitlik ve bilinmeyen içeren sembolik bir dille yazınız. …Ö: Bilmediğin bilmediğin şeye x diyelim. Evet tamam. Emre: x ile, gerisini hesaplıyorum bir dakika.	Aslı: Tuğra'nın boyu Talha'nın boyunun yarısıdır. Tuğra'nın boyu 50 santimetredir. Burada Ö: Kimi biliyoruz önce onu belirleyelim. Aslı: Tuğra'nın boyunu biliyoruz boyu 50 santimetre imiş Ö: Tuğra'nın boyu 50'ymiş. Karışmasın diye yazdım. Aslı: Talha'nın boyunun yarısıymış. Burada 50 çarpı 2 eşittir. Yok bir dakika Ö: Önce şunu söyle kimi bilmiyoruz Aslı? Aslı: Talha'yı bilmiyoruz.

Tablo 4. 21. Tablo 4.20'nin Devamı

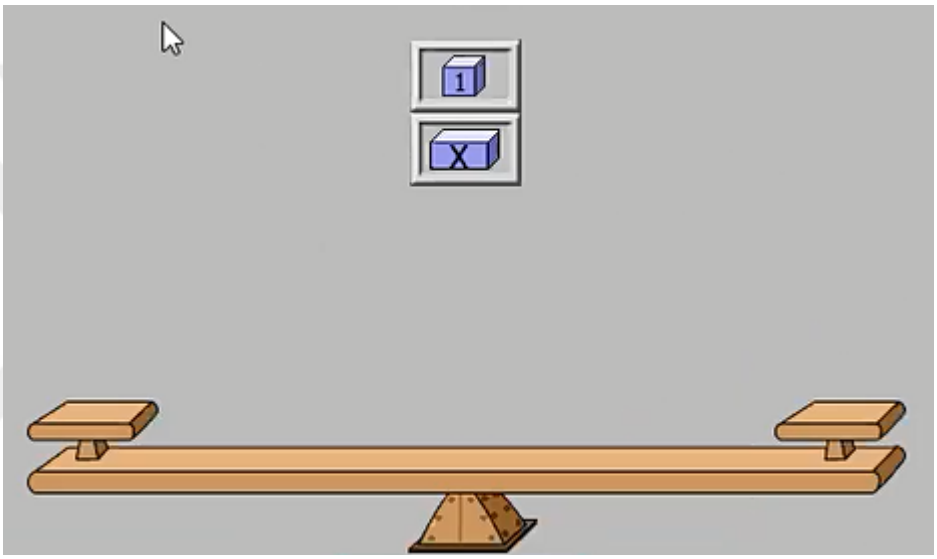
Merve	Emre	Aslı
Merve: + 2 yazacağız öğretmenim Ö: +2 neye eşitmiş? Merve: 5. 5'e eşitmiş oradan eşittir 5 yazacağız. Ö: (x+2=5 yazılmış olur.) Evet biz burada aslında bir eşitlik yazdık tamam mı? Burada da yapmamızı istediği şey buydu. Yani çözmemize gerek yok çünkü çözün dememiş. x'in kaç olduğunu bulun dememiş tamam mı? Merve: Tamam öğretmenim. (Başka bir soru) Ö: Yani ben sana özetleyeyim. Bir miktar insan var hepsi 8 tane kitap taşıyor. Toplam 72 kitap taşınmış. Biz neyi bilmiyoruz burada? Merve: Öğretmenim kaç kişinin taşıdığını mı? Ö: Aynen öyle onu bilmiyoruz. Peki onu bilirsek hangi işlemi yapardık ne yapardık? Merve: Öğretmenim 72'yi 8'e bölebiliriz. Ö: Evet o bilinmeyeni bulmak için işimize yarar. Peki mesela bilinmeyen bilinmeyen şey olsun insan sayısı dedik ya ona x diyelim mi? Merve: Evet öğretmenim diyebiliriz. Ö: Tamam o zaman x'e ne yapmam lazım ki böyle sonunda 72 falan olsun? Ne yapmam lazım? x kişi sayısı. Merve: Evet x çarpı 8 eşittir 72 mi? Ö: Evet (x ile çarpma işaretinin karışmaması için şimdilik □ x 8 =72 şeklinde yazmışlardır.)	Ö: Sadece ifadeyi düşün ifadeye ne yazmam lazım? Emre: İşte ifadeyi şey yapıyorum. Ö: Heh, tamam. Emre: 5-2 yok yok yok. Ö: Şey gibi, Emre'nin yaşının 2 fazlası dediğimde Emre'nin yaşına 2 eklemez miyim? Emre: Evet. Ö: O zaman buraya da 2 eklemem gerekmez mi? Peki senin yaşının 2 fazlası diyelim ki başka bir arkadaşının yaşına eşit, 5'e eşit diyelim ki. x+2= kaç demem lazım? Emre: Eşittir eşittir 5 yani. Ö: 5. Aynen öyle. Bak Hazal'ın elindeki bilyelerin sayısı yani x onun 2 fazlası yani x'in 2 fazlası 5'miş bu kadar cümle. Biz bunu şuan matematik dilinde ifade ettik bitti bu kadar tamam mı? x'in kaç olduğunu bulmak için de zaten ister direkt 3 olduğunu görebiliriz. Ya da istersek 5'ten iki çıkartarak da bulabiliriz.	Ö: Tamam. Talha'yı bilmediğimiz için Talha'ya x diyelim mi ya da t diyebiliriz ya da Talha diyebiliriz. Değil mi? Aslı: x diyelim. Ö: x'in yarısını bulmak için x'i 2'ye bölmez miyim Aslı? Yani şey Talha'nın boyunun yarısı diyor ya. Talha'nın boyunu ikiye böldüğümüz zaman Tuğra'yı bulamayacak mıyız? Aslı: Evet. Ö: Evet o zaman Talha'nın boyunu ikiye böldüm kim neye eşit olacak? Aslı: 25'e Ö: 25 mi? Aslı: Pardon 50'ye. Ö: 50'ye. Diyor ki tekrar okuyorum. Tuğra'nın boyu yani elli, elli Talha'nın boyunun yarısıdır böyle okuyabilirsiniz cümleyi elli Talha'nın boyunun yarısıdır. Yani bu şu x yerine Talha da diyebiliriz. Talha bölü 2 50 tamam mı? Peki güzel

Tablo 4.20 ve Tablo 4.21'de öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel

semboller ile ifade etmeye çalışmıştır. 3 öğrencinin de yapılan örneklerde öğretmenin de desteğiyle ilerleme kaydettikleri ve 3 öğrencinin de sonuç olarak bir eşitlik oluşturdukları görülmektedir. Fakat tek başlarına sözel bir ifadeden bir eşitlik oluşturup oluşturamayacakları bilinmemektedir.

Tablo 4. 22. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 3

3. Etkinlik: Bilinmeyen içeren eşitlikler dinamik terazi üzerinde gösterilerek eşitlikteki denge prensibine göre bilinmeyenler bulunur.



Resim 4. 5. Cebir Denge Terazisi (NLVM)

Merve	Aslı
Eşitlik: 5x=2x+6	**Eşitlik: x+5=9**
Öğretmen: Şimdi Merve beraber bunu yapalım olur mu? Ben biraz anlatayım şu 5x demek 5 tane x demek tamam mı? İleride bunu bu şekilde göstereceksiniz. O zaman sol tarafa ne koyacakmışım?	Ö: Mesela bu senin bezelyelerinin 5 fazlası 9 bezelye imiş gibi düşünebilirsin. Bunları yerleştirelim mi teraziye?
Merve: Öğretmenim 5 tane x.	Aslı: Yerleştirelim.
Ö: Tamam, hadi koyalım 4, 5. Peki sağ tarafa ne koyayım?	Ö: Nereye koyayım x'i?
Merve: 2 tane x ve 6 tane birlik.	Aslı: x'i sol tarafa.
Ö: Tamam koyuyorum 6. Peki Merve iki tarafa da bir şeyler koydum. İki tarafta da ortak ne var?	Ö: Sol tarafa koydum. Sonra?
Merve: İki tarafta da ortak olarak x var.	Aslı: Üstüne 5 tane 1.
	Ö: Koyuyorum. 5 tane bir koydum sonra?
	Aslı: Sağ tarafa da 9 tane 1.

Tablo 4. 23. Tablo 4.22'nin Devamı

Merve	Emre	Aslı
Ö: Doğru doğru o zaman iki taraftan da iki tane x'i çıkartalım mı? Merve: Çıkartalım. Ö: Mesela buradan bir iki iki tane çıkardım, buradan da çıkardım. Peki kaç x kaldı solda? Merve: 3. Ö: Sağda ne kaldı? Merve: 6 tane birlik kaldı öğretmenim. Ö: Evet. O zaman 3 tane x neye eşitmiş? Merve:2 tane x Ö: 3 tane x solda 3 tane x kaldı. Merve: 3 tane x 6 tane birliğe eşitmiş. Ö: Güzel bir tane x kaça eşit olur sence? 3 tane x 6'ya eşitse 1 tane x? Merve: 2 mi? Ö: Evet bu kadar.	-	Ö: Koyuyorum. Kaç oldu ya 5 değil mi? Koydum bu şekilde bir eşitlik varmış. Doğru mu Aslı? Aslı: Evet. Ö: Peki Aslı acaba ne yapsam da bu x'i yalnız bıraksam? Sanki öyle işler daha kolay olacak öğreneceğim x'in kaç olduğunu gibi geliyor bana. Aslı: 9'dan 5 çıkarırsam. Ö: Mmm o zaman iki taraftan da 5 mi çıkarmalıyız diyorsun sen? Aslı: Evet. Ö: Evet bakalım buradan 5'i çıkartıyorum op çıkartamadım şöyle çöpe doğru atarsam daha kolay olacak. 2, 3, 4, 5. Sağdan da 5'i çıkartıyorum 1, 2, 3, 4, 5. Peki bu x kaça eşit kaldı o zaman Aslı? Aslı: Dörde Ö: Dörde o zaman terazimiz bizi başarıyla sonuca ulaştırdı. Teşekkür ederiz.

Tablo 4.22 ve Tablo 4.23'te öğrencilerin bir eşitlikte bilinmeyeni eşitlikteki denge prensibine göre bulma çalışmaları verilmiştir. Merve ve Aslı bu konuda aktif rol alarak ilerleme kaydetmişlerdir. Fakat Emre bu konuda herhangi bir yorumda bulunmamıştır.

Tablo 4. 24. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Temasında Değişkenlerin Farklı Kullanımları ile İlgili Bulgular 4

Etkinlik 4: Gruplarınızda aşağıdaki problemleri eşitlik ile gösterip, terazi yöntemi ile çözünüz. **Problem 1:** Mahmut usta kalabalık bir organizasyon için yeni bir tatlı tarifi hazırlamak ister. Çeşitli denemeler yaparken süt miktarını ayarlamada büyük bir kap kullanır. Hazırladığı tariflerden birinde 4 litre süt ve 2 büyük kap sütü boşaltır ve kazanın tamamı dolar. Diğer tarifte ise 1 büyük kap ve 12 litre sütün tamamı ile kazan dolar. 1 kazan sütün bu organizasyon için yeterli olduğuna karar verir. Fakat bir sorun vardır. 1 kazan sütün kaç litre olduğunu bilmesi ve ona göre hızlıca süt siparişi vermesi gerekir. Bu konuda Mahmut ustaya yardımcı olabilir misiniz? **Problem 2:** Bir ressam mavi ve sarı renklerini kullanarak farklı renkler elde etmek istiyor. Bu boyaları bir palete koyacaktır. Palet 7 ml boya almaktadır. Buna göre bu ressam mavi ve sarı renklerini kullanarak kaç farklı renk elde edebilir? (Doğal sayı miktarları kullanılacaktır.)

Tablo 4. 25. Tablo 4.24'ün Devamı

Merve	Emre	Aslı
Problem 2: Bir öğrenci: Toplamda 6 tane çözümleme bulduk. Ö: Peki Merve sence herhangi bir ihtimali unutmuş olabilir miyiz sence? Merve: Öğretmenin bence hayır yani ben daha fazla bulamadım bir daha düşüneyim. Ö: Peki Merve doğal sayılar kaçtan başlıyor? Merve: Öğretmenim 0 değil mi? Ö: 0'dan başlıyor. Peki o zaman herhangi bir tanesine 0 versek olur mu? Merve: Olabilir evet. Ö: Mesela maviden hiç koymasak sarıdan 7 mililitre koysak yine 7 çıkar değil mi? Merve: Evet öğretmenim. Ö: Ya da maviden 7 tane koyalım sarıdan hiç koymayalım yine 7 çıkar değil mi? Merve: Evet öğretmenim. Ö: İşte burada da 2 tane farklı ihtimal daha geldi. O zaman toplam kaç ihtimal oldu? Bir öğrenci: 8 ihtimal oldu öğretmenim. Ö: Değil mi? 8 tane ihtimalimiz oldu. Hepsini de yapmış olduk. Güzel. Buraya kadar her şey anlaşıldı mı? Merve: Evet öğretmenim ben anladım. … Ö: Şimdi şunu düşünün bir kapı biz 8 bulduk bir bilinmeyenini bulduk aslında. Bir tane sayı bulduk değil mi?	**Problem 1:** Ö: Tamam o zaman şöyle yapalım isterseniz diğer soruya da odaklanabilirsiniz ama önce birinci soru ile ilgili bir şey söylemek istiyorum ben. 4 litre süt + 2 büyük kap neye eşit aslında? Kazanın boyutuna eşit değil mi Emre? Emre: Yani evet. Ö: Aynı şekilde bir kap ve 12 litre süt de kazana eşit değil mi? Emre: Eşit. Ö: O zaman iki ifadeyi de eşit bir şekilde yazabilir miyiz? Yani şunu demek istiyorum 4 litre + 2 tane kap kime eşit? Emre: Öğretmenim bir tane kap artı 12 litre Ö: Yani diyoruz ki bu da kazanı dolduruyor, bu da kazanı dolduruyor doğru mu? Emre: Evet. Ö: O zaman iki ifade birbirine eşit. Bundan sonra beraber şunu düşünün. Acaba her iki taraftan da neyi çıkarsak da 1 kap yalnız kalsa ve o sayıyı bulsak. Mesela diyelim ki her iki taraftan da Emre: Öğretmenim sanırım 8. Ya nereden bulduğumu bilmiyorum ama 8'i bir yerden buldum. Bilmiyorum. .. Ö: Terazi yöntemiyle yapsak nasıl yapardık? Emre: Terazi yöntemi değil de şimdi yan tarafta yani sol tarafta 2 kap diyor ya Ö: Hıhı Emre: 4 kap 2 litre miydi dur Ö: 4 litre artı 2 kap Emre: Heh 2 büyük tamam 2 kapsa orası sağ	**Problem 1:** Aslı: Öğretmenim bulamadık. Ö: Bulamadınız mı? Şimdi soruda ne diyor? Aslı: Soruda 4 litre süt ve 2 büyük kap ile kazan doluyormuş ve 1 büyük kap ve 12 litre süt ile kazan doluyormuş. Bize de kazanın kaç litre olduğunu soruyor. Ö: Tamam. Peki hangi iki ifade birbirine eşit? Aslı: 1 büyük kap ve 12 litre süt ve 4 litre süt 2 büyük kap Ö: Tamam. Onları birbirine eşit diyecek şekilde yazabilir misiniz? 4 + 2 kap = gibi tamam mı? Aslı: Tamam. **Problem 2:** Aslı: Öğretmenim biz 6 tane dedik. Sonra şey dediler 0 ile 7 dediler ama ben çeşitlilik açısından onu yazmadım. Ö: Yazmadın. Peki şimdi ne düşünüyorsun fikrin değişti mi yoksa hala aynı mı düşünüyorsun? Bir öğrenci: Öğretmenim aynı zaten Aslı ile aynı gruptaydık 7 ile 0 da çeşitlilik açısından olmaz dedik. Ö: Hımm Aslı sen ne düşünüyorsun? Aslı: Öğretmenim fikrim değişti şuan. … Ö: Son duruma katılıyorsun. Peki o zaman ben son gruba şunu sormak istiyorum. İki tane problemin çözümünü de gördünüz hepiniz. Şunu merak ediyorum. Biz iki problemde de eşitlikler kullandık. Mesela

Tablo 4. 26. Tablo 4.25'in Devamı

Merve	Emre	Aslı
Merve: Evet öğretmenim. Ö: Ama burada mavi renk için kaç tane sayı vardı? Mesela 0 olabiliyor, 1 olabiliyor, 2 olabiliyor, 3 olabiliyor, 4 oluyor, 5 oluyor gibi Bir öğrenci: Aynen. Ö: Mavi yerine bir sürü sayı gelebiliyor o zaman o M birden fazla sayıyı temsil ediyor. Mesela buradaki bir kap dediğimiz şey bir tane sayıyı temsil ediyor. Ney o? Merve: 8. Ö: 8. O zaman şunu da cevaplayalım beraber. Biraz ekranı da batırdım ama tek bir bilinmeyen sayıyı temsil eden problem hangisi? Merve: Birinci problem. Ö: Birinci problem. Birden fazla sayıyı temsil ediyorsa harfler hangi problem? Merve: Öğretmenim 2. Problem.	tarafta 1 kapa düşürmüş onu. Ön: 1 fark var diyorsun. Emre: O bir kaptan hesaplayacağım da çok şey oldu karmaşık oldu. … Ö: Tamam her iki taraftan da 4'ü çıkardım 1 kap için de 8 kaldı. Peki çocuklar bir kabı 8 bulduk. 3. kişi devam etsin senin grubundan. Kazanı nasıl bulacağız bir tane kap 8. Emre: Öğretmenim 20. **Problem 2:** Emre: Mavi ve sarı diyor sadece bunlar Ö: Tamam. Emre: Kullanarak farklı renkler elde etmek istiyor. Bunları bir palette koyacak yani. Palet 7 mililitre işte her şey burada başlıyor şimdi öğretmenim şöyle olabilir. Çizmeyeceğim çünkü çok berbat olur. Öğretmenim mesela Ö: Emre mavi renk miktarı ile sarı Emre: 6 mavi 1 sarı, 5 mavi 2 sarı, 4 mavi 3 sarı, 3 mavi 4 sarı, Ö: Evet. Emre: 2 mavi 4 bir dakika 2 mavi 5 sarı, 1 mavi 6 sarı Ö: 2 mavi 5 sarı 1 mavi 6 sarı peki şurayı da silelim. Peki bir şey soracağım. mavi + sarının kaça eşit olması lazım? Emre: Öğretmenim mavi+sarı Ö: Evet. Emre: Nasıl yani nasıl olması gerekiyor? Ö: Yani toplam kaç mililitre olması gerekiyor?	birincide nasıl bir şey yaptık onu da yazayım gözüksün en azından. Şöyle şunu yaptık. 4 + 2 kap = 1 kap+ 12 dedik. Şöyle şurayı da aşağıya koyalım. İki taraftan da bir kap çıkardık 4 artı 1 kap = 12 dedik. Sonra da en son her iki taraftan da 4 çıkartıp bir kap eşittir 8 dedik tamam mı? Bunları hatırladıktan sonra ben şunu sormak istiyorum. Acaba birinci problemde mi yoksa ikinci problemde mi bilinmeyen şey tek bir tane sayıyı temsil ediyordu? Nasıl yani, beraber bakalım. Birincide 1 kap kaç çıktı bir kap bilinmeyendi değil mi? Evet Aslı? Aslı: Öğretmenim ben birinciye tek bir sayı diyorum ve ikinci probleme de birden çok dedim. Ö: Birden çok. Neden? Aslı: Çünkü birincide direkt sadece kabının kaç litre olduğunu soruyordu. Bir tane soruyor fakat ikincisinde işte kaç farklı alternatif kullanılabilir diyor. … Ö: Buradaki mavi dediğimiz kısma mesela hangi sayılar gelebilmiş? Aslı: 0'dan 7'ye kadar bütün sayılar. Ö: Değil mi 0 olmuş, 1 olmuş, 2 olmuş o zaman bu mavinin M'si birden fazla sayıyı temsil ediyor doğru mu? Aslı: Evet. Ö: Evet peki biz az önce bulduğumuz o bilinmeyen 1 kap kaç tane sayıyı temsil ediyor?

Tablo 4. 27. Tablo 4.26'nın Devamı

Merve	Emre	Aslı
	Emre: Öğretmenim ikisinin bir palette yani bir bölümünde toplam 7 mililitre olması gerekiyor. Ö: Güzel. Şuraya 7 desek olur mu? Mavi +Sarının 7 olması lazım. Güzel. Zaten 6 artı 1 de 7, 5 + 2 de 7, 4+3 de 7, 3 + 4 de 7, 2 + 5 de 7, 1+6 da 7. Peki bir şey soracağım sence unuttuğun bir şey var mı? Diğer tüm arkadaşlara söylüyorum tüm sınıfa arkadaşınızın unuttuğu bir ihtimal var mı? Bir öğrenci: Evet öğretmenim var. Emre: Evet öğretmenim olabilir olabilir neden çünkü çeşitlilik açısından sorduğu için bunu çarpı 2 yapacağız yani maviden başlıyor bu sefer sarıdan başlatacağız şeyi. Ö: Bir düşünelim onu. Sence neyi unutmuş olabilir? Bir öğrenci: Öğretmenim bir mavi 0 yazıp sarıya 7 yazabiliriz. Ö: Deneyelim. Evet yaptık. Bir öğrenci: Bir de tam tersi öğretmenim 7 mavi 0 sarı Ö: Güzel. Bir de Emre sen terslerini de yazarız dedin ya sen zaten terslerini yazdın bak. 4 mavi 3 sarı, 3 sarı 4 mavi gördün mü? Emre: Evet. Ö: Hepsini yazdın yani sıkıntı yok. … Emre: 8 oluyor o zaman da. (çeşit olarak) Ö: Tamam şimdi anlayabildik mi? Emre: Evet.	Aslı: Bir. Ö: Bir sadece 8 sayısını temsil etti. Bilinmeyen bir şey ve biz onu bulduk doğru mu? Aslı: Evet. Ö: Tamam. O zaman şöyle diyebiliriz son olarak bilinmeyen tek bir sayıyı problem birinci problem Mahmut Usta problemi kap problemi 1 tane sayı bulduk cevap olarak. Birden fazla sayıyı temsil eden problem ise ikinci problem yani renk problemi. Çünkü mavi ve sarı yerine bir sürü sayı gelebiliyor.

Tablo 4.24'te bulunan Problem 1 ile ilgili 3 öğrencinin de bulguları incelenmiştir. Öğrencilerden Merve basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazma ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözme ile ilgili yorum belirtmemiştir. Emre ise basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazmayı öğretmenin de desteğiyle başarmış fakat denge prensibine göre nasıl çözeceğini bulamamıştır. Aslı da Emre gibi sembolik bir dille yazmayı anlamış fakat denge prensibine göre çözme ile ilgili yorum belirtmemiştir.

Tablo 4.24'te bulunan Problem 2 ile ilgili öğrencilerden Merve, Emre ve Aslı bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemi kısmen çözmüştür. Öğretmenin de desteğiyle sembolik dille ifade ederek çözülüşünü görmüşlerdir.

Öğrencilerden Merve ve Aslı bir harfin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiğini kavramış ve Problem 1 ve Problem 2'den hangisinin birden fazla sayıyı

temsil eden harf içerdiğini fark etmişlerdir. Emre bu konuda bir yorumda bulunmamıştır. İlgili izleme testinde Aslı yeterli puanı almıştır fakat Merve ve Emre yeterli puanı alamadığı için ek dersler yapılmıştır. Ek dersler ile ilgili bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 4. 28. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Değişkenlerin Farklı Kullanımları Ek Dersler İle İlgili Bulgular

12+b=b+12 eşitliğinde b'nin neyi temsil ettiği konuşulur.
Öğretmen: Emre ne diyor?
Emre: Öğretmenim bu b bütün doğal sayıların yerine geçebilir.
Ö: Mesela
Emre: Çünkü orada da eşitlik bozulmaz. Mesela 12 artı 1 13, diğer tarafta da 12 artı 1 13. 12 artı 2 diğer tarafta da 14 aman anlatabildim.
Ö: Anladım. Yani demek istiyor ki Emre hocam buraya 0 koysak burada da 0 olur ikisi de 12 sıkıntı olmaz. Atıyorum buraya bir koysak 13 buraya da bir koyarız burası da 13 olur sıkıntı olmaz. Buraya bir sürü sayı gelebilir değil mi o zaman
Emre: Ama şuna da dikkat etmeliyiz bu sayı yani dokuza kadar oluyor 9'a kadar çıkıyor.
Ö: Neden? Neden?
Emre: 0'dan 9'a kadar yani.
Ö: Buraya 30 da yazabilirim
Emre: Pardon pardon.
Ö: 30 da yazabilirim sayı genel bir şeydir
Emre: Evet.
Ö: …Şimdi çocuklar o zaman 30 da olabilir bu b böyle tek bir tane gibi durduğuna bakmayın. Yani iki basamaklı bir sayıyı da temsil edebilir. Biz sayıyı temsil ettiğini biliyoruz. 30 olabilir 40 olabilir her şey olabilir. Peki çocuklar o zaman bu b tek bir sayıyı mı temsil ediyor? Yoksa?
Emre: Birden fazla sayı.
Ö: Evet. Birden fazla sayıyı temsil eder.

Emre'nin ek derste harflerin anlamları ile ilgili tek basamaklı bir sayı yerine geçme gibi bir kavram yanılgısı olduğu fark edilip öğretmen tarafından düzeltilmiştir. Ayrıca Emre bir harfin tek bir sayı veya birden fazla sayıyı temsil edebildiğini artık ayırt edebilmektedir.

Tablo 4. 29. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Değişkenlerin Farklı Kullanımları Ek Dersler İle İlgili Bulgular 2

Soru: "Mehmet bakkaldan bir miktar silgi almıştır, Ahmet onun 2 katı miktarda miktarda silgi almıştır. Toplamda 12 silgi almışlardır." bu sorudaki bilinmeyenleri eşitlikteki denge yöntemine göre bulunuz.
Ö: Şimdi Mehmet'in bir miktar silgisi varmış silgi almış tamam mı? Ne kadar olduğunu biliyor muyuz? Merve: Hayır. Ö: Peki diyor ki Ahmet Mehmet'in iki katı miktarda silgi almış. Ahmet'inkini biliyor muyuz bilmiyoruz değil mi? Ama şunu söylüyor Mehmet dolayısıyla anlatıyor Ahmet'i. Yani iş kimin üzerinden yürüyor? Merve: Mehmet. Ö: Mehmet üzerinden neden Mehmet tarafından anlatıyor diyor ki Mehmet'in 2 katı Ahmet'tir diyor tamam mı? O yüzden biz şunu yapacağız Mehmet'i bilinmeyen olarak seçeceğiz. Nasıl yani? Mehmet'in mesela silgi miktarına M diyelim olur mu? Merve: Tamam. Ö: Şimdi Ahmet'in silgi miktarı ne kadar olmalı? Kaç tane M mesela? Emre: Çarpı 2. Merve: 3 tane. Ö: Çarpı 2 çünkü 2 katı diyor ya Merve. Ahmet'inki 2 tane M doğru mu? …Şimdi Mehmet'in M Ahmet'in 2 tane M. Peki şimdi bunların toplamı 12 silgiymiş hemen eşitliğimizi yazıyoruz. M + 2 tane M önce Mehmet'i yazdım şimdi Ahmet'i yazıyorum M+2 tane M = 12. Ne yaptım ben topladım hepsini toplayınca 12 ediyormuş. Şimdi burada anlamadığınız bir şey var mı? Emre: Öğretmenim Ahmet'e A deseydiniz a bir dakika Ö: Güzel soru güzel soru Ahmet'e A da diyebilirdim. Ama o zaman ne olurdu biliyor musun? Bilinmeyen sayısı artardı harf sayısı artardı. Bana Mehmet yoluyla Ahmet'i anlatmış ya o yüzden ben Mehmet cinsinden ifade edebilirim Ahmet'i. Bu da tek bilinmeyene düşer ya işimizi rahatlatır. Yani ne kadar az harf o kadar güzel öyle düşünün ne kadar az harf o kadar güzel. Peki o yüzden iki tane M olarak tanımladık Ahmet'i. O zaman Mehmet yerine Mehmet dedik Ahmet yerine iki tane Mehmet dedik. Bunları topladığımda 12 çıktı. Solda kaç tane Mehmet var düşününce Emre: Solda 3 yani. Ö: Şurada 3 tane Mehmet oluyor topladığım zaman değil mi? Emre: Yani. Sağdaki artı 1 Mehmet yok. Sağdaki +2 Mehmet + soldaki +1 Mehmet. Eşittir 3 Mehmet yani. ...Öğretmen: Emre bir tane M ne kadar olur peki? 3 tane M 12 ise 1 tane M? Emre: 4 Ö: 4 tanedir şey 4'tür değil mi? O zaman Mehmet'in silgi miktarını bulduk biz farkında mısınız? M eşittir kaçmış? Merve: 4. Ö: 4'müş. M = 4'müş. M = 4'se Ahmet de zaten 2 katı olduğu için 8'dir değil mi? 4 8 daha 12 yapar zaten.

Merve ve Emre basit bilinmeyen içeren problemi sembolik bir dille yazma ve problemi eşitlikteki denge prensibine göre çözmeyi öğretmenin de desteğiyle görmüşlerdir. Emre ilgili paralel testten yeterli puanı almıştır fakat Merve alamamıştır. Bu nedenle tekrar ek dersler uygulanmıştır.

Tablo 4. 30. Sembollerin Anlamlı Kullanımı Teması Değişkenlerin Farklı Kullanımları Ek Ders 2 İle İlgili Bulgular

Soru: Bir meyve bahçesinde muz ve ayva ağaçları bulunmaktadır. Emre bu muz ve ayvalardan toplayıp meyve sepetine koymak istemektedir. Emre bu meyve sepetine 5 tane meyve koyacağına göre Emre'nin muz ve ayvaları bu sepete kaç farklı şekilde yerleştirilebileceğini eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz.
Merve: Öğretmenim burada hani yerleştirmek derken yani neyi sorduğunu tam anlayamadım yani. Çizim olarak mı yoksa daha farklı mı? Ö: Çizim olarak değil sayı olarak. Yani muzdan kaç tane koyalım ayvadan kaç tane koyalım öyle farklı şey kombinasyonları merak ediyor tamam mı? Merve: Tamam. Ö: Nasıl yapabiliriz düşün. Önce mesela eşitlik yazmak istesek ne yazmamız lazım? Merve: Öğretmenim bir dakika. Öğretmenim işte herhalde yani iki buçuk iki buçuk koyamayacağına göre Ö: Tabii ki doğal sayılar seçeceğiz. Şöyle muz muzun sayısına M diyelim mi? Merve: Diyelim öğretmenim. Ö: Ayvanın sayısına A diyelim mi? Merve: Diyelim. Ö: Bunların toplamı kaç etmesi lazım? Merve: 5 5 meyve Ö: Hadi o zaman değerler verelim. En küçükten başlıyorduk hep (M+A=5 yazılır.) Merve: 0 +5 1 + 4 öyle oluyor değil mi öğretmenim? Ö: Evet olur 1 tane muz 4 tane ayva o şekilde gidiyor değil mi? Merve: Evet öğretmenim. 2 artı evet 3 ee yerleri değişecek 3+2 oluyor Ö: Hıhı şuradan da anlayabilirsin bak aşağı doğru düzenli şekilde artıyor. Merve: Hıhı. Ö: 3+2=5 Merve: Ondan sonra öğretmenim 4 + 1 sonra 5 + 0 yani zaten tersleri şey döndü. Ö: Peki toplam kaç tane farklı durum bulabildik? Merve: Bir dakika öğretmenim 6. Ö: Tamam 6 farklı durum o zaman senden istediğimiz ney önce şöyle bir eşitlik yazman sonra da farklı durumları yazman tamam mı? Merve: Tamam öğretmenim.

Tablo 4.30'da Merve bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemi öğretmenin de desteğiyle hem çözmüştür hem de sembolik dille ifade etmiştir. Merve bu 2.ek derslerden sonra paralel test 2'den yeterli puanı alarak üniteyi tamamlamıştır.

Fakat genel olarak baktığımızda 3 öğrencinin de ilerleme kaydettiği net bir şekilde görülmekle beraber ünite sonlarında yeterli puanları almalarına rağmen bu ünitede bazı kazanımlarda eksiklikler göstermeye devam ettikleri ve zorlandıkları fark edilmiştir. Özellikle basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazma ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözme; bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak

ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözme kazanımlarında öğrenciler zorlanmıştır.

4.5.3. Üçüncü Tema ile İlgili Nitel Bulgular

Üçüncü tema "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" temasıdır. Bu temada edinilmesi istenen kazanım: "Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanır ve tüm sayılar için genelleyebilir." kazanımıdır.

3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri ile ilgili bulguları farklı etkinlik veya sorular üzerinden karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmiştir.

Tablo 4. 31. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 1:

Sıralama Önemli Mi?: Yaş olarak en büyük Feyza, ortanca Büşra ve en küçük Zeynep olmak üzere 3 kız kardeş televizyon izlerken sokak hayvanlarının kışın aç ve susuz kaldığını zor şartlarda yaşamlarını sürdürmeye çalıştıklarını öğrenir. Bunun üzerine evde kalan yemekleri ve taşıyabildikleri kadar suyu her gün sokak hayvanlarıyla paylaşmaya karar verirler. Aileleri sokağın köşesine 10 litre su alan bir hayvan sulama sistemi yerleştirir.

Önce Feyza 5 litrelik suyu, sonra Büşra 3 litrelik suyu ve en son Zeynep ise 2 litrelik suyu sisteme boşaltır. Ertesi gün önce Zeynep 2 litrelik suyu, sonra Büşra 3 litrelik suyu ve en son Feyza 5 litrelik suyu sisteme boşaltır. İlk gün ve sonraki gün konulan su miktarlarını karşılaştırınız. Hangi kardeşin suyu önce koyduğunun en son sistemdeki su miktarını değiştirip değiştirmediğini tartışınız.

Merve	Emre	Aslı
Merve: Öğretmenim bence de su miktarı değişmez çünkü sayıların yeri değiştiğinde de zaten sonuç farklı çıkmıyordu burada da sonuç farklı çıkmaz diye düşünüyorum. … Ö: O zaman sayıların yerleri değiştiği zaman sonuç değişiyor mu toplama işleminde? …Bir öğrenci: Hayır öğretmenim. Bu sadece toplama işleminde değil bütün işlemlerde geçerli. Ö: Öyle mi? Bir öğrenci: Ama bölme hariç bölme hariç. Merve: Öğretmenim çıkarmada üstte küçük sayı varsa altta	Emre: Öğretmenim şimdi önce diyor. Önce ona dikkat edelim. Feyza 5 litrelik Büşra 3 Zeynep 2. Ö: Hıhı Emre: Ertesi gün diyor sonra Zeynep 2 Büşra 3 Feyza 5. Öğretmenim burada bir şey değişmiyor tek taşıdıkları miktar taşıdıkları kişi değişmiyor fakat burada tek değişen şey sıra. Ö: Güzel o zaman miktar değişmiyor diyorsun. … Ö: İlk olarak toplamada değişme özelliğini öğrendik değil mi? 5 + 2 yazabilirim = 2 + 5 derim. İkisi de birbirine eşit olur. Yer değiştiğinde sonuç değişmez doğru mu? Emre: Doğru öğretmenim.	Ö: O zaman hızlıca şöyle bir şey yapalım mı? Aslı bana bununla ilgili bir eşitlik yazdırmaya çalışsana. Yani ilk gün mesela kaç litre su toplanmış böyle yan yana yazdırsana bana. Aslı: 5 + 3 + 2 = 2 + 3 + 5 … Ö: O zaman sayıların yerleri değiştiği zaman sonuç değişiyor mu toplama işleminde? Bir öğrenci: Hayır öğretmenim. Aslı: Hayır.

Tablo 4.31'de toplamada değişme özelliği ile ilgili Etkinlik 1 verilmiştir. Etkinlik 1 ile ilgili yukarıda verilen bulgular incelendiğinde Merve, Emre ve Aslı'nın toplamada değişme özelliğini kavradıkları fark edilmiştir.

Tablo 4. 32. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular

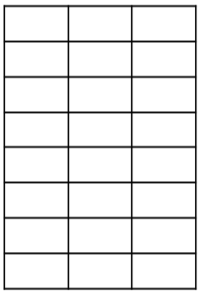
Etkinlik 2: **Aynı Mı Farklı Mı?:** Kübra renkleri karıştırınca hangi yeni renklerin oluşacağını merak eden bir çocuktur. Farklı renkteki sıvıları birbirine karıştırırken önce 6 mililitre sarı sıvıyı büyük bir kaba boşaltır. Daha sonra farklı küçük bir kapta 8 mililitre kırmızı ve 7 mililitre mavi rengi karıştırır. Bu kırmızı ve mavi karışımı da büyük kaba boşaltır. Başka bir günkü ikinci denemede ise 6 mililitre sarı ve 8 mililitre kırmızı rengini önce küçük bir kapta karıştırır. Sonra büyük kaba önce sarı ve kırmızı renkten oluşan karışımı sonra da 7 mililitre mavi renk sıvıyı koyar. Kübra'nın ilk günkü denemesinde son durumda büyük kapta biriken su miktarı ile ikinci denemesinde son durumda büyük kapta biriken su miktarını karşılaştırınız.		
Merve	Emre	Aslı
-	Ö: Peki o zaman tüm sayılar için geçerli midir bu tarz bir özellik? (toplamada birleşme öz.) Bir öğrenci: Geçerli Emre: Geçerli.	-

Tablo 4.32'de toplamada birleşme özelliği ile ilgili Etkinlik 2 verilmiştir. Etkinlik 2 ile ilgili yukarıda verilen bulgular incelendiğinde Emre'nin etkinlik ile ilgili yorum belirttiği fakat toplamada birleşme özelliği kazanımını edinip edinmediği ile detaylı bilgi yer almamıştır. Merve ve Aslı'nın ise bu etkinlik ile ilgili yorumu bulunmamaktadır.

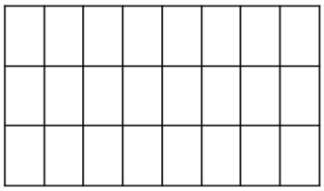
Tablo 4. 33. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 3: **Kitaplık Tasarımı:** Bir okula her ay kendi mesleklerini tanıtmak üzere farklı meslek dallarından konuklar davet edilmektedir. Bir gün iç mimar olan Elif Hanım deneyimlerini aktarmak üzere okulun konferans salonunda konuşma yapar. Konuşmasında, bir gün bir müşterisinin kız ve erkek çocuğunun ortak olarak kullanabileceği 24 eşit bölmeli bir kitaplık istediğini söyler. Bunun üzerine mimar iki farklı yaptığı tasarımı müşterisine gösterdiğini belirtir. Yukarıda 2 farklı tasarım verilmiştir. Birinci tasarım odada daha az yer kaplaması ile, ikinci tasarım ise en üst kısma başka eşyaların konulabilmesi yönüyle avantajlıdır. Kararsız kalan müşterisi çocuklarına danışır. Çocuklarından biri bu iki dolabın eşit sayıda bölme içermediğini mimarın yanlış tasarımlar yaptığını söyler. Diğeri ise bu iki dolabın eşit sayıda bölme içerdiğini savunur. Siz bu konuda ne düşünüyorsunuz?

Tablo 4. 34. Tablo 4.33'ün Devamı



Şekil 4. 4. Birinci Tasarım



Şekil 4. 3. İkinci Tasarım

Merve	Emre	Aslı
-	Emre: Öğretmenim 2 tasarımdaki şey bölmeler de eşit. Ö: Yani eşit sayıdadır diyorsun. Neden peki Emre? Emre: Öğretmenim eşit sayıda çünkü 3'er 3'er saydığınızda. Bir tanesinde yukarıdan aşağı ve aşağıdan yukarı, diğerinde de sağdan sola veya soldan sağa saydığınızda hepsinin eşit çıktığını görüyoruz. Ön: Peki biz saymanın kısa bir yolunu öğrenmiştik neydi o? Emre: Öğretmenim benim bildiğim şöyleydi bir dakika nasıl göstereceğim? Ö: Sen söyle biz anlarız. Öğretmenim mesela şurada anlatayım yatay olanları anlatıyorum 3 x mesela yukarıdaki şeyi çarpıyorduk. Öğretmenim 3 kere 8 yani 8 kere 3. Ö: Yani önce satır 3 tanedir dedin sonra sütün 8 tanedir mi dedin? Şöyle mi? Emre: Evet öğretmenim işlem doğru. …Ö: Yerleri değiştiğinde çarpma işleminin sonucu değişmemiş. Emre: Sadece 4 x 2'yi yan yatırmış	Aslı: Öğretmenim alan bulma taktiğini kullanıyoruz. Ö: Peki Aslı birincisini o zaman nasıl yazarız? Arkadaşın satır çarpı sütun şeklinde yazdı. Aslı: Öğretmenim o da satır x sütun yani bu raflar aynı. Yan durması bir şeyi değiştirmez içindeki bölme sayısını. Ö: Yani o zaman Aslı: 3x8 Ö: 3 x 8 mi yoksa 8 x 3 mü yazmalıyım? Aslı: 8x3 de yazabiliriz fark etmez. …Ö: Peki çocuklar bütün sayıları bu şekilde gösterebilir miyim böyle karelerle mesela? Aslı: Evet …Ö: Peki Aslı neden doğru bu? 3 x 4 eşittir 4 x 3 Aslı: Öğretmenim çünkü çarpmada da toplamadaki gibi sayıların yerleri değişse de sonuç değişmiyor. Ö: Sonuç değişmiyor. Neden değişmiyordu peki biz onu nasıl açıkladık? Mesela böyle satırları ve sütunları olan böyle bir dikdörtgen çizelim dedik. Değil mi? Aslı: Evet. Ö: Mesela şöyle göstereyim şöyle bir şey düşünün 4 satır x 3 sütun 4 tane satır olsun 3 tane sütün olsun bu 4 x 3 demek değil mi? Eee 3 x 4 de nasıl çiziliyor bunun aslında yan yatmış hali doğru mu? Böyle kafamızı ters çeviriyor muşuz gibi düşünebiliriz. Şöyle yazalım bu da 3 x 4. Biz her zaman bu tarz bir çizimi yan yatırabildiğimiz için ve sonuç yani içindeki dikdörtgen sayısı değişmediği için o zaman bunlar yer değiştirebilir diyebiliriz tamam mı? Aslı: Tamam. …Ö: Çarpmada değişme özelliği 4 x 2 2x 4'e eşitti doğru mu? Aslı: Doğru

Tablo 4.33'te çarpmada değişme özelliği ile ilgili Etkinlik 3 verilmiştir. Etkinlik 3 ile ilgili yukarıda verilen bulgular incelendiğinde Emre ve Aslı'nın çarpmada değişme özelliğini kavradıkları görülmektedir. Merve ise bu etkinlikte yorum belirtmemiştir.

Tablo 4. 35. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 4 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 4:

Bisküvi Sayısı: Bir pastanede çalışan Sevim Hanım dikdörtgen şeklinde bisküviler ile pasta yapar. İlk kata bir yatay sırada 4 bisküvi olacak şekilde 3 yatay sıra bisküvi dizer. Daha sonra kremayı döker. Aynı şekilde 2. kata da bisküvileri dizer ve en son üstüne sosunu döker. Fakat Sevim Hanım'ın patronu bu pastanın çok alçak olduğunu söyler ve daha fazla kata sahip bir pasta yapmasını ister. Bunun üzerine Sevim Hanım ilk kata bir yatay sırada 2 bisküvi olacak şekilde 4 sıra bisküvi dizer ve aralara krema koyarak 3 katlı bir pasta yapar. Bütçe ve malzeme hesaplaması yapmak isteyen patronu Sevim Hanım'a hangi pastada ne kadar bisküvi kullandığını sorar. Sevim Hanım'a pastalardaki bisküvi sayısını hesaplamada yardımcı olabilir misiniz?

Merve	Emre	Aslı
Ö: Kaç tane küp şeker kullandın? Merve: Öğretmenim ben 24 tane kullandım. Ö: Bakayım nasıl yaptın? Merve: Şuan görünüyor mu? Bilgisayarın ekranını aşağı indirdim. Ö: 3'e 4'lük mü yaptın sıraları? Merve: Öğretmenim evet. … Merve: (Bisküvi Sorusu 2.kısım) Öğretmenim ben de yaptım. …	Ö: Şimdi çocuklar o zaman sonuç olarak böyle bir şey olmuş olması gerekiyor tamam mı? 3'e 4'lük 2 katlı bir şey. Peki bunu diyelim ki ters çevirdiniz nasıl yani diyeceksiniz? Emre: Ama öğretmenim 3'lü diyor. Ö: Nasıl yapacağız nasıl ters çeviriyoruz bunu? Bir daha söyle Emre bir sorun vardı sanki. Emre: Bir dakika yok.	Ö: Aslı birinci katta kaç tane küp var diyelim? Aslı: 12 Ö: E 2 kat olunca toplam kaç küp oluyor? Aslı: 24. Ö: 24 Aslında burada yaptığımız şey ilk önce kimleri çarptık Aslı? Aslı: 1 ve 2. Katı. Ö: 1 ile 2. katı değil de birinci kattaki küpleri bulduk ilk önce galiba değil mi? Aslı: Yani onu bulmak için de satır ve sütunu çarptık. Ö: Evet. Kaç satır vardı? Aslı: 4 satır 3 sütun vardı Öğretmen: Ya da tam tersi olarak da düşünebiliriz 3 satır 4 sütun vardı. Kaç kat vardı? Aslı: 2 Ö: İki kat vardı. Önce satırla sütünü çarptım 1. kattaki küpleri buldum 12 çıktı. Sonra da 2 kat var diye 2 ile çarptım. Peki şimdi burada bir duralım. Ben size bir resim göstereyim. Aslı: Ben cevabı buldum bu arada. … Ö: Şimdi sorunun 2.kısmına bakalım beraber bekleyin. Neden ters çevirmemiz gerekiyor onu anlayacağız. Şöyle soruya

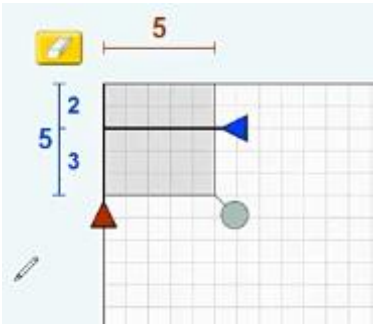
Tablo 4. 36. Tablo 4.35'in Devamı

	Aslı: Öğretmenim çok mantıklı. … Aslı: Ben yaptım Ö: Aslı yapmış. Aslı çok göremiyorum ama doğru gibi de görünüyor.(Bisküvi sorusu 2.kısım) Aslı: Öğretmenim şurası satırı 4 bu sefer sütunu 3. Üst kısımda da 2 tane var. Ö: Aslında şunu demen lazım zeminde 4'e kaçlık bir zemin var? Aslı: 4'e 2'lik Ö: 4'e 2'lik bir zemin var. Yüksekliği kaç kat çıktın? Aslı: 3 Ö: 3 kat çıktın. … Ö: Gösterdim nasıl yaptık aslında bu yaptığımız şey bu inşanın sadece yan yatırılmış hali. İkisi de aynı şey aslında. Dikkat edin bu üçe dörtlük bir zemine sahip ve 2 katlı Bir öğrenci: Aaa Ö: Bu ise ikiye dörtlük bir zemine sahip 3 katlı. Peki burada kullandığım lego sayısı değişti mi? Aslı: Hayır Bir öğrenci: Hayır öğretmenim. Aslı: Öğretmenim bunlar yataydı bunları direkt bize çevirdiniz. … Ö: Değişen şey ne? Aslı: Değişen şey sütun satır ve zemin sayısı. … Ö: Peki çarpmada birleşme özelliği nedir söylemek isteyen var mı çarpmada birleşme özelliği nedir? Aslı: Yine mesela küp şekerlerle yapmıştık. Yani yerlerini değiştirmiştik sadece boyutunu değiştirmiştik. İçinden küp alıp eklememiştik. … Ö: O zaman şöyle söyleyelim. 3 tane sayı varsa ve tamamen çarpma işlemi varsa hangi iki sayıyı önce çarptığım fark eder mi? Aslı: Hayır.

Tablo 4.35'te çarpmada birleşme özelliği ile ilgili Etkinlik 4 verilmiştir. Etkinlik 4 ile ilgili yukarıda verilen bulgular incelendiğinde Merve ve Emre'nin etkinliğe katılım gösterdikleri görülmekte fakat kazanımı edinip edinmedikleri ile ilgili kesin bir sonuca ulaşılamamaktadır. Aslı'nın ise çarpmada birleşme özelliğini kavradığı bulgularda ayrıntılı bir şekilde görülmektedir.

Tablo 4. 37. Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması Teması Etkinlik 5 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 5: 5x5 = 25 = (2+3)x5 = (2x5)+(3x5) olduğu simülasyon ile gösterilir.



Resim 4. 6. Dağılma Özelliği (PHET Colorado)

Merve	Emre	Aslı
Merve: Öğretmenim benim yani kafam karıştı o yüzden çok katkı da yapmadım yani	(Öğretmen (5+2)x2 işlemine eşit olan ifadeyi dağılma özelliği ile göstermelerini istemiştir.) Emre: 5 + 2 =7 7 x 2 14 üzerinden gideceğiz öğretmenim Ö: Bir daha söyle 14. Emre: 14 üzerinden düşüneceğiz işte. Ö: He sonuç 14 çıkacak diyorsun. Emre: Evet sonuç 14 çıkacak. Şimdi bir düşüneyim. Ö: Buradaki gibi yukarıdaki gibi yapmaya çalış. Önce 3 ile 6'yı çarpmış toplama işlemi koymuş. Emre: Tamam. Ö: Sonra 3 ile 2'yi çarpmış gördün mü? Emre: Tamam. Ö: Burada da bunu yapmaya çalışalım. Emre: Bir dakika düşünüyorum mesela 3 kere 2 6 diyelim bir yerden	Ö: Şimdi öncelikle sizden şunu istiyorum burada 5'e 5'lik kareler var doğru mu? Bunu görüyor muyuz? Peki yani toplam kaç kare var orada içinde çizilmiş yerin içinde Aslı: 25 Ö: 25 Onu bir not edelim bence önce. 5 x 5 25. Peki benim merak ettiğim bir şey var ben 5 sayısını mesela ne olsun 2 + 3 olarak yazabilir miyim? Aslı: Evet Ö: Evet mesela şu 5'in yerine 2 + 3 yazsam olur mu? Aslı: Yani x2 Ö: Yine 5 olarak kalsın. Burası böyle dursun tamam mı? Sadece şunu 2+3 yazdım … Ö: Ekranda bir göstermeyi deneyelim beraber olur mu? 5 yerine ayırdım böyle şunu düşünün çocuklar burada ayrı ayrı çarptığımız zaman düşündüğünüz zaman üstteki dikdörtgende mesela kaç tane kare var? Aslı: 10 tane Ö: 10 tane neyle neyi çarptın peki Aslı? Aslı: 2 ile 5'i Ö: 2 ile 5'i çarptım 2 x 5. Alttakinde kaç tane kare var? Bir öğrenci: Öğretmenim 5 Aslı: Alttakinde 15 tane kare var. Bir öğrenci: 3 kere 5 Ö: 3 x 5. O zaman(2 x 5) + (3 x 5) mi var ekranda? Aslı: Evet Bir öğrenci: Evet öğretmenim

Tablo 4. 38. Tablo 4.37'nin Devamı

	Ö: Ama buradaki sayıları kullanarak yapacağım sadece. Emre: Öğretmenim bir şeyi değiştirmez hem görüntü açısından bir şeyi değiştirmez ama baştaki 2 ile sondaki 2'yi değiştirsem olur mu? Ö: Değiştirme yok. Sen biraz düşün.	Ö: O zaman şunu söyleyebilir miyiz? Şurada yazan şey ya da şurada yazan şey aslında buna mı eşit? Aslı: Evet Ö: Yani 5 x 5 evet 25 demek. (2 + 3) x 5 Evet 25 demek ya da (2 x 5) + (3 x 5) 25 demek değil mi? Aslı: Evet … Ö: Size şöyle bir ifade verildiğinde yazıyorum (2 + 3) x 5 dediklerinde bundan sonra sizin şunu söyleyebilmeniz lazım bu ifade 2 x 5 + 3 x 5'e eşit. Neden eşit olduğunu söyleyebilir mi biri? Aslı: Öğretmenim çünkü sonuçları aynı. Ö: Çünkü sonuçları aynı. Aynı zamanda yukarıdaki tablodan da görebiliyor muyuz neden eşit olduğunu? Aslı: Evet.

Tablo 4.37'de dağılma özelliği ile ilgili Etkinlik 5 verilmiştir. Etkinlik 5 ile ilgili yukarıda verilen bulgular incelendiğinde Merve ve Emre'nin dağılma özelliğini kavrayamadığı fakat Aslı'nın kavradığı ve aynı zamanda simülasyon üzerinde gösterimini de fark ettiği görülmüştür. Tema sonunda ilgili izleme testi sonucunda 3 öğrenci de yeterli düzeye ulaşamadığı için ek dersler yapılmıştır. Ek derslerde başka öğrenciler daha çok katılım gösterdiği için 3 öğrenci de daha çok aktif dinleme pozisyonunda kalmış olup ders sonunda konuyu daha iyi anladıklarını ifade etmişlerdir ve ilgili paralel testi başarılı bir şekilde tamamlamışlardır.

4.5.4. Dördüncü Tema ile İlgili Nitel Bulgular

Dördüncü tema "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temasıdır. Bu temada edinilmesi istenen kazanımlar: "Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.) ve öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder." kazanımlarıdır.

3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri ile ilgili bulguları farklı etkinlik veya sorular üzerinden karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmiştir.

Tablo 4. 39. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 1: Geometrik Desenler:



Şekil 1: 1.adım



Şekil 2: 2.adım

Resim 4. 7. Geometrik Desen Sorusu

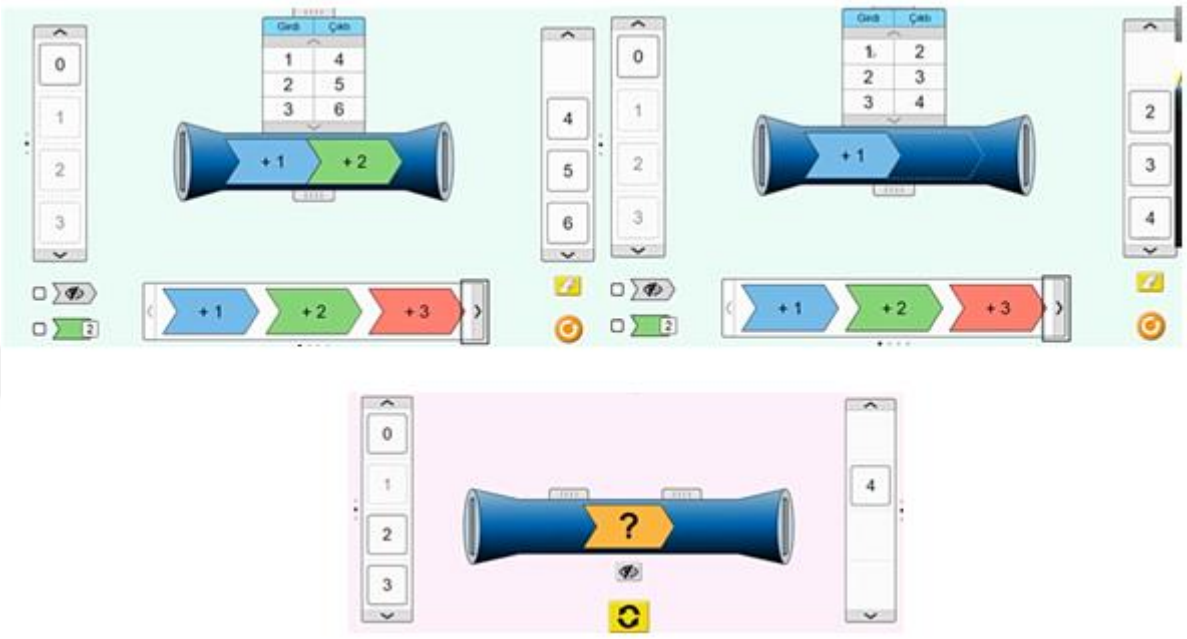
1)1. adımda kaç kare ve yatay çizgi vardır?
2)2. adımda kaç kare ve yatay çizgi vardır?
3)Peki 3.adımda toplam kaç kare ve yatay çizgi olur?
4)Bir örüntü görebiliyor musunuz? Eğer gördüyseniz bu örüntüyü ifade ediniz.

Merve	Emre	Aslı
Ö: Hıhı. Merve şunu düşün 3.adımda sence kaç tane kare olur önce onu düşün. Merve: Öğretmenim 4 kare 3 çizgi Ö: Evet doğru güzel şimdi Ö: ..1.adımda kaç kare vardı? Merve: 1 kare 1 çizgi	Ö: 2 kare 1 çizgi diyor. Diğer gruplar onaylıyor mu farklı fikri olan var mı? Bir öğrenci: Doğru Emre: Doğru. …Ö: Tamam şurası doğru diyorsun. Peki şunu merak ediyorum Emre bir kural var mı bulabildiniz mi? Emre: Evet öğretmenim her adımda artı 1 kare ve artı 1 yatay çizgi oluyor. Ö: Başka bir kural bulabildiniz mi? Emre: Başka bir kural bunun dışında bir şey bulamadım ama bir bakarız yine de	

Tablo 4.39'da öğrencilere bir geometrik desen örüntüsü verilmiştir. Öğrencilerden Merve ve Emre'nin örüntüyü devam ettirebildiği görülmektedir. Ayrıca Emre örüntü ile ilgili bir kural keşfetmiştir fakat bu kural yalnızca bir sonraki adımı bulmaya yardım etmektedir. Herhangi uzak sayıyı buldurabilen genel bir kural ile ilgili 3 öğrenci de yorumda bulunmamıştır.

Tablo 4. 40. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 2:



Resim 4. 8. İşlem Makinesi (PHET)

Öğrencilere işlem makinesi tanıtılır ve işlem makinesinde makineye giren sayıya yapılan işlemi tahmin etmeleri istenir. Böylece girdiler ve çıktılar arasında bir kural bulunmuş olur.

Merve	Emre	Aslı
	Emre: Öğretmenim şey bir de +2 getirsenize +1'in yanına Ö:….Şimdi mesela biraz daha keşfedelim istiyor Emre. Buraya 2 koyalım hocam diyor. Girdi çıktıyı direkt hesapladı ama şöyle temizleyelim. Diyor ki böyle olsa hocam ne olur diyor. Mesela 1 koyalım. Acaba 3 mü ekleyecek? Evet hem 1 ekledi hem 2 ekledi. Arka arkaya değil mi Emre? Emre: Evet öğretmenim …Öğretmen: Olsun 2 koysak kaç çıkacak 5. Emre 3 koysam kaç çıkar? Emre: 6 (Resim 4.8 İlk makine)	Ö: Peki Aslı 2 sayısını koyacağım kaç olarak çıkar? …Aslı: 3. (Resim 4.8. İkinci makine) Ö: 3 olarak çıkar diyor çıktı. Mesela 3 sayısını koydum 4 olarak çıktı değil mi? Burada tablo şeklinde yazmış. Girdiler demiş 1, 2, 3 çıktılar demiş 2, 3, 4 şeklinde vermiş. …Aslı: Kural bir taneyse +3'tür. (Resim 4.8. Üçüncü makine)

Tablo 4.40'ta işlem makinesi ile ilgili uygulamalar verilmiştir. Öğrencilerden Merve bu etkinlik ile ilgili yorum belirtmemiştir. Emre'nin ve Aslı'nın işlem makinesinin kullanımını anladığı görülmektedir. Ayrıca, Aslı işlem makinesinin girdi ve çıktıları verildiğinde işlem makinesindeki kuralı da bulabilmiştir.

Tablo 4. 41. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 3: **Girdiler ve Çıktılar:** Yaman Bilişim Teknolojileri dersinde 3 boyutlu nesneler tasarlayıp 3 boyutlu yazıcıdan çıkarmayı öğrenir. Yaman anahtarlık tasarlayıp sınıftaki tüm arkadaşlarına hediye etmek ister. Yazıcı 2 anahtarlığı 6 dakikada, 3 anahtarlığı 9 dakikada ve 4 anahtarlığı 12 dakikada bastığına göre 20 anahtarlığı kaç dakikada basar?		
Merve	Emre	Aslı
	Ö: Emre nasıl bir ilişki vardır sence anahtar sayısı ile dakika arasında? Emre: Öğretmenim Ö: Mesela anahtar sayısı 2 iken dakika 6 olmuş. Ya da anahtar sayısı 3 iken dakika 9 olmuş. Sence nasıl bir ilişki Emre: Öğretmenim ben dengesiz bir artış gördüm. Ö: Artış olarak baktın. Sence artış olabilir mi kural başka bir şey olabilir mi kural? Her zaman toplama şeklinde mi olur kural yoksa farklı şekillerde de olabilir mi? Emre: Her zaman artış olmaz şimdi bilemedim yani	Aslı: Buldum cevap 60 …Aslı: Cevaplar arasında çok fark var da mesela mesela şuradan +3 yapmış Ö: hıhı Aslı: Yani cevaba kadar böyle +3 yapılabilir ama bu çok uzun bir yol ben şey yaptım 6'yı 2'ye, 9'u 3'e, 12'yi 4'e bölünce 3 çıkıyor o zaman 20 ile de 3'ü çarparım 60. Ö: Hıhı anladım güzel.

Tablo 4.41'de Etkinlik 3 verilmiştir. Öğrencilerden Merve bu etkinlik ile ilgili yorum belirtmemiştir. Emre'nin bu etkinlikte düzenli artışı fark edemediği ve bir kural bulamadığı görülmüştür. Aslı'nın ise sonraki adımı bulduracak şekilde bir kural bulduğu ve ayrıca herhangi anahtarlık sayısının basılma süresini hesaplayabileceği genel kuralı bulduğu gözlenmektedir.

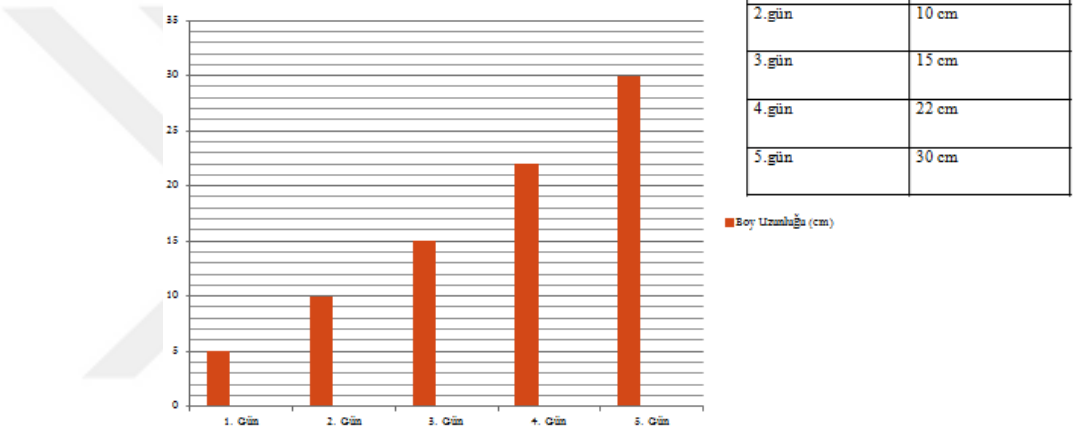
Tablo 4. 42. Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması Teması Etkinlik 4 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 4: Bambu Ağaçları:

Fen ve Teknoloji dersinde bambu ağaçlarının 5 yıl toprak içinde kaldığını fakat daha sonra çok hızlı büyüdüğünü öğrenen Mustafa köyde bambu ağacı yetiştirmeye karar verir. Bambu ağacının filizlenmeye başladıktan sonra günlere göre boyu aşağıda santimetre cinsinden tablo ve grafikte gösterilmiştir. Buna göre; gün sayısı arttıkça boy uzunluğunun nasıl değiştiğini ifade ediniz. Düzenli mi düzensiz mi bir değişim söz konusudur?

Hangi zaman aralıklarında bambu ağaçlarının daha hızlı büyüdüğünü hangi zaman aralıklarında daha yavaş büyüdüğünü belirtiniz.

Gün Sayısı	Boy Uzunluğu
1.gün	5 cm
2.gün	10 cm
3.gün	15 cm
4.gün	22 cm
5.gün	30 cm



Resim 4. 9. Bambu Ağaçları Etkinliği Tablo ve Grafik

Merve	Emre	Aslı
Merve: Gün ayısı artıkça gün sayısının beş katı artıyor ve boyunun uzunluğu değişiyor … Ö: Şimdi mesela Merve sence 1. gün 5 2.gün 10 nasıl değişiyor boy uzunluğu? Merve: Öğretmenim yani burada 5 fazlası oluyor ama ben farklı düşünmüştüm yani gün sayısı x 5 olarak düşündüm hepsini. Ö: Öyle düşünürsek hepsine uyuyor mu mesela 4. günde 5 ile çarpıyorum oluyor mu? Merve: Hayır. Ö: Bir de şuan burada kural bulmuyoruz ya sadece biraz artışlara odaklanacağız burada tamam mı? Merve: Tamam. …Merve: düzensiz Çünkü öğretmenim önce beş sonra yedi ondan sonra da sekiz artıyor.	Ö: Güzel. Gayet güzel ifade ettiniz. Peki çocuklar o zaman dikkat edin sadece 1 gün geçtiğinde boy uzunluğu nasıl değişiyor bakalım. Sadece 1 gün değiştiğinde. Şöyle biraz temizleyelim olur mu? Bakalım sadece bir gün arttığında bir günlük süre geçtiğinde ne kadar artmış boy uzunluğu? Emre: Öğretmenim bir yerde 5 metre artmış. Ö: Yani 5 santim artmış değil mi? Emre: Aynen 5 cm artmış. … Emre: Bir yerden sonra düzensiz bir şekilde büyüyor	Aslı: Düzensizdir , dikildikten 5 yıl sonra hızla büyür.

Tablo 4.42'de Etkinlik 4 verilmiştir. Bu etkinlikte 3 öğrencinin de gün sayısı ilerledikçe boy uzunluğunun artış gösterdiğini ve bu artışın düzensiz olduğunu fark ettiği görülmektedir. En hızlı ve en yavaş artışın olduğu günler ile ilgili 3 öğrencinin de bir yorumu bulunamamıştır. Tema sonunda yapılan izleme testi sonucunda 3 öğrenci de yeterli puanı alarak temayı tamamlamışlardır.

4.5.5. Beşinci Tema ile İlgili Nitel Bulgular

Beşinci tema "Matematiksel Modelleme" temasıdır. Bu temada edinilmesi istenen kazanım: "Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir." kazanımıdır. Bu kazanımı edinirken öğrencilerin verileri incelendiğinde öğrencilerin 3 farklı aşamadan geçtiği fark edilmiştir. Bunlar belli sayısal değerler ile soruyu çözmek, sayılar arasında genel bir ilişki veya kural bulmak ve genel kuralı eşitlik olarak ifade etmek olarak belirlenmiştir. Bulgular bu 3 aşama etrafında yorumlanmıştır.
3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri ile ilgili bulguları farklı etkinlik veya sorular üzerinden karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmiştir.

Tablo 4. 43. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 1 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 1: **Gerçek hayattaki cümleleri matematik diline nasıl çevirebiliriz? Örnekler:** 1) Ahmet'in 4 elması var Mehmet ona bir miktar elma verdi. Toplam 15 elma oldu. 2) Ayşe'nin bir miktar kalemi vardı. Mehmet 3 kalem verdi, toplam 10 kalem oldu.		
Merve	Emre	Aslı
Ö:. Peki şöyle olsaydı Ahmet'in 4 elması var Mehmet ona bir miktar elma verdi. Toplam 15 elma oldu. Bunu nasıl yazacağım? Bir öğrenci: 4 elması vardı değil mi? Ö: Hıhı. Merve? Merve: 4 artı kutucuk eşittir 15 demiştiniz Ö: Evet güzel	Ö: Ayşe'nin bir miktar kalemi vardı. Mehmet 3 kalem verdi, toplam 10 kalem oldu. Bunu nasıl matematiksel olarak ifade ederiz ya da söyleriz mesela? Emre: Öğretmenim A + 3 = 10 olabilir mi? Ö: Olabilir.	Emre: Öğretmenim A + 3 = 10 olabilir mi? Ö: Olabilir. Katılıyor mu herkes? Aslı: Evet

Tablo 4.43'te öğrencilerin gerçek hayattaki cümleleri matematiksel semboller yardımıyla ifade etmeleri Etkinlik 1'de istenmiştir. 3 öğrencinin de bu basit eşitlikleri sembollerle

ifade edebildiği veya bu ifade edilişi kavradığı fark edilmektedir. Tema 2'de de öğrenciler sözel ifadeleri buna benzer şekilde sembolik dille ifade etmişlerdir.

Tablo 4. 44. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 2 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 2:

Utku'nun 10 TL parası vardır. Her gün annesinin kafesinde annesine yardım ederek 20 TL kazanmaktadır. Utku'nun ilk olarak 1 günde daha sonra 2 günde ve 3 günde kaç para biriktirebileceğini bulunuz. Utku'nun kaç günde kaç para biriktirebileceğini gösteren matematiksel eşitliği yazınız.

Merve	Emre	Aslı
Merve: Öğretmenim bence ben yani 20 TL x 3 yani 3 yani gün sayısı arkadaşın dediği gibi Ö: Tamam. 20 TL ile gün sayısını çarpmak istedin. Evet. Merve: Evet öğretmenim bunda eşittir çok emin değilim ama 3 günde biriktirebileceği miktar olabilir ama tam olmuyor aslında 10 fazlası oluyor. O yüzden kafam karıştı. … Ö: Tamam. Peki teşekkürler. Merve 2 günde kaç para biriktirir onu nasıl yapacağız? Merve: Öğretmenim 20 ekleyeceğiz 30'a. Ya da öğretmenim şöyle de yapabiliriz. Ay pardon 20 x 2 sonucu bulduktan sonra 30 ekleyebiliriz. Ö: Yani şöyle 20 ile 2'yi çarptım ilk önce çünkü bir günde 20 ise 2 günde 2 x 20. Sonra bir de başta 10 liramız vardı değil mi? Merve: Evet öğretmenim.	Emre: 1.gün:30 2.gün:50. 3.gün:70. Her yeni günde günde utkunun parasına +20 yapılırsa ne kadar olacağı bulunur. … Emre: Öğretmenim gün sayısı x 20 dedi 10 + 20 olması gerekmiyor mu? Ö: Dedi ki gün sayısı ile 20'yi çarparım sonra da 10 eklerim dedi. Emre: Tamam evet pardon. Olur olur. Ö: Emre olur dedi. … Ö: Başka fikri olan var mı neler değişti mesela? 1. gün 2. gün ve 3. gün eşitliklere bakın değişen şey ne? Mesela 10 hep aynı kalmış.Değil mi? Bir öğrenci: Öğretmenim sonuç değişmiş. Bir de adım sayısı değişmiş öğretmenim. Ö: Güzel. Aslında adım sayısından kastın ne? Ne sayısı değişmiş? Emre: Gün sayısı mı? Ö: Güzel aferin Emre … Emre: Yani öğretmenim başlamadan önce şunu diyeceğim. Çoğu matematiksel ifade evet gerçek hayatla birleşik fakat ifadelerin mantığı aynı sadece sorular farklı. Siz mantığı farklı anlıyorsunuz ama aslında sorular farklı	Aslı: 3 günde 130 … Ö: Peki Aslı 2 günde ne kadar biriktirdiğini nasıl buluruz? Aslı? Aslı: Öğretmenim sesimi açamadım. Şey ben örüntüyü diyecektim ama 2. günde 30 + 20 50 olur Ö: 50 olur diyorsun peki Aslı 30 + 20 demesek de şöyle düşünsek mesela 10 lira parası var değil mi 10 lira parası var sonra ne ekliyorum bu 10 liraya? Kaç gün çalışmış mesela? Aslı: Öğretmenim bir günde 20 lira kazanmış. Ben aslında şöyle diyecektim. Bence 20 TL örüntünün artış şekli ve 10 TL de örüntünün başlangıcı. Ö: Güzel peki sence 2 günde ne kadar kazanır? Başlangıçtaki 10 lira dursun kenarda iki günde ne kadar kazanır? Bir günde 20 lira kazanıyorsa 2 günde? Aslı: İki günde 40 lira kazanır. Ö: 40 lira kazanır. O zaman şöyle diyelim mi? 2 x 20 aslında değil mi bir günde 20 liraysa 2 günde 2 x 20 lira kazanır. 10 lirası zaten vardı toplam kaç para oldu o zaman?

Tablo 4. 45. Tablo 4.44'ün Devamı

Ö: Onu ekledik 40 +10'dan kaç oldu? Merve: Öğretmenim 30'a eklemeyecek miydik? Ben yani Ö: Şöyle şöyle düşündük iki türlü de yapabiliriz aslında senin söylediğin gibi. 30 1. gün kazandığı para deyip sadece 1. gün kazandığı paraya 20 ekleyip 50 bulabiliriz ya da en baştan düşünürüz böyle sıfırıncı gün gibi düşün en baştan. Elimizde 10 lira vardı artı bir günde 20 TL kazandığını biliyorum. 2 günde 2 tane 20 kazanır doğru mu? Merve: Evet öğretmenim. Ö: İki tane 20 artı bir de baştaki para yani 40 artı 10'dan 50 olur. Bu şekilde de düşünebiliriz.	sorduğu şekil farklı. Ö: Yani tam olarak ne demek istedin bir örnek verir misin bize? Emre: Ya mesela bu Utku şeyini sorusunu kullanmak yerine başka bir Zeynep çim işine girmiştir mesela öyle bir soru olabilir. Ö: Yani diyorsun ki kişiler ya da konu değişebilir. Sayı aynı kalırsa yine çözüm yöntemi aynı mıdır? Emre: Evet öğretmenim Ö: Anladım peki neler yaptık burada Emre hemen çok hızlı bir şekilde bize özetler misin? Emre: Tabi öğretmenim bunun işlemi kolay aslında uzun anlatmış ama kolay. Başta 10 TL parası olduğu için onu bir kenarda tutuyoruz. Her gün 20 TL kazanmaktadır diyor. Gün sayısı şeyin dediği gibi gün sayısı gün sayısı x 20 + 10 = Utku'nun parası o gündeki parası Ö: Evet gün sayısı kaç olursa buraya yazıyoruz değil mi? Emre: Evet öğretmenim Ö: Mesela ne olsun 10. günde ne kadar para biriktirir 10. günde? Emre: Öğretmenim 10. günde bir dakika Ö: Gün sayısı 10 olsun mesela Emre: Tamam. 210. Ö: Evet 10 x 20 200 yapar sonra 10 ekleriz 210. Teşekkür ederim.	Aslı: 50 Ö: 50 lira oldu. … Ö: Güzel aferin Emre. Gün sayısı değişmiş o zaman 10 zaten vardı. Ama o gün sayısı sürekli değişiyor bak birincide bir gündü ikincide iki gündü üçüncüde 3 gündü değil mi? Peki buraya gün sayısı desem yani 1 gün 2 gün 3 gün demesem de gün sayısı desem gün sayısı ile neyi çarpıyorduk biz? Yani ne kadar para kazandığını bulmak için. Bir günde 20 lira kazanıyorsa gün sayısı ile neyi çarpıyorduk? Tüm eşitliklere bakın hepsinde ortak ne var? Aslı: 1 günde kazandığı parayı Ö: Evet yani gün sayısı x 20 mesela ben 5 gün çalışsam 5 ile 20'yi çarparım 100 yapar. Sonra zaten 10 liram vardı onu da eklerim 110 olur değil mi? O zaman o değişen şeye ben gün sayısı dedim gün sayısı ile 20'yi çarpıyorum 10'u ekliyorum. Sonuç olarak neyi elde ediyorum eşittir ne olacak? Ne kadar para biriktirdiği değil mi? Biriktirdiği para biriktirdiği para.

Tablo 4.44'te Etkinlik 2 verilmiştir. Yukarıdaki bulgulara göre Merve, Emre ve Aslı biriken paranın her gün 20 TL arttığını fark etmiştir. Belli sayısal değerler için soruyu çözebilmişlerdir. Emre herhangi bir gün için hesaplama yapabilmek adına genel bir kurala ulaşabilmiştir. Ayrıca eşitlik olarak da ifade etmiştir. Fakat Merve ve Aslı farklı gün sayıları için hesaplama yapabilmesi adına genel bir kurala ulaşamamıştır.

Tablo 4. 46. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 3 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 3: Sude'nin babası yeni aldığı arabasının kaç km'de ne kadar benzin yaktığını merak eder. Araba kullanırken gittiği yol ve harcadığı benzin miktarlarını aşağıdaki gibi not eder.

Gidilen yol (km)	Harcanılan benzin (litre)
20	5
40	10
60	15

Buna göre gidilen yol ve harcanılan benzin arasında bir ilişki olup olmadığını tespit ederek; herhangi gidilen yol uzunluğunda ne kadar benzin harcandığını hesaplayabileceğimiz matematiksel eşitliği yazınız.

Merve	Emre	Aslı
Bir öğrenci: Öğretmenim şeyle buldum hepsini 4 ile çarpınca oluyor. … Merve: Öğretmenim bence de arkadaşımın dediği gibi yani ben de öyle düşündüm. Hatta parmak kaldırdım arada.	Emre: Gidilen km / 4=yakılan benzin … Ö: Tamam. Peki mesela çocuklar yüzü yani …'nin yöntemini kullandığınız zaman yüzü 4'e böldüğümüzde de yine 25'i buluyoruz değil mi? Yani şuna bakalım 20'yi 4'e böldüm 5 mesela 40'ı 4'e böldüm 10. 60'ı 4'e böldüm 15. Bu yöntem de işe yarar mı ne diyorsunuz? Bir öğrenci: Yarar bence öğretmenim. Ö: Bu yöntem de işe yarar diyorsun. Mesela …'nin yöntemini tekrar deneyelim bakalım işe yarıyor mu ikinci adım 40 gidilen yol 40 adım 2. adım öyle buraya çıkarma işlemi işlemi koyacaktık. 2. adım 15 2x 15 30 yapıyordu 40'tan 30 çıkardım 10 yine doğru cevaba ulaştık. Demek ki o zaman her iki yöntem de işe yarar mı? Emre? Emre: Duyamadım öğretmenim sesiniz gitti. Ö: Sence 2 yöntem de işe yarar mı? Emre: Bir dakika yani evet öğretmenim …	Aslı: 20 bölü 4. 5 yani ilişki var …Ö: Anladım peki Aslı ne diyor? Aslı: Öğretmenim ben şey buldum 20 / 4 5 40/4 10 yani 60/5 4 15 yani gidilen yol bölü 4 harcanan benzine eşit. Ö: Güzel ne kadar güzel ilişkiler buldunuz. …Aslı: Öğretmenim ben gidilen yol bölü 4 = şey harcanılan benzine denk geliyor. Ö: Hemen yazalım gidilen yol / 4 = harcanan benzin demişti harcanan benzin …Aslı: Öğretmenim ben …'nin ilk dediğini anladım fakat sizin son anlattığınızı anlayamadım. Ö: Yani şu formüle döktüğümüz halini mi anlayamadın? Aslı: Evet. Ö: … şunu söyledi hocam dedi gidilen yol diyelim ki 100 olsun dedi 5. adımda da işte zaten 5. adımda 100 olur yani 20 20 gidiyor ya 20 40 60 80 100 gibi oradan 5. adım olduğunu anlıyorum dedi. Sonra dedi ki o 5'le ya adım sayısıyla 15'i çarparım dedi çünkü hep o artış miktarında 15'er 15'er artış olduğunu düşünmüş. 5x 15 75 100 ile 75'i şey pardon çıkarma olacak değil mi orada …? Şurası çıkarma olacak. 100'den 75'i çıkartırım dedi 25 bulurum. Şeklinde yaptı. Yani bu yaptığı formül her zaman işe yarar mı bunu düşünüyoruz. Mesela 4. adım mesela 80 onda işe yarar mı beraber düşünelim 4. adımda 80 var değil mi gidilen kilometre. Aslı: Öğretmenim şey aslında bu işe yarıyor evet ama bence biraz uzun bir yol benim dediğim yol biraz daha kısa mesela onun dediği gibi 100 olsun gidilen kilometre adım direkt 5 oluyor. Evet ama 100'ü dörde bölersem 25'i daha kolay bulurum. Ö: Diyorsun senin yöntemin daha kullanışlı daha hızlı bulduruyor diyorsun öyle mi? Aslı: Evet

Tablo 4.46'da Etkinlik 3 verilmiştir. Yukarıdaki bulgulara göre Merve, Emre ve Aslı veriler arasında genel bir ilişki kurabilmişlerdir. Ancak genel kuralı eşitlik olarak yalnızca Emre ve Aslı ifade edebilmişlerdir.

Tablo 4. 47. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 4 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 4:

Bir yemek şirketinde 1 adet kurabiye şekillendirici makine için 5000TL harcanmıştır. 1 kurabiye satışından 2 TL kar elde edildiği ve günde 100 kurabiye satıldığı bilindiğine göre kaç günde kaç TL kar elde edilebileceğini gösteren matematiksel eşitliği yazınız. Bu eşitliğe göre kaç günde kurabiye makinesine verilen para kadar kar elde edilebileceğini hesaplayınız.

Merve	Emre	Aslı
Ö: Güzel görüntümü de açayım. O zaman şöyle mi diyorsunuz bir kurabiye satışından 2 lira kâr elde ediliyormuş. Günde 100 kurabiye satılıyor o zaman günde ne kadar kar oluyor? Bir öğrenci: 200 Merve: 200 … Ö: Evet günde 200 TL kar elde ettiğini biliyorum. 5 günde 5 x 200 TL kar. Mesela Merve 10 günde? Merve: Öğretmenim 10 ile Ö: Evet Merve: 10 ile 200'ü çarparak Ö: Evet yani bir günde 200 TL kar elde ediyorsa 10 günde 10 x 200 kadar değil mi? Ya da ne bileyim günde 200 TL kar elde ediyorsa 7 günde 7 x 200 TL gibi. O zaman toplam kârı yani ne yapıyorum neyle neyi çarptığımda kârı buluyorum ben Merve: Öğretmenim günde kazandığın kazandığım para Ö: 200 TL o 200 TL ile ne yapıyorum? Merve: Öğretmenim günü çarpıyorum. Ö: Evet o zaman 200 TL ile gün sayısını çarptığımda ben kimi buluyorum? Merve: Öğretmenim şey kazanç Ö: Evet kar kar kaç günde ne kadar kâr elde ettiği buraya kar diyebilirim toplam kar diyebilirim. Mesela 5 gün olsa buraya 5 yazarım 200x 5'ten 1000 TL kâr olur mesela. Bu formül bana kolayca karı buldurabilir mi?	Emre: 1 adet makine 5000 TL imiş. Bir adet kurabiye 2 TL kar ediyorsa, 100 kurabiye 200 kar. Şey de 2500 kurabiye olması gerekiyor son soruda. Ö: Diyorsun neden? Emre: Öğretmenim o kadarını yazamadım anlatmam gerekiyordu o yüzden şey yapmadım	Aslı: Evet öğretmenim şimdi bir kurabiyeden 2 TL kar elde ediyormuşuz. 100 kurabiye satıyormuşuz bir günde o zaman 1 günde 200 TL kar eder. Ö: Bunu bir not edelim bir günde 200 TL kar. Evet. Bir günde 200 TL kar Aslı: Bu eşitliğe göre kaç günde kurabiye makinesine verilen verilen para kadar kâr elde edebildiğini hesaplayın diyor. 5 bini 200'e böleceğiz. Ö: Diyorsun ki 5000 TL kar kaç günde elde edilecek bulmak için 200'e böldük. 5000 / 200 yazamadık. Kaç yapıyor peki? Aslı: 25 çıkar. Ö: Yani 25 günde 5000 TL paraya ulaşır diyorsun. …

Tablo 4. 48. Tablo 4.47'nin Devamı

Merve: Evet .
…Öğretmen: 5000 TL kadar karı diyor kaç günde elde ederiz bu eşitliğe göre bulabilir miyiz diyor. Nasıl bulabiliriz ..
…Merve: Öğretmenim 5000 bölü 200 yapsak
…Öğretmen: Olabilir o zaman kar yerine 5000 yazayım yani diyor ki makineye verilen para kadar kâr elde ettiğinde kaç günde yapar bunu diyor. Ne kadar o 5.000 TL 5000 TL karı kaç günde elde eder diye sorarsa 200 çarpı bir gün sayısı ne olduğunu bilmiyorum sonucu 5000 çıkması lazım. Bir çarpma işleminde bilinmeyeni bulmak için ne yapıyorum? 200 x bişey 5000 ediyorsa ne yapıyorum?
Merve: Bölüyoruz
Ö: …Sormak istediğiniz bir şeyler var mı burada?
Merve: Öğretmenim azcık kafam karıştı ama yani şuan anladım.

Tablo 4.47'de Etkinlik 4 verilmiştir. Bulgulara göre Merve ve Aslı belli sayısal değerler için soruyu çözebilmişlerdir. Emre belli sayısal değerler için soruyu çözememiştir. Yalnızca Merve genel bir kural bulup bunu bir eşitlik olarak ifade edebilmiştir.

Tablo 4. 49. Matematiksel Modelleme Teması Etkinlik 5 ile İlgili Bulgular

Etkinlik 5:

Furkan spor yapmayı çok sevmektedir. Spor yaparken telefonundaki uygulamada yürüdüğü yol ve harcadığı kalori miktarı yazmaktadır. Furkan'ın indirdiği uygulama bozulur ve Furkan uygulamadan sadece birkaç veriyi hatırlar.

Gidilen yol(metre)	Harcanılan enerji (kalori)
100	5
300	15
400	20

Buna göre gidilen yol ve harcanılan enerji arasında bir ilişki olup olmadığını tespit ederek; Furkan'ın herhangi aldığı yol miktarında ne kadar kalori harcayacağını gösteren matematiksel eşitliği yazınız.

Merve	Emre	Aslı
Merve: Öğretmenim çok emin değilim ama yani e harcanılan enerji x 20 = Gidilen yol olabilir mi? Ö: Olabilir not edelim …Ö: Harcanan enerji sonra Merve: harcanan enerji x Ö: Evet Merve: 20 = gidilen yol …Merve: Öğretmenim Ö: Bu makine ne yapıyor acaba içeride bu makine? 100'e ne yapmış olabilir bu makine sonuç 5 çıkıyor? Merve: Öğretmenim 100 / 20 Ö: Evet olabilir 100/20 5 yapıyor. …Ö: Şöyle diyelim mi harcanan enerji eşittir gidilen yol ne diyeceğim ne diyeceğim Merve? Merve: Gidilen yol / 20 Ö: Evet eşittir harcanan enerji değil mi? Merve: Evet. Ö: Tamam bu şekilde de yazmış olduk o zaman. Geliyor 2 tane soru hazır mıyız diyorum ki o zaman biri Merve'ye gelsin diğeri arkadaşınıza. Birincisini söylüyorum harcanılan enerji harcanan enerji 4 kalori ise gidilen yol kaç metredir sence Merve? Harcanan enerji 4 kalori ise gidilen yol kaç metredir? Merve: Öğretmenim 4 x 20 80 Ö: Evet evet 80 metredir	Bir öğrenci: Öğretmenim ben bunu zaten anlattım fakat Emre anlamadı. Ö: Emre arkadaşların diyor ki 100 ve 5 arasında / 20 ilişkisi var diyor. 300 ve 15 arasında da bölü 20 ilişkisi var. 400 ve 20 arasında da / 20 ilişkisi var. Yani her seferinde gidilen yolu 20'ye bölüyor ve harcanan enerjiyi buluyor. Arkadaşların bu ilişkiyi fark etti. Bu soruda da şunu soruyordu burada bir ilişki var mı? Varsa bulun diyordu sonra da bununla ilgili eşitliği yazın diyordu. Emre: O zaman mesela kafamdan yapayım kafamdan yüzü yapmaya çalışayım bekleyin bir Ö: Tabii ki. Ben diğer grupları ziyaret edeyim toplanacağız zaten şimdi tamam mı? Emre: Evet öğretmenim bölü 20 ilişkisi var gerçi.	Aslı: Öğretmenim ben bunu zaten anlattım fakat Emre anlamadı. (Bölü 20 ilişkisi)

Tablo 4.49'da Etkinlik 5 verilmiştir. Bulgulara göre Merve, Emre ve Aslı veriler arasında genel bir ilişki kurabilmişlerdir. Ancak genel kuralı eşitlik olarak yalnızca Merve ifade edebilmiştir.

Bu tema sonunda Merve ve Aslı ilgili izleme testinden yeterli puanı almış olup, Emre yeterli puanı alamamıştır ve ek dersler yapılmıştır. Ek dersler sonrası ilgili paralel testten yeterli puanı almıştır.

Tablo 4. 50. Matematiksel Modelleme Teması Ek Dersler İle İlgili Bulgular

Soru: Traktör almak isteyen bir çiftçinin 2000TL'si vardır. Bu çiftçi her gün 1000TL kazandığına göre, a) 5 gün sonra elinde toplam kaç TL olur? b) 6 gün sonra elinde toplam kaç TL olur? c) Herhangi gün sayısı verildiğinde çiftçinin elinde bulunan toplam parayı hesaplamaya yarayan matematiksel eşitliği bulunuz.
Emre: Başta 2000 TL para var. Her gün 1000 TL kazanıyor. 5 gün sonra elinde toplam kaç TL olur? 1000x5 5000 5000+2000 7000 a'nın cevabı 7000. b'ye bakıyoruz 6x1000 6000 6000+2000 8000 TL b de 8000. Biraz hızlı mı gittim? Ö: Yoo c'yi de anlat. Sonra arkadaşlarına da soracağım. …Ö: 8000. Şimdi a ve b'de yaptığımız işi genellesek. Nasıl yani? Şimdi dikkat edin burada 1000 sayısı ile neyi çarptım? 1000TL ile neyi çarptım? Bir öğrenci: gün sayısını Emre: Öğretmenim 1000 x gün sayısı Ö: O zaman dediğinizi yazalım 1000 TL çarpı gün sayısı bana neyi bulduracak? Emre: Her gün yani o günde kazanılan miktar. Ö: Tamam o günde kazanılan miktar diyelim. Evet sonra ne yapıyorduk peki toplam diyor ya toplam parayı bulmaya yarayan eşitliği istiyor bizden. Emre: Öğretmenim sonra o gün kazanılan para +2000 yapıyoruz yani topluyoruz. Yani elindeki toplam parayı buluyoruz. Ö: O zaman şöyle yazalım mı? O günde kazanılan miktar + ney diycem? Emre: artı öğretmenim 2000 Ö: Eşittir diyeceğim Emre: elimizde bulunan toplam para yani toplam para kısaca (Ekrana 1000x Gün Sayısı= O günde kazanılan miktar O günde kazanılan miktar+2000=Toplam Para şeklinde yazmışlardır.) … Emre: Öğretmenim benim sormak istediğim bir şey yok yani bayağı iyiydi

Tablo 4.50'ye göre Emre belli sayısal değerler için soruyu çözebilmiştir, veriler arasında genel bir ilişki kurabilmiştir ve genel kuralı eşitlik olarak öğretmenin de rehberliğinde ifade edebilmiştir.

İncelenen veriler ışığında öğrencilerin en son geldiği cebirsel düşünme düzeyleri aşağıda farklı temalar açısından özetlenmiştir:

1) Aritmetik örüntülerden genelleme temasında belli sayısal değerler için soruyu çözme, genel bir ilişki bulma ve genel kural oluşturma aşamalarından Merve ve Aslı en son aşama olan genel kural bulma aşamasına ulaşmış olup, Emre genel bir ilişki bulma

aşamasına kadar ulaşabildiği görülmüştür.

2) Sembollerin anlamlı kullanımı temasında eşitlik işareti alt temasında Merve, Emre ve Aslı'nın eşitliği denge olarak ifade ettiği, eşitliğin 2 tarafının yer değiştirebileceğini ve eşitliğin her iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceğini fark ettiği görülmüştür. Eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklendiğinde veya her iki taraftan aynı sayı çıkarıldığında eşitliğin bozulmadığı ve eşitliğin herhangi bir tarafına 0 ekleme ile eşitliğin bozulmadığı kazanımlarına ait 3 öğrencinin de verisi bulunmamaktadır. Ayrıca, Merve ve Emre'nin eksilen ve çıkanın aynı miktar arttırılması veya azaltılması ile farkın değişmediğini fark ettiği, Aslı'nın fark edemediği görülmüştür. Bunun yanında, Merve, Emre ve Aslı'nın ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği fark ettiği tespit edilmiştir.

Sembollerin anlamlı kullanımı temasında değişkenin farklı kullanımları alt temasında Merve, Emre ve Aslı'nın harflerin farklı anlamlarını fark edebilmişlerdir. Eşitlikteki denge prensibinden yararlanarak bilinmeyeni bulma noktasında Merve ve Aslı kısmen ilerleme kaydetmiş olup, Emre ile ilgili hiçbir veri bulunamamıştır. Merve basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazma ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözme ile ilgili yorum belirtmemiş olup, Emre ve Aslı ise basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazmayı öğretmenin de desteğiyle başarmış fakat denge prensibine göre çözememişlerdir. Merve, Emre ve Aslı bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemi kısmen çözmüşlerdir. Bir harfin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini Merve ve Aslı'nın ayırt edebildiği görülmüştür, Emre ile ilgili ise bu konuda veri bulunamamıştır.

3) Sayı sistemindeki yapıların çalışılması temasında Merve, Emre ve Aslı'nın toplamada değişme özelliğini kavradığı ama toplamada birleşme özelliğini kavradıklarına dair veri olmadığı görüşmüştür. Emre ve Aslı'nın çarpmada değişme özelliğini kavradığı, Merve ile ilgili ise veri bulunmadığı fark edilmiştir. Çarpmada birleşme ve dağılma özelliği ile ilgili ise yalnızca Aslı kavrama düzeyine ulaşmıştır, Merve ve Emre ulaşamamıştır. Ek derslerde öğrenciler daha çok aktif dinleme pozisyonunda kaldığı için son durumla ilgili yeterli veri bulunmamakla beraber ders sonunda öğrencilerin konuyu daha iyi anladıklarını ifade etmeleri ve ilgili testi başarılı bir şekilde tamamlamaları kazanımların

çoğunu edindiklerini göstermektedir.

4) Fonksiyon ve örüntülerin çalışılması temasında Merve ve Emre'nin bir örüntüyü devam ettirebildiği görülmüştür, Aslı ile ilgili ise bir veriye rastlanmamıştır. Ayrıca Emre ve Aslı'nın işlem makinesini anlamlandırdığı, Merve'nin ise bu konuda yorum belirtmediği fark edilmiştir. Genel bir kural bulma noktasına yalnızca Aslı ulaşmış olup Merve yorum belirtmemiş ve Emre ulaşamamıştır. Merve, Emre ve Aslı'nın farklı veriler verildiğinde veriler arasındaki değişimin yönünü fark edebildikleri ve düzen olup olmadığını tespit edebildikleri görülmüştür. Değişimin hızlı ve yavaş olduğu noktalar ile ilgili 3 öğrenci de yorum belirtmemişlerdir.

5) Matematiksel modelleme temasında belli sayısal değerler ile soruyu çözmek, sayılar arasında genel bir ilişki veya kural bulmak ve genel kuralı eşitlik olarak ifade etmek aşamalarından son aşama olan genel kuralı eşitlik olarak ifade etme aşamasına 3 öğrencinin de bazı etkinliklerde ulaşabildiği bazı etkinliklerde ulaşamadığı fark edilmiştir.

4.6. Araştırmanın Altıncı Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın altıncı alt problemi "Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır?" sorusunu sorgulamaktadır. Öğrenciler araştırma uygulaması öncesi CDBT ön test puanlarına göre düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeylerine sahip gruplar olarak 4 kişilik 3 gruba ayrılmışlardır. Uygulama sonrası 3 farklı grupta cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından bir farklılık olup olmadığına karar vermek amacıyla ilk olarak 3 farklı grubun CDBT son test puan ortalamaları karşılaştırılmıştır.

Tablo 4. 51. Farklı Gruplara Göre Son Test Puan Ortalamaları

Gruplar	N	Son Test Puan Ortalaması	Ortalama Başarı (%)
Düşük	4	217.50	63.97
Orta	4	241.25	70.96
Yüksek	4	284.00	83.53
Toplam Ortalama	12	247.58	72.72

Tablo 4.51'de farklı cebirsel düşünme beceri düzeylerine sahip olan grupların CDBT son test puan ortalamaları verilmiştir. Buna göre farklı düzeylere sahip öğrencilerin uygulama

sonrası puan ortalamaları sırasıyla en az düşük düzeye sahip grupta, sonra orta ve en fazla yüksek cebirsel düşünme becerisine sahip gruplardadır. Yani düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine sahip öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme becerileri aynı düzeyle paralellik göstermiştir. Fakat özellikle düşük cebirsel düşünme becerisine sahip olan grubun orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine sahip gruplara ortalama olarak daha fazla yaklaşması dikkat çekmektedir.

Bunun yanında düşük, orta ve yüksek düzeye sahip grupların son test puanlarında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak amacıyla Kruskal Wallis Testi yapılmıştır. Verilerin normal dağılmaması, 3 grubun olması ve gruplarda farklı grup üyelerinin olması nedeniyle bu test kullanılmıştır. Tablo 4.52'ye göre son testte p= .048 < .050 olduğundan gruplar arasında sınırda anlamlı bir fark olduğu söylenebilmektedir. Bu durumdan gruplar arasındaki farkın kapanma eğiliminde olduğu sonucuna ulaşılabilmektedir. Yani uygulama sonrası grupların cebirsel düşünme düzeyleri birbirine yaklaşmıştır.

Tablo 4. 52. Kruskal Wallis Testi Sonucu

	Son Test Puanları
Kruskal-Wallis H	6.089
df	2
Asymp. Sig.	.048

4.7. Araştırmanın Yedinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın yedinci alt problemi "Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" sorusunu sorgulamaktadır. Uygulama öncesi ve sonrası 3 farklı grupta cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından bir farklılık olup olmadığına karar vermek amacıyla 3 farklı grubun CDBT ön test ve son test puan ortalamaları karşılaştırılmıştır.

Tablo 4. 53. Farklı Gruplara Göre Ön Test ve Son Test Puan Ortalamaları

Gruplar	N	Ön Test Puan Ortalaması	Ön Test Ortalama Başarı (%)	Son Test Puan Ortalaması	Son Test Ortalama Başarı (%)	Ortalama Başarı Farkı (%)
Düşük	4	91.75	26.99	217.50	63.97	36.98
Orta	4	193.75	56.99	241.25	70.96	13.97
Yüksek	4	228.75	67.28	284.00	83.53	16.25
Ortalama	-	171.41	50.41	247.58	72.72	22.31

Tablo 4.53'e göre; düşük cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip olan grubun ön test ve son test puan ortalamaları arasında yaklaşık %37 oranında, orta cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip grubun ön test ve son test puan ortalamaları arasında yaklaşık %14 oranında ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip grubun ön test ve son test puan ortalamaları arasında yaklaşık %16 oranında fark bulunmaktadır. Bu durumda 3 grup seviyesinde de uygulama sonrası başarı ortalamalarında artış gözlenmiştir. Fakat düşük cebirsel düşünme becerisine sahip olan grupta diğer gruplara oranla daha fazla başarı artışı olduğu, orta ve yüksek düzeye sahip olan gruplarda ise benzer oranlarda başarı artışı olduğu dikkat çekmektedir. Ayrıca, daha önceki bulgularda 3 farklı grubun ön test puanları arasında anlamlı bir fark bulunması ve son test puanları arasında sınırda anlamlı bir fark bulunması farklı düzeylerdeki grup puan ortalamalarının uygulama sonrası birbirine yaklaştığını göstermektedir. Bu durum da düşük cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip grubun diğer gruplara yaklaşmak için daha fazla gelişme göstermesi gerektiği düşünüldüğünden en fazla gelişme gösteren grubun bu grup olduğunu desteklemektedir.

4.8. Araştırmanın Sekizinci Alt Problemi İle İlgili Bulgular

Araştırmanın sekizinci alt problemi "Uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin uygulama hakkındaki görüşleri nelerdir?" sorusunu sorgulamaktadır. Bu soru öğrencilerden elde edilen görüşme verilerinin içerik analizi ile analiz edilmesi sonucunda incelenmiştir. Bu doğrultuda belirli kodlar ve kategoriler oluşturulmuştur. Uygulamaya yönelik öğrenci görüşlerine ait oluşturulan kategori ve kodlar Tablo 4.54'te verilmiştir.

Tablo 4. 54. Uygulamaya Yönelik Öğrenci Görüşlerine Ait Kategori ve Kodlar

Kategoriler	**Kodlar**	
Uygulama öncesi cebirsel düşünme bilgisi	-Bilgim yoktu -Matematikle ilgili -Eşitliklerde verilmeyeni bulma	
Uygulama sonrası cebirsel düşünme bilgisi	-Örüntüler - Denklemler - Eşitliğin anlamı - Eşitliklerde verilmeyeni bulma	- Cebirsel ifadeler - Değişimin incelenmesi - Harflerin anlamı -Sayı sistemindeki yapılar
Uygulamanın faydaları	-Anlatımın iyi olması yolları - Gelecek yıllara hazırlık geliştirmesi	- Farklı problem çözme - Cebirsel düşünmeyi
Tam öğrenme yönteminin etkisi	-Soru tiplerini öğrenme -Konuyu daha iyi anlama	-Yanlışlarını düzeltme -Kendini değerlendirme
Zorlanılan noktalar	-Yok -Değişimin incelenmesi genelleme -Değişkenin farklı kullanımları -Sayı sistemindeki yapıların çalışılması	-Matematiksel eşitlik -Aritmetik örüntülerden -Teknik sıkıntılar
Uygulamanın olumlu yönleri	-Anlatımın iyi olması -Gelecek yıllara hazırlık tutum -Grupla çalışma -Sanal manipülatifler ve oyunlar	-Ön yargıyı kırması -Matematiğe karşı olumlu -Cebirsel düşünmeyi geliştirmesi - Tüm konuları öğrenmek
Uygulamanın olumsuz yönleri	-Yok -Uzaktan eğitim	-Bazı konuları anlamada zorlanma -Teknik sıkıntılar
Uygulamayı iyileştirme yolları	-Yok -Ders içi disiplinin iyileştirilmesi - Daha fazla soru	-Yüz yüze eğitim -Farklı etkinlikler

Her kategoriye ait kodlar ve veri örnekleri sırasıyla verilmiştir.

Tablo 4. 55. "Uygulama Öncesi Cebirsel Düşünme Bilgisi" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	**Katılımcılar**
Bilgim yoktu	K_2,K_3,K_4,K_5,K_7, K_8,K_9,K_{10},K_{11},K_{12}
Matematikle ilgili	K_1
Eşitliklerde verilmeyeni bulma	K_6

Öğrencilerin Tablo 4.55'te verilen "Uygulama Öncesi Cebirsel Düşünme Bilgisi" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_1: Uygulamadan önce cebirsel düşünme ile ilgili bir bilginiz var mıydı? Varsa açıklayınız."

"Bilgim yoktu" kodunda öğrenciler genellikle *"Bilgim yoktu, öğretmenim bilgim yoktu, hayır bilgim yoktu, yoktu "*gibi yanıtlar vermişlerdir.

"Matematikle ilgili" kodunda K_1 öğrencisinin ilgili soruya yanıtı aşağıda verilmiştir.

K_1: Vardı, matematikle ilgili olduğu."

"Eşitliklerde verilmeyeni bulma" kodunda K_6 öğrencisinin ilgili soruya yanıtı aşağıda verilmiştir.

K_1: Genel olarak '(4×5)×7=(7×5)...' gibi eşitliklerin nasıl çözüleceğini biliyordum."

Tablo 4.55'e göre 12 öğrenciden yalnızca 2 öğrencinin uygulama öncesi cebirsel düşünmeye ait bilgiye sahip olduğu ve 10 öğrencinin uygulama öncesi cebirsel düşünme ile ilgili hiçbir bilgisinin olmadığı görülmektedir.

Tablo 4. 56. "Uygulama Sonrası Cebirsel Düşünme Bilgisi" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	**Katılımcılar**
Örüntüler	K_2, K_3, K_4, K_5, K_7, K_9, K_{10}
Eşitliğin anlamı	K_4, K_{10}
Eşitliklerde verilmeyeni bulma	K_4
Değişimin incelenmesi	K_1
Cebirsel ifadeler, denklemler	K_6
Harflerin anlamı	K_8, K_{12}
Sayı sistemindeki yapılar	K_9, K_{10}, K_{11}, K_{12}

Öğrencilerin "Uygulama Sonrası Cebirsel Düşünme Bilgisi" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_2:Uygulamada cebirsel düşünme ile ilgili neler öğrendiniz? Uygulamada öğrendiklerinize örnek verebilir misiniz?"

"Örüntüler" koduna ilişkin veriler:

"K_2: Öğretmenim cebirsel düşünmede böyle bir problemde yani problemi parçalara ayırmayı böyle mesela örüntüden örnek veriyorum. Bu örüntüye göre nasıl ilerliyor. Yani ona göre kural oluşturuyoruz. En çok bende şey yaptı o yani.

A: Yani kural oluşturmayı adım adım öğrendin öyle mi?

K_2: Evet."

"*K_4: Örüntüyü öğrendik. Mesela örüntünün kuralını bulup örüntüyü… nasıl desem… örüntünün kuralını nasıl bulabileceğimizi ve örüntünün kuralını bulduğumuzda örüntünün ilerleme şeklini hesaplayabiliyorduk. Mesela çok yüksek bir rakam veriyorsa nasıl hesaplayacağımızı örüntünün kuralından çıkarıyorduk."*

"K_{10}: ee tamam. Öğretmenim yani öğrendiğimiz şeyler böyle genellikle böyle mesela örüntü olduğunda o işlemleri daha kolay ve daha hızlı yapmamızı sağlıyordu. Mesela o cebirsel düşünce sayesinde hani böyle daha ilerideki adımları daha basit bir şekilde bulabiliyorduk."

"K_5: Problemlere geniş bakarak bir sürü işlem bulmak gibi şeyler. Mesela örüntü kuralıyla kaçıncı sırada kaç tane olduğunu bulmak."

"K_3: Örüntülerde uzun çözümlü problemlerin daha kısa ve pratik yollarını öğrendim."

"Eşitliğin anlamı" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Eşitlikleri öğrenmiştik. Mesela işte 7+3=3+7 gibi."

"K_{10}: Mesela eşittirin anlamını öğrendik. Ne demek olduğunu."

"Eşitliklerde verilmeyeni bulma" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Mesela atıyorum 8+a=11 ise a'yı bulmayı öğrendik."

"Değişimin incelenmesi" koduna ilişkin veriler:

"K_1: Ay, yıl soruları"

"Cebirsel ifadeler, denklemler" koduna ilişkin veriler:

"K_6: Cebirsel ifadeler, denklemler gibi konuları öğrendim."

"Harflerin anlamı" koduna ilişkin veriler:

"K_8: Mesela E'nin bilinmeyen olabileceği."

"K_{12}: *Matematikte harfler .. öğrendim."*

"Sayı sistemindeki yapılar" koduna ilişkin veriler:

"K_9: Çarpmanın toplama ve çıkarmanın dağılma özelliği"

"K_{10}: .. Başka.. şu anki konumuzda olduğu gibi dağılma, birleşme özelliklerini öğrendik öğretmenim. Yani bunları hatırlıyorum ben."

"K_{11}: Matematik ile ilgili şeyler öğrendik mesela sayı sistemindeki yapıların çalışılması bu çalışmada bence işlem önceliği gibi şeyler yaptık."

"K_{12}:.. toplamada birleşme özelliği vb. öğrendim."

Tablo 4.56'ya göre daha fazla öğrenci tarafından öğrenilen konular örüntüler ve sayı sistemindeki yapılar olurken, daha az öğrenci tarafından öğrenilen konular eşitliklerde verilmeyeni bulma, değişimin incelenmesi, cebirsel ifadeler ve denklemler şeklindedir.

Tablo 4. 57. "Uygulamanın Faydaları" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	**Katılımcılar**
Anlatımın iyi olması	K_1
Gelecek yıllara hazırlık	K_2, K_4, K_6, K_9, K_{11}, K_{12}
Farklı problem çözme yolları	K_3, K_5, K_{10}
Cebirsel düşünmeyi geliştirmesi	K_7, K_8, K_{10}

Öğrencilerin Tablo 4.57'de verilen "Uygulamanın Faydaları" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_3: Uygulamanın faydalı olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız evet ise faydalarını açıklayınız. Cevabınız hayır ise, niçin faydalı olmadığını düşünüyorsunuz? Açıklayınız."

"Anlatımın iyi olması" koduna ilişkin veriler:

"K_1: Faydalı oldu, iyi anlatıyor, iyi anladım."

"Gelecek yıllara hazırlık" koduna ilişkin veriler:

"K_2: Öğretmenim evet faydalıydı. Çünkü öğretmenim biz daha bu konuya gelmedik. Bu konudan bir ön bilgi oldu bize yani. Ön bilgi gibi bişey oldu diyebilirim onu yani."

"K_4: Bence yararlıdır. Çünkü yani sonuçta bir şeyi önceden öğrenmek ilerleyen zamanlarda bizi daha çok bilgilendirecektir. Ağaç yaşken eğilir demişler. Çünkü yani mesela bir şeyi önceden öğrenirsen hem daha çok çalışmış olarak o konuya gelirsin hem de daha hızlı kavrarsın hatırladıklarınla.

A: hı hı. Yani bunun bir ön hazırlık olduğunu düşünüyorsun ilerideki derslere öyle mi?

K_4: Evet."

"K_6: Evet düşünüyorum. Okulda bu konular işlenirken hatırlayabileceğim ve daha kolay kavrayabileceğim şekilde faydası oldu."

"K_9: Evet çünkü bu sene 6. sınıfım mesela örüntü bu sene daha detaylı işleyeceğiz ya da çarpmanın toplama ve çıkarmanın dağılma özelliğini işledik ve konuyu daha iyi kavradım."

"K_{11}: Evet faydalı olduğunu düşünüyorum çünkü ileriki sınıflarda bunlar gibi şeyler öğreneceğimiz için önceden öğrenmek çok yararlı olacaktır."

"K_{12}: Evet ileriye yönelik konuları öğrenmiş oldum."

"Farklı problem çözme yolları" koduna ilişkin veriler:

"K_3: Faydalı olduğunu düşünüyorum. Çünkü farklı yollar konusunda yardımcı oldu."

"K_5: Bence faydalı sorular bakış açınızı genişletiyor.

"K_{10}: Öğretmenim ben faydalı olduğunu düşünüyorum. Az önce de dediğim gibi yani böyle mesela bir sınavda işimizi daha da kolaylaştırır. Süremizden hem yememiş oluruz hem böyle daha hızlı bitirdiğimiz için diğer sorulara zor sorulara daha çok vakit verebiliriz yani. Daha çok süre harcayabiliriz."

"Cebirsel düşünmeyi geliştirmesi" koduna ilişkin veriler:

"K_7: Faydalı olduğunu düşünüyorum çünkü cidden cebirsel bir şekilde düşünüp bu etkinlikleri anlayıp soruları çözdüm."

"K_8: Evet faydalı oldu ilk olarak benim çapımda akıl ve zeka geliştirdi cebirsel ifadenin ne olduğunu öğrendim katılma amacı gerçekleştirdi."

"K_{10}: Öğretmenim bence benim şu ana kadar eşittiri sadece şu anlamda biliyordum. Mesela 1+1=2. Yani oradaki *eşittiri ben sonuç olarak düşünüyordum. Hiç bu zamana kadar o 1+1'in 2'ye eşit olduğunu hiç öyle bir şeyi düşünmemiştim ama bunlardan sonra öyle düşünmeye başladım. Hatta bazen böyle aklıma geldikçe sorularda onu düşünerek yapıyorum falan böyle.*

A: Yani denge olarak mı düşünüyorsun artık?

K_{10}: hı hı evet öğretmenim. Çünkü yani böyle önceden direkt yani kalıp olarak kullanıyordum ''eşittir bu'' falan gibi böyle. Ama şimdi böyle"

Tablo 4. 58. "Tam Öğrenme Yönteminin Etkisi" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	Katılımcılar
Soru tiplerini öğrenme	K_1, K_3, K_4,K_7, K_8
Konuyu daha iyi anlama	K_2, K_6, K_9, K_{10}, K_{11}, K_{12}
Yanlışlarını düzeltme	K_4, K_6, K_{10}
Kendini değerlendirme	K_5, K_{11}, K_{12}

Öğrencilerin "Tam Öğrenme Yönteminin Etkisi" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S4: İzleme testlerinin, paralel testlerin yapılması ve ek derslerin uygulanmasının faydalı olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız evet ise faydalarını açıklayınız. Cevabınız hayır ise, niçin faydalı olmadığını düşünüyorsunuz?"

"Soru tiplerini öğrenme" koduna ilişkin veriler:

"K1: Evet faydalı oldu. En azından sınavlarda hızlı bir şekilde yaparız."

"K3: Faydalı olduğunu düşünüyorum. Farklı soru teknikleri öğrenmeme yardımcı oldu."

"K4: Bence faydalı. Çünkü soru tarzlarını görmüş olduk cebirsel ifadelerle."

"K7: Faydalı olduğunu düşünüyorum bu sorular, testler benim için faydalıydı."

"K8: Evet ilk olarak sorular akıl ve mantığı geliştirip soru çözme mantığını öğretiyor."

"Konuyu daha iyi anlama" koduna ilişkin veriler:

"K2: Öğretmenim cevabım evet. Yaptığımız bir testin sonucunda fazla bir puan alamamamız sonucunda ek derslerin yapılması bence çok iyiydi yani. İyi geldi bana böyle. Yani o konuyu anlayamamışken bir anda ek ders yapınca sanki bir anda tekrar anlıyorum. O şeyleri de.. ss'leri… elektronik not diyeyim ben ona, onları da alınca halen duruyor zaten dediğim gibi, faydalı geldi yani."

"K6: Yapılan testlerin ve derslerin faydalı olduğunu düşünüyorum. Konuları daha iyi kavrayıp eksiklerimi anlamakta yardımcı olacağı için."

"K9: Evet çünkü izleme testlerinde yapamadığımı sonradan siz anlattığınız için sonra anladım yani evet."

"K10: Öğretmenim faydalıdır. Çünkü hani özellikle ek dersler dediği mesela bir bilgiyi biliyoruz ama onun üstüne daha çok yani o bilgiyi daha çok oradaki bilginin içini açıyoruz gibi bir şey yani. Onu açıklayıcı bir biçimde oluyor. Anlatamıyorum ama şuan. Daha iyi olmuş oluyor yani. Hani sonuçta öğrendiklerimizi tekrar etmiş oluyoruz. Tekrar şey yapıyoruz ve öyle yaptığımız zaman aklımızda daha çok kalıyor ve herhalde yani

derslere bir katkısı olması gerekiyor zaten. O yüzden o anlamda iyi.

"K_{11}: Evet bence faydalı çünkü kimin neyi öğrenip öğrenemediğini tespit edip konuyu tekrar ediyorduk böylece yapamadığımız yerleri anlayabiliyorduk."

"K_{12}: Evet çünkü paralel ve izleme testlerinde ne öğrendiğimi görmüş oldum ek derslerde de konuları öğrenmiş oldum."

"Yanlışlarını fark etme ve düzeltme" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Yani yanlışlarımı görmek bir dahaki sınavda onun yanlışını yapmamak olacaktı. Yanlışlarımı öğrendiğim için bence olumluydu."

"K_6: Yapılan testlerin ve derslerin faydalı olduğunu düşünüyorum. Konuları daha iyi kavrayıp eksiklerimi anlamakta yardımcı olacağı için."

"K_{10}: He evet öğretmenim. Onların yardımı da şöyleydi hani yapamadığımız bir şeyi tekrar anlatıyordunuz bu yüzden daha çok yani yanlışımızı iyi anladığımız için o sorudan bir daha yanlış yapmıyorduk."

"Kendini değerlendirme" koduna ilişkin veriler:

"K_5: İzleme testleri faydalı. Çünkü kendini sorularla deniyorsun. Cebirsel bakış açın daha genişliyor."

"K_{11}: Evet bence faydalı çünkü kimin neyi öğrenip öğrenemediğini tespit edip konuyu tekrar ediyorduk böylece yapamadığımız yerleri anlayabiliyorduk."

"K_{12}: Evet çünkü paralel ve izleme testlerinde ne öğrendiğimi görmüş oldum ek derslerde de konuları öğrenmiş oldum."

Tablo 4.58'e göre tam öğrenmenin olumlu etkileri görülmüştür ve olumsuz bir etkisi görülmemiştir.

Tablo 4. 59. "Zorlanılan Noktalar" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	**Katılımcılar**
Yok	K_3, K_7, K_9
Değişimin incelenmesi	K_1
Değişkenin Farklı Kullanımları	K_2
Teknik sıkıntılar	K_4
Matematiksel eşitlik	K_5
Aritmetik örüntülerden genelleme	K_8, K_{11}, K_{12}
Sayı sistemindeki yapıların çalışılması	K_{10}, K_{11}, K_4

Öğrencilerin "Zorlanılan Noktalar" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_5: Uygulama sırasında zorlandığınız noktalar neler oldu?"

"Yok" koduna ilişkin veriler:

"K_3: Benim zorlandığım nokta olmadı."

"K_7: Zorlandığım bir nokta olmadı."

"K_9: Çok zorlandığım konular olmadı."

"Değişimin incelenmesi" koduna ilişkin veriler:

"K_1: Tablolu su sorusu."

"Değişkenin farklı kullanımları" koduna ilişkin veriler:

"K_2: Bir ara bir eşitliğin sanırım tam hatırlayamıyorum şimdi. Eşitliğe zorlanmıştım bazı sayıları o şeyleri eşitlemeyi falan. Onu sizle konuşmuştuk zaten. Ondan sonra fazla bir eksiğim kalmadı açıkçası.

A: Hangi soru olduğunu hatırlayabiliyor musun tam olarak?

K_2: Tam olarak hatırlamıyorum ama herhalde şeydi. Bu (x+2)….. yani eşitlikler. Bu sayı hangi sayıya eşittir. Bu harf hangi sayıya eşittir.

A: İkinci üniteyle ilgili mi?

K_2: Sanırım evet."

"Teknik sıkıntılar" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Uygulama sırasında şey… mesela canlı derste görüyorduk. Canlı ders stresi vardı. O yüzden hani… bi de bazen ben yorgun oluyordum. O yüzden de biraz zor oluyordu. Bir de şey mesela telefondan girince slayt pdf'ini atınca görüntü kapanıyor ama bilgisayarla girince kapanmıyordu. Başka bir yerde olunca telefondan girmek zorunda kalıyordum. O yüzden biraz sıkıntı oluyordu."

"Matematiksel eşitlik" koduna ilişkin veriler:

"K_5: Matematiksel eşitlik olmuştu."

"Aritmetik örüntülerden genelleme" koduna ilişkin veriler:

"K_8: Aritmetik örüntülerden genellemede biraz zorlandım fakat hocamız anlattı tekrar tekrar."

"K_{11}: Aritmetik örüntülerde bazen kafam karışıyordu ayrıca sayı sistemindeki yapıların çalışılmasında değişme, birleşme gibi şeyleri ezberlemekte zorlanmıştım."

"K_{12}: Ben aritmetik örüntülerden genellemeyi anlayamamıştım."

"Sayı sistemindeki yapıların çalışılması" koduna ilişkin veriler:

"K_{10}: Öğretmenim benim en zorlandığım noktalar şuydu. Mesela şimdi geçtik ama dağılma özelliği falan onlarda çok böyle kafam karışmıştı. Özellikle de bazı sorular vardı sonlarda o sorular çok böyle kafamı karıştırmıştı. Hatta sizden baya ek ders almıştım bu yüzden. Onlar çok kafamı karıştırıyorlardı ama sonunda anlamıştım. Böyle çünkü nasıl desem aklıma yatmayan bir şey oluyordu böyle. Yapıyordum ama böyle boş bir şey oluyordu. Öyle."

"K_{11}: Aritmetik örüntülerde bazen kafam karışıyordu ayrıca sayı sistemindeki yapıların çalışılmasında değişme, birleşme gibi şeyleri ezberlemekte zorlanmıştım."

"K_4: Tekrar girmek zorunda kaldığım testin konusu zorlamıştı biraz beni."(Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması)

Tablo 4.59'a göre öğrencilerin çoğu aritmetik örüntülerden genelleme ve sayı sistemindeki yapıların çalışılması konularında zorlanmıştır veya hiç zorlanmamıştır.

Tablo 4. 60. "Uygulamanın Olumlu Yönleri" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	**Katılımcılar**
Anlatımın iyi olması	K_1
Gelecek yıllara hazırlık	K_2, K_9, K_{10}, K_{11}
Grupla çalışma	K_3, K_8
Sanal manipülatifler ve oyunlar	K_4
Tüm konuları öğrenmek	K_4, K_5, K_{12}
Ön yargıyı kırması	K_6
Cebirsel düşünmeyi geliştirmesi	K_7
Matematiğe karşı olumlu tutum	K_{10}

Öğrencilerin "Uygulamanın Olumlu Yönleri" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_6: Uygulama esnasında sizi olumlu anlamda en çok etkileyen şey (olay/durum/etkinlik) nedir?"

"Anlatımın iyi olması" koduna ilişkin veriler:

"K_1: Öğretmenin iyi anlatması, iyi anlamam, matematik."

"Gelecek yıllara hazırlık" koduna ilişkin veriler:

"K_2: En çok anlamda etkileyen şey öğretmenim az önce de dediğim gibi daha öğrenmedik biz bu konuyu. Buna ön bilgi oldu. Beni en çok şey yapan buydu yani. En çok bana bu iyi geldi. Yeni bir şey de öğrenmiş oldum. O da oldu yani."

"K_9: Örüntü, çarpmanın toplama ve çıkarmanın dağılma özelliği."(3.soruda benzer yanıtı gelecek yıllara hazırlık gerekçesiyle vermiştir.)

"K_{10}: Öğretmenin yani olay olarak hani şu an işlediğimiz konuları nedense daha çok anlıyor gibi hissediyorum."

"K_{11}: Matematikte soru çözerken işlediğimiz şeylere benzer sorular çıkmıştı bende yaptığımız şeylerden yararlanmıştım."

"Grupla çalışma" koduna ilişkin veriler:

"K_3: Gruplara ayrılıp sorular çözmek beni olumlu anlamda etkiledi."

"K_8: Gruplamalara ayrıldığımızda çok fazla arkadaş edinip bilgileri pekiştirdim."

"Sanal manipülatifler ve oyunlar" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Şey mesela bazen oyunlar açıyordunuz siz onu yapıyorduk. Hem yeni siteler öğreniyorduk hem de matematiğimiz gelişiyordu. O iyiydi.

A: Yani o interaktif uygulamalardan tamamından mı bahsediyordun yoksa sadece oyunlardan mı?

K_4: Tamamı aslında."

"Tüm konuları öğrenmek" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Yani hemen hemen her şeydi.

A: Yani bu dersleri bu üniteleri almış olman…

K_4: Evet. Olumluydu. İyi bir şeydi."

"K_5: Etkinlik olarak tüm konular olumlu etkiledi."

"K_{12}: Yeni konular öğrenmek."

"Ön yargıyı kırması" koduna ilişkin veriler:

"K_6: Derslere katılmadan veya testler olmadan önce zor olacağını düşünüyordum fakat düşündüğüm kadar zor olmadığımı anlamamdı."

"Cebirsel düşünmeyi geliştirmesi" koduna ilişkin veriler:

"K_7: O soruları cevaplarken cebirsel bir şekilde düşünüp kolayca soruları anladım."

"Matematiğe karşı olumlu tutum" koduna ilişkin veriler:

"K_{10}: Öğretmenin yani olay olarak hani şu an işlediğimiz konuları nedense daha çok anlıyor gibi hissediyorum. Sanki öğretmenim siz bu konuyu anlatmadan önce böyle matematiğe sadece işlem olarak bakıyordum. Normal bir şey olarak bakıyordum ama şimdi daha farklı geliyor böyle daha zevkli, eğlenceli olarak geliyor böyle hani daha önceden çok anlamıyordum konuları, şimdi daha iyi anlıyorum nedenini bilmiyorum ama sizinle çalıştıktan sonra şu an matematik daha güzel geliyor."

Tablo 4.60'a göre tüm konuları öğrenmek, gelecek yıllara hazırlık ve grupla çalışma gibi konular birçok öğrenci tarafından olumlu yön olarak belirtilmiştir. Ayrıca bir öğrencinin cebirsel düşünmeye karşı ön yargısının kırılması ve bir öğrencinin de matematiğe karşı tutumunun olumlu yönde değişmesi ilgi çeken olumlu yönlerdendir.

Tablo 4. 61. "Uygulamanın Olumsuz Yönleri" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	**Katılımcılar**
Yok	K_2, K_4, K_5, K_6, K_7, K_9, K_{10}, K_{11}
Uzaktan eğitim	K_3
Bazı konuları anlamada zorlanma	K_4, K_8, K_1
Teknik sıkıntı	K_{12}

Öğrencilerin Tablo 4.61'de verilen "Uygulamanın Olumsuz Yönleri" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_7: Uygulama esnasında sizi olumsuz anlamda en çok etkileyen şey (olay/durum/etkinlik) nedir?"

"Yok" koduna ilişkin veriler:

"K_2: Öğretmenim beni öyle olumsuz anlamda etkileyen bir şey olmadı. Olmadı yani. İyi geçti çoğunlukla."

"K_4: Yani yoktu aslında olumsuz olarak yani bir şey."

"K_5: Beni olumsuz etkileyen bir konu olmadı."

"K_6: Olumsuz etkileyen bir şey olduğunu düşünmüyorum."

"K_7: Olumsuz anlamda beni etkilemedi."

"K_9: Yok."

"K_{10}: Öğretmenim beni olumsuz etkileyen bir şey olmadı. Sadece yapamadığımda üzülüyordum. O da zaten siz anlatınca anladığım için mutlu oluyordum. O yüzden benim için kötü bir olay olmadı."

"K_{11}: Açıkçası olumsuz etkileyen şeyler yoktu."

"Uzaktan eğitim" koduna ilişkin veriler:

"K_3: Yüz yüze eğitim yerine uzaktan eğitimde ders işlenmesi beni olumsuz anlamda etkiledi."

"Bazı konuları anlamada zorlanma"

"K_4: Tekrar girmek zorunda kaldığım testin konusu zorlamıştı biraz beni."(Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması)"

"K_8: Aritmetik örüntülerden genellemede biraz anlamakta zorlandım."

"K_1: .. 2.Etkinlik (Değişkenin farklı kullanımlarına ait bir soru)

"Teknik sıkıntı" koduna ilişkin veriler:

"K_{12}: İnternetin kesilmesi."

Tablo 4.61'e göre 12 öğrenciden 8 öğrencinin uygulamanın olumsuz bir yönü olmadığını söylemesi dikkat çekmektedir.

Tablo 4. 62. "Uygulamayı İyileştirme Yolları" Kategorisine İlişkin Bulgular

Kodlar	Katılımcılar
Yok	K_1, K_5, K_6, K_7, K_{10}
Ders içi disiplinin iyileştirilmesi	K_2
Farklı etkinlikler	K_3
Yüz yüze eğitim	K_4, K_9, K_{11}, K_{12}
Daha fazla soru	K_8

Öğrencilerin "Uygulamayı iyileştirme yolları" kategorisine ilişkin farklı kodlara ait görüşme veri örnekleri aşağıda verilmiştir.

"S_8: Uygulamanın daha iyi olması için neler yapılabilirdi?"

"Yok" koduna ilişkin veriler:

"K_1: Uygulama güzel olduğu için iyi olmasına gerek yok."

"K_5: Uygulama çok iyiydi zaten hepsi güzeldi hiçbir eksik yoktu."

"K_6: Daha iyi olması için bir şey yapılabileceğini düşünmüyorum."

"K_7: Uygulama oldukça yeterli yeni bir şey yapılmasına gerek yok."

"K_{10}: Öğretmenim daha iyi ne yapılabilirdi? Hiçbir fikrim yok yani. Gayet iyiydi bence."

"Ders içi disiplinin iyileştirilmesi" koduna ilişkin veriler:

"K_2: Öğretmenim bana sorarsanız uygulama yeterince iyiydi ama bazı kişiler böyle fazla böyle şey ders esnasında söz almadan konuşuyor falan filan. Onlar tembih etmekle düzelebilecek şeyler. Onlar olabilir mesela."

"Farklı etkinlikler" koduna ait veriler:

"K_3: Daha etkileyici ve farklı kaynaklar kullanılabilirdi."

"Yüz yüze eğitim" koduna ilişkin veriler:

"K_4: Yüz yüze olsaydı biraz daha iyi olabilirdi."

"K_9: Gayet güzeldi sadece yüz yüze olsa daha verimli olurdu."

"K_{11}: Bence gayet iyiydi online olduğu için bazen cihazım kasıyordu ama yüz yüze de olamazdı yani gayet iyiydi."

"K_{12}: Uygulama yüz yüze olabilirdi."

"Daha fazla soru" koduna ilişkin veriler:

"K_8: Örüntülerden genellemede daha fazla soru çözebilirdik."

Tablo 4.62’ye göre öğrencilerin çoğunun uygulamanın zaten iyi olduğu ve bir şey yapılmasının gerekmediğini veya yüz yüze eğitimle uygulamanın daha iyi olabileceğini söylediği görülmektedir.

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Okul matematiğinde temel öğrenme alanlarından biri olan cebirin soyut olması nedeniyle öğrenciler bu konuda zorlanmakta ve öğrenme sürecinde engellerle karşılaşmaktadırlar (Dede, 2004; Hersovics ve Linchevski, 1994; NCTM, 2000; Stacey ve Macgregor, 1997). Cebirin öğrenimindeki zorlukları azaltmanın en etkili yollarından biri ilköğretim yıllarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesidir (Hiebert vd., 2005; Stigler vd., 1999; U.S. ED, OERI ve NCES, 1998). Bu araştırmada da cebir dönemi öncesi öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda bir zenginleştirilmiş öğrenme ortamı hazırlanmış olup bu ortamın 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkileri incelenmiştir.

5.1.1. Kaput'a (1999) göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?

Uygulama öncesi öğrencilerin cebirsel düşünme beceri düzeyleri Cebirsel Düşünme Beceri Testi ön test yardımıyla belirlenmiştir. Öğrencilere yapılan Cebirsel Düşünme Beceri Testi sonucunda 12 öğrencinin ortalama puanlarına bakıldığında yalnızca 1 öğrencinin testte yeterli düzeye sahip olduğu ve cebirsel düşünme temalarında da yalnızca "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin ortalama puanlarının yeterli düzeyde olduğu ortaya çıkmıştır. Bu temada öğrencilerden genelleme yaparken semboller kullanmaları istenmeyip yalnızca sözlü genelleme ifadeleri beklendiğinden öğrencilerin bu temada yeterli düzeyde olması yapılan diğer çalışmalardaki sonuçları da desteklemektedir. Örneğin, resimli büyüyen örüntülerle genelleme yapılan bir çalışmada (Walkowiak, 2014) da 5. sınıf öğrencisi bu araştırmadakine benzer şekilde örüntüleri sözlü olarak genelleyebilmiştir. Ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının incelendiği bir çalışmada (Takır ve Özerem, 2020) da 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin iyi düzeyde örüntü problemlerini çözme başarısına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin 5. sınıf müfredatında (MEB, 2018) veya önceki sınıflarda örüntüler ile ilgili hazır bulunuşluklarının bu çalışmadaki başarılarını olumlu yönde etkilediği tahmin edilmektedir. Ancak, genel olarak bakıldığında uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin %91.6'sının cebirsel düşünme beceri düzeyinin yeterli seviyede

olmadığı (%70 başarı düzeyinin altında) ve yalnızca bir temada öğrenci başarı ortalamalarının istenilen düzeyde olduğu görülmektedir. Ayrıca, öğrencilerin tamamının puan ortalamasının (%50.4) da yeterli seviyede olmadığı tespit edilmiştir. Akkan ve Gürbüz (2008) de benzer şekilde çalışmalarında 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişte gerekli ön bilgilere yeterli şekilde sahip olmadığını belirtmiştir. 35 5. sınıf öğrencisinin katıldığı bir araştırmada ise (Türkmen ve Tanışlı, 2019) 5. sınıf öğrencilerinin değişken kullanarak fonksiyonel ilişkiyi ifade etmede yüksek düzeyde olduğu görülmüştür. Araştırmacılar bunun nedeninin öğrencilerin daha önce buna yönelik bir eğitim almış olma olasılığı olduğunu savunmuşlardır. Bu da bu seviyede bu alandaki eğitimlerin yapılabilirliğini desteklemektedir. Ayrıca, ortaokul seviyesinde daha üst sınıf seviyelerinde dahi cebirsel düşünme ile ilgili eksiklikler görülmüştür. Örneğin, Atasoy (2020) 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme ve genelleme yapma becerilerinin istenen seviyede olmadığını tespit etmiştir. Yakın zamanda yapılan bir araştırmada da 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerle ilgili olarak 30 adet kavram yanılgısına sahip oldukları, cebirsel düşünme düzeylerinin oldukça düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Gökburun, 2021). Akyüz ve Girit (2016) de 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramı ile ilgili algılarında problem olduğunu tespit etmiştir. Usta ve Gökkurt Özdemir (2018) ise 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinde harflerin bilinmeyen olarak algılanmasında problemler olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenlerle cebirsel düşünmeyi geliştirme alanında yapılacak çalışmaların önemi daha iyi anlaşılmaktadır.

5.1.2. Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır?

CDBT ön test uygulaması puanlarının en düşükten en yükseğe sıralanması sonucu 4'er kişilik düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip gruplar oluşturulmuştur. Bu gruplar arasındaki ortalamalara bakıldığında grup ortalamaları arasında farklılıklar olduğu görülmüştür. Ayrıca Kruskal Wallis Testi sonucunda 3 grup arasında uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda amaçlı örneklemeye uygun bir çalışma grubunun belirlendiği anlaşılmaktadır. Uygulamanın 3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip olan

grubun cebirsel düşünme düşünme beceri düzeyleri üzerindeki etkisi uygulama sonrası cebirsel düşünme düzeylerine bakılarak incelenmiştir.

5.1.3. Kaput'a (1999) göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?

Öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri Cebirsel Düşünme Beceri Testi son test, izleme testleri ve paralel testler yardımıyla açıklanmıştır.

Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT) son teste göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin %66.6'sının (8 öğrenci) cebirsel düşünme beceri düzeyinin yeterli düzeyde olduğu, cebirsel düşünme temalarında "Aritmetik Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında öğrencilerin ortalama puanlarının yeterli düzeyde olduğu fakat "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bunların yanında, uygulama sonrası öğrencilerin tamamının puan ortalamasına bakıldığında ortalamanın istenilen seviyede yani %70 başarı düzeyinin üzerinde (%72.8) olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca tüm temalarda ilgili izleme testlerinden sonra 1 adet paralel test yapılmış olup yalnızca "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasında 2 adet paralel test yapılması da öğrencilerin bu temada daha fazla zorluk yaşadıklarına işaret etmektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin izleme testlerinde "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında 70 puan altında kalmaları öğrencilerin CDBT son testteki puan ortalamalarının bu iki temada yeterli seviyede olmaması ile benzerlik göstermektedir. Öğrenciler ek eğitimler ve paralel testler sonucunda üniteler sonrası yeterli seviyeye ulaşsa da CDBT son testte 3 temada yeterli seviye yakalanabilmiştir. Bu durumun nedeni yeterli seviye elde edilemeyen temaların sembol kullanma ve bilinmeyenler içeren eşitlik kurma gibi daha soyut ve notasyonun fazla olduğu temalar olması olarak düşünülmektedir. Üst sınıf seviyelerinde de 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramı ile ilgili algılarında problem yaşaması (Akyüz ve Girit, 2016) ve harflerin bilinmeyen olarak algılanmasında problemler olması (Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018) öğrencilerin "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temalarında zorlandıklarını göstermektedir. Yakın zamanda 6. sınıflara yapılan bir çalışmada da (Baştürk, 2021) öğrencilerin cebirsel problemlerle ilgili matematiksel model oluşturabilme ve sonuca ulaşma becerilerinin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Diğer bir yandan iki temada yeterli seviyeye ulaşılamasa da diğer temalarda istenilen seviyeye ulaşılmıştır ve öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi ortalama %70 seviyesini geçmiştir. Kızıltoprak ve Köse'nin (2020) de cebirsel düşünme ile ilgili 5. sınıflarda ilişkisel düşünme ve sayı sisteminin özellikleri (değişme, birleşme, dağılma) gibi alanların geliştirilmesi amacıyla bir öğretim deneyi gerçekleştirmesi ve öğrencilerin bu konularda gelişme göstermesi bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Türkmen ve Tanışlı (2019) da çalışmalarında cebir öncesi dönemde 5. sınıflarda fonksiyonel ilişkilerin geliştirilebilir olduğunu ve buna yönelik öğretim araçlarının arttırılması gerektiğini savunmuştur. Dündar ve Yaman (2015) da 5. sınıf öğrencilerinin denklem kurabildikleri ve bu denklemlerde değişik sayısal değerleri kullanabildiklerini çalışmalarında göstermişlerdir. Ayrıca, aritmetik ve cebirin temelini oluşturan işlemlerin davranışlarını anlama, genelleme ve gerekçelendirme, sayı sistemini genişletme ve sembolleri anlamlı kullanma gibi alanlarda 2-6. sınıflarda sınıflarda gelişme sağlanabildiği görülmüştür (Russell, Schifter ve Bastable, 2011). Bu tez çalışması ile benzer şekilde Kaput'un (1999) 5 cebirsel düşünme alanı çerçevesini ders içerikleri geliştirmede kullanan bir çalışmada da 6. sınıf öğrencilerinin cebire giriş konularını daha kolay anladıkları tespit edilmiştir (Özden, 2019). Böylece bu araştırmalar ve bu tez çalışması cebir öncesi dönemde cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği ve geliştirilebilir olduğunu desteklemektedir.

5.1.4. Kaput'a (1999) göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Cebirsel Düşünme Beceri Testi ön test ve son test puanlarına göre; tüm öğrencilerin son test puanlarının ön test puanlarından son test lehine farklılık gösterdiği ve son test ortalama puanının ön test ortalama puanından anlamlı derecede yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca ön test başarı yüzdelerine göre 1 öğrenci testte %70 üzeri, 2 öğrenci %65-70 arası ve 9 öğrenci %65'ten düşük başarı elde ederken, son test başarı yüzdelerine göre 8 öğrenci testte %70 üzeri, 3 öğrenci %65-70 arası ve 1 öğrenci %65'ten düşük başarı elde etmiştir. Cebirsel düşünme temalarında da ön testte yalnızca "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin ortalama puanları %70 başarı düzeyi üzerindeyken son testte "Aritmetik Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında

öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkmıştır. Aynı zamanda, tüm temalarda ön test ve son test puan ortalamalarında yaklaşık %15-%27 arasında fark gözlenmiştir. Öğrencilerin toplam ortalama başarısı da %50.4'ten %72.8'e çıkmış olup %22.4 artmıştır. Wilcoxon Sıra Toplam Testi sonuçlarına göre de ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Bu farkın büyüklüğü etki büyüklüğü ile saptanmış olup uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme beceri düzeylerine orta düzeyde etki ettiği bulgusuna ulaşılmıştır. Bir çalışmada da sanal manipülatifler yardımıyla çevrimiçi olarak 3. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Tek örneklemli deneysel desen kullanılan çalışmada bu çalışmadaki bulgulara benzer şekilde ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmüştür. Bu nedenle sanal manipülatiflerin öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır (Kim, 2017). Çağdaşer (2008) de tez çalışmasında yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin, 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerine etkisini deneysel bir desenle incelemiştir ve ön test ile son test arasında bu çalışmadakine benzer şekilde son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Böylece, yöntemin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini anlamlı derecede arttırdığını öne sürmüştür. Bir diğer çalışma da örüntü temelli cebir öğretiminin 7. sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel bir desenle incelemiştir ve bu yolla öğretimin öğrencilerin cebirsel düşünme becerisine olumlu yönde etki ettiği sonucuna ulaşılmıştır (Palabıyık ve İspir Akkuş, 2011). Ersoy (2014) ise, farklı bir ders için uzaktan eğitim programlarında tam öğrenme yönteminin öğrencilerin başarılarına etkisini ön test - son test kontrol gruplu deneysel desen kullanarak incelemiştir ve uzaktan eğitimde tam öğrenme yönteminin öğrencilerin ders başarılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Bu durumda bu yönteme benzer yöntemler kullanan çalışmalarda sınıf seviyeleri farklılık gösterse de benzer sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

5.1.5. Kaput'un (1999) cebirsel düşünme temalarına göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama sonrası gelişim düzeyleri nasıldır?

Düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme beceri düzeylerine sahip olan 4 kişilik 3 gruptan her birinden araştırma alt problemine en fazla veri sağlayabilecek birer öğrenci seçilerek cebirsel düşünme beceri düzeyleri ders video kayıtları ve gözlem notları aracılığıyla

incelenmiştir. 3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip öğrencinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri kazanımlar ve alt kategoriler yardımıyla farklı etkinlik veya sorular üzerinden karşılaştırmalı olarak belirlenmiştir. Buna göre uygulama sonunda her temada öğrencilerin edinilmesi gereken kazanımların çoğunu edindikleri, fakat özellikle "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temasında kazanım eksikliklerinin yoğunlaştığı görülmüştür. Bu durum nitel verilerin nicel verileri doğrular nitelikte olduğunu göstermektedir. Çünkü CDBT son testte de öğrencilerin bu temada yeterli düzeyde ortalama puana sahip olmadığı görülmüştür. Bağdat ve Saban (2014) da araştırmalarında 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini solo taksonomisi ile incelediklerinde en çok zorlanılan kavramlar semboller ve cebirsel ilişkiler olmuştur. Bunun nedeni olarak bu temada sembollerin bulunması nedeniyle soyut ve notasyonun fazla olduğu bir tema olması düşünülmektedir. Singapur, Rusya, Çin ve Amerika Birleşik Devletleri'nin ilkokul müfredatında denklemler bulunurken Türkiye'de daha çok aritmetik işlemler, örüntü ve süslemeler yer almaktadır (Türkoğlu, 2017). Bu durum da "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" temalarında 5. sınıf öğrencilerinin zorlanmalarının bir nedeni olarak düşünülmektedir. Bunların yanında öğrencilerin son durumda birbirleri arasında kazanımları edinmeleri açısından büyük farklılıklar görülmemiştir. Ayrıca, bir temadaki etkinlik veya sorular arttıkça öğrencilerin kazanımları edinme adına ilerlemeleri de artış göstermiştir. Bu durum özellikle ek ders uygulandığında öğrencilerin kazanımları edinme konusunda ilerleme göstermelerinden de anlaşılmaktadır. Bu ilerleme durumu nicel verilerde izleme testlerinden sonra yapılan paralel testlerde öğrencilerin daha yüksek başarı elde etmesi ile de ortaya konulmuştur. Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin problem çözme yaklaşımıyla geliştirildiği çalışmalarda da bu çalışmadaki gibi problemlerin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri geliştirmeye olumlu yönde katkı sağladığı görülmüştür (Booker ve Windsor, 2010; Carraher, Brizuela ve Schliemann, 2003).

5.1.6. Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından anlamlı bir fark var mıdır?

Cebirsel Düşünme Beceri Testi son testte 3 farklı seviyedeki grup ortalamalarına bakıldığında düşük cebirsel düşünme düzeyine sahip olan grubun diğer gruplara ortalama

olarak yaklaştığı görülmüştür. Ayrıca Kruskal Wallis Testi'ne göre üç farklı seviyede cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından sınırda anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur. Bu durumdan gruplar arasındaki farkın kapanma eğiliminde olduğu sonucuna ulaşılabilmektedir. Yani uygulama sonrası grupların cebirsel düşünme beceri düzeyleri birbirine yaklaşmıştır. Beşinci alt problem bulgularına göre 3 farklı cebirsel düşünme becerisine sahip öğrencinin uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeylerinin nitel olarak incelenmesi sonucunda da öğrencilerin düzeyleri arasında belirgin farklar görülmemesi bu sonucu doğrular niteliktedir. Bu durumda düşük cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip olan grubun daha fazla geliştiği ve sonra sırasıyla orta ve yüksek düzeye sahip olan grupların gelişme gösterdikleri söylenebilmektedir. Düşük, orta ve yüksek akademik başarıya sahip olan öğrencilerin cebire giriş davranışlarının geliştirildiği bir çalışmada (Özden, 2019) da 3 farklı grubun istenilen kazanımları elde ettiği görülmüştür. Bu durumda bu çalışmada da öğrencilerin seviyelerinin gelişimlerine olumsuz yönde etki etmediği görülmektedir. Fakat, Çağdaşer (2008) yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerine etkisinin öğrencilerin başarı düzeylerine göre farklılık gösterdiği; yüksek başarılı öğrencilerin düşük başarılı öğrencilere göre cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisinin daha yüksek olduğunu söylemektedir. Bu durumun çalışmalarda kullanılan yöntem farklılıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Tam öğrenme yönteminin her seviyedeki öğrencilerin gerekli koşullar ve zaman sağlandığında istenilen seviyeye gelebileceğini savunması ile farklı seviyelerdeki öğrencilerin bu çalışmada son durumda sınırda anlamlı bir fark göstermesi yani başarılarının artarak birbirine yaklaşması durumu tutarlılık göstermektedir. Akınoğlu (2009, s. 144) da tam öğrenme yönteminde öğrencilerin bilişsel davranışlarının tamamlanması ile uygulama sonrası öğrenme düzeylerindeki bireysel farklılıkların azalacağını ve başarılarında artışlar gözleneceğini belirtmiştir.

5.1.7. Üç farklı seviyede (düşük-orta-yüksek) cebirsel düşünme düzeyine göre gruplandırılmış 5. sınıf öğrencileri arasında uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Uygulama öncesi ve sonrası 3 farklı seviyedeki grupta cebirsel düşünme beceri düzeyleri açısından bir farklılık olup olmadığına karar vermek amacıyla 3 farklı grubun CDBT ön test ve son test puan ortalamaları karşılaştırılmıştır. Buna göre, 3 grup seviyesinde de uygulama öncesindeki cebirsel düşünme beceri düzeyleri uygulama sonrası son test lehine farklılık göstermiştir. Bu durumda 3 farklı düzeyde de başarı artışları gözlenmiştir. Fakat düşük cebirsel düşünme becerisine sahip olan grupta diğer gruplara oranla daha fazla başarı artışı olduğu, orta ve yüksek düzeye sahip olan gruplarda ise benzer oranlarda başarı artışı olduğu dikkat çekmektedir. Daha önceki bulgularda da 3 farklı grubun ön test puanları arasında anlamlı bir fark bulunması ve son test puanları arasında sınırda anlamlı bir fark bulunması farklı düzeylerdeki grup puan ortalamalarının uygulama sonrası birbirine yaklaştığını göstermektedir. Bu durum da düşük cebirsel düşünme beceri düzeyine sahip grubun diğer gruplara yaklaşmak için daha fazla gelişme göstermesi gerektiği düşünüldüğünden en fazla gelişme gösteren grubun bu grup olduğunu desteklemektedir. Bu sonuçlar tam öğrenme yaklaşımının uygulandığı çalışmalarda beklenilen sonuçlardır. Çünkü Senemoğlu'na (1987) göre yapılan çalışmalar düşük düzeyde yetenekli öğrencilerin öğrenme düzeyinin yükselmesinde tam öğrenme yönteminin etkili olduğunu göstermektedir.

5.1.8. Uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin uygulama hakkındaki görüşleri nelerdir?

Görüşme verilerine göre, 12 öğrenciden yalnızca 2 öğrenci uygulama öncesi cebirsel düşünme ile ilgili bilgiye sahip olduğunu söylemiştir. Bu öğrencilerden biri bu konunun eşitliklerde verilmeyeni bulma ile ilgili olduğunu söylerken diğeri sadece matematikle ilgili olduğunu bildiğini söylemiştir. Uygulama sonrası ile ilgili ise 12 öğrencinin tamamı öğrendiği konular ile ilgili görüş bildirmiştir. Öğrenciler uygulama sonrası genel olarak örüntüler, eşitliğin anlamı, eşitliklerde verilmeyeni bulma, değişimin incelenmesi, cebirsel ifadeler, denklemler, harflerin anlamı, sayı sistemindeki yapılar gibi konularda bilgi sahibi olduklarını ifade etmişlerdir. Bu sonuç nicel verilerde elde edilen öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme becerileri arasında son test lehine anlamlı bir fark

bulunması sonucunu da desteklemektedir. Ayrıca, öğrenciler tam öğrenme yöntemine ait izleme testleri, paralel testler ve ek derslerin soru tiplerini öğrenme, konuyu daha iyi anlama, yanlışlarını düzeltme ve kendini değerlendirme gibi açılardan gelişimlerine olumlu yönde katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Nicel verilerde izleme testleri ve ek eğitimlerden sonra yapılan paralel testlerdeki puan artışları da öğrencilerin bu görüşlerini desteklemektedir. Körükçü (2015) de zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki ölçme ve değerlendirmenin öğrencilerin ölçülen davranışları fark etmesi ve geri dönütler ile davranışlarını düzenleme fırsatı bulmalarından dolayı öğrenmeye olumlu etki ettiğini söylemektedir. Özçelik'e (2010) göre de öğrenciler ünite sonlarındaki izleme testleri ile eksikliklerini görmekte ve gerekli düzeltmeler ek öğrenmeler ile sağlanmaktadır. Bunların yanında uygulamanın anlatımının iyi olması, farklı problem çözme yolları sunması, gelecek yıllara hazırlık olması ve cebirsel düşünmeyi geliştirmesi yönlerinden faydalı olduğunu belirtmişlerdir. Ek olarak; grupla çalışma, sanal manipülatifler ve oyunlar, konuları öğrenmek öğrenciler tarafından uygulamanın olumlu yönleri olarak gösterilmiştir. Yapılan deneysel bir çalışmada (Jhala, 2003) da öğrencilerin görüşlerine paralel olarak iş birliği ile öğrenme ve tam öğrenme yöntemlerinin birlikte kullanılmasının öğrencilerin cebir öğrenmelerine bu yöntemlerin tek başına kullanılmasından daha fazla olumlu etkiye sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Başka bir çalışmada da bu tez çalışmasına benzer şekilde sanal manipülatiflerin çevrimiçi olarak cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesine olumlu yönde etki ettiği sonucuna ulaşılmıştır (Kim, 2017). Ayrıca bir öğrencinin cebirsel düşünmeye karşı ön yargısının kırıldığını ve bir öğrencinin de matematiğe karşı tutumunun olumlu yönde değiştiğini ifade etmesi ilgi çeken olumlu öğrenci görüşleri olmuştur. Bu durum araştırmacıların zenginleştirilmiş öğretim etkinliklerinin öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarını ve özgüvenlerini olumlu yönde etkilediği hakkındaki görüşlerini desteklemektedir (Guttstein, Lipman, Hernandez ve De Los Reyes, 1997; Mewborn, 2000). Öğrencilerin çoğu aritmetik örüntülerden genelleme ve sayı sistemindeki yapıların çalışılması konularında zorlandıklarını veya hiç zorlanmadıklarını ifade etmekle beraber geriye kalanı matematiksel eşitlikler, değişimin incelenmesi ve değişkenin farklı kullanımları konusunda zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerden bazıları uzaktan eğitim olmasını, bazı temalarda zorlanmalarını ve teknik sıkıntıları olumsuz yönler olarak

söylerken öğrencilerin çoğu uygulamanın olumsuz bir yönü olmadığını söylemiştir. Bunun yanında bazı öğrenciler de ders içi disiplinin iyileştirilmesi, farklı etkinlikler ve daha fazla soru kullanılması ile uygulamanın daha iyi olacağını savunurken öğrencilerin çoğunun uygulamanın zaten iyi olduğu ve bir şey yapılmasının gerekmediğini veya yüz yüze eğitimle uygulamanın daha iyi olabileceğini söylediği görülmektedir.

5.2. Öneriler

Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine etkisini araştıran bu araştırmadaki sonuçlara dayanarak aşağıda bazı önerilerde bulunulmuştur.

- Öğrencilerin cebir dönemindeki zorluklarını gidermek amacıyla cebir öncesi dönemde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirecek zenginleştirilmiş öğrenme ortamında olduğu gibi teknoloji, somut materyaller, grup çalışması ve gerçek hayat problemleri içeren etkinlikler yapılmalıdır.
- Matematik eğitimi müfredatında cebir dönemine geçilmeden önce öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin istenilen düzeye gelmesi amaçlanmalıdır. Bu amaçla müfredatta farklı cebirsel düşünme becerisi alanlarına yönelik öğrencilerin sınıf seviyesi de göz önüne alınarak bu araştırmada olduğu gibi kazanımlar oluşturulmalı, ders kitaplarında ve okullarda bu kazanımlara yönelik öğretim etkinliklerine yer verilmelidir.
- Matematik öğretmeni adayları lisans seviyesinde cebirsel düşünme ve öğrencilerde cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ile ilgili bilgilendirilmelidir.
- Bu araştırmada tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamı çevrimiçi olarak öğrencilere sunulmuştur. Gelecek araştırmalarda bu ortamın cebirsel düşünmeye yönelik etkisi çevrimiçi ve yüz yüze eğitimi karşılaştırmak adına sınıf ortamında da tekrar edilebilir.
- Bu araştırmada öğrencilerin "Sembollerin Anlamlı Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında zorlandıkları fark edilmiştir. Bu nedenle bu temalarda farklı öğretim etkinlikleri veya yöntemleri denenerek öğrencilerin bu temalardaki zorluklarının giderilmesi amaçlanmalıdır.

Kaynakça

ABCYA. (Devam ediyor). https://www.abcya.com/games/fuzz_bugs_patterns. Copyright ABCya.com. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

ABCYA. (Devam ediyor). https://www.abcya.com/games/interactive_100_number_chart. Copyright ABCya.com. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

ABCYA. (Devam ediyor). https://www.abcya.com/games/shape_patterns. Copyright ABCya.com. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

Acar, S. (2019). *Sayı hissi ile cebirsel düşünme becerisi arasındaki ilişkinin farklı değişkenler açısından incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Akınoğlu, O. (2009). Öğretim kuram ve modelleri. Ş. Tan (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* içinde (s. 105-142). Ankara: Pegem Akademi.

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Differences between arithmetic and algebra: importance of pre- algebra. *İlköğretim Online (elektronik), 10*(3), 812 - 823.

Aktaş, G. S. (2019). *Uygulama örnekleriyle cebirsel düşünme ve öğretimi.* Ankara: Pegem Akademi.

Alghtani, O. A. ve Abdulhamied, N. A. (2010). The effectiveness of geometric representative approach in developing algebraic thinking of fourth grade students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 8,* 256–263.

Asghari, A. H. ve Khosroshahi, L. G. (2017). Making associativity operational. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(8), 1559–1577.

Atasoy, D. (2020). Sözel soruların matematik diline dönüştürülmesi becerisinde iki öğrenci grubunun karşılaştırılması. *Journal of the Institute of Science & Technology / Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *10*(1), 547–555.

Aydoğdu, M. (2008). Matematikte öğrencilere problem çözme yeteneğinin kazandırılması. *e-Journal of New World Sciences Academy Social Sciences, 3*(4), 588-596.

Bağdat, O. ve Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi. *International Journal of Social Science Studies, 26,* 473-496.

Balat, Ş., Kayalı, B., Gündüz, A. ve Göktaş, Y. (2019). *Doktora tezlerinde alınan geçerlik ve güvenirlik önlemleri.* Paper presented at the 28th International Conference on

Educational Sciences, Ankara, 2019.

Baştürk, S., Dönmez, G. ve Dicle, A. N. (2013). Geçerlik ve güvenirlik. S. Baştürk (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (s. 168-169). Ankara: Vize Yayıncılık.

Baştürk, V. (2021). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri matematiksel modellemeyi kullanarak çözme becerilerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Biber, A. ve Argün, Z. (2012). Matematik öğretmen adaylarında iki değişkenli fonksiyonların limiti kavramının yapılandırılmasının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8*(2), 56-66.

Blanton, M. L. ve Kaput, J. J. (2004). *Elementary grades students' capacity for functional thinking*. (Edited by: M. J. Hoines and A. Fuglestad). *Proceeding of The 28th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*. Bergen Norway: International Group For The Psychology of Mathematics Education, 2, 135-142.

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B. ve Zbiek R. M. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5. Series in essential understandings.* United States: National Council of Teachers of Mathematics.

Bloom, B. S. (1995). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (D. A. Özçelik, Çev.). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Bloom, B.S. (1998). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (D. A. Özçelik, Çev.). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Bloom, B. S. (2012). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (D. A. Özçelik, Çev.). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Boaler, J. ve Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle school video cases to support teaching and learning.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Bobis, J., Mulligan, J. ve Lowrie T. (2009). *Mathematics for children: Challenging children to think mathematically*. French, Forest, NSW: Pearson.

Booker, G. ve Windsor, W. (2010). Developing algebraic thinking: using problem-solving to build from number and geometry in the primary school to the ideas that underpin algebra in high school and beyond. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 8,*

411–419.

Bryman, A. (2006). Integrating quantitative and qualitative research: How is it done? *Qualitative Research, 6*(1), 97-113.

Carpenter, T.P., Franke, M.L. ve Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D. ve Brizuela, B. M. (2003). *Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice* [Electronic version]. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Carroll, J. B. (1963). A model for school learning. *Teachers College Record, 64*, 723–733.

Cetner, M. (2015). Weaving geometry and algebra together. *The Mathematics Teacher, 108*(8), 584-590.

Christensen, L. B., Johnson, R. B. ve Turner, L. A. (2015). *Araştırma yöntemleri: Desen ve analiz* (A. Aypay, Çev.). Ankara: Anı Yayınları.

Cohen, J. (1992). Statistical power analysis. *Current Directions in Psychological Science, 1*(3), 98-101.

Coolman, R. (2015). *What is algebra?* Life Science web sitesinden alındı: http://www.livescience.com/50258-algebra.html.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (2. bs.). USA: SAGE Publications.

Creswell, J.W. ve Plano Clark, V.L. (2015). *Karma yöntem araştırmaları tasarımı ve yürütülmesi* (Y. Dede ve S. B. Demir, Çev.). Ankara: Anı Yayınları.

Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Çaylan, B. (2018). *Cebir karosu kullanımının altıncı sınıf öğrencilerinin cebir başarısı, cebirsel düşünmeleri ve cebir karosu kullanımına ilişkin görüşleri üzerindeki etkileri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Davis, D. ve Sorrell, J. (1995). Mastery learning in public schools. *Educational Psychology Interactive*. Valdosta, GA: Valdosta State University.

Davis, G. A. ve Rimm, S. B. (1989). *Education of the gifted and talented* (2. bs.). New

Jersey: Prentice Hall, Inc.

Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 4*(1), 24-56.

Demirel, Ö. (1999). *Öğretme sanatı.* Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Demirel, Ö. (2007). *Öğretim ilke ve yöntemleri: Öğretme sanatı.* Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Demirel, Ö. (2017). *Öğretim ilke ve yöntemleri: Öğretme sanatı* (23. bs.). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10.* Portsmouth: Heinemann.

Empson, S. B., Levi, L. ve Carpenter, T. P. (2011). The algebraic nature of fractions: developing relational thinking in elementary school. J. Cai ve E. Knuth (Ed.), *Early algebraization* içinde (s. 409). Advances in Mathematics Education. Berlin, Heidelberg: Springer.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 34*(152), 44-59.

Ersoy, M. (2014).*Uzaktan eğitim uygulamalarında tam öğrenme modelinin öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). İnönü Üniversitesi, Malatya.

Ginsburg M. A. ve Herbert P. (2008). What is teaching mathematics to young children? A theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psycholog, 29,* 274–285.

Girit, D. ve Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 2*(10), 243-272.

Gökburun, Ö. (2021). *Cebirsel düşünme düzeylerinin ortaokul seviyesinde öğrenilme durumunun araştırılması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bayburt Üniversitesi, Bayburt.

Guttstein, E., Lipman, P., Hernandez, P. ve De Los Reyes, R. (1997). Culturally relevant mathematics teaching in a mexican american context. *Journal for Research in*

Mathematics Education, 28(6), 709–737.

Gürbüz, R. ve Akkan, Y. (2008). A comparision of different grade students' transition levels from arithmetic to algebra: a case for 'equation' subject. *Eğitim ve Bilim, 33*(148).

Gürbüz, R., Pırtıcı, Z. ve Toprak, Z. (2014). Aritmetikten cebire geçişi sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 8*(1), 178-203.

Herbert, K. ve Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics, 3*, 340-344.

Hiebert, J., Stigler, J. W., Jacobs, J. K., Givvin, K. B., Garnier, H., Smith, M., . . . ve Gallimore, R. (2005). Mathematics teaching in the United States today (and tomorrow): Results from the TIMSS 1999 Video Study. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 27*, 111-132.

Hyde, A., George, K., Mynard, S., Hull, C., Watson, S. ve Watson, P. (2006). All chocolate, no change. *Mathematics Teaching in the Middle School, 11*(6), 262–268.

İlhan, M., Oral, B. ve Kinay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *34* (34) , 33-46. doi:10.9779/PUJE469

İlhan, M. (2016). Açık uçlu sorularla yapılan ölçmelerde klasik test kuramı ve çok yüzeyli Rasch modeline göre hesaplanan yetenek kestirimlerinin karşılaştırılması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*(2), 346-368.

Jhala, B. A. (2003). *A study of the effectiveness of cooperative learning and mastery learning approaches in teaching of algebra in std: IX*. (Order No. 10098831). Available from ProQuest Dissertations and Theses Global. (1783085370).

Kabael, T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. (Turkish). *Ilkogretim Online*, *9*(1), 214–228.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. E. Fennema ve T. A. Romberg (Ed.), *Mathematics classrooms that promote understanding* içinde (s. 133-135). Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning?. J. Kaput, D. Carraher ve M. Blanton (Ed.), *Algebra in the early grades* içinde (s. 5-18). New York: Lawrence

Erlbaum Associates.

Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer & Mathematics Education, 7*(1), 142–163.

Kaya, D. ve T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın University Journal of Faculty of Education, 6*(2), 657-675.

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. S. Wagner ve C. Kieran (Ed.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* içinde (s. 33-56). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 390-419). New York: Macmillan.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator, 8*(1), 139-151.

Kilpatrick, J., Swafford, J., ve Findell, B. (Ed.). (2001*). Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Kim, G. B. (2017). *The effect of e-based virtual manipulative on third-grade elementary students' algebraic thinking in math education* (Yüksek Lisans Tezi). California State University, Long Beach. ProQuest Dissertations Publishing, 10261327.

Kocayusuf, A.G. (2014). *İlköğretim matematik eğitiminde yaşam temelli senaryolarla desteklenmiş tam öğrenme ürünleri üzerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Akdeniz Üniversitesi, Antalya.

Körükçü, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişiminin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Köse, N. Y. ve Kızıltoprak, A. (2020). Development of secondary school students' relational thinking skills with a teaching experiment. *Eurasian Journal of Educational Research, 20*(85), 135-168.

Kusumaningsih, W., Darhim D., Herman, T. ve Turmudi T. (2018). Improvement algebraic thinking ability using multiple representation strategy on realistic

mathematics education. *Journal on Mathematics Education, 9*(2), 281–290.

Lian, L. H. ve Yew, W. T. (2011). Developing pre-algebraic thinking in generalizing repeating pattern using solo model. *Online Submission*, 774–780.

Linchevski, L. ve Hersovics, N. (1994). "Cognitive obstacles in pre-algebra". Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 176-183.

Macgregor, M. ve Stacey, K. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher, 90*(2), 110-113.

MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). TTKB.* Ankara: MEB Yayınları.

Mewborn, D. S. (2000). Meaningful integration of matematics methods instruction and field experience. *Action in Teacher Education, 4,* 50-59.

Meyer, G. J. (1999). Simple procedures to estimate chance agreement and kappa for the ınterrater reliability of response segments using the rasch comprehensive system. *Journal of Personality Assessment, 72,* 230-255.

Miles, M. B. ve Huberman, M. A. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.* London: Sage.

National Library of Virtual Manipulatives. (2000-devam ediyor). http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&from=topic_t_2.html. Copyright Utah State University (Cannon, L., Dorward, J., Duffin, J., Heal, E.R.). İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

Naylor, M. (2005). Math in your classroom: The shape of numbers. *Teaching Pre K-8, 35*(8), 34–35.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston/VA.: National Council of Teachers of Mathematics(NCTM) Pub.

Özçelik, D. A. (1998). *Eğitim programları ve öğretim (Genel Öğretim Yöntemleri)*. Ankara: ÖSYM Yayınları.

Özçelik, D. A. (2010). *Eğitim programları ve öğretim (Genel Öğretim Yöntemi)*. Ankara: Pegem Akademi.

Özçelik, D.A. (2014). *Eğitim programları ve öğretim (Genel Öğretim Yöntemleri)*. Ankara: Pegem Akademi.

Özden, D. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına ilişkin öğrenme süreçlerinin incelenmesi: tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı bir öğretim deneyi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Özden, Y. (2021). *Öğrenme ve öğretme.* Ankara: Pegem Akademi.

Özder, H. (1996). *Tam öğrenmeye dayalı işbirlikli öğrenme modelinin etkililiği* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Özler, A. (2020). *Tersyüz sınıf modeli ile desteklenmiş tam öğrenme yaklaşımının matematik dersindeki akademik başarıya ve öz düzenleme becerilerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.

Palabıyık, U. ve İspir Akkuş, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 111–123.

Papadopoulos, I. (2019). Using mobile puzzles to exhibit certain algebraic habits of mind and demonstrate symbol-sense in primary school students. *Journal of Mathematical Behavior, 53,* 210–227.

Patton, Q. M. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation.* Newbury Park, London, New Delhi: Sage Publications.

Payne, N. T. (2012). *Tasks that promote functional reasoning in early elementary school student* (Doktora Tezi*)*. Erişim adresi ProQuest Dissertations and Theses - The University of North Carolina at Greensboro.

PhET Interactive Simulations. (2021). https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_tr.html. Copyright University of Colorado Boulder. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

PhET Interactive Simulations. (2021). https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_tr.html. Copyright University of Colorado Boulder. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

PhET Interactive Simulations. (2021). https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_tr.html. Copyright University of Colorado Boulder. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher, 85*(7), 557-561.

Russell, S. J., Schifter, D. ve Bastable, V. (2011). Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. J. Cai ve E. Knuth (Ed.), *Early algebraization* içinde (s. 43). Advances in Mathematics Education. Berlin, Heidelberg: Springer.

Senemoğlu, N. (1987). Tam öğrenme avantajları ve sınırlılıkları. *Eğitim ve Bilim, 12* (66), 28-34.

Senemoğlu, N. (2020). *Gelişim öğrenme ve öğretim kuramdan uygulamaya* (27. bs.). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Somasundram, P., Akmar, S. N. ve Leong Kwan Eu. (2019). Year five pupils' number sense and algebraic thinking: The mediating role of symbol and pattern sense. *New Educational Review, 55,* 100–111.

Stigler, J. W., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S. ve Serrano, A. (with Derghazarian, E., Huber, G., Ichioka, F. ve Kersting, N.) (1999, February). The TIMSS videotape classroom study: Methods and findings from an exploratory research project on eighthgrade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States (NCES 99–074). Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, National Center for Educational Statistics.

Sutherland, R. ve Rojano, T. A. (1993). Spreadsheet approach to solving algebraic problems. *The Journal of Mathematics Behavior, 12*(4), 353-383.

Şahan, H. H. (2008). Zenginleştirilmiş öğretim etkinliklerinin ilköğretim 3. sınıf matematik dersi öğretim programındaki kazanımların gerçekleşme düzeyine ve öğrencilerin akademik özgüven özelliklerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi, 56* (56), 607-632.

Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçmelerde güvenirlik ve geçerlik.* Ankara: Sözkesen Matbaacılık.

Şengül, S. ve Zengin, N. (2009). Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda farklı öğretim yöntemleriyle işlenen matematik dersinin öğrencilerin matematik tutumlarına etkisi. *Milli Eğitim Dergisi, 39* (184), 290-305.

Takır, A. ve Özerem, A. (2020). Ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 49,* 582-599. doi: 10.9779/pauefd.523388

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Equal sign and relational thinking in elementary mathematics textbooks. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 2*(5), 251–277.

Tertemiz, N. (2011). Tam öğrenme modeli ya da okulda öğrenme kuramı. S. Büyükalan Filiz (Ed.), *Öğrenme-öğretme kuram ve yaklaşımları* içinde (s. 117-140). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

The Math Learning Center. (2005-2020). https://apps.mathlearningcenter.org/partial-product-finder/. Copyright The Math Learning Center. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

Topses, G. (2009). *Gelişim ve öğrenme psikolojisi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Turan, P. ve Özdemir Erdoğan, E. (2014). Elektronik tablo ortamında ilköğretim öğrencilerinin örüntüleri araştırma süreçleri. *Eğitim ve Bilim, 39*(173), 181-196.

Turgut, S. ve Doğan, Ö. (2017). Erken cebir öğretim etkinliklerinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6*(1), 1-31.

Türkmen, H. ve Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research Education, 7*(1), 344-372. doi:10.14689/issn.2148-2624.1.7c1s.16m

Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta – sentez çalışması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Uluç, E. ve Gündoğdu, K. (2021). Zenginleştirilmiş eğitim programının geometri ders ve görsel algı başarısı ile matematik tutumuna etkisi. *Uluslararası Bilim ve Eğitim Dergisi, 4*(1), 1-15. doi: 10.47477/ubed.769597

U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, National Center for Education Statistics. (1998, August). *Pursuing excellence: A study of U.S. twelfth-grade mathematics and science achievement in international context: Initial findings from the Third International Mathematics and Science*

Study (Revised, NCES 98-049). Washington, DC: Author.

Usta, N. ve Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education, 6*(3), 427-453.

Van De Walle, J., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Walkowiak, T. A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns. *Journal of Mathematical Behavior, 33,* 56–71.

Windsor, W. ve Mathematics Education Research Group of Australasia. (2010). *Algebraic thinking: a problem solving approach: Paper presented at the annual meeting of the mathematics education research group of Australasia.* Mathematics Education Research Group of Australasia.

Yaman, H. ve Dündar, S. (2015). Cebir eğitimi almayan öğrenciler problem çözümlerinde denklemleri kullanabiliyorlar mı?. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 6*(1) , 255-276.

Yeşilyurt, E. (2020). Tam öğrenme yaklaşımı. *Itobiad: Journal of the Human & Social Science Researches, 9*(2), 1548–1580.

Yeşilyurt, S. ve Çapraz, C. (2018). Ölçek geliştirme çalışmalarında kullanılan kapsam geçerliği için bir yol haritası. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 20*(1), 251-264. doi: 10.1755

Yıldıran, G. (1982). *Öğrenme düzeyi ve ürünleri*. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınları.

Yıldırım, B. ve Selvi, M. (2017). Stem uygulamaları ve tam öğrenmenin etkileri üzerine deneysel bir çalışma. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 13*(2), 183-210. doi:10.17244/eku.310143

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

EK 1: BİLİŞSEL GİRİŞ DAVRANIŞLARI TESTİ

*****Bu test uygulamadan önce öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerini değerlendiren bir testtir.

BİLİŞSEL GİRİŞ DAVRANIŞLARI TESTİ

KAZANIMLAR:

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.
- **M.5.1.2.9.** Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen ögeleri (çarpan, bölen veya bölünen) bulur.
- Öğrenciler adımlar arasındaki fark sabit olan örüntülerde adımlar arası farkı belirler ve bu farka göre istenilen adımları oluşturabilir.

SORULAR

1)	354	258	3692	41561
	+ 189	+ 542	+ 6293	+ 76123
2)	684	638	7865	96287
	- 263	- 254	- 1474	- 32936
3)	45	532	852	489
	x 56	x 34	x 36	x 358

4) 120 | 5 _____ 616 | 20 _____ 1692 | 3 _____ 8000 | 40 _____

5)

25	□	30	□
x □	x 30	x □	x 16
500	840	810	384

6) 330÷□ = 22 450÷□ = 50 □ ÷12=13 □ ÷8=24

7) 5, 9, 13, 17, 21,…. şeklindeki bir sayı örüntüsünde;

a) 8. terimdeki sayı kaçtır?

b) 41 sayısına kaçıncı adımda ulaşılır?

EK 2: CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİ TESTİ

CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİ TESTİ

BÖLÜM 1:

1) Tutumlu bir öğrenci olan Merve her gün harçlığının yarısını harcamayıp kumbarasına koymaktadır. Merve'nin günlük harçlığının miktarı 10 TL olduğuna göre;

a. Merve 2 günde ne kadar para biriktirir?
b. Merve 3 günde ne kadar para biriktirir?
c. Merve 4 günde ne kadar para biriktirir?
d. Merve'nin harçlık aldığı gün miktarı verildiğinde biriken parayı bulabileceğimiz genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.
e. Bu kuraldan faydalanarak Merve'nin 50 günde ne kadar para biriktirdiğini bulunuz.

2) Matematikte " = " eşittir sembolü ne anlama gelmektedir? Düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

3) Matematiksel bir eşitlikte harf kullanılmışsa, bu harf hangi anlamlara gelebilir? Açıklayınız.

4) Aşağıda verilen durumları eşitlik ve bilinmeyen içerecek şekilde semboller kullanarak ifade ediniz.

Örnek: Hazal'ın elindeki bilyelerin sayısının 2 fazlası 5'tir.

Hazal'ın bilyeleri+2=5 veya **h+2=5** veya **□+2=5** veya **x+2=5** şeklinde ifade edilebilir. Bir ifade biçimini seçmeniz yeterlidir.

a. Mücahit'in parasının 5 TL fazlası 7 TL etmektedir.

b. Esma'nın oyundaki puanı Umut'un puanının 10 fazlasıdır. Esma'nın puanı 20'dir.

c. Gizem'in boyu Murat'ın boyunun yarısıdır. Gizem'in boyu 90 santimetredir.

d. İpek 3 paket toka almıştır. Fakat bir paketin içerisinde kaç tane toka olduğunu bilmemektedir. İpek tokaların tamamını kutusuna koyup saydığında 21 tokası olduğunu fark etmiştir. (Her pakette eşit sayıda toka vardır.)

5)

a. Aşağıdaki problemlerde belirtilen durumları eşitlik içerecek şekilde semboller ile ifade ediniz ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözünüz.

Problem 1: Sevim evdeki atık yağları geri dönüşüme kazandırmak için bir kapta biriktirmektedir. Kabın içinde 4 litre yağ varken 2 kırmızı şişe dolusu yağı boşalttığında kap tamamen dolmaktadır. Sevim aynı kabın 7 litre yağın üzerine 1 kırmızı şişe dolusu yağ boşaltıldığında da tamamen dolduğunu fark etmiştir. Sevim kırmızı şişenin kaç litre yağ aldığını merak etmektedir. Kırmızı şişenin kaç litre yağ aldığını eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz.

Problem 2: Bir fırında çok sayıda çavdar ekmeği ve odun ekmeği bulunmaktadır. Fırın sahibi bu ekmeklerden toplam 6 tanesini bir sepete koymak istiyor. Ekmek çeşidi olarak, fırın sahibinin sepete ekmekleri kaç farklı şekilde koyabileceğini eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz.

b. Yukarıda verilen **Problem 1** ve **Problem 2'**nin sembolik gösterimlerindeki harflerin tek bir sayıyı mı birden fazla sayıyı mı temsil ettiğini aşağıdaki uygun kısma 1. problem veya 2.problem şeklinde belirtiniz.

Tek bir sayıyı temsil eden harf kullanımı olan problem:

Birden fazla sayıyı temsil eden harf kullanımı olan problem:

6) Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y işareti koyunuz.

a. ( ) 345+234=234+345

b. ( ) 579+428=438+579

c. ( ) (474+355)+288=288+(356+474)

d. ( ) (987+10)+78= 987+(10+78)

e. ( ) 385x485=485x445

f. ( ) 498x36=36x498

g. ( ) (204x721)x300=204x(721x300)

h. ( ) (138x265)x124=(125x138)x265

i. ( ) 3x10=3x(4+6)

j. ( ) 3x(4+6)=(3x4)+(3x6)

k. ( ) 3x(4+6)=(2+1)x(4+6)

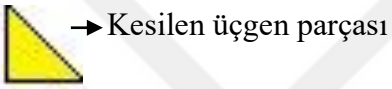
l. ( ) (2+1)x(4+6)=(2x4)+(1x4)+(2x6)+(1x6)

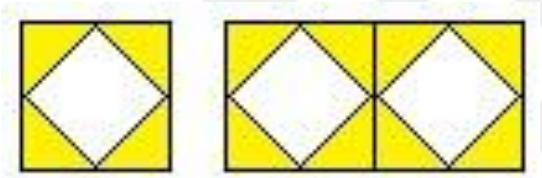
7) Bir sarı kartondan aşağıda gösterilen üçgenden çok sayıda kesilerek bir örüntü oluşturulmuştur.

a. Bu örüntünün 1. ve 2. adımı aşağıda verilmiştir. Bu örüntüye göre adım sayısı ve kullanılan üçgen parçası sayısı tablosunu doldurunuz.

b. Herhangi adım sayısı verildiğinde o adımda kullanılan üçgen parçası sayısını bulmaya yarayacak genel bir kural bulunuz ve neden işe yarayacağını düşündüğünüzü açıklayınız.

c. Kuralınızı kullanarak 10 ve 50. adımdaki üçgen parçası sayısını bulunuz.





1.adım 2.adım

Adım Sayısı	**Kullanılan Üçgen Parçası Sayısı**
1	
2	
3	
4	

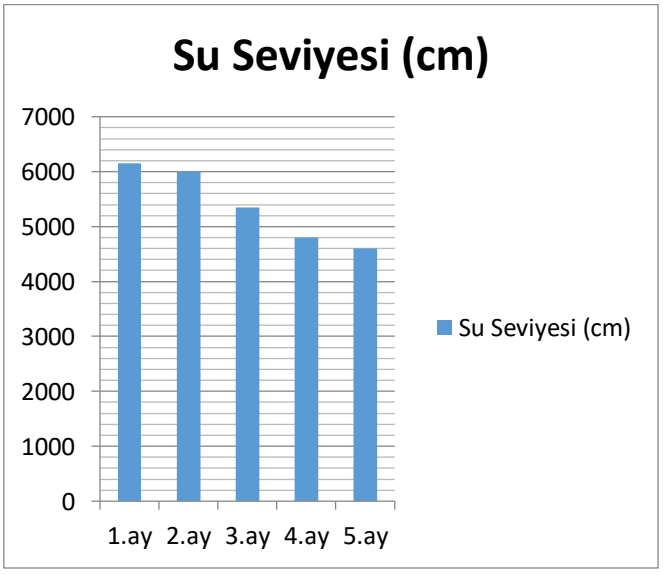
8) Aşağıda bir barajdaki su seviyesinin 5 aylık değişimi santimetre cinsinden tablo ve grafik olarak verilmiştir. Buna göre;

a. Aylar değiştikçe su seviyesinin nasıl değiştiğini ifade ediniz.

b. Düzenli mi düzensiz mi bir değişim söz konusudur?

c. Su seviyesinin hangi 2 ay arasında en hızlı ve hangi 2 ay arasında en yavaş azaldığını yazınız.

Aylar	**Su Seviyesi (cm)**
1.ay	6150
2.ay	6000
3.ay	5350
4.ay	4800
5.ay	4600



9) Bir müzeye gelen ve 10 kişiden fazla olan gruplar için grubun tamamının giriş ücreti olarak yalnızca 50 TL alınmaktadır. Müzedeki animasyonu da izlemek isteyen gruplarda gruptaki her üyenin kişi başı 10 TL ekstra ücret vermesi gerekmektedir. Buna göre;

a. Müzeye girip animasyon izlemek isteyen 11 kişi ve 12 kişilik gruplar için gereken ücret miktarını hesaplayınız.

b. Hesaplarınıza göre müzeye girip animasyon izlemek isteyen 10 kişiden fazla gruplar için gereken ücret miktarını hesaplamaya yarayan matematiksel eşitliği yazınız.

Bilgi: Matematiksel eşitlik; içinde değişken, işlemler ve eşitlik içerebilen bir ifade biçimidir. Örneğin; "Esra'nın kalemlerinin sayısı, Murat'ın kalemlerinin sayısının 3 fazlasıdır." ifadesi matematiksel olarak E=M+3 şeklinde ifade edilebilir.

CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİ TESTİ

BÖLÜM 2:

1) Bir öğrenci her gün bir önceki günün 2 sayfa fazlası kadar kitap okumaktadır. İlk gün 2 sayfa kitap okuduğuna göre;

a. İkinci günde kaç sayfa kitap okur?

b. Üçüncü günde kaç sayfa kitap okur?

c. Dördüncü günde kaç sayfa kitap okur?

d. Gün sayısı verildiğinde o gün okunan sayfa sayısını bulabileceğimiz bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.

e. Bu kuralı kullanarak öğrencinin yüzüncü günde kaç sayfa kitap okuduğunu bulunuz.

2) Aşağıdaki ifadelerde "…" şeklinde verilen boşluklara eşitliklere uygun sayıları yazınız.

a. …=7+24

b. 8+2=9+…

c. …+4=9+2

d. 5=…

e. …=9

f. 3+9+5=5+…+…

g. 5+7+6=…+3

h. 4+3+…=10+3

i. 144+120=142+…

j. 123+…=124+120

k. 60-…=70-60

l. 80-42=…-32

m. 16:4=…x4

n. Yukarıda bulunan “i”, “j”, “k” ve “l” maddelerinde verilen boşluklara yazdığınız sayıları nasıl bulduğunuzu açıklayınız. Sizce farklı bir yol ile de bulunabilir mi? Evetse, bu yolu belirtiniz.

3) Aşağıda verilen durumları eşitlik ve bilinmeyen içerecek şekilde semboller kullanarak ifade ediniz.

Örnek: Hazal’ın elindeki bilyelerin sayısının 2 fazlası 5’tir.

Hazal’ın bilyeleri+2=5 veya **h+2=5** veya **□+2=5** veya **x+2=5** şeklinde ifade edilebilir. Bir ifade biçimini seçmeniz yeterlidir.

a. Fuat’ın 2 kalemi vardır. Arkadaşı bir miktar daha kalem verir ve kalemlerinin sayısı 10 olur.

b. Bir mutfaktaki 5 bardak su miktarı, 3 bardak su miktarından 200 mililitre fazladır.

c. Mücahit’in kitabının sayfa sayısı 92’dir. Mücahit’in kitabının sayfa sayısı Yaman’ın kitabının sayfa sayısının 3 katından 2 fazladır.

d. Aslan ve Hale evlerindeki büyük akvaryum için su taşımaktadırlar. Aslan akvaryuma bir miktar su taşır, Hale ise Aslan’ın 2 katı miktarda akvaryuma su taşır. Toplamda 6 litre su taşınmıştır.

4)

a. Aşağıdaki problemlerde belirtilen durumları eşitlik içerecek şekilde semboller ile ifade ediniz ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözünüz.

Problem 1: Ayşe'nin dedesi ekim yapmak üzere bir miktar domates fidesi, domates fidelerinden 1 fazla miktarda biber fidesi almıştır. Elinde toplam 41 fidesi olan Ayşe'nin dedesinin ne kadar domates fidesi aldığını eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz.

Problem 2: Furkan spor yapmayı çok seven bir çocuktur. Haftada belli bir süre basketbola, basketbol oynadığı saatin 3 katı kadar saat yüzmeye ve belli bir süre de günlük egzersizlere zaman ayırmaktadır. Haftalık 10 saatini bu sporlara harcayan Furkan spor saatlerini kaç farklı şekilde düzenleyebileceğini eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz. (Furkan her spor için tam saatler kadar vakit ayıracaktır.1 saat, 2 saat vb.)

b. Yukarıda verilen **Problem 1** ve **Problem 2'**nin sembolik gösterimlerindeki harflerin tek bir sayıyı mı birden fazla sayıyı mı temsil ettiğini aşağıdaki uygun kısma 1. problem veya 2.problem şeklinde belirtiniz.

Tek bir sayıyı temsil eden harf kullanımı olan problem:

Birden fazla sayıyı temsil eden harf kullanımı olan problem:

5) Aşağıdaki ifadelerde eşitliğin sağlanması için boşluklara uygun sayıları yazınız.

a. 648+352=352+ …

b. …+102=102+20+ 5

c. 512+…=489+512

d. (589+425)+200=200+(…+589)

e. (554+…)+96= 554+(30+96)

f. 686x955=955x…

g. 268x …=41x268

h. (426x124)x202=…x(124x202)

i. 3x12=3x(…+3)

j. …x(7+3)=(3x7)+(3x3)

k. …x(5+3)=(2+1)x(5+3)

l. (3+1)x(4+3)=(3x4)+(1x4)+(3x…)+(1x…)

6) Marangoz Ahmet Bey'in atölyesinde ilk hafta 4 masa bulunmaktadır. Ahmet Bey her hafta **1 masa** yapabilmektedir. Buna göre;

a. 2. 3. ve 4. haftada atölyede birikecek masa sayısını bulunuz ve aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

b. Herhangi geçen hafta sayısı verildiğinde atölyede biriken masa sayısını bulmaya yarayacak genel bir kural bulunuz ve neden işe yarayacağını düşündüğünüzü açıklayınız.

c. Kuralınızı kullanarak 10. ve 20. haftada atölyede birikecek masa sayısını bulunuz.

Hafta Sayısı	Masa Sayısı
1	4
2	
3	
4	

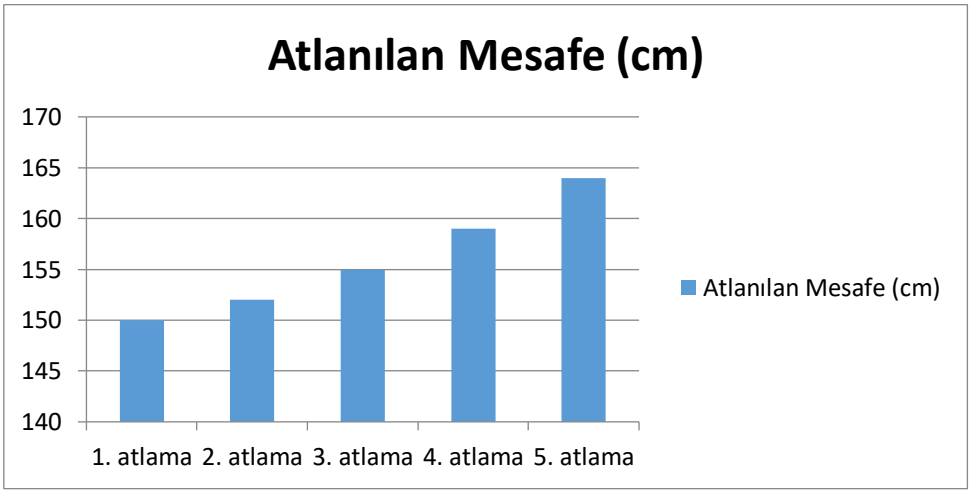
7) Uzun atlama yarışmasına katılan bir sporcu 5 defa atlama yapmıştır. Her atlamada kaç santimetre uzağa atladığı aşağıdaki tablo ve grafikte belirtilmiştir. Buna göre;

a. Atlama sayısı değiştikçe atlanılan mesafenin nasıl değiştiğini ifade ediniz.

b. Düzenli mi düzensiz mi bir değişim söz konusudur?

c. Bu yapılan 5 atlamada; atlanılan mesafenin hangi 2 atlama arasında en hızlı ve hangi 2 atlama arasında en yavaş arttığını yazınız.

Atlama Sayısı	**Atlanılan Mesafe (cm)**
1. atlama	150
2. atlama	152
3. atlama	155
4. atlama	159
5. atlama	164



8) Bir fabrikada üretilen bir ürünün üretilme süreleri ve üretilme miktarları aşağıda verilmiştir. Buna göre üretilme süresi ve üretilme miktarları arasında bir ilişki olup olmadığını tespit ediniz. Herhangi üretilme süresinde ne kadar ürün üretileceğini bulabilmemizi sağlayan matematiksel eşitliği yazınız.

Bilgi: Matematiksel eşitlik içinde değişken, işlemler ve eşitlik içerebilen bir ifade biçimidir. Örneğin; "Esra'nın kalemlerinin sayısı, Murat'ın kalemlerinin sayısının 3 fazlasıdır." ifadesi matematiksel olarak E=M+3 şeklinde ifade edilebilir.

Üretilme Süresi (saat)	**Üretim Miktarı (adet)**
2	120
3	180
4	240
. . . .	. . . .
…	…

EK 3: SANAL MANİPÜLATİF VEYA OYUNLAR İÇİN ALINAN İZİNLER

ABCya:

help@support.abcya.com
8.02.2021 Pzt 18:00
Kime: Siz

Hi Tuğba,

Thanks for reaching out to ABCya.com!

You are more than welcome to include links to our games in your publication as long as you properly cite ABCya as the author.

Please let us know if you need us to clarify anything.

Sincerely,
Jane
ABCya Support

PhET Interactive Simulations Colorado Boulder Üniversitesi:

PhET Help <phethelp@Colorado.EDU>
8.02.2021 Pzt 21:36
Kime: Siz

Greetings Tuğba,

Thanks for reaching out to PhET.

As you may already know, PhET is an Open Education Resource, and as such, can be licensed under the Creative Commons-Attribution (CC-BY). Under this license, you (whether educational, commercial or non-commercial) can distribute/use our sims either through the internet or through a DVD/CD. The licenses only require attributing the work to:

PhET Interactive Simulations
University of Colorado Boulder
http://phet.colorado.edu/

(Note: please use the full title of the project, not just the logo.)

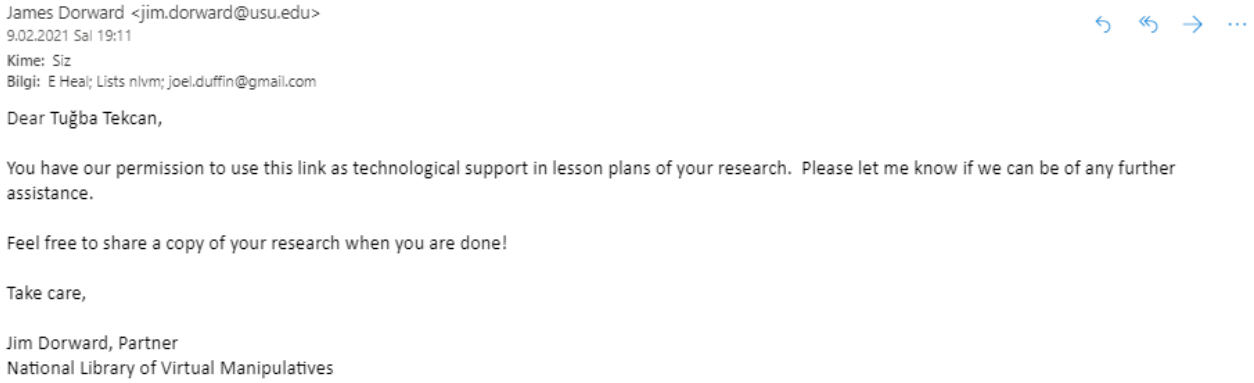
Please note that the CC-BY license does not apply to the PhET name and PhET logo, which are registered trademarks of The Regents of the University of Colorado, a body corporate. Under the CC-BY license, you are permitted to use the PhET name and PhET logo ONLY for attribution purposes not for promotional, marketing, or advertising purposes.

Lastly, please complete the following form to provide us info about your use of PhET. This is important for us to receive more grant and foundation support:
https://docs.google.com/forms/d/1vNTUPvXCQ20BtWqBK1niKj0-5j866ZY2iC3ulvdYhss/viewform?usp=send_form

Thanks and with best wishes,

Oliver

Ulusal Sanal Manipülatif Kütüphanesi (National Library of Virtual Manipulatives) Utah Eyalet Üniversitesi:



James Dorward <jim.dorward@usu.edu>
9.02.2021 Sal 19:11
Kime: Siz
Bilgi: E Heal; Lists nlvm; joel.duffin@gmail.com

Dear Tuğba Tekcan,

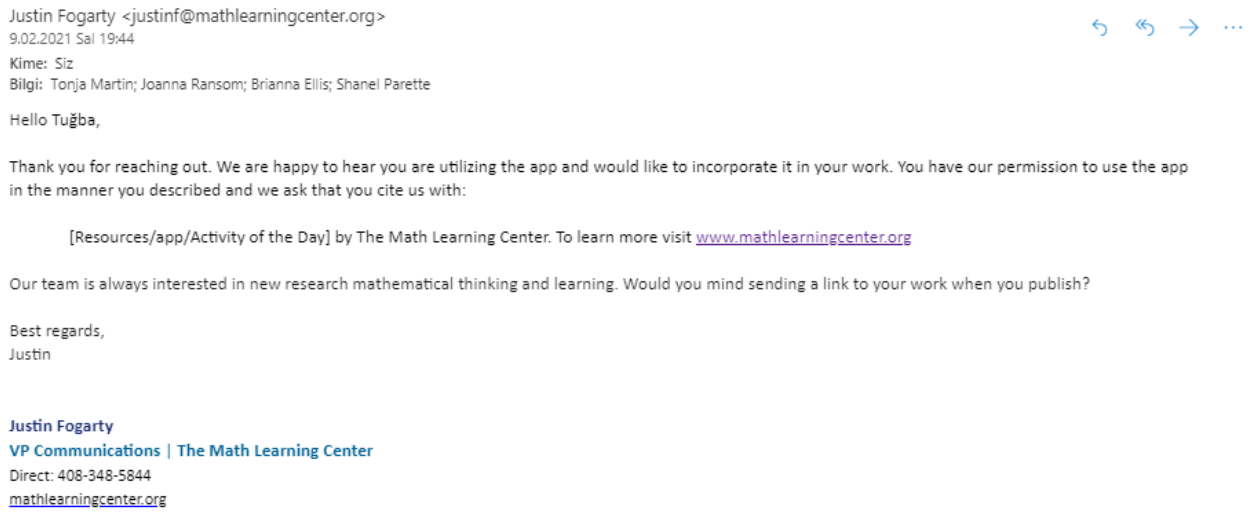
You have our permission to use this link as technological support in lesson plans of your research. Please let me know if we can be of any further assistance.

Feel free to share a copy of your research when you are done!

Take care,

Jim Dorward, Partner
National Library of Virtual Manipulatives

The Math Learning Center:



Justin Fogarty <justinf@mathlearningcenter.org>
9.02.2021 Sal 19:44
Kime: Siz
Bilgi: Tonja Martin; Joanna Ransom; Brianna Ellis; Shanel Parette

Hello Tuğba,

Thank you for reaching out. We are happy to hear you are utilizing the app and would like to incorporate it in your work. You have our permission to use the app in the manner you described and we ask that you cite us with:

[Resources/app/Activity of the Day] by The Math Learning Center. To learn more visit www.mathlearningcenter.org

Our team is always interested in new research mathematical thinking and learning. Would you mind sending a link to your work when you publish?

Best regards,
Justin

Justin Fogarty
VP Communications | The Math Learning Center
Direct: 408-348-5844
mathlearningcenter.org

EK 4: CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİ TESTİ KAZANIMLARA AİT SORU DAĞILIMLARI

CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİ TESTİ BELİRTKE TABLOSU

Konu	Alt Konu	Kazanım	Soru Sayısı
Aritmetik Örüntülerden Genelleme	x	• Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir.	2
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder.	1
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder. (Eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği (3 + 5 = 8, 8 = 3 + 5 gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği vurgulanır.	1
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını açıklar. (özellikle bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır)	1
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)	2
Sembollerin Anlamlı Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece a + x = b, ax + b = c, ax + b = cx + d şeklinde ifade edilebilenler) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer.	2
Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması	x	• Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanır ve tüm sayılar için genelleyebilir.	2
Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir. (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.)	2
Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder.	2
Matematiksel Modelleme	x	• Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir.	2

EK 5: GÖZLEM FORMU

Gözlem Formu

Amaç :

Bu araştırmanın amacı, tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemektir.

Gözlem Notları :

Cebirsel Düşünme ile İlgili Ders Teması:

Ders Kazanımları:

Düşük Düzeyde Cebirsel Düşünme Becerisine Sahip Öğrenciler İle İlgili Gözlemler:

Orta Düzeyde Cebirsel Düşünme Becerisine Sahip Öğrenciler İle İlgili Gözlemler:

Yüksek Düzeyde Cebirsel Düşünme Becerisine Sahip Öğrenciler İle İlgili Gözlemler:

Genel Gözlem Notları:

EK 6: ÖĞRENCİ VE VELİ İZİN BELGELERİ

MARMARA ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU

GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU

Sizi Tuğba Tekcan tarafından yürütülen "Tam Öğrenme İlkeleri Doğrultusunda Hazırlanan Zenginleştirilmiş Bir Öğrenme Ortamının 5. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine Etkisinin İncelenmesi" başlıklı araştırmaya katılımcı olarak davet ediyoruz. Araştırmaya katılmak tamamen **gönüllülük** esasına dayanmaktadır.

Bu araştırmanın amacı tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemektir. Araştırma kapsamında öğrencilerin ortaokul ve lisede gördüğü cebir ve denklemler konusuna bir hazırlık olarak nitelendirilen cebirsel düşünme alanındaki 5 ana ünite, her ünite en az 2 en çok 4 saat olacak şekilde çevrimiçi dersler aracılığıyla işlenecektir. Ünite sonrası yeterli düzeye ulaşamadığı tespit edilen öğrenciler için destek ek dersler düzenlenebilecektir. Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda ve araştırma verilerinin toplanması amacıyla araştırma öncesinde bir ön test, her ünite sonrası kazanımlara erişilip erişilmediğinin izlenmesi amacıyla izleme testi ve izleme testinden yeterli sonuç alınamadığında gerekli ek dersler verilerek istenilen düzeye erişip erişilmediğini ölçen paralel testler ve son olarak uygulama sonrası son test yapılacaktır. Çevrimiçi dersler esnasında öğrencinin kamerası ve mikrofonu açık şekilde aktif olarak derse katılımı beklenmektedir. Çevrimiçi sınavlar esnasında da öğrencinin kamerası açık şekilde sınav olması beklenmektedir. Bu amaç doğrultusunda ses kaydı/ses ve görüntü kaydı/yazılı olarak veri toplanacaktır. Dersler öğrencilerin gelişimlerini izlemek amacıyla kayıt altına alınacak olup araştırma kapsamı dışında kullanılmayacaktır. Araştırmanın amacına ulaşması için sizden beklenen, testlerin uygulanması sırasında bütün soruları eksiksiz, kimsenin baskısı/telkini altında olmadan, size en uygun gelen cevapları objektif ve içtenlikle vermenizdir. Bu çalışmadan elde edilecek bilgiler tamamen araştırma amacı ile kullanılacak olup kişisel bilgileriniz KVKK kapsamında **gizli tutulacak,** veriler topluca işlenecek ve sadece yayın amacı ile kullanılacaktır. Araştırma tamamlandığında

genel/size özel sonuçların sizinle paylaşılmasını istiyorsanız lütfen tugba-tekcan@hotmail.com e-posta adresine mesaj gönderiniz.

Bu formu okuyup onaylamanız, araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz anlamına gelecektir.

Yukarıda yer alan bilgileri okudum ve katılmam istenen çalışmanın kapsamını, amacını ve gönüllü olarak üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma hakkında yazılı ve sözlü açıklama aşağıda adı belirtilen araştırmacı/araştırmacılar tarafından yapılmış ve kişisel bilgilerimin korunacağı konusunda yeterli güven verilmiştir.

Bu koşullarda söz konusu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının (Kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı :

İmzası :

(Varsa) Velayet veya Vesayet Altında Bulunanlar İçin;

Veli veya Vasisinin (kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı :

İmzası :

Araştırmacının

Adı-Soyadı :

İmzası :

MARMARA ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU

GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU

Sizi Tuğba Tekcan tarafından yürütülen "Tam Öğrenme İlkeleri Doğrultusunda Hazırlanan Zenginleştirilmiş Bir Öğrenme Ortamının 5. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine Etkisinin İncelenmesi" başlıklı araştırmaya katılımcı olarak davet ediyoruz. Araştırmaya katılmak tamamen **gönüllülük** esasına dayanmaktadır.

Bu araştırmanın amacı tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemektir. Araştırma kapsamında hazırlanan Cebirsel Düşünme Beceri Testi'nin ana uygulama öncesi 6. sınıflar tarafından uygulanması ve test ile ilgili gerekli istatistiksel çalışmaların tamamlanması planlanmaktadır. Bu kapsamda günün şartlarına uygun olarak çevrimiçi veya okul ortamında bu test 6. sınıflara uygulanacaktır. Çevrimiçi uygulanması durumunda öğrencinin kamerası açık şekilde testi uygulaması beklenmektedir. Bu amaç doğrultusunda görüntü kaydı ve test cevapları veri olarak toplanacaktır. Test esnasında güvenilirliği sağlamak amacıyla görüntü kayıt altına alınacak olup araştırma kapsamı dışında kullanılmayacaktır. Araştırmanın amacına ulaşması için sizden beklenen, bütün soruları eksiksiz, kimsenin baskısı/telkini altında olmadan, size en uygun gelen cevapları objektif ve içtenlikle vermenizdir. Bu çalışmadan elde edilecek bilgiler tamamen araştırma amacı ile kullanılacak olup kişisel bilgileriniz KVKK kapsamında **gizli tutulacak,** veriler topluca işlenecek ve sadece yayın amacı ile kullanılacaktır. Araştırma tamamlandığında genel/size özel sonuçların sizinle paylaşılmasını istiyorsanız lütfen tugba-tekcan@hotmail.com e-posta adresine mesaj gönderiniz.

Bu formu okuyup onaylamanız, araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz anlamına gelecektir.

Yukarıda yer alan bilgileri okudum ve katılmam istenen çalışmanın kapsamını, amacını ve gönüllü olarak üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma hakkında yazılı ve sözlü açıklama aşağıda adı belirtilen araştırmacı/araştırmacılar tarafından yapılmış ve kişisel bilgilerimin korunacağı konusunda yeterli güven verilmiştir.

Bu koşullarda söz konusu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının (Kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı :

İmzası :

(Varsa) Velayet veya Vesayet Altında Bulunanlar İçin;

Veli veya Vasisinin (kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı :

İmzası :

Araştırmacının

Adı-Soyadı :

İmzası :

EK 7: ETİK KURUL ONAYI

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULU KARARI

Sayı: 82980 **Tarih:** 11 Ağustos 2021

Çalışmanın Yürütücüsü: ***Prof. Dr. Sare ŞENGÜL***
Diğer Araştırmacılar: Tuğba TEKCAN
Onay Tarihi ve Onay Sayısı: 03.05.2021 /4-25

Sayın: ***Prof. Dr. Sare ŞENGÜL***

"Tam Öğrenme İlkeleri Doğrultusunda Hazırlanan Zenginleştirilmiş Bir Öğrenme Ortamının 5.Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine Etkisinin İncelenmesi" isimli çalışmanız Üniversitemiz Eğitim Bilimler Enstitüsü Araştırma ve Yayın Etik Kurulu tarafından incelenmiş ve etik yönden uygunluğuna karar verilmiştir.

Prof. Dr. Seyfi KENAN
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Dilek ERBAŞ
Kurul Başkan Yardımcısı

Prof. Dr. Feruzan GÜNDOĞAR
Üye

Prof. Dr. Mustafa USLU
Üye

Prof. Dr. Halil EKŞİ
Üye

Prof. Dr. Salih PINAR
Üye

Prof. Dr. Musa ÜCE
Üye

Prof. Dr. Mustafa S. KAÇALİN
Üye

Prof. Dr. Hülya KAYALI
Üye

*YÖK 'ün Kişisel Verilerin Korunması Kanunu çerçevesinde ıslak imzalar maskelenmiştir.

EK 8: DERS PLANLARI

DERS PLANI 1

Konu: Aritmetik Örüntülerden Genelleme

Sınıf: 5. sınıf

Süre: 4 Ders

Hazır Bulunuşluk:

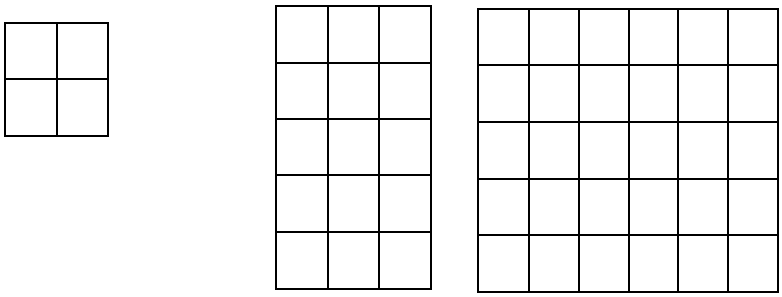
- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.

Kazanımlar:

- Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir.

1. Aşama:

Kareleri hızlı sayma etkinliği:



Konuya dikkat çekmek için farklı sayıda kareler içeren dikdörtgensel şekiller 3 saniye gösterilir. Öğrencilerden hızlı bir şekilde burada kaç kare olduğunu bulmaları ve yazmaları istenir. En kısa sürede kare sayısını bulmalarını sağlayacak bir kural geliştirip geliştiremeyecekleri sorulur.

Son olarak satır ve sütunun çarpılması genellemesine ulaşılır. Ders esnasında buradaki örnekte olduğu gibi farklı durumlar için genel kural bulmaya çalışacakları söylenir.

2. Aşama (odaklama aşaması):

Domates ekme problemi:

"Ayşe bir gün dedesinin köydeki tarlasına gitmiştir. Tarlada dedesi domates fidelerini en az 70cm aralıklarla ekmeleri gerektiğini aksi takdirde fideler büyüdüklerinde birbirlerinin büyümelerini engelleyeceğini söyler. Bunu öğrenen Ayşe hemen eve gider ve evdeki genişliği en büyük saksıya domates fideleri ekmeye karar verir.

Saksıyı ölçtüğünde saksının genişliğinin 140cm olduğunu fark eder. Ayşe bu saksıya saksının genişliği doğrultusunda başına ve sonuna da olacak şekilde bir sıra boyunca domates ekecektir. Sizce Ayşe bu saksıya en fazla kaç adet fidan dikebilir?"

Sınıf 4 kişilik 3 heterojen gruba ayrılır. Gruplar kendi arasında çalışarak bu soruyu çözmeye çalışır. Öğrencilere yaklaşık 10 dakika süre verilir. Bu süre duruma göre esnetilebilir. Gruplar çalışmalarını bitirdikten sonra sırayla çözümlerini sunarlar. Öğrencilerin çözümlerinden sonra genelleme yapmak amacıyla şu sorular sorulur:

"Bir çizim esnasında 6 cm uzunluğundaki bir düz çizgiye 3 cm aralıklarla noktalar konulacaktır. En fazla kaç nokta konulabilir?"

"8 cm uzunluğundaki bir yola 2 cm aralıklarla direkler dikilecektir. En fazla kaç direk dikilebilir?

Öğrenciler 10 dakikada gruplarıyla birlikte bu iki soruyu cevaplandırmaya çalışır.

3. Aşama (mücadele aşaması) :

Öğrenciler çözümlerini açıkladıktan sonra bu 3 sorunun çözümünde hangi ortak özelliklerin var olduğu sorulur. Çözümdeki bu özelliklerin herhangi uzunlukta bir çizgide eşit aralıklar boyunca kaç direk dikileceği veya ağaç konulacağı vb. problemlerde işe yarayıp yaramayacağı sorulur.

Öğretmenin de yardımıyla genelleme ifadesine ulaşılır. Öğrencilerin "Verilen uzunluk bölü aralık uzunluğu artı bir veya Verilen Uzunluk ÷ Aralık Uzunluğu+1" genellemesine ulaşması

beklenir. Öğretmen matematikte bunun gibi birçok problemde genellemelerin olabileceğini bu genellemeler yardımıyla aynı tip bütün problemleri çözebileceklerini söyler. Zorlandıklarında farklı sayılarla denemeler yapmalarını ve sayı veya işlemlerdeki ilişkileri ya da örüntüleri fark etmeye çalışarak tüm aynı tür durumlara genellenip genellemeyeceğini düşünmeleri gerektiğini vurgular.

4. Aşama (uygulama aşaması) :

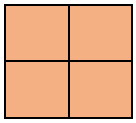
Öğrencilere konuyu pekiştirmeleri amacıyla aşağıdaki problem yöneltilir. Öğrenciler ilk olarak bireysel olarak problemi çözmeye çalışırlar, daha sonra kendi grubuyla çözümlerini paylaşırlar ve son olarak tüm sınıfa grup olarak fikrini açıklarlar.

"Çiftlik oyunu tasarlayan bir bilgisayar programcısı oyunda birimkarelerden oluşan kare şeklinde araziler hazırlar.

Oyunun seviyesi arttıkça kare arazilerin kenar uzunluğu bir birim arttığına göre 1.seviyede aşağıdaki şekilde görüldüğü üzere 1 birimkare toprak alanı, 2.seviyede ise 4 birimkare toprak alanı olan oyuncunun, 3. 4. ve 5. seviyede kaç birimkarelik toprak araziye sahip olacağını bulunuz. Bu verilerden hareketle oyuncuların herhangi istenen bir seviyede kaç birimkarelik toprak araziye sahip olacaklarını bulmamıza yarayacak bir kural bulunuz."



1.seviye



2.seviye

Öğrencilerin "bulunulan seviye sayısı çarpı bulunulan seviye sayısı veya bulunulan seviye sayısı x bulunulan seviye sayısı" birimkare kadar herhangi bir seviyede toprak arazi bulunacağı cevabına ulaşmaları beklenir.

DERS PLANI 2

Konu: Sembollerin anlamlı kullanımı (Eşitlik İşareti)

Sınıf: 5. sınıf

Süre: 1 Ders

Hazır Bulunuşluk:

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.
- **M.5.1.2.9.** Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen ögeleri (çarpan, bölüm veya bölünen) bulur.

Kazanımlar:

- Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder.
- Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder.

(Eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği (3+5=8, 8=3+5 gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmeyeceği vurgulanır.)

1. Aşama: Öğrencilere bir tahterevalli resmi gösterip hiç tahterevalliye binip binmedikleri sorulur. Tahterevallide hangi koşullarda dengede kalınabileceği sorulur. Daha sonra matematikteki eşittir işareti ile bu tahterevalli arasında bir bağlantı kurup kuramayacakları sorulur. Böylece öğrenciler derse ısındırılır ve eşittir anlamı ile ilgili ön bilgileri saptanır.

2. Aşama (odaklama aşaması):

Bu aşamada sanal manipülatif sitesi aracılığıyla eşitliklerin terazi üzerinde gösterimi ve terazi üzerindeki gösterimlerin eşitlik şeklinde yazımı yapılır.

- https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_tr.html

İlk olarak 5+2=7 işleminin doğruluğunu terazi yardımıyla bulmaya çalışmaları istenir. Bu durum terazi ile modellendikten sonra 7=5+2 işleminin terazi ile gösterilmesi istenir. Böylece her 2 ifadenin de aynı anlama geldiği vurgulanır.

Terazinin her iki tarafına aynı sayıyı eklemenin terazinin dengesini bozup bozmayacağı tartışılır ve model üzerinde öğrenciler çeşitli sayıları her 2 tarafa aynı anda eklemeye çalışır. Son olarak, her 2 tarafa da aynı sayıyı eklersek modelde dengenin bozulmadığı gözlenir. Her 2 tarafa da 2 sayısını eklediğimizde eşitliğin nasıl yazılabileceği sorgulanır ve öğrencilerden şu eşitlik beklenir: 7+2=5+2+2

Not: Her 2 tarafa da istenilen kadar 0 eklemenin denge durumunu değiştirip değiştirmeyeceği de tartışılabilir. 3+0=0+3+0+0+0 gibi.

Her 2 taraftan aynı sayıyı çıkardığımızda da dengenin bozulmadığını her iki taraftan 1 çıkartarak gösterebiliriz. Böylece eşitlik: 7+1=5+2+1 olabilir.

Öğrencilerin eşitliği 2 tarafındaki ilişkisel durumları kavramaları amacıyla ilk olarak toplamı 8 olan eşitlikleri yazmaları ve bu eşitlikleri incelemeleri istenir. Bu durum şu problem aracılığıyla incelenebilir.

“Bir Fen Bilgisi dersi öğretmeni laboratuarda öğrencileri ile parfüm yapmaktadır. Parfümü hazırlarken gül esansı ve lavanta esansından bazı miktarlarda koyarak karıştıracaklardır. Fakat karışımı koyacakları kap yalnızca 4 mililitre sıvı almaktadır. Buna göre gül ve lavanta esansından hangi miktarlarda konularak kaç farklı karışım elde edilebilir?” (Doğal sayılar kullanılacaktır.)

Eşitliğin 1 tarafındaki sayılardan biri 1 arttırılıp diğeri 1 azaltıldığında sonucun değişip değişmediği sorulur ve değişmediği gözlenir.

Buradan hareketle 5+3=6+2 ifadesinin doğru olup olmadığı sorgulanır. Ardından 23+11=20+14 ifadesinin doğru olup olmadığı hesaplama yapmadan sorgulanır ve öğrenciler bu düşünce yardımıyla 534+175=174+535 ifadesinin doğruluğunu hesaplamadan sorgular.

Ayrıca öğrencilere 2 kardeşin arasındaki yaş farkının neden hep sabit kaldığı ve bunu bir eşitlikle gösterip gösteremeyecekleri sorulur. Örneğin:

9-2=10-3

Bu durumda çıkarma işlemi durumunda olan sayıların her ikisini de aynı sayıda arttırma veya azaltmanın farkı değiştirmeyeceği gözlenir.

Öğrencilerin 70-.. =75-20 boşluğa hangi sayının gelmesi gerektiği sorgulanır.

Son olarak öğrencilerden aşağıdaki çeşitli durumlarda eşitlik ve verilmeyen içeren

5+6=..

..=5+6

5+6=..+5

3=..

4=3+..

8+4=..+5

1+..=2+4

3+4+5=5+..+..

3+4+5=5+..

.. + 23= 22+34

534+175=174+..

cümlelerde verilmeyen kısımları terazi yardımıyla ve ilişkisel düşünme yardımıyla bulmaları istenir. Böylece varsa eşitlik ile ilgili kavram yanılgıları düzeltilir. Eşitliklerin sadece 3+2=5 şeklinde değil farklı biçimlerde de olabileceği, eşitliğin iki tarafında da işlemler ve bilinmeyenler olabileceği kavranır.

3. Aşama (mücadele aşaması) :

Öğrencilerin bu derste neler öğrendikleri sorgulanır. Varsa eksiklikler tamamlanır. Öğrenilen bilgiler şu şekilde öğrencilerle beraber özetlenir.

- Eşitlik denge anlamına gelir.
- Eşitliğin iki tarafı yer değiştirebilir. (3+5=8, 8=3+5 gibi)
- Eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabilir.
- Eşitliğin iki tarafına aynı sayı eklendiğinde veya eşitliğin iki tarafından aynı sayı çıkarıldığında eşitlik bozulmaz.
- 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitlik bozulmaz.
- İlişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile denge sağlanabilir. Örn. 2+5=3+4 2 sayısı 1 arttırıldığında 5 sayısı bir azaltılarak denge korunmuş gibi.
- İki sayı arası fark sayılar aynı miktar arttırılıp azaltıldığında değişmez.

4. Aşama (uygulama aşaması) :

Öğrenilen tüm bilgilerle ilgili bu kısımda uygulama yapılır.

Öğretmen öğrencilere bir problem sunar ve çözümünün doğru olup olmadığını sorar.

"Barış Sosyal Bilgiler dersinde küresel ısınmanın artan karbondioksit gazı salınımı nedeniyle arttığını ve eğer toplumdaki her birey bu konuda bir önlem alırsa bu durumun ortadan kalkabileceğini öğrenir. Bu nedenle bu konuda bir şeyler yapmak ister. Kumbarasındaki 50TL paradan 30TL ayırıp bunu ağaçlandırma çalışmaları yapan bir vakfa bağışlar. Kalan parasının 10 TL'si ile de küresel ısınmanın önemine dikkat çeken rozetler satın alıp sınıftaki arkadaşlarına dağıtır. Bu durumda Barış'ın kaç TL'si kalmıştır?"

50-30=20-10=10

Eşitlik yazımının doğru olmadığının farkına varılması sağlanır.

Doğru mu Yanlış mı?

Her matematik cümlesi öğretmen tarafından gösterilir ve öğrenciler cümle doğruysa elleriyle doğru anlamına gelecek şekilde başparmakları yukarıyı işaret eder. Eğer yanlışsa başparmakları aşağıyı işaret edecektir.

6+7=13

6+7=6+10

12+6=18

18= 12+6

9+1=4+5+2

9+2=4+5+1

5=4+0

0+6=0+0+3+3

48+39=49+38

150+30=60+120

4:2=8:4

100-65=105-65

100-65=105-70

64-30=60-26

13-1=12+3=15

14+1=0+15=12+3

6x8=3x4x2

2x4=16:2

16:4=2x4

Öğretmen birkaç öğrenciden cevapları ve nedenlerini öğrenir. Gerekirse tartışma yapılır.

Verilmeyeni bul

Her öğrenci cevaplarını öğretmen ile paylaşır.

9+16=?

?=8+14

9+2=8+?

?+5=7+2

7=?

?=6

3+8+4=4+?+?

2+7+6=?+3

4+2+?=10+2

124+110=100+?

100+?=124+110

60-?=65-35

..+..=..+..+.. Kendi açık cümlelerini de yazabilirler birbirlerine sorabilirler.

DERS PLANI 3

Konu: Sembollerin anlamlı kullanımı (Değişkenin farklı kullanımları)

Sınıf: 5. sınıf

Süre: 3 Ders

Hazır Bulunuşluk:

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.

- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.
- Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder.
- **M.5.1.2.9.** Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen ögeleri (çarpan, bölüm veya bölünen) bulur.

Kazanımlar:

- Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlara gelebileceğini açıklar. (özellikle değişkenlerin bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır)
- Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)
- Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece a+x=b, ax+b=c ax+b= cx+d şeklinde ifade edilebilenler)
- Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)
- Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer.

1. Aşama:

Öğrencilere sizce sembol ne demektir diye sorulur. Öğrencilerden gelen çeşitli cevaplar dinlenir. Daha sonra kırmızı renginin trafik işaretlerinde ve bayrakta ne anlama geldiği sorulur. Buradan tek bir rengin farklı bağlamlarda farklı anlamlara geldiği sonucuna ulaşılır. Matematikte de bunun gibi bir sembolün birden fazla anlama gelebildiği söylenir.

Örneğin x sembolü bazen çarpma işareti anlamına gelirken bazen de bilinmeyen sayıların yerini tutan bir harf olarak kullanılabilir. Aynı zamanda x İngilizce kelimelerde de yer alabilen

bir harftir. Matematikte harfler bazen bir nesnenin kısaltması olarak (örn. 5 portakal yerine, 5 tane p demek), bazen tek bir bilinmeyen sayının yerini tutması ile (x+1=2), bazen de birden fazla sayıyı temsil etmesi ile yer alır (x+1=x+1). Bu derste matematikte kullanılan bu harflerin değişik anlamları öğrenilecektir.

2. Aşama (odaklama aşaması):

İlk olarak her 4'lü gruptan 1 kişi garson olarak seçilir. Gruptaki diğer öğrencilerin ise müşteri olması istenir. Öğrencilerden garson olanların müşterilerin aşağıdaki menüden seçtikleri yiyecek ve içecekleri hızlı ve kısaltılmış bir şekilde not etmeleri istenir. Bu görev için gruplara 1 dk süre verilir. Daha sonra garsonlar notlarını sınıfla paylaşırlar.

MENÜ:

- Lahmacun
- Dürüm
- Ayran
- Meyve suyu

Bu etkinlik ile öğrencilerin nesneler yerine tek bir harf kullanabileceklerini kavramaları beklenir. Örneğin 3 tane d veya 3d veya 3xd şeklinde gösterebilirler.

İkinci olarak öğrencilerin harfleri bilinmeyen sayı olarak düşünecekleri sözel ifadeler paylaşılır. Öğrencilerin bu ifadeleri eşitlik ve bilinmeyen içeren sembolik bir dille yazmaları istenir. Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir.

- **Hazal'ın elindeki bilyelerin sayısının 2 fazlası 5'tir.**
- **Hira'nın 5 TL'si vardır. Annesi bir miktar daha para verir ve parası 15 TL olur.**
- **Hüseyin'in oyundaki puanı Ali'nin puanının 7 fazlasıdır. Hüseyin'in puanı 10'dur.**
- **Bir mutfaktaki 5 kap su miktarı, 2 kap su miktarından 9 litre fazladır.**
- Tuğra'nın boyu Talha'nın boyunun yarısıdır. Tuğra'nın boyu 50 santimetredir.
- Yaman'ın kitabının sayfa sayısı 15'tir. Yaman'ın kitabının sayfa sayısı Mücahit'in kitabının sayfa sayısının iki katından 5 fazladır.

- Bir okulda başka bir ilde kitap ihtiyacı olan çocuklar için yardım kampanyası düzenlenmiştir. Dağınık şekilde bir yığın kitap toplanmıştır. Gönüllü olan bir grup öğrenci kitapları kutuya taşırken her biri toplam 8 kitap taşıyabilmektedir. Toplanan kitapların sayısı 72'dir. Kitapların hepsi bir seferde taşınmıştır.
- Emine ve Büşra'nın çilek tarlaları vardır. Bu iki arkadaş gübrenin hangi koşullarda etkili olacağını merak ederler. Büşra kendi tarlasına bir miktar gübre atar. Emine Büşra'nın 2 katı miktarda gübre atar. Toplamda 15 kg gübre harcanmıştır.

Bu kısımda önce cümledeki bilinmeyen tespit edilir. Daha sonra ona bir sözcük, sözcüğün kısaltması, kutu veya harf verilir ve eşitlik kurulur.
Tüm eşitlikler kurulduktan sonra verilen ilk 4 eşitliğin terazi yoluyla gösterilmesi istenir.

- http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&from=topic_t_2.html

Öğretmen öğrencilerin yönlendirmeleri ile terazide eşitlikleri gösterir. İlk örneği kendisi terazide gösterir daha sonra diğer 3 örneği 3 farklı grubun yönlendirmeleri ile terazide gösterir. Terazideki denge anlamı hatırlatılarak bilinmeyeni eşitliğin iki tarafından aynı sayıda miktarın çıkarılması yoluyla bilinmeyeni yalnız bırakarak bulunacağı hep birlikte keşfedilir. Bu şekilde terazi ile bilinmeyeni bulmaya bu derste terazi yöntemi diyecekleri vurgulanır.

3. Aşama (mücadele aşaması):

Öğrencilerin aşağıdaki problemi önce eşitlik ile göstermeleri daha sonra da terazi yönteminden faydalanarak çözmeleri istenir.

"Mahmut usta kalabalık bir organizasyon için yeni bir tatlı tarifi hazırlamak ister. Çeşitli denemeler yaparken süt miktarını ayarlamada büyük bir kap kullanır. Hazırladığı tariflerden birinde 4 litre süt ve 2 büyük kap sütü boşaltır ve kazanın tamamı dolar. Diğer tarifte ise 1 büyük kap ve 12 litre sütün tamamı ile kazan dolar. 1 kazan sütün bu organizasyon için yeterli olduğuna karar verir. Fakat bir sorun vardır. 1 kazan sütün kaç litre olduğunu bilmesi ve ona

göre hızlıca süt siparişi vermesi gerekir. Bu konuda Mahmut ustaya yardımcı olabilir misiniz?"

Öğrencilere buraya kadarki kısımda sembolik ifadede kullanılan harflerin tek bir sayıyı mı yoksa birden fazla sayıyı mı temsil ettiği sorulur. Daha sonra aşağıdaki problem incelenir ve buradaki durum için de aynı soru sorulur.

"Bir ressam mavi ve sarı renklerini kullanarak farklı renkler elde etmek istiyor. Bu boyaları bir palete koyacaktır. Palet 9 ml boya almaktadır. Buna göre bu ressam mavi ve sarı renklerini kullanarak kaç farklı renk elde edebilir? (Boyalar doğal sayı miktarları kullanılarak karıştırılacaktır.)"

Öğrencilerin bu soruyu sembolik olarak ifade etmeye çalışması istenir ve gerekirse öğrencilere ipuçları verilir. Böylece harflerin değişen çoklukları da ifade edebileceği vurgulanır.

4. Aşama (uygulama aşaması):

Bu kısımda öğrencilerin aşağıdaki problemleri öncelikle öğrencilerin sembolik bir dille ifade etmesi daha sonra da çözmesi beklenir.

"Mehmet bir gününü planlarken çok zorlanmaktadır. Çoğu zaman bilgisayarda oyun oynarken vaktin nasıl geçtiğini anlamamakta ve ödevlerini yapacak zamanı kalmayıp gece yorgunluktan uyuyakalmaktadır. Mehmet'in artık ders notları da düşmeye başlar. Bunun üzerine rehberlik öğretmeni ile konuşmaya karar verir. Rehberlik öğretmeni Mehmet'e günlük oyun saatinin 2 katı saat kadar ekransız dinlenme ve günlük oyun saatinin 1 saat fazlası kadar da ödevlere vakit ayırırsa zamanı daha verimli kullanabileceğini söyler. Bunu eksiksiz olarak uygulayan Mehmet ekransız dinlenme, oyun ve ödeve toplam 5 saat harcamıştır. Böylece gün içinde yapacağı diğer şeyler için rahatça zaman ayırabilmiştir. Buna göre Mehmet günde kaç saat ödevlere vakit ayırmış olabilir?"

"Mehmet bir gününü planlarken çok zorlanmaktadır. Çoğu zaman bilgisayarda oyun oynarken vaktin nasıl geçtiğini anlamamakta ve ödevlerini yapacak zamanı kalmayıp gece yorgunluktan uyuyakalmaktadır. Mehmet'in artık ders notları da düşmeye başlar. Bunun üzerine rehberlik

öğretmeni ile konuşmaya karar verir. Rehberlik öğretmeni Mehmet'e günlük oyun saatinin 2 katı saat kadar ekransız dinlenme ve gerektiği kadar da ödevlere vakit ayırırsa zamanı daha verimli kullanabileceğini söyler. Bunu eksiksiz olarak uygulayan Mehmet bu aktivitelere toplam 11 saatini ayıracaktır. Mehmet her aktivite için tam saatler ayıracağına göre(1 saat, 2 saat vb.) kaç farklı şekilde planlama yapabilir?"

Hangi problemde harflerin tek bir sayıyı temsil ettiği hangisinde birden fazla sayıyı temsil ettiğini problemleri çözdükten sonra öğrencilerin belirlemesi istenir.

DERS PLANI 4

Konu: Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması

Sınıf: 5. sınıf

Süre: 4 Ders

Hazır Bulunuşluk:

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.

Kazanımlar:

- Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanır ve tüm sayılar için genelleyebilir.

1. Aşama:

Öğrencilerin 0 ile 10 arasında aklından bir sayı tutması söylenir. Bu sayıyı 5 ile toplamaları çıkan sonuçtan 5 çıkarmaları daha sonra bu sonuçtan aklından tuttukları ilk sayıyı çıkarmaları istenir. Daha sonra öğretmen sonuç 0 mı diye sorarak sonucu bildiğini söyler. Öğrenciler öğretmenin sonucu nasıl bildiğini ve herkesin aklından tuttuğu sayı farklı olmasına rağmen neden herkesin işlem sonucunun 0 çıktığını sorgular. Böylece sayı sisteminde bazı kurallar bulunduğu ve bu sayıların tüm sayılar için geçerli olabileceği söylenir. Örneğin, bir sayıya

yeni bir sayı ekleyip sonra sonuçtan bu eklediğimiz sayıyı çıkardığımızda yine aynı sayı elde edilir ve herhangi bir sayının kendisinden çıkarılması ile 0 sonucu elde edilir. Bu sayının hangi sayı olduğu fark etmez ve buna uymayan herhangi bir sayı yoktur.

2. Aşama (odaklama aşaması):

Öğrencilere aşağıdaki durum sunulur. İlk gün ve son gün sisteme boşaltılan su miktarı sembollerle ifade edilir. İki eşitliğin birbirine eşit olduğu, toplamada sıralamanın değişmesinin sonucu değiştirmeyeceği sonucuna ulaşılması istenir.

“ Yaş olarak en büyük Feyza, ortanca Büşra ve en küçük Zeynep olmak üzere 3 kız kardeş televizyon izlerken sokak hayvanlarının kışın aç ve susuz kaldığını zor şartlarda yaşamlarını sürdürmeye çalıştıklarını öğrenir. Bunun üzerine evde kalan yemekleri ve taşıyabildikleri kadar suyu her gün sokak hayvanlarıyla paylaşmaya karar verirler. Aileleri sokağın köşesine 10 litre su alan bir hayvan sulama sistemi yerleştirir. Önce Feyza 5 litrelik suyu, sonra Büşra 3 litrelik suyu ve en son Zeynep ise 2 litrelik suyu sisteme boşaltır. Ertesi gün önce Zeynep 2 litrelik suyu, sonra Büşra 3 litrelik suyu ve en son Feyza 5 litrelik suyu sisteme boşaltır. İlk gün ve sonraki gün konulan su miktarlarını karşılaştırınız. Hangi kardeşin suyu önce koyduğunun en son sistemdeki su miktarını değiştirip değiştirmediğini tartışınız.”

- 5+3+2=2+3+5

Daha sonra öğrencilerin aşağıdaki ifadenin doğru mu yanlış mı olduklarına karar vermeleri istenir ve nedenleri sorulur. Bu özelliklerin bütün sayılar için geçerli olup olmadığı sorgulanır. Öğrencilerden mantıklı bir gerekçe sunmaları beklenir. Buna toplamda değişme özelliği dendiği söylenir.

- 356+452=452+356

“Kübra renkleri karıştırınca hangi yeni renklerin oluşacağını merak eden bir çocuktur. Farklı renkteki sıvıları birbirine karıştırırken önce 6 mililitre sarı sıvıyı büyük bir kaba boşaltır. Daha

sonra farklı küçük bir kapta 8 mililitre kırmızı ve 7 mililitre mavi rengi karıştırır. Bu kırmızı ve mavi karışımı da büyük kaba boşaltır. Başka bir günkü ikinci denemede ise 6 mililitre sarı ve 8 mililitre kırmızı rengini önce küçük bir kapta karıştırır. Sonra büyük kaba önce sarı ve kırmızı renkten oluşan karışımı sonra da 7 mililitre mavi renk sıvıyı koyar. Kübra'nın ilk günkü denemesinde son durumda büyük kapta biriken su miktarı ile ikinci denemesinde son durumda büyük kapta biriken su miktarını karşılaştırınız."

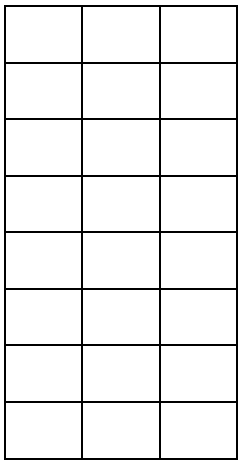
- 6+(8+7)=(6+8)+7

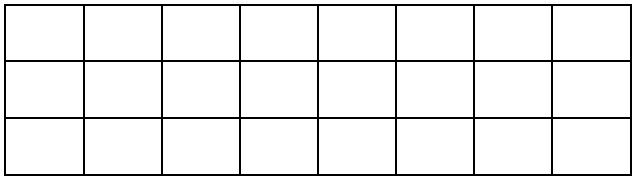
Daha sonra öğrencilerin aşağıdaki ifadenin doğru mu yanlış mı olduklarına karar vermeleri istenir ve nedenleri sorulur. Bu özelliklerin bütün sayılar için geçerli olup olmadığı sorgulanır. Öğrencilerden mantıklı bir gerekçe sunmaları beklenir. Buna toplamada birleşme özelliği dendiği söylenir.

- 25+(356+452)=(25+356)+452

Öğrencilere aşağıdaki durum sunulur ve çarpmada değişme özelliği sorgulanır.

"Bir okula her ay kendi mesleklerini tanıtmak üzere farklı meslek dallarından konuklar davet edilmektedir. Bir gün iç mimar olan Elif Hanım deneyimlerini aktarmak üzere okulun konferans salonunda konuşma yapar. Konuşmasında, bir gün bir müşterisinin kız ve erkek çocuğunun ortak olarak kullanabileceği 24 eşit bölmeli bir kitaplık istediğini söyler. Bunun üzerine mimar iki farklı yaptığı tasarımı müşterisine gösterdiğini belirtir.





Yukarıda 2 farklı tasarım verilmiştir. Birinci tasarım odada daha az yer kaplaması ile, ikinci tasarım ise en üst kısma başka eşyaların konulabilmesi yönüyle avantajlıdır. Kararsız kalan müşterisi çocuklarına danışır. Çocuklarından biri bu iki dolabın eşit sayıda bölme içermediğini mimarın yanlış tasarımlar yaptığını söyler. Diğeri ise bu iki dolabın eşit sayıda bölme içerdiğini savunur. Siz bu konuda ne düşünüyorsunuz?"

Öğrencilerin yorumları alındıktan sonra dolaptaki bölme sayılarını çarpma işlemi ile ifade etmeleri istenir. 8x3=3x8 ifadesine ulaşmaları beklenir. Şeklin çevrilmesi ile satır ve sütün sayısının birbirinin tam tersi haline geldiği ve bölme sayısının değişmediği vurgulanır.

Bu durumun tüm sayılar için genellenip genellenemeyeceği ve aşağıdaki ifadenin doğru olup olmadığı sorgulanır.

- 27x34=34x27

Bu özelliğe çarpmada değişme özelliği dendiği vurgulanır.
Daha sonra aşağıdaki durum öğrencilere sunulur.
" Bir pastanede çalışan Sevim Hanım dikdörtgen şeklinde bisküviler ile pasta yapar. İlk kata bir yatay sırada 4 bisküvi olacak şekilde 3 yatay sıra bisküvi dizer. Daha sonra kremayı döker. Aynı şekilde 2. kata da bisküvileri dizer ve en son üstüne sosunu döker. Fakat Sevim Hanım'ın patronu bu pastanın çok alçak olduğunu söyler ve daha fazla kata sahip bir pasta yapmasını ister. Bunun üzerine Sevim Hanım ilk kata bir yatay sırada 2 bisküvi olacak şekilde 4 sıra bisküvi dizer ve aralara krema koyarak 3 katlı bir pasta yapar. Bütçe ve malzeme hesaplaması yapmak isteyen patronu Sevim Hanım'a hangi pastada ne kadar bisküvi kullandığını sorar. Sevim Hanım'a pastalardaki bisküvi sayısını hesaplamada yardımcı olabilir misiniz?"
3x4x2=4x2x3
Öğrencilerin küplerle, legolarla veya kesme şekerle bu problemi modellemesi istenir.
İki pastada eşit sayıda bisküvi olduğu sonucuna ulaşılır. Aslında bu iki yapının birbiriyle aynı olduğu fakat ters çevrildiği belirlenir.

Böylece çarpma işlemi yaparken 3 sayıyı çarptığımızda hangi ikisini önce çarptığımızın fark etmediği buna çarpmada birleşme özelliği dendiği vurgulanır.

- (3x4)x2=3x(4x2)

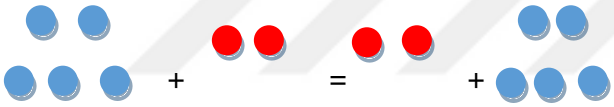
Öğretmen tarafından 3 boyutlu küpler inşa edilerek ve farklı yönlerden bakılarak da gösterilir. Son olarak aşağıdaki modeller yardımıyla öğrencilerin 5x5 ifadesinin sırasıyla 4 farklı şekilde; (2+3)x5, (2x5)+(3x5), (2+3)x(4+1), (2x4)+(3x4)+(2x1)+(3x1) yazılabileceğini kavramaları istenir. Bunun diğer sayılarda da uygulanıp uygulanamayacağı konuşularak genellemelere ulaşılır.

- https://apps.mathlearningcenter.org/partial-product-finder/
- https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_tr.html

3. Aşama (mücadele aşaması):

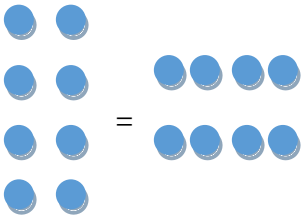
Öğretmen bu öğrenilen özelliklerin toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özellikleri olduğunu söyler. Aşağıdaki görseller ile konuyu özetler.

Toplamada Değişme Özelliği:



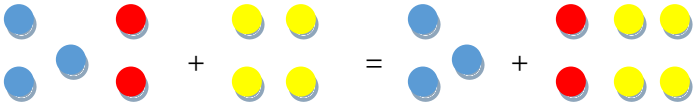
5 + 2 = 2 + 5

Çarpmada Değişme Özelliği:



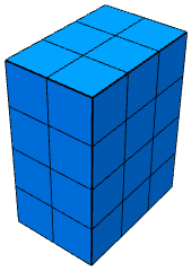
4x2 = 2x4

Toplamada Birleşme Özelliği

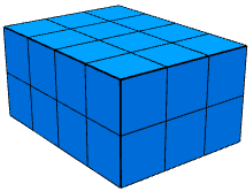


(3+2) + 4 = 3 + (2+4)

Çarpmada Birleşme Özelliği

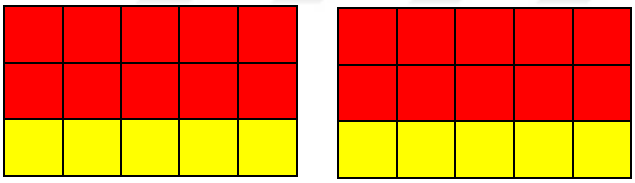


=

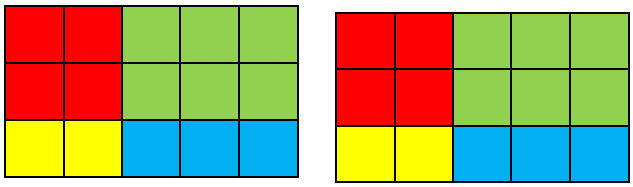


(2x3) x **4** = **2** x **(3x4)**

Dağılma Özelliği



(2+1) x 5 = (2 x 5) + (1 x 5)



(2 + 1) x (2 + 3) = (2 x 2) + (1 x 2) + (2 x 3) + (1 x 3)

4. Aşama (uygulama aşaması):

Aşağıdaki doğru yanlış ve boşluk doldurma sorularının öğrenciler tarafından yapılması istenir.

Doğru Yanlış Soruları

265+342=342+265

612+479=489+612

(744+455)+289=289+(456+744)

(345+20)+98= 345+(20+98)

986x485=485x445

478x21=21x478

(256x421)x302=256x(421x302)

3x7=3x(4+3)

3x(4+3)=(3x4)+(3x3)

3x(4+3)=(2+1)x(4+3)

(2+1)x(4+3)=(2x4)+(1x4)+(2x3)+(1x3)

Boşluk Doldurma Soruları

384+342=342+ A

A+42=42+10+ 5

112+A=489+112

(744+455)+289=289+(A+744)

(345+A)+98= 345+(20+98)

986x485=485x A

478x A=21x478

(256x421)x302=Ax(421x302)

3x7=3x(A+3)

Ax(4+3)=(3x4)+(3x3)

Ax(4+3)=(2+1)x(4+3)

(2+1)x(4+3)=(2x4)+(1x4)+(2xA)+(1xA)

Uygulamadaki oyun da kullanılabilir.

- https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_tr.html

DERS PLANI 5

Konu: Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması

Sınıf: 5. sınıf

Süre: 4 Ders

Hazır Bulunuşluk:

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.
- Öğrenciler adımlar arasındaki fark sabit olan örüntülerde adımlar arası farkı belirler ve bu farka göre istenilen adımları oluşturabilir.

Kazanımlar:

- Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit(tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir. (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.)
- Öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder.

1. Aşama:

Öğrencilere derse gelmeden 2 tane oyunun internet bağlantısı verilir ve oynamaları istenir.

- https://www.abcya.com/games/fuzz_bugs_patterns
- https://www.abcya.com/games/shape_patterns

Böylece öğrenciler derse gelmeden, önceki sınıflarda edindikleri tekrarlayan örüntüler konusunu hatırlamış olurlar.

Öğrencilere örüntü ne demektir diye sorulur ve öğrencilerden gelen cevaplar ile örüntünün belli bir kurala göre devam eden şekil ve sayılar olduğu sonucuna ulaşılır. Aşağıdaki yüzlük tablo açılır ve öğrencilerin buradan çeşitli sayı örüntülerini bulmaları ve ifade etmeleri istenir.

- https://www.abcya.com/games/interactive_100_number_chart

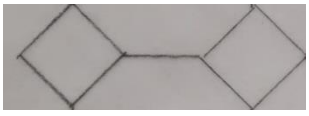
2. Aşama (odaklama aşaması):

Öğrencilere aşağıdaki durum sunulur.



Geometrik desen

"Ömer'in okulunda bir gün tarihi eserleri ziyaret etmek üzere bir gezi düzenlenir. Ömer gezi esnasında bir camide çok hoş görseller olduğunu fark eder. Yanı başında duran görsel sanatlar öğretmenine bunların ne olduğunu sorar. Bunların geometrik desenler olduğunu öğrenir. Konuşmayı duyan matematik öğretmeni ise bu desenlerin aynı zamanda bir örüntü oluşturduğunu, örüntülerin hangi kurala göre devam ettiği bulunursa çok büyük örüntülerin kolayca oluşturulabileceğini ifade eder. Bunun üzerine Ömer camideki örüntüyü incelemeye başlar. Ömer'e örüntünün yapısını keşfetmesi için yardımcı olabilir misiniz? "





Öğrencilere aşağıdaki sorular verilir ve 4 kişilik grup çalışması ile bu soruları cevaplandırmaları istenir.

- 1. adımda kaç kare ve yatay çizgi vardır?

- 2. adımda kaç kare ve yatay çizgi vardır?

- Peki 3.adımda toplam kaç kare ve yatay çizgi olur? Oluşan şekli aşağıya çizebilirsiniz.

- Bir örüntü görebiliyor musunuz? Eğer gördüyseniz bu örüntüyü ifade ediniz.

- 4.adımdaki kare ve yatay çizgi sayısını bulunuz. Daha sonra aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Adım Sayısı	**Kare sayısı**	**Yatay Çizgi sayısı**
1		
2		
3		
4		

- Şimdi bir örüntü görebiliyor musunuz? Eğer örüntüyü fark ettiyseniz herhangi adımdaki kare sayısı ve yatay çizgi sayısını kolayca bulabileceğimiz bir kural geliştiriniz.

- Kuralınız 10.adımda kaç tane kare ve yatay çizgi olduğunu bulmanıza yardımcı oluyor mu? Evetse 10.adımda kaç tane kare ve yatay çizgi olduğunu bulunuz. Bulduğunuz kuralın doğru olduğuna bizi nasıl ikna edersiniz?

- Örüntü 100.adıma kadar ilerletilseydi, bu adımda kaç kare ve yatay çizgi olacağını bulunuz.

Örüntülerde adım sayısı ve diğer bileşenler arasında ilişki kurmanın örüntüde büyük adımları bulmamıza yardımcı olabileceği vurgulanır.

Öğrencilere fonksiyon makinesi tanıtılır. Fakat fonksiyon kelimesi vurgulanmaz. Sayılara çeşitli işlemler uygulayan bir makine olarak tanıtılır.

- https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_tr.html

Sadece 2. ve 4. kısımdaki simülasyonlar ve basit doğal sayılarla işlemler kullanılır. Girdi ve çıktı tabloları incelenir.

Bir makine hayal etmelerini ve bu makineye bir sayı koyulduğunda bazı aritmetik işlemlerden geçip makinenin sonucu verdiğini düşünmeleri istenir. Girdi ve çıktı arasında uygulanan işleme kural dendiği ifade edilir. Öğrencilerin ilk olarak kuralı bilinen bir örüntüde fonksiyon makinesi yardımıyla sonraki adımları bulmaları istenir. Daha sonra aşağıdaki soruyu fonksiyon makinesi ile düşünüp, girdi ve çıktı tablosunu da inceleyerek örüntünün kuralını bulmaları istenir.

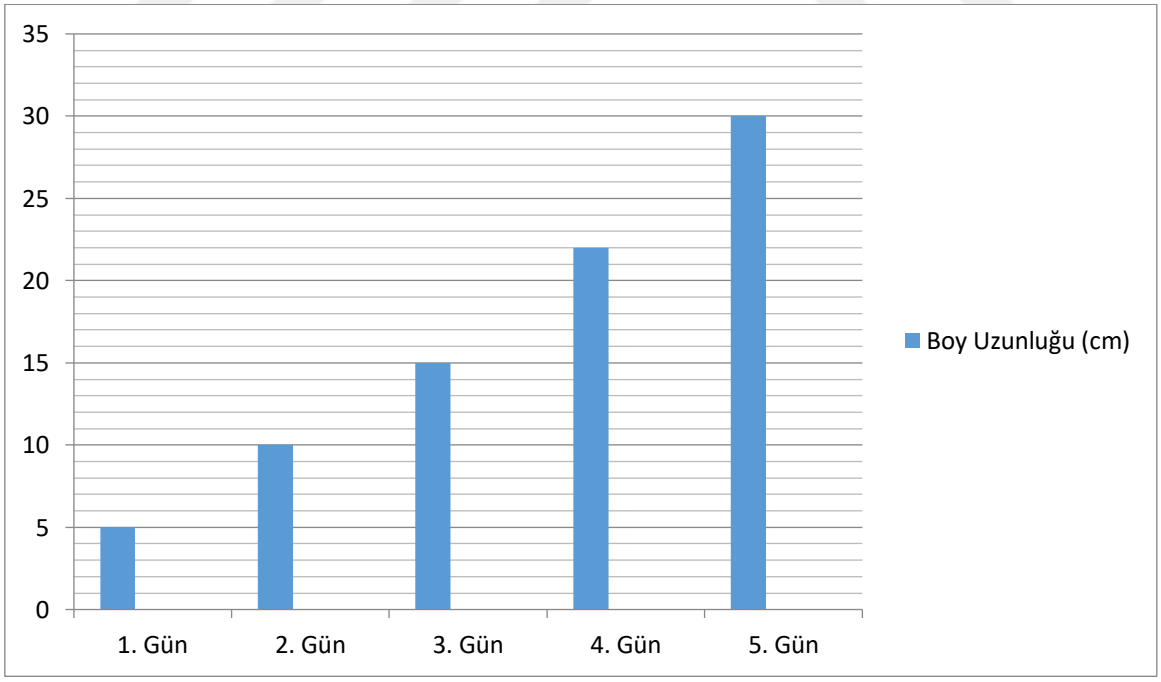
“Yaman Bilişim Teknolojileri dersinde 3 boyutlu nesneler tasarlayıp 3 boyutlu yazıcıdan çıkarmayı öğrenir. Yaman anahtarlık tasarlayıp sınıftaki tüm arkadaşlarına hediye etmek ister. Yazıcı 2 anahtarlığı 6 dakikada, 3 anahtarlığı 9 dakikada ve 4 anahtarlığı 12 dakikada bastığına göre 20 anahtarlığı kaç dakikada basar?”

İlk sorudaki adım sayısının girdi olarak alınması ve örüntünün kuralı ile içeride işlenmesi kare sayısının sonuç olarak elde edilmesi ele alınır. Adım sayısı arttıkça kare sayısındaki değişimin düzenli olup olmadığı tartışılır.

Son olarak gün sayısının bambu ağacının boyuna nasıl etki ettiğini sorgulamak amacıyla aşağıdaki soru sorulur.

“ Fen ve Teknoloji dersinde bambu ağaçlarının 5 yıl toprak içinde kaldığını fakat daha sonra çok hızlı büyüdüğünü öğrenen Mustafa köyde bambu ağacı yetiştirmeye karar verir. Bambu ağacının filizlenmeye başladıktan sonra günlere göre boyu aşağıda santimetre cinsinden tablo ve grafikte gösterilmiştir. Buna göre gün sayısı arttıkça boy uzunluğunun nasıl değiştiğini ifade ediniz. Düzenli mi düzensiz mi bir değişim söz konusudur? Hangi zaman aralıklarında bambu ağaçlarının hızlı büyüdüğünü hangi zaman aralıklarında daha yavaş büyüdüğünü belirtiniz.”

Gün Sayısı	Boy Uzunluğu
1.gün	5 cm
2.gün	10 cm
3.gün	15 cm
4.gün	22 cm
5.gün	30 cm

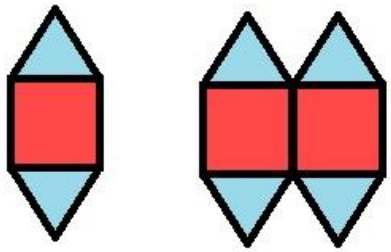


3. Aşama (mücadele aşaması):

Öğretmen bu aşamada öğrencilere bu derste neler öğrendiklerini nelerde zorlandıklarını sorar ve ona göre konu ile ilgili açıklamalarda bulunur.

4. Aşama (uygulama aşaması):

Bu aşamada aşağıdaki sorular sorularak öğrencilerin kazanımlarını uygulamaları istenir.



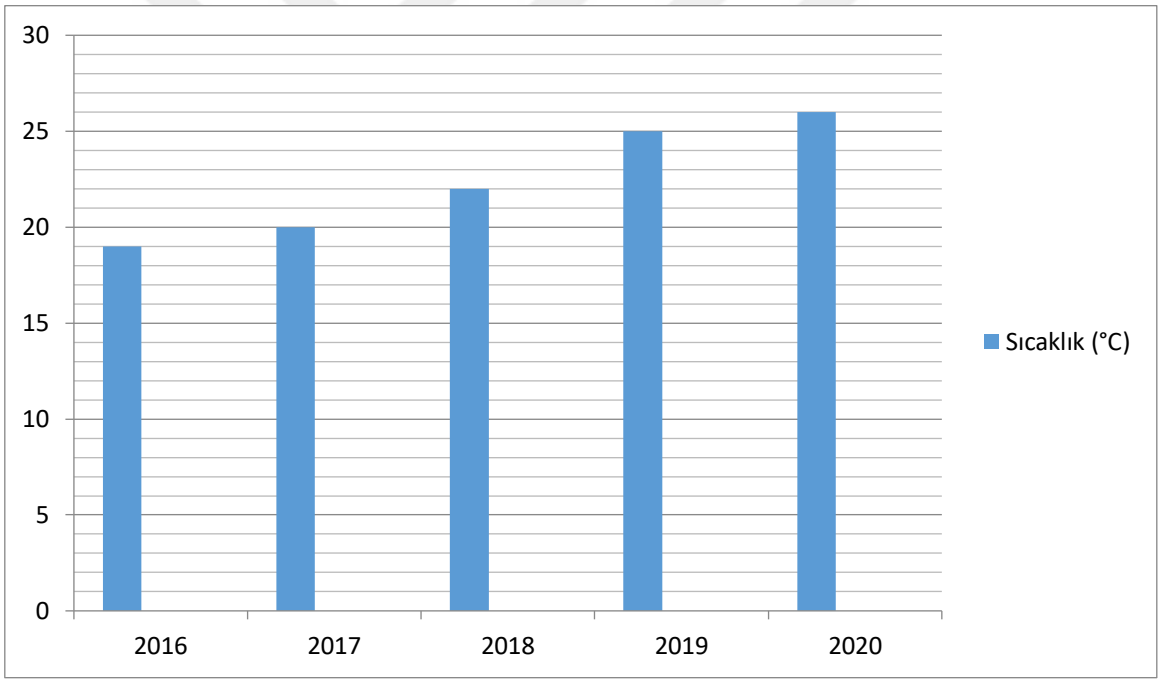
"Tuğba Hanım bir halı deseni tasarlamak istemektedir. Halı deseni tasarlarken farklı şekiller için farklı renk iplik kullanacaktır. Hangi renkten ne kadar iplik harcayacağı şekillerin sayısına bağlıdır bu nedenle desendeki şekillerin sayısının artışını çok iyi bilmek istemektedir. Tuğba Hanım'a yardım edebilir misiniz? İlk 2 adımı verilen şekillerde, 3. adımdaki üçgen sayısını bulunuz. Adım sayısı ve üçgen sayısı tablosunu doldurunuz. Herhangi bir adımdaki üçgen sayısını bulmamıza yarayacak bir kural bulunuz ve neden işe yarayacağını düşündüğünüzü açıklayınız. Kuralınızı kullanarak 10. ve 50.adımdaki üçgen sayısını bulunuz."

Adım Sayısı	**Üçgen sayısı**
1	
2	
3	

"Çevre kirliliğinin yol açtığı en önemli sorunlardan birisi de küresel ısınmadır. Küresel ısınmaya göre dünyanın sıcaklığı her yıl daha da artmakta ve buzullar erimektedir. Bu konuyu daha iyi anlamak isteyen İlayda son 5 yılda 15 Haziran tarihinde kendi ilindeki sıcaklık değişimlerini incelemek ister. Son 5 yılda 15 Haziran tarihinde bir ilde görülen sıcaklık miktarları aşağıda tablo ve grafik şeklinde verilmiştir. Buna göre yıllar ilerledikçe sıcaklığın nasıl değiştiğini ifade ediniz. Düzenli mi düzensiz mi bir değişim söz konusudur? Buna göre

hangi yıllar arasında sıcaklık artışının daha fazla hangi yıllar arasında daha az olduğunu ve gelecek yıl için sıcaklık tahmininizi belirtiniz.”

Yıllar	Sıcaklık(°C)
2016	19
2017	20
2018	22
2019	25
2020	26



DERS PLANI 6

Konu: Matematiksel Modelleme

Sınıf: 5. sınıf

Süre: 4 Ders

Hazır Bulunuşluk:

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.

Kazanımlar:

- Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir.

1. Aşama:

Öğrencilere şu soru sorulur:
"Çevremizdeki olayları matematik diliyle ifade edebilir miyiz? Cevabınız evet ise nasıl ifade edebiliriz? Örnek veriniz"
Bu konuda öğrencilerin fikirleri alınır. Matematik ile gerçek hayat arasında kurdukları bağlantılar hakkında fikir edinilir.

2. Aşama (odaklama aşaması):

Öğrencilerin aşağıdaki problemleri matematiksel olarak ifade etmesi istenir.

"Utku'nun 10 TL parası vardır. Her gün annesinin kafesinde annesine yardım ederek 20 TL kazanmaktadır. Utku'nun ilk olarak 1 günde daha sonra 2 günde ve 3 günde kaç para biriktirebileceğini bulunuz. Utku'nun kaç günde kaç para biriktirebileceğini gösteren matematiksel ifadeyi yazınız."

Öğrencilerin “10+ (gün sayısıx20)” ifadesine ulaşmaları beklenir.

“Sude’nin babası yeni aldığı arabasının kaç km’de ne kadar benzin yaktığını merak eder. Araba kullanırken gittiği yol ve harcadığı benzin miktarlarını aşağıdaki gibi not eder.

Gidilen yol (km)	Harcanılan benzin (litre)
20	5
40	10
60	15

Buna göre gidilen yol ve harcanılan benzin arasında bir ilişki olup olmadığını tespit ederek herhangi gidilen yol uzunluğunda ne kadar benzin harcandığını hesaplayabileceğimiz matematiksel ifadeyi yazınız.”

Öğrencilerin “harcanılan benzin=gidilen yol ÷ 4” ifadesine ulaşmaları beklenir.

3. Aşama (mücadele aşaması):

Öğrencilerin matematiksel modelleme yaparken matematikle ilgili hangi araçları kullandıkları belirlenir ve özetlenir (Tablo, semboller, eşitlik, aritmetik işlemler).

4. Aşama (uygulama aşaması):

Öğrencilerin aşağıdaki sorular ile kazanımı pekiştirmeleri amaçlanır.

“Bir yemek şirketinde 1 adet kurabiye şekillendirici makine için 5000TL harcanmıştır. 1 kurabiye satışından 2 TL kar elde edildiği ve günde 100 kurabiye satıldığı bilindiğine göre kaç günde kaç TL kar elde edilebileceğini gösteren matematiksel ifadeyi yazınız. Bu ifadeye göre kaç günde kurabiye makinesine verilen para kadar kar elde edilebileceğini hesaplayınız.”

Öğrencilerin “kar = gün sayısı x 200” ifadesine ulaşmaları ve 5000=gün sayısı x 200 eşitliğinden gün sayısını bulmaları beklenir.

“Furkan spor yapmayı çok sevmektedir. Spor yaparken telefonundaki uygulamada yürüdüğü yol ve harcadığı kalori miktarı yazmaktadır. Furkan’ın indirdiği uygulama bozulur ve Furkan uygulamadan sadece birkaç veriyi hatırlar. Buna göre gidilen yol ve harcanılan enerji arasında bir ilişki olup olmadığını tespit ederek Furkan’ın herhangi aldığı yol miktarında ne kadar kalori harcayacağını gösteren matematiksel ifadeyi yazınız.”

Gidilen yol(metre)	Harcanılan enerji (kalori)
100	5
300	15
400	20

Öğrencilerin “harcanılan enerji=gidilen yol ÷ 20” ifadesine ulaşmaları beklenir.

EK 9: YARI YAPILANDIRILMIŞ GÖRÜŞME FORMU

Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

1. Uygulamadan önce cebirsel düşünme ile ilgili bir bilginiz var mıydı? Varsa açıklayınız.

2. Uygulamada cebirsel düşünme ile ilgili neler öğrendiniz? Uygulamada öğrendiklerinize örnek verebilir misiniz?

3. Uygulamanın faydalı olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız evet ise faydalarını açıklayınız. Cevabınız hayır ise, niçin faydalı olmadığını düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

4. İzleme testlerinin, paralel testlerin yapılması ve ek derslerin uygulanmasının faydalı olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız evet ise faydalarını açıklayınız. Cevabınız hayır ise, niçin faydalı olmadığını düşünüyorsunuz?

5. Uygulama sırasında zorlandığınız noktalar neler oldu?

6. Uygulama esnasında sizi olumlu anlamda en çok etkileyen şey (olay/durum/etkinlik) nedir?

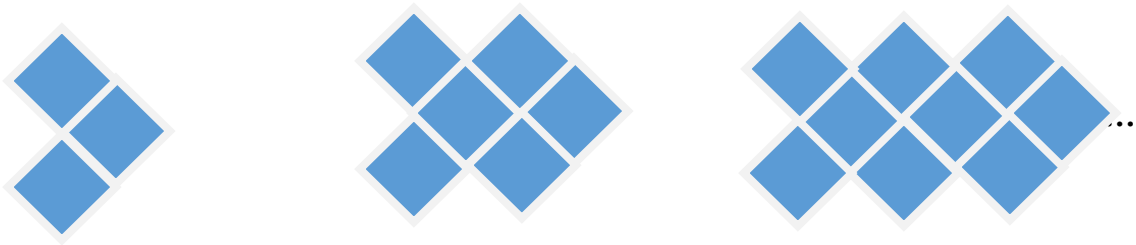
7. Uygulama esnasında sizi olumsuz anlamda en çok etkileyen şey (olay/durum/etkinlik) nedir?

8.Uygulamanın daha iyi olması için neler yapılabilirdi?

EK 10: İZLEME TESTLERİ

İZLEME TESTİ 1

1-)



1. Adım 2. Adım 3. Adım

…

Mehmet legolarıyla oyun oynarken belirli bir kurala dayanarak şekiller oluşturmaya başlamıştır. Oluşturduğu şekillerin ilk 3 adımı yukarıdaki gibi verilmiştir. Buna göre;

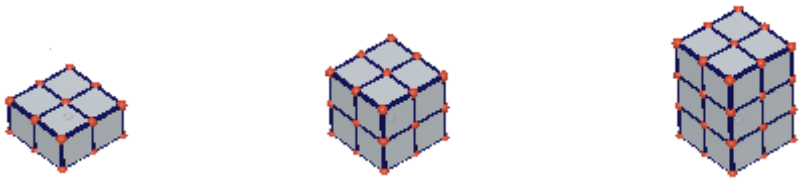
a) 4. Adımda kaç lego kullanılmıştır?

b) 5. Adımda kaç lego kullanılmıştır?

c) Mehmet'in kaçıncı adımda kaç tane lego kullandığını bulabileceğimiz genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.

d) Bu kuraldan faydalanarak Mehmet'in 50. adımda kaç tane lego kullandığını bulunuz.

2)



1.Adım 2.Adım 3.Adım

Yukarıda verilen adımlarda küplerle farklı yüksekliklerde şekiller oluşturulmuştur. Buna göre;

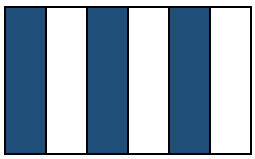
a) 4. Adımda kaç küp kullanılmıştır?

b) 5. Adımda kaç küp kullanılmıştır?

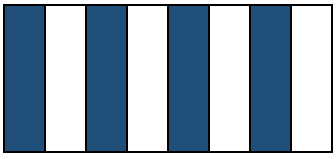
c) Hangi adımda kaç tane küp kullanıldığını bulabileceğimiz genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.

d) Bu kuraldan faydalanarak 15. adımda kaç tane küp kullanıldığını bulunuz.

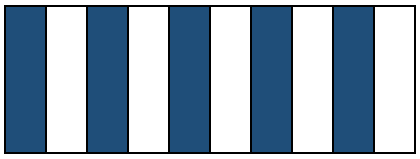
3)



1. Gofret



2. Gofret



3. Gofret

...

Yukarıda bir fabrikada üretilen farklı gofret çeşitlerinden bazıları verilmiştir. Bu gofret çeşitlerinde hindistan cevizi aromalı kısımlar mavi renkle gösterilmiştir. Gofretlerdeki katmanlar düzenli bir kurala göre artmaktadır. Buna göre;

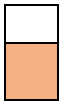
a) 12 katmanlı bir gofret çeşidinde kaç tane hindistan cevizi aromalı kısım vardır?

b) 14 katmanlı bir gofret çeşidinde kaç tane hindistan cevizi aromalı kısım vardır?

c) Bu fabrikada üretilen herhangi bir gofret çeşidinde kaç tane hindistan cevizi aromalı kısım olduğunu bulabileceğimiz genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.

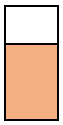
d) Bu kuraldan faydalanarak 24 katmanlı bir gofrette kaç tane hindistan cevizi aromalı katman olduğunu bulunuz.

4) Bir süt fabrikasındaki makine yükseklikleri farklı uzunluklarda olan kutulara süt doldurmaktadır. Aşağıda bazı farklı boyutlardaki kutuların süt doldurulmuş halleri verilmiştir.



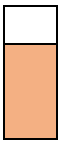
5 cm kutu yüksekliği

3 cm doldurulmuş süt



6 cm kutu yüksekliği

4 cm doldurulmuş süt



7 cm kutu yüksekliği

5 cm doldurulmuş süt

Buna göre;

a) 8 cm yüksekliğindeki kutuya kaç cm yüksekliğinde süt doldurulur?

b) 9 cm yüksekliğindeki kutuya kaç cm yüksekliğinde süt doldurulur?

c) Herhangi bir kutu yüksekliği verildiğinde kutunun içine doldurulan sütün kaç cm yüksekliğe sahip olacağını bulabileceğimiz genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.

d) Bu kuraldan faydalanarak 30 cm yüksekliğinde bir kutuya doldurulan sütün kaç cm yüksekliğe sahip olacağını bulunuz.

İZLEME TESTİ 2

1) Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y koyunuz.

a. ( ) 2+3 = 4+1 eşitliğinde 4 sayısı 2+3 işleminin sonucunu vermektedir.

b. ( ) Eşittir işareti kendisinin sağında ve solunda kalan ifadelerin birbirine denk olduğunu gösteren bir semboldür.

2) Aşağıdaki ifadelerde "…" şeklinde verilen boşluklara eşitliklere uygun sayıları yazınız.

a. …=7+10
b. 5+3=4+…
c. …+2=6+5
d. 8=…
e. …=1
f. 4+7+6=6+…+…
g. 8+2+1=…+5
h. 3+7+…=8+7
i. 252+120=250+…
j. 145+…=146+110
k. 80-…=90-80
l. 70-23=… -13
m. 25:5=…x5

n. Yukarıda bulunan "i", "j", "k" ve "l" maddelerinde verilen boşluklara yazdığınız sayıları nasıl bulduğunuzu açıklayınız. Sizce sayıları bulmada farklı bir yol var mıdır? Evetse, bu yolu belirtiniz.

3)

a. Matematiksel bir eşitlikte harfler farklı anlamlarda kullanılabilir. Bunlardan 2 tanesini yazınız.

1. Anlam :

2. Anlam :

b. 5+a=8 bu eşitlikte a harfi neyi temsil etmektedir?
c. 3+b=b+3 bu eşitlikte b harfi neyi temsil etmektedir?
d. x+y=10 bu eşitlikte x harfi neyi temsil etmektedir?

4) Aşağıda verilen durumları eşitlik ve bilinmeyen içerecek şekilde semboller kullanarak ifade ediniz.

Örnek: Ahmet'in kitaplarının sayısının 2 fazlası 5'tir.

Ahmet'in kitapları+2=5 veya **A+2=5** veya □**+2=5** veya **x+2=5** şeklinde ifade edilebilir. Bir ifade biçimini seçmeniz yeterlidir.

e. İrem'in kalemlerinin 3 fazlası 7 kalem etmektedir.

f. Mehmet'in elmalarının sayısı Arif'in elmalarının sayısından 5 fazladır. Mehmet'in 20 elması vardır.

g. Büşra'nın sınav notu Melike'nin sınav notunun yarısıdır. Melike'nin sınav notu 80'dir.

h. Ufuk'un 5 torba bilyesi vardır. Her torbanın içinde eşit miktarda bilye olduğu bilinmektedir. Tüm torbaları açıp bilyelerini saydığında toplam 20 adet bilyesi olduğunu görmüştür.

5) Aşağıda verilen durumları eşitlik ve bilinmeyen içerecek şekilde semboller kullanarak ifade ediniz.

e. Osman'ın 4 tane gömleği vardır. Annesi Osman'a birkaç tane daha gömlek almıştır. Osman'ın toplamda 6 gömleği olmuştur.

f. Bir dükkandaki 7 kutu meyve suyunun miktarı 3 kutu meyve suyunun miktarından 400 mililitre fazladır.

.

g. Feyza'nın 8 tane bilekliği vardır. Feyza'nın bileklikleri sayısı Taha'nın bileklikleri sayısının 3 katından 2 fazladır.

h. Onur ve Kemal bir maçta farklı sayılarda gol atmışlardır. Onur kaleye birkaç tane gol atmıştır. Kemal ise Onur'un 3 katı kadar gol atmıştır. Onur ve Kemal toplamda 8 tane gol atmışlardır.

6) Aşağıdaki problemlerde belirtilen durumları eşitlik içerecek şekilde semboller ile ifade ediniz ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözünüz.

Problem 1: Ayşe Hanım köyden satın aldığı bir miktar pirinci evdeki bir kutuya doldurmak istemektedir. Kutunun içinde 6 kilogram pirinç varken 3 paket pirinci boşalttığında kutu tamamen dolmaktadır. Ayşe Hanım aynı kutunun 10 kilogram pirincin üzerine 2 paket dolusu pirinç boşaltıldığında da tamamen dolduğunu fark etmiştir. Ayşe Hanım 1 paketin kaç kilogram aldığını merak etmektedir. 1 paketin kaç kilogram pirinç aldığını eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz.

Problem 2: Bir meyve bahçesinde elma ve armut ağaçları bulunmaktadır. Emre bu elma ve armutlardan toplayıp meyve sepetine koymak istemektedir. Emre bu meyve sepetine 4 tane meyve koyacağına göre Emre'nin elma ve armutları bu sepete kaç farklı şekilde yerleştirebileceğini eşitlik ve semboller kullanarak bulunuz.

7) Aşağıda verilen **Problem 1** ve **Problem 2'**yi eşitlik içerecek şekilde **semboller ile ifade edip**, sembolik gösterimlerindeki harflerin tek bir sayıyı mı birden fazla sayıyı mı temsil ettiğini aşağıdaki uygun kısma 1. problem veya 2.problem şeklinde belirtiniz.

Problem 1: Özge öğretmenler günü için öğretmenine birkaç tane gül almıştır. Arkadaşı Hale ise Özge'den 2 adet fazla gül almıştır. Hale ve Özge toplam 8 gül almışlardır.

Problem 2: İpek yaz tatili için bir gezi planı yapmak istemektedir. Bu gezinin birkaç gününde Eskişehir, Eskişehir'e ayırdığı gün sayısının 2 katı kadarını İstanbul'u gezmeye ayırmıştır. Geriye kalan günlerde ise Antalya'da denize girmeye ayıracaktır. İpek bu gezi planı için toplam 8 gününü ayırmıştır.

Tek bir sayıyı temsil eden harf kullanımı olan problem:

Birden fazla sayıyı temsil eden harf kullanımı olan problem:

İZLEME TESTİ 3

1) Aşağıda "……..." şeklinde verilen boşlukları uygun ifadelerle doldurunuz.

a. 2+7=7+2 işleminin doğruluğunu sağlayan özelliğe toplama işleminde …… özelliği denir.
b. 3+(5+2)=(3+5)+2 işleminin doğruluğunu sağlayan özelliğe toplama işleminde …… özelliği denir.
c. 5x9=9x5 işleminin doğruluğunu sağlayan özelliğe çarpma işleminde …… özelliği denir.
d. (5x9)x4=5x(9x4) işleminin doğruluğunu sağlayan özelliğe çarpma işleminde …… özelliği denir.
e. 5x(2+6)=(5x2)+(5x6) işleminin doğruluğunu sağlayan özelliğe çarpma işleminin toplama işlemi üzerine …… özelliği denir.

2) Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y işareti koyunuz.

a. ( ) 954+214=214+954
b. ( ) 700+421=422+700
c. ( ) (320+240)+288=288+(241+320)
d. ( ) (924+20)+14= 924+(20+14)
e. ( ) 324x548=548x344
f. ( ) 297x24=24x297
g. ( ) (305x221)x400=305x(221x400)
h. ( ) (138x260)x100=(101x138)x260
i. ( ) 3x10=3x(1+9)
j. ( ) 3x(1+9)=(3x1)+(3x9)
k. ( ) 3x(1+9)=(2+1)x(1+9)
l. ( ) (2+1)x(1+9)=(2x1)+(1x1)+(2x9)+(1x9)

3) Aşağıdaki ifadelerde eşitliğin sağlanması için boşluklara uygun sayıları yazınız

a. 348+325=325+ …
b. …+100=100+30+ 5
c. 215+…=289+215
d. (895+245)+300=300+(…+895)
e. (545+…)+69= 545+(50+69)
f. 286x559=559x…
g. 628x …=71x628
h. (246x214)x207=…x(214x207)
i. 3x15=3x(…+5)
j. …x(6+3)=(2x6)+(2x3)
k. …x(5+3)=(4+1)x(5+3)
l. (5+2)x(6+3)=(5x6)+(2x6)+(5x…)+(2x…)

İZLEME TESTİ 4

1) Bir yük taşıma treni 2 vagonda 12 ton yük, 3 vagonda 18 ton yük taşıyabilmektedir. Buna göre;

Vagon sayısı	Taşınan Yük (ton)
2	12
3	18
4	
5	

a. 4 vagonda ve 5 vagonda taşınabilecek yükü bularak yukarıda verilen vagon sayısı ve taşınan yük tablosunu doldurunuz.
b. Herhangi vagon sayısı verildiğinde taşınan yükü bulmaya yarayacak genel bir kural bulunuz ve neden işe yarayacağını düşündüğünüzü açıklayınız.
c. Kuralınızı kullanarak 15 ve 20 vagonlu trenlerde kaç ton yük taşınacağını bulunuz.

2) Aşağıda bir bilgisayarda kullanılan şifre kodlama sistemi verilmiştir. Bu sisteme göre ekrana bir sayı yazdığınızda ekranda ona karşılık başka bir sayı belirmektedir. **Örneğin,** sisteme 2 yazıldığında ekranda 5 sayısı, sisteme 3 yazıldığında ekranda 6 sayısı, 4 yazıldığında ise ekranda 7 sayısı çıkmaktadır.

Sisteme yazılan sayı	Ekranda çıkan yeni sayı
2	5
3	6
4	7
5	
6	

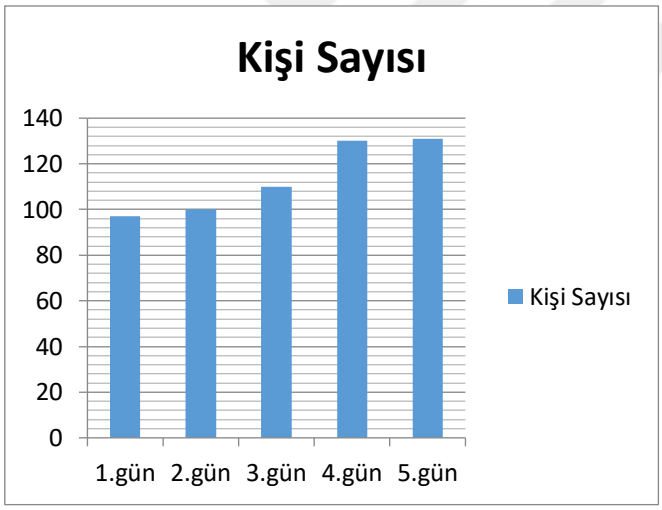
Buna göre;

a. Ekrana 5 ve 6 sayıları yazıldığında ekranda hangi yeni sayıların çıkacağını bularak yukarıdaki tabloyu doldurunuz.
b. Herhangi sisteme yazılan sayı verildiğinde ekranda çıkacak yeni sayıyı bulmaya yarayacak genel bir kural bulunuz ve neden işe yarayacağını düşündüğünüzü açıklayınız.
c. Kuralınızı kullanarak ekrana 20 ve 30 sayılarını yazdığımızda karşımıza hangi iki yeni sayının ekranda çıkacağını bulunuz.

3) Yeni açılan bir mağazaya günlük gelen insan sayılarının 5 günlük değişimi aşağıda tablo ve grafik olarak verilmiştir. Buna göre;

a. Gün sayısı değiştikçe kişi sayısının nasıl değiştiğini ifade ediniz.
b. Değişim düzenli midir düzensiz midir?
c. Kişi sayısının hangi 2 gün arasında en hızlı ve hangi 2 gün arasında en yavaş arttığını yazınız.

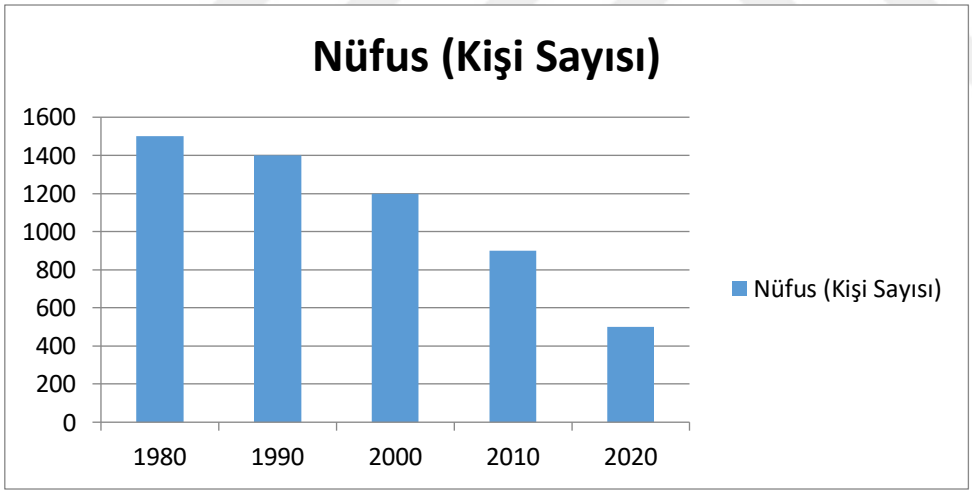
Günler	Kişi Sayısı
1.gün	97
2.gün	100
3.gün	110
4.gün	130
5.gün	131



4) Trakya'da bir köyde yıllara göre nüfus değişimi aşağıdaki tablo ve grafikte belirtilmiştir. Buna göre;

a. Yıllar ilerledikçe nüfusun nasıl değiştiğini ifade ediniz.
b. Değişim düzenli midir düzensiz midir?
c. Nüfusun hangi 2 yıl arasında en hızlı ve hangi 2 yıl arasında en yavaş azaldığını yazınız.

Yıllar	Nüfus (Kişi Sayısı
1980	1500
1990	1400
2000	1200
2010	900
2020	500



İZLEME TESTİ 5

Bilgi: Matematiksel eşitlik; içinde değişken, işlemler ve eşitlik içerebilen bir ifade biçimidir. Örneğin; "Esra'nın kalemlerinin sayısı, Murat'ın kalemlerinin sayısının 3 fazlasıdır." ifadesi matematiksel olarak E=M+3 şeklinde ifade edilebilir.

1) Bir çiftlik oyununda kazanılan puan ile bulunulan seviye arasındaki ilişki;

Bulunulan seviye = Kazanılan puan : 10

şeklinde verildiyse;

- **a.** Kazanılan puan 80 iken bulunulan seviye hangi seviyedir?
- **b.** 5. seviyeye gelmek için kaç puan kazanılmalıdır?

2) Sude çevresine duyarlı bir çocuktur. Bir çevreyi koruma vakfına her ay bir miktar bağış yapmakta ve aynı zamanda her ay bağış yaptığı paranın 2 katı ile de sokak hayvanlarına yiyecek almaktadır. Buna göre;

- **a.** Sude 5TL bağış yaptığı bir ayda sokak hayvanlarına da yiyecek almasıyla birlikte toplam kaç TL harcar?
- **b.** Sude 6TL bağış yaptığı bir ayda sokak hayvanlarına da yiyecek almasıyla birlikte toplam kaç TL harcar?
- **c.** Sude'nin bir ayda yaptığı herhangi bağış miktarı verildiğinde sokak hayvanlarına da yiyecek almasıyla birlikte toplam kaç TL harcadığını hesaplamaya yarayan matematiksel eşitliği bulunuz.

3) Traktör almak isteyen bir çiftçinin 2000TL'si vardır. Bu çiftçi her gün 1000TL kazandığına göre,

- **a.** 5 gün sonra elinde toplam kaç TL olur?
- **b.** 6 gün sonra elinde toplam kaç TL olur?
- **c.** Herhangi gün sayısı verildiğinde çiftçinin elinde bulunan toplam parayı hesaplamaya yarayan matematiksel eşitliği bulunuz.

4) Marketler zinciri olan Mehmet Bey'in asistanı patronuna Ocak ayından Nisan ayına kadar aylık harcamaları göstermek için aşağıdaki tabloyu hazırlamıştır. Tabloda yeni açılan market sayıları ve harcanan para verilmiştir.

Aylar	**Yeni Açılan Market Sayısı**	**Harcanan Para (TL)**
Ocak	1	50.000
Şubat	2	…
Mart	3	150.000
Nisan	4	…

Yukarıda verilen tabloya göre;

- **a.** Yeni açılan market sayısı ile harcanan para arasında bir ilişki olup olmadığını tespit ederek tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.
- **b.** Herhangi yeni açılan market sayısına göre ne kadar para harcanacağını bulabilmemizi sağlayan matematiksel eşitliği yazınız.

EK 11: UZMAN GÖRÜŞ FORMU

UZMAN GÖRÜŞ FORMU

Adı Soyadı: **Unvanı:**

*****Her soruyu kazanım, seviye ve açıklık açısından "Uygun", "Uygun Ancak Düzeltilmeli" ve "Çıkartılmalı" seçeneklerinden birini işaretleyerek değerlendiriniz. Cevabınıza uygun açıklamayı açıklamalar kısmında belirtiniz.

	KAZANIMA UYGUNLUK			SEVİYEYE UYGUNLUK(5. sınıf)			AÇIKLIK VE ANLAŞILIRLIK			AÇIKLAMALAR	
	Uygun	Uygun Ancak Düzeltilmeli	Çıkartılmalı	Uygun	Uygun Ancak Düzeltilmeli	Çıkartılmalı	Uygun	Uygun Ancak Düzeltilmeli	Çıkartılmalı	Cevabınız düzeltilmeli ise ne şekilde olması gerektiği ile ilgili öneriniz nedir?	Cevabınız çıkartılmalı ise neden?
Bölüm 1											
Soru 1											
Soru 2											
…											

- Yeşilyurt ve Çapraz'ın (2018) çalışmasından faydalanarak hazırlanmıştır.