The Journal of Academic Social Science Studies

International Journal of Social Science
Doi number:http://dx.doi.org/10.9761/JASSS7444
Number: 65 , p. 29-50, Spring I 2018

Araştırma Makalesi / Research Article
Yayın Süreci / Publication Process
Yayın Geliş Tarihi / Article Arrival Date - Yayınlanma Tarihi / The Published Date
06.12.2017 **15.03.2018**

ÖĞRENCİLER TAMSAYI KAVRAMINDAN NE ANLIYOR? ÖĞRENCİ GÖZÜYLE TAMSAYILARDA KAVRAM İMAJI

WHAT ARE STUDENTS UNDERSTANDING FROM THE CONCEPT OF INTEGERS? THE IMAGE OF INTEGERS THROUGH THE EYES OF THE STUDENT

Doç. Dr. Sare Şengül
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0002-1069-9084*
Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
Dr. Gülşah Gerez Cantimer
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0003-1643-6055*
Milli Eğitim Bakanlığı, Matematik Öğretmeni

Öz

Tamsayılar, matematik öğretiminde birçok konuya temel teşkil eden, birçok sayı kümesinin temelini oluşturan ve günlük hayatta uygulama alanı bulabilen kavramlardan birisidir. Öğrencilerin tamsayılara yönelik kavram imajlarının araştırılmasının tamsayı kavramının öğrenilme süreçlerine katkı getireceği öngörülmektedir. Özellikle öğrencilerin tamsayı kavramından ne anladıklarının kendi bakış açılarıyla belirlenmesi daha geçerli tespitlerin yapılarak öğrencilerin eksiklerinin giderilmesine olanak sağlayabilir. Bu nedenle çalışmanın amacı, öğrenci gözüyle tamsayılara yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesidir. Bu doğrultuda çalışma, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Sakarya ilinde bir devlet okulunda öğrenim gören 7. sınıf 27 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Öğrencilerin tamsayılara yönelik kavram imajlarını belirlemek üzere, veriler araştırmacılar tarafından hazırlanan 7 açık uçlu sorudan oluşan "Tamsayı Kavram Testi"nden (TKT) elde edilmiştir. Öğrenci cevapları detaylı bir şekilde incelenerek betimsel analiz ile çözümlenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre; öğrencilerin çoğunluğunun tamsayı kavramını anlamlandırmada istenilen düzeyde olmadıkları; kendi açılarından bölme ve çarpma işlemlerinde yaşadıkları zorluklar nedeniyle tamsayı imajlarının yeterli düzeyde oluşmadığı tespit edilmiştir. Bu nedenle öğrencilerin tamsayılarla işlem yapmada birçok hata yaptıkları gözlenmiştir. Bu durum öğrencilerde kavram yanılgılarının oluşmasına ve bu kavramları öğrenirken zorluk yaşamalarına sebep olabilir. Öğrencilere tamsayı tanımının

ezberletilmesi ve işlemlerin ağırlıklı olarak yapılmasının yerine kavramla ilgili yeterince etkinlik düzenlenerek öğrencilerin kavram tanımları ile kavram imajlarını birbirine yakınlaştıracak öğrenme ortamları düzenlenebilir.

Anahtar Kelimeler: Matematik Öğretimi, Tamsayılar, Kavram, Kavram İmajı, Öğrenci

Abstract

Integers are one of the concepts that form the basis of many subjects in the teaching of mathematics, which form the basis of many sets of numbers and which can find application areas in everday life. It's envisaged that the research of the concept images of the students will contribute to the learning process of the integers. The fact that students understand from the concept of integer can be determined by their own perspectives, which can make it possible to correct the deficiencies of the learners by making more valid determinations. For this reason the aim of the study is to evaluate the concept images of the student's eye for the integers. So the participants of the study are 27 students in the 7th grade who are studying at a public school in Sakarya in the academic year of 2015-2016. The study was organised using case studies from qualitative research methods. The data have obtained "The Concept of Integers Test" (CIT) that is prepared by researchers and has seven open-ended questions for determining students' the concept images toward the integers. Students' responses are examined with details and are analysed with descriptive analysis. According to the research's findings; it is found that the majority of students have not enviable level in making sense of the concept of integers. Also, it is found that students have not enough level toward the integers images, because of the difficulties in the divison and the multiplication operations in terms of themselves. Therefore, it is observed that students have a lot of mistakes in doing operations with integers. This situation may cause occuring misconceptions of students and may cause the diffuculties in learning this concepts. Instead of memorized the definition of integers to students and doing operations mainly, it may be arranged learning environments that is caused the concept definitions to become closer to the concept images.

Keywords: Mathematics Teaching, İntegers, Concept, Concept İmage, Student

GİRİŞ

Tamsayılar; rasyonel sayılar, mutlak değer, dört işlem ve problemler gibi birçok konunun dayanağı olan, matematiğin en önemli ve temel kavramlarından birisidir. Tamsayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin günlük hayattaki bazı problemlerin çözümünde yetersiz kalmasıyla ihtiyaç duyularak bu kümenin genişletilmesiyle elde edilmiştir (Baykul, 2004). Tamsayı kavramı öğrencilerin matematiksel düşünmeye geçişte soyut olan konuları somutlaştırabilme imkanı bulabilen ve günlük hayat örnekleri ile öğrenci yapılandırmasında kolaylık taşıyan, diğer sayı kümeleriyle olan ilişkisinden dolayı önem teşkil eden bir kavramdır. Buna rağmen matematikte öğrencilerin somutlaştırmada ve anlamlandırmada problem yaşadığı konulardan biri de tam sayı kavramı ve bu sayılarla yapılan işlemlerdir (Badarudin & Khalid, 2008; Hayes, 1999; Kilhamn, 2008). Ancak öğrenciler her ne kadar işlemsel bölümü ağırlıklı olsa da kavramı zihinlerinde tam anlamıyla yapılandıramaz ve diğer kavramlarla ilişkilendiremezse gerçek anlamda bir matematiksel öğrenme gerçekleşmeyecektir.

Tamsayı kavramı üzerine yapılan çalışmalarda öğrencilerin tamsayı kavramını öğrenmede zorluk çektikleri ve tamsayılarla ilgili işlem hataları yaptıkları dikkat çekmektedir (Avcu & Durmaz, 2011; Erdem, 2015; Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, Şahin & Soylu, 2015; Fischbein, 1987; Gökbaş, 2005; Hativa & Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Kilhamn, 2011; Şengül & Körükçü, 2012; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010). Bu çalışmalar

öğretmen gözüyle öğrencilerin tamsayılar konusunda zorlandıkları konuları içeriyorken mevcut çalışmada öğrenci gözüyle, kendi algıları bağlamında yaşadıkları zorlukları içermektedir. Literatürde tamsayılar konusunda ele alınan zorluklar ve öğrenci hataları özetlenerek sunulduğunda ise karşımıza çıkan tablo şu şekildedir. Gökbaş (2005), öğrencilerin tamsayılar öğretimi ile ilgili yaptıkları hata ve yanılgıların tespit edildiği ve tedbirlerin araştırıldığı çalışmasında; öğrencilerin tamsayılar kümesini oluşturmada, tamsayı ile doğal sayı arasında ilişki kurmada, sayı doğrusu gösteriminde, negatif tamsayıları sıralamada, toplama ve çıkarma işlemlerinde, problem çözümünde ve bunları yapılandırmada ciddi güçlüklerinin olduğunu belirtmiştir.

Avcu ve Durmaz (2011) tamsayılarla ilgili işlemlerde öğrenci hataları ve karşılaştıkları zorlukları inceledikleri çalışmalarında; tamsayılar ve tamsayılarla işlemlerin ilerleyen diğer konularda işlevsel olması nedeniyle oldukça önemli olduğunu ifade etmiştir. Çalışmanın bulgularına göre 6. ve 7. sınıflardaki öğrencilerin tamsayılar konusunda belirlenen kazanımları beklenen düzeyde edinemediği görülmektedir. Öğrenciler negatif ve pozitif sayının ayrımını yapamamakta ve sıfırın işaretiyle ilgili zorlanmaktadır. Tamsayılarda dört işlemde; işaretleri yapılandırmadıkları için toplama ve çıkarma işlemlerini hatalı yapmakta, çarpma ve bölme işlemlerinde de işaret kullanmadıkları için yanlış sonuç bulmaktadırlar.

Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, Şahin ve Soylu (2015) ise çalışmalarında tamsayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklara yönelik öğretmen görüşlerini ve çözüm önerilerini belirtmiştir. Buna göre öğrencilerin en çok eksi işaretini (-) anlamada zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlere göre öğrenciler negatif tamsayılarda çıkarma işleminde, negatif tamsayıları sıralamada, sayma pullarını anlamada güçlük yaşamakta ve kendileri de negatif tamsayıları çıkarma işlemi ile sayma pullarını kullanarak öğretimde zorlanmaktadır. Ayrıca çalışmada tamsayıların öğretiminde günlük hayatla ilişkilendirmenin önemine değinilmiştir.

Fischbein (1987), Hativa ve Cohen (1995), Işıksal-Bostan (2009), Kilhamn (2011), Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010) da çalışmalarında öğrencilerin negatif sayılarda zorluk yaşadıklarını belirtmiştir. Kilhamn (2011: 78) sıfır sayısı ve tam sayıların tam olarak sezgisel bir biçimde anlaşılmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerin tamsayı işlemlerinde karmaşaya düşmesi, özellikle işaretleri kullanmada sorun yaşaması; ortaokul düzeyinde negatif sayılarla ilk defa karşılaşmalarına ve doğal sayı işlemlerinde yaptıkları uygulamaları aynen tamsayı işlemlerine aktarmalarından kaynaklanmaktadır (Erdem, 2015). Hativa ve Cohen (1995) de öğrencilerin negatif tamsayıları anlamlandırmadıkları için negatif tamsayılarla işlemlerde güçlük yaşadıklarını belirtmiştir. Öyle ki negatif sayılarla yapılan işlemler ancak matematiğin mantığıyla anlam kazanabilmekte ve negatif sayılarla ilgili bazı özellikler sayma sayılarını algılama biçimiyle çelişmektedir (Linchevski & Williams, 1999). Şengül ve Dereli'ye (2013: 2513) göre tamsayıların kavranarak tamsayı işlemlerinin anlamlandırılması, sonraki matematik işlemlerinde öğrencilere yol göstermesi bakımından önemli görülmektedir. Özellikle tamsayı kavramının diğer kavramların öğretiminde temel teşkil etmesi ve işlevsel olması nedeniyle kavramın tam olarak anlaşılması ve yapılandırılması için işlemsel bilgi kadar kavramsal alt yapının hazırlanması hususuna da özen gösterilmelidir. Şu da bir gerçektir ki; kavramları ve kavramlar arası ilişkileri özümsemede, kalıcı ve işlevsel bilgiyi yapılandırmada, kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesi yeni ilişkileri keşfetmede etkilidir (Birgin & Gürbüz, 2009; Soylu & Aydın, 2006). Kavramsal bilginin temelinde ise kavram öğretimi yer almaktadır.

İnsan çevresinde olup bitenleri anlam-

landırmada kavramlara başvurur. Kavramlar insan zihninde bir nesne veya düşüncenin soyut ve genel tasarımı şeklinde ifade edilmektedir. Kavramlar nesne veya olayların ortak özelliklerini kapsar (TDK, 2017). Kavramsal bilginin en belirgin özelliği ise içerik olarak doğru ve ilişkisel açıdan zengin olmasıdır. Diğer bir anlatımla, matematiksel kavramlar birbirleri ile ilişkilendirilmelidir. Böylelikle söz konusu kavram anlam kazanır ve bireyin zihninde kavramsal öğrenme gerçekleşmiş olur (Hiebert & Lefevre, 1986). Kavram bilgisi çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır (Adıgüzel, 2013). Stump'a (1997) göre kavramlar ve farklı temsil biçimleri arasındaki ilişkiler keşfedildiğinde öğrenciler matematiksel ilişkileri anlamlandırarak bağlantı kurabileceklerdir. Bu şekilde öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme yapabilmeleri veya başarılı bir şekilde problem çözebilmeleri için kavramlara ilişkin farklı temsillerinin olması önemli görülmektedir (Even, 1993).

Kavramlar hakkındaki genel sorun; herkesin zihninde farklı bir biçimde yer edebilmesidir, yani kavramlar her insanda farklı şeyler çağrıştırabilir. Öğrencilerin tamsayı kavramına yönelik kavramsallaştırmalarının belirlenmesinin, tamsayı kavramının öğrenim sürecine ışık tutacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, bu çalışmada Tall ve Vinner'ın (1981) kavram imajı ve kavram tanımı çerçevesi kullanılmıştır.

Kavram imajı ve kavram tanımı nedir?

Kavram imajı zihinde mevcut kavramlarla ilgili uyaranları içerirken, kavram tanımı ise kavramları birbirinden ayırmada kullanılır. Bu bağlamda kavram tanımı bilim dünyası tarafından kabul görmüş olup kavram imajı ise informal bir tanım olarak kavram yanılgılarını da kapsamaktadır (Erşen & Karakuş, 2013). Öğrenciler her kavrama yönelik farklı anlamlar yükleyebileceğinden (Heeffer, 2007) kavram imajı ve kavram tanımı çalışmaları ile öğrencilerin kavram yanılgıları tespit edilebilmektedir.

Tall ve Vinner'a (1981) göre *"kavram imajı"* kişinin bir matematiksel düşünceye ait zihninde kodladığı zihinsel yapılardır. Literatürde kavram görüntüsü, kavram imgesi olarak da isimlendirilen bu zihinsel yapıları; şekil, şema, grafik, resim, matematiksel sembol, işlem ve günlük hayat örnekleri bile oluşturabilir. Kişi bir matematiksel düşünceyle ilgili birden fazla kavram imajına sahip olabileceği gibi o alanda problem çözerken durum ve şartlara göre bu kavram imajlarından birini hatırlayarak kullanabilir. Ayrıca, kavram imajı kavrama uygun ya da kavramla tutarlı olmak zorunda değildir; öğrencilerin kavrama yönelik farkında olmadıkları çelişkili görüşlerini de içerebilir (Rösken & Rolka, 2007). Bu nedenle kavram imajı informal bir tanım olup bireydeki kavram yanılgılarını da içerebilir. *"Kavram tanımı"* ise literatürde kabul gören bir tanım olarak düşünülebilir. Tall ve Vinner'ın (1981) ve Vinner'ın (1991) çalışmalarında; öğrencilerin yeni bir kavram oluşturma sürecinde önceki kavram tanımlarını kullanmak yerine kavram imajını kullandıkları; bir kavramın öğrenilmesinde o kavrama yönelik zengin örneklendirme yapılması gerektiği görülmektedir. Yani öğrenciler, verilen bir problemin üstesinden gelmek için kavram tanımı ile kavram imajı arasında ilişki kurabilecekleri gibi sadece kavram tanımı hücresini ya da kavram imajı hücresini de kullanabilirler. İlk hücre ve hatta bazen ikisi de boş olabilir. Kavram imajı hücresi, herhangi bir anlamlandırma ile kavram ismiyle birleşmemişse boş olarak düşünülebilir. Kavram tanımı anlamsız bir yolla hatırlandıysa bu durum oluşabilir. Bu iki hücre arasında belli bir ilişki olmasına rağmen bu ilişki bağımsız olarak şekillendirilmiştir (Vinner, 1991). Ancak öğrenme, kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında ilişki kurulması durumunda gerçekleşir (Vinner, 1991: 70). Sürekli olarak geliştirilen bir süreç olan kavram imajı oluşturma durağan değildir. Bu süreç öğrencilerin birçok deneyimleriyle oluşan dinamik bir yapı olduğundan olumlu bir öğrenme ortamı oluşturulması oldukça önemlidir.

Vinner'a (1992) göre öğrencilerin kav-

ram imajları oluşturmasında öğretmenler çok önemli bir etkiye sahiptirler. Aynı zamanda, öğrencilerin bir kavramı yorumlamaları onların öğrenme kapasitelerine ve sezgilerine bağlıdır (Fischbein, 1987). Öğrencilerin matematik kavramları özümsemesinde mevcut edinmiş olduğu bilgiler, öğrenme deneyimleri ve öğrenme ortamı gibi birçok faktör söz konusudur (Biza, Christou & Zachariades, 2008). Bu faktörler, öğrencilerin kavramları görselleştirme, bir sembol ile ilişkilendirme veya zihinsel bir model oluşturmasında önemli rol oynamaktadır. Tall ve Vinner (1981) ise öğrencilerin kavram imajlarını geliştirmek için eski bilgilerin yeni bilgiler ile sentezlenerek yeniden yapılandırılması gerektiğini vurgulamaktadır.

Özellikle matematik konuları güçlü bir sıralı yapıya sahip olduğundan konuyla ilgili ön şart konumundaki bir kavramın kazanılmaması öğrenme sürecinde sıkıntıları beraberinde getirecektir (Altun, 2008). Öğrenciler konuyla ilişkili kavram tanımlarını doğru olarak yapabilir, fakat bu durum kavramların öğrenci zihninde geçerli bir biçimde yapılandırıldığı anlamına gelmeyebilir. Çünkü öğrenme sürecinde birey, formal tanıma uymak yerine zihninde yapılandırdığı kavram imajlarını kullanacaktır ve bu kavram imajları her zaman doğru olmayabilir. Bu nedenle öğrencilerin kavram imajlarının belirlenmesi, ilgili kavramın öğrencinin zihninde ne derece doğru yapılandırıldığı ve kavramla ilgili hangi eksik ya da yanlışların olduğunu görmek açısından önemli görülmektedir.

Literatür incelendiğinde matematiksel kavramlara yönelik gösterimleri açıklamada kavram imajı ve kavram tanımı yapılarının yaygın olarak kullanıldığı dikkat çekmektedir. Bu çalışmalar; öğrenci/öğretmen adaylarının kavramları anlama düzeyleri (Dane, Gökmen, Duygun & Vural, 2016; Dede, Bayazit & Soybaş, 2010), dörtgenlere yönelik kavram imajı (Erşen & Karakuş, 2013; Fujita, 2012; Monaghan, 2000), çokgen kavram imajları (Ward, 2004), limit ve süreklilik kavramına yönelik kavram imajları ve kavram tanımları (Tall & Vinner, 1981; Kabael, Barak & Özdaş, 2015), fonksiyon ile ilgili kavram imajları (Vinner, 1983; Yavuz & Hangül, 2016), karmaşık sayılar üzerine kavram imajları (Nordlander & Nordlander, 2012), üçgen kavramına yönelik kavram imajlarının görselleştirilmesi (Keşan, Erkuş & Coşar, 2017), eğim kavramına ilişkin bilgileri / kavram imajları (Dündar, 2015; Moore-Russo, Conner & Rugg, 2011), tanjant doğruları kavram imajları (Tall, 1986; Vincent, LaRue, Sealey & Engelke, 2015), periyot kavramına ilişkin kavram imajları (Öner & Ertekin, 2015) ve paralelkenar ayırt etme biçimleridir (Ulusoy & Çakıroğlu, 2017). Bu çalışmalarda öğrencilerin matematik konularını öğrenmede yaşadıkları zorluklar ve kavram yanılgıları hatalar ile birlikte ortaya çıkarılmıştır. Yapılan literatür taramasından görüldüğü üzere çalışmalar genel olarak ortaöğretim öğrencilerinin veya öğretmen adaylarının soyut matematik kavramlarına veya geometri konularına yönelik kavram imajlarını ayrı ayrı ele almış olup ortaokulda temelleri atılan tamsayı kavramına yönelik öğrencilerin kavram imajı çalışmalarına rastlanmamıştır. Bu durumda öğrencilerin tamsayı kavram imajlarının incelenmesine yönelik bir ihtiyaç olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin özellikle matematikte görüşlerini ve kavram yanılgılarını tahmin ederek analiz etmek oldukça zor (Nordlander & Nordlander, 2012: 9) olmasına rağmen, öğrencilerin sahip olduğu kavramsal bilginin tespiti için kavram imajlarını ortaya çıkarıp bunların açıklamasını yapmak izlenebilecek bir yöntemdir (Yavuz & Hangül, 2016: 235). Matematiksel öğrenme ancak kavram imajı ile kavram tanımı arasında ilişki kurulması durumunda gerçekleşebileceğinden (Vinner, 1991) çalışmanın tamsayı kavramının öğrenilme sürecinin ortaya çıkarılması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Özellikle tam sayılar, öğrencilerin matematik dersinde

öğretimde ve kendi öğrenmelerinde zorluk çektikleri konulardan biri (Avcu & Durmaz, 2011; Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, Şahin & Soylu, 2015; Fischbein, 1987; Hativa & Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Kilhamn, 2011; Şengül & Körükçü, 2012; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010) olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bağlamda çalışmanın amacı, öğrenci gözüyle tamsayılara yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesidir. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın problemi; "7. sınıf öğrencilerinin tamsayılar konusundaki kavram imajları nasıldır?" sorusundan oluşmaktadır. Öğrencilerin bireysel ve öğrenme deneyimleri doğrultusunda oluşturduğu kavram imajlarını belirlemek, mevcut kavramın öğrenci zihninde ne düzeyde doğru yapılandırıldığını ve kavramla ilgili eksiklik veya yanlışlıkların görülmesi açısından önemli görülmektedir. Özellikle tamsayılar konusunun ortaokul düzeyinde bazı sayı kümelerinin temelini oluşturması ve tamsayı işlemlerinin mantığının ilgili problemlerin çözümünde yol gösterici olması nedeniyle öğrencilerde oluşabilecek yanılgıların giderilmesi ve hataların düzeltilmesi gerekmektedir. Bu açıdan bakıldığında çalışmanın alana katkı getireceği ve ilgili araştırmalara örnek teşkil edeceği düşünülmektedir.

Yöntem

Çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır ve çalışmanın deseni durum çalışması olarak düzenlenmiştir. Nitel araştırmada amaç genelleme değil, bütüncül bir resim elde etmektir. Burada çalışılan konu derinlemesine ve tüm olası ayrıntıları ile incelenmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2008: 107). Durum çalışması kullanılmasıyla olayların olası nedenleri ve nasılları daha kolay görülebilir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2011; Karasar, 2009). Böylece bir durum, ilişki, olay ya da süreç, sınırlı sayıda örneklem ile her yönüyle incelenebilir (McMillian & Schumacher, 2010). Çalışmada sınırlı örneklem seçilmesi ve durum tespiti yapılıyor olması bu yöntemin seçilmesinde etkendir.

Katılımcılar

Bu çalışma, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Sakarya ilinde bir devlet okulunda öğrenim gören 7. sınıf 27 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmada katılımcılar belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemi araştırmaya hız ve pratiklik kazandırdığı (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 113) için tercih edilmiştir. Ayrıca araştırma kapsamında öğrencilerin tamsayılarda kavram imajları incelendiğinden sınıf olarak bu düzey kullanılmıştır. Öğrenciler ortaokulda tamsayı kavramı ile 6. sınıfta tanışmakta ve 7. sınıfta da tamsayı kavramı ile birlikte tamsayı işlemlerini ve uygulamalarını görmektedir. Bu nedenle 7. sınıf öğrencilerinin tamsayılara yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu incelenmiştir. Çalışmanın katılımcıları bir devlet okulunda imam hatip ortaokulu kız sınıfı öğrencilerinden oluşmaktadır. Bu öğrencilerin akademik başarıları okul düzeyinde ortalama sırada yer almaktadır. Öğrenciler arasında matematik başarısı yüksek, orta ve zayıf düzeyde olacak şekilde bir durum olduğu belirlenmiştir. Bu da kavram imajlarında öğrenci farklılıklarının daha net gözlenebilmesi için farklı seviyelerde öğrencilerle çalışılmasının nedeni olarak düşünülmektedir.

Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Öğrencilerin tamsayılara yönelik kavram imajlarını belirlemek üzere, veriler araştırmacılar tarafından hazırlanan 7 açık uçlu sorudan oluşan "Tamsayı Kavram Testi"nden (TKT) elde edilmiştir. Kavram testi geliştirilirken ortaokul matematik öğretim programında yer alan tamsayı kavramı ve tamsayılarla işlemler konularına yönelik kazanımlar dikkate alınmıştır. Buna göre; sayılar ve işlemler öğrenme alanı 6. sınıf tamsayılar alt öğrenme alanı olmak üzere *"1.Tamsayı kavramını yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir. 3. Tamsayıları karşılaştırır ve sıralar. 4. Tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini yapar; ilgili problemleri çözer. 5. Tamsayılarda çıkarma işlemini eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini kavrar."*

kazanımları ile 7. sınıf tamsayılarla çarpma ve bölme işlemleri alt öğrenme alanı olmak üzere*"1. Tamsayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar. 2. Tamsayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer."* kazanımları doğrultusunda sorular hazırlanmıştır. Tamsayı kavram testinde yer alan ifadelerin geçerliği ve kullanılan dilin doğruluğu açısından uzman görüşü alınmıştır. Bu nedenle alanında uzman bir matemati eğitimcisi ile içerik yönünden ve bir öğretim görevlisinden dil anlaşılırlığı açısından metnin değerlendirilmesi istenmiştir. Ayrıca iki matematik öğretmeni ile soruların uygunluğu kontrol edilmiştir. Uzman görüşlerinden elde edilen eleştirilere yönelik ifadeler düzenlenerek sorulara son hali verilmiştir. Buna göre oluşturulan yazılı formun uygulamasına geçilmiştir. Öğrencilere sunulan yazılı formun uygulaması bir ders saati boyunca sürmüş ve öğrencilere verdikleri cevapların nedenlerini gerekçeleri ile yazmaları özellikle hatırlatılmıştır. Bu doğrultuda öğrencilere uygulanan test Ek-1'de yer almaktadır.

Verilerin Analizi

Öğrencilerin yazılı olarak cevapladıkları "Tamsayı Kavram Testi" araştırmacılar tarafından detaylı olarak incelenmiş ve değerlendirilmiştir. Formlardan elde edilen öğrenci cevapları betimsel analiz ile incelenmiştir. Betimsel analizde, verilerin araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre organize edilmesine, kullanılan sorular veya boyutlar incelenerek sunulmasına olanak sağlanır. Bu şekilde ulaşılan sonuçlar temalar açısından ilişkilendirilerek anlamlandırılabilir ve tahminlerde bulunulabilir (Yıldırım & Şimşek, 2005). Ayrıca elde edilen yanıtlar üzerinden frekans ve yüzde hesaplamaları yapılarak nitel veriler nicel olarak tablo üzerinde sunulmuş ve detaylı bir biçimde değerlendirilmiştir.

Araştırmada öğrencilerin tamsayı kavramına yönelik imajları veri analizi için en genel düzeyde çerçeveyi oluşturmuştur. Bu tematik çerçeveye göre veriler işlenerek araştırmacılar tarafından farklı temalar altında düzenlenmiş ve sunulmuştur. Diğer bir aşamada ise belirlenen temalara göre veriler okunarak yeniden düzenlenmiş ve ulaşılan bulgular bu temalar üzerinden yorumlanmıştır. Ayrıca, gerekli görülen yerlerde öğrenci cevaplarından doğrudan alıntılar yapılarak araştırma bulguları desteklenmiştir. Bu şekilde verilerin teyit edilebilirliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmada ulaşılan nitel veriler kodlanarak sayılarla ifade edilmiş ve bu yöntemle araştırmanın yanlılığı azaltılmaya çalışılmıştır. Araştırmanın inandırıcılığı ve tutarlılığının sağlanması için de veriler araştırmacılar tarafından farklı zamanlarda tekrar analiz edilmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler tablo 1'de verilen temalara göre incelenmiştir:

Tablo 1. *7. sınıf öğrencilerinin araştırma sorularına yönelik ifadelerinden elde edilen temaların dağılımı*

Soru	**Tema**	**Soru**	**Tema**	**Soru**	**Tema**
1.Tamsayı kavramı	Eksik Hatalı Hatırlamıyorum/Boş	**4.Tamsayılarda toplama işlemi**	Doğru Eksik Yanlış Boş/Hatırlamama	**7.Tamsayılarda bölme işlemi**	Doğru Eksik Yanlış Boş/ Hatırlamama
2.Tamsayı ihtiyacı	Farkında; neden yetersiz Matematik her-yerde Alışveriş Hava durumu	**5.Tamsayılarda çıkarma işlemi**	Doğru Eksik Yanlış Boş/Hatırlamama		

	Zaman ayarlama Pil kutupları Matematik sorusunda Hesaplamada Mimarlıkta		
3.Tamsayılarda yaşanan güçlükler ve nedenleri	Dört işlem Uzun-karışık sorular Bölme ve çarpma Problem çözme Çıkarma Tamsayı-tüm konular İşaretler Yok Boş	**6.Tamsayılarda çarpma işlemi**	Doğru Eksik Yanlış Boş/Hatırlamama

Tablo 1'de yer alan temalar aşağıda belirtilmektedir:

1.sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayı kavramının tanımına yönelik ifadelerinin "eksik, hatalı ve hatırlamıyorum/boş" temaları altında toplandığı görülmektedir.

2. sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayı ihtiyacı ve nedenine yönelik ifadelerinin "farkında; neden yetersiz, matematik hayatın her yerinde, alışveriş, hava durumu, zaman ayarlama, pil kutupları, matematik sorusunda, hesaplamada ve mimarlıkta" temaları altında toplandığı görülmektedir.

3. sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayılarda yaşanan güçlükler ve nedenine yönelik ifadelerinin "dört işlem, uzun ve karışık sorular, bölme ve çarpma, problem çözme, çıkarma, tamsayılarda tüm konular, işaretler, yok ve boş" temaları şeklinde sınıflandırıldığı görülmektedir.

4. sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayılarda toplama işlemine yönelik ifadelerinden elde edilen temalar "doğru, eksik (tam olmayan ifadeler), yanlış ve boş (boş veya hatırlamıyorum)" şeklinde bulunmuştur.

5. sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayılarda çıkarma işlemine yönelik ifadelerinden elde edilen temalar "doğru, eksik, yanlış ve boş/hatırlamıyorum" şeklindedir.

6. sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayılarda çarpma işlemine yönelik ifadelerinden elde edilen temalar "doğru, eksik, yanlış ve boş/hatırlamıyorum" şeklindedir.

7. sorudan elde edilen temalar: Öğrencilerin tamsayılarda bölme işlemine yönelik elde edilen ifadelerinden temalar "doğru, eksik, yanlış ve boş/hatırlamıyorum" şeklindedir.

Bulgular

Bu bölümde 7. sınıf öğrencilerinin tamsayı kavramına yönelik imajlarının belirlenmesi amacıyla yapılan analizler sonucunda ulaşılan araştırma bulguları sırasıyla alt başlıklara göre incelenerek sunulmuştur. Ayrıca, gerekli görülen yerlerde öğrenci yanıtlarından örnek alıntılarla yorumlara yer verilmiştir.

Öğrencilerden tamsayı kavramına yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayı nedir?" şeklindeki 1. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2. Öğrencilerin tamsayı kavramının tanımına yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Eksik	12	43	*"Tamsayı doğal sayıları kaplar." "Negatif ve pozitif sayılardır."*
2	Hatalı	5	18	*"Tamsayı = +, -, x, :.""Dört işlem olan ondalıklı sayı."*
3	Hatırlamıyorum/Boş	11	39	*"Hatırlamıyorum, ikinci dönemde bu dönem konusuyla ilgilendim."*

Tablo 2'de, öğrencilerin tamsayı kavramının tanımına yönelik ifadelerinden literatürdeki tanımı tam olarak karşılamayıp bir bölümünü yansıtan ifadeleri *eksik* temasında, tamamen doğru olmayan ifadeleri *hatalı* temasında ve öğrenci ifadelerinde hiçbir görüşün olmadığı veya hatırlamadıklarını belirten yazıların olduğu ifadeler de *hatırlamıyorum/boş* temasında gösterilmiştir. Buna göre öğrencilerden tamsayı kavramını tam anlamıyla doğru bir biçimde yapan öğrenciye rastlanmamıştır. Çoğunlukla eksik ifadeler kullanılmıştır. Buna göre öğrencilerin %43'ü negatif tamsayıları ve sıfırı göz önüne almadan tamsayı kavramını sadece pozitif sayılar olarak düşünmektedirler. Öğrencilerin %18'i hatalı tanımlamada bulunurken %39'u da hatırlamadığını belirtmiş veya soruyu boş bırakmıştır.

Öğrencilerin verdikleri cevaplar daha detaylı incelendiğinde; tamsayı kavramına yönelik öğrencilerin zihninde oluşturduğu imajların *"artılı veya eksili sayılar, pozitif ve negatif sayılar, doğal sayılar, sayı doğrusunda gösterimle tüm sayılar, birden başlayan sayıların tümü, rakamlar, dört işlem sembolleri, ondalık sayılar ve rasyonel sayı"* olarak ifade edildiği görülmüştür. *Eksik* temasında cevap veren öğrencilerin tamsayı kavramını açıklarken sıfır sayısını gözardı ettikleri veya sıfırın işaretinin olmayıp tamsayıların sadece pozitif ve negatif sayılar olarak ikiye ayrıldığını belirttikleri dikkat çekmiştir. Zeynep *"Pozitif ve negatif sayılara tamsayı denir."* ve Elif *"Tamsayılar, pozitif ve negatif olan sayılardır. Sıfırın işareti yoktur. Pozitif sayılar, negatif sayılardan daima büyüktür."* ifadeleriyle bu duruma birer örnek ifade sunmuştur. *Hatalı* temasında cevap veren öğrencilerin ise tamsayı kavramını açıklarken yanlış ifadeler kullandıkları ve bazı öğrencilerin tamsayı işlemlerinde bu hatalarını devam ettirerek kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Seher *"Toplaması, çıkarması, bölmesi ve çarpması olan ondalık sayılara tamsayı denir."* ifadesiyle tamsayı kavramını tanımlamış ve devamında işlemlerde aynı hatayı sürdürmüştür. Suna da *"Rasyonel sayı olan her sayı tamsayıdır"* diyerek işlemlerde rasyonel sayılar üzerinden örneklendirmeler kullanmış ve hatasını devam ettirmiştir. Bu öğrencilerin kavram ismiyle kavram imajı hücrelerinin ilişkilendirilemediği için hatalı sonuçlara ulaştıkları ve kavramı yapılandıramadıkları görülmüştür. *Hatırlamıyorum/boş* temasında cevap veren öğrenciler de hatırlamadıklarını belirtmişler veya soruyu boş bırakmışlardır. Bu öğrencilerin de herhangi bir fikir belirtmedikleri için soruyu ne amaçla, neden boş bıraktıkları hakkında tespit yapılamamıştır. Yani öğrencilerin kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinin nasıl olduğu belirlenememiştir.

Örneğin; Ayşe *"Eksi ya da artı olan sayılara tamsayı denir."*, Mine *"Tüm sayılar tamsayıdır."* ve Seda *"Tamsayı çıkarırız veya toplarız gibi sayılar eksili veya artılı."* ifadeleriyle eksik tanımlamada bulunmuştur. Ezel *"Rasyonel sayı olan her sayı tamsayıdır."*, Derya *"Tüm*

sayılar 1'den başlayarak devam eder." ve Gül *"Tamsayı 0'dan 9'a kadar olan sayılardır."* ifadeleriyle hatalı tanımlama yapmıştır. Öğrencilerin büyük bir bölümü de tamsayı kavramını hatırlayamadığını ifade etmiştir. Esin *"Hatırlayamadım, çünkü tanımına uzun süredir bakmadım, bu sebeple unuttum."* ve Füsun *"Hatırlayamıyorum, çünkü tekrar yapmadım."* gibi öğrenciler bunlar ve benzer ifadelerle bu durumun nedenini açıklamıştır.

Tamsayı ihtiyacı ve nedenine yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç duyulur mu? Neden?" şeklindeki 2. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3. *Öğrencilerin tamsayı ihtiyacı ve nedenine yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı*

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Farkında; neden yetersiz	2	7	*"İlla ki hayatta bana yardımcı olmuşlardır, ama ben şu an onu bilmiyorum neyde yardımcı olduğunu."* *"Duyulur, çünkü adından belli tamsayı."*
2	Matematik hayatın her yerinde	6	21	*"Bence ihtiyaç duyulur, çünkü matematik hayatımızın her yerinde var."* *"Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç duyulur, çünkü tam sayılar hayatımızın büyük bir yerini kapsamaktadır."*
3	Alışveriş	7	25	*"Evet, duyulur. Mesela bakkaldan alışveriş yapılır. 5 TL tutar, ama bizde 3 TL vardır. Yani -2 TL borcumuz olmuş olur."*
4	Hava durumu	5	17	*"Duyulur, çünkü hava durumlarında dereceler tamsayılar ile belirtilir."* *"Duyulur, çünkü mesela hava durumlarını gösterirken tamsayıları kullanmadan gösterirsek anlamakta güçlük çekeriz."*
5	Zaman ayarlama	1	4	*"İhtiyaç duyulur, çünkü zaman ayarlamalarında sayıları kullanırız."*
6	Pil kutupları	1	4	*"İhtiyaç olur. Mesela pillerin eksi ve artı kutupları birer tamsayıdır."*
7	Matematik sorusunda	1	4	*"Tamsayılara günlük ihtiyaç duyulur. Çünkü bir matematik sorusunda tamsayılara ihtiyaç duyabiliriz."*
8	Hesaplamada	4	14	*"Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç duyulur. Hesaplamalarda kullanılır."*
9	Mimarlıkta	1	4	*Evet, çünkü mesela mimarsınız ihtiyaç duyarsınız."*

Araştırmada 25 öğrenci tamsayıların günlük hayatta kullanıldığını ifade ederken 3 öğrenci yanıt vermemiştir. Tablo 3'e göre öğrencilerin büyük bir bölümü matematik hayatın her yerinde (%21), alışverişte (%25), hava durumunda (%17) ve hesaplamada (%14) derken birer öğrenci de zaman ayarlamada (%4), pil kutuplarında (%4), matematik sorusunda (%4) ve mimarlıkta (%4) kullanıldığını belirtmiştir. Ayrıca 2 öğrenci de tamsayıların günlük hayatta kullanıldığının farkında, fakat nedeni yetersiz ifade etmiştir.

Sude *"Evet, ihtiyaç duyulur. Çünkü günlük hayatta sayılar her yerde kullanılır."*, Zehra *"Evet, ihtiyaç duyulur. Çünkü matematik hayatın her yerinde gereklidir ve hayatımızı kolaylaştırır."* ve Sevda *"Evet, duyulur. Çünkü her nereye gitsek karşımıza matematik çıktığı için karşılaşıyoruz."* ifadeleriyle matematiğin hayatın her yerinde olduğunu belirtmiştir. Zeynep *"İhtiyaç duyulur. Çünkü alışveriş ve zaman ayarlamalarında sayıları kullanırız."*, Sena *"Çok lazım oluyor. Bakkal ve mağazalarda çok ihtiyaç oluyor."*, Dilek *"Duyulur. Çünkü bir şey bile alsak onun artısı eksisi vardır."* ve Betül *"Evet. Çünkü bir kişiye borç vereceksin veya birine para üstü vereceksin, o zaman ihtiyaç duyarız."* ifadeleriyle tamsayıların alışverişte kullanıldığını vurgulamıştır. Öykü *"Evet, duyulur. Örneğin, hava sıcaklıklarında kullanılır; -2, +3 gibi."*, Songül *"Evet, duyulur. Mesela hava durumunda tamsayılar kullanılır."* ve Azra *"Duyulur, çünkü hava tahminlerinde kullanılır."* ifadeleriyle tamsayıların hava durumunda kullanıldığını belirtmiştir. Ezgi *"Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç vardır. Çünkü gün içinde her zaman toplama, çıkarma vb. işlemleri yaparız."* ve Esra *"Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç duyulur. Çünkü bir şey alırken, satarken kar, zarar ve gelirleri hesaplamada karşımıza çıkar."* ifadeleriyle tamsayıların hesaplamada kullanıldığını belirtmiştir.

Tamsayılarda yaşanan güçlükler ve nedenine yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayılarda hangi konuda güçlük yaşamaktasınız? Neden?" şeklindeki 3. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 4'te yer almaktadır.

Tablo 4. *Öğrencilerin tamsayılarda yaşanan güçlükler ve nedenine yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı*

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Dört işlem	1	4	*"Tamsayılarda dört işlem konusunda biraz kafam karışıyor."*
2	Uzun ve karışık sorular	1	4	*"Çok uzun ve karışık sorularda pes ediyorum."*
3	Bölme ve çarpma	7	25	*"İki ve üç basamaklı sayılarda bölmede biraz, karışık oluyor."* *"Çarpma ve bölme işlemlerinde."*
4	Problem çözme	4	14	*"Problem çözmede, çünkü işlemleri yapabiliyorum, ama problemleri anlamıyorum."*
5	Çıkarma	2	7	*"Tamsayılarda çıkarmada zorlanıyorum."* *"Çıkarmada kafam karışıyor."*
6	Tamsayılarda tüm konular	1	4	*"Tamsayılarda bütün konularda güçlük yaşamaktayım. Çünkü konuyu tam anlamadım."*
7	İşaretler	3	11	*"Negatif ve pozitif tamsayılar arasında işlem yaparken biraz zorlanıyorum, çünkü biraz kafa karıştırıcı."*
8	Yok	6	20	*"Tamsayılarla işlem yaparken güçlük çektiğimi düşünmüyorum."*
9	Boş	3	11	-

Tablo 4'e göre, öğrenciler çoğunlukla bölme ve çarpma işlemlerinde (%25) ve problem çözmede (%14) güçlük yaşarken çıkarma işleminde (%7) ve işaretlerde (%11) güçlük yaşayan öğrenciler de az da olsa bulunmaktadır. Ayrıca birer öğrenci de dört işlem (%4), uzun ve karışık sorular (%4) ve tamsayılarda tüm işlemlerde (%4) zorlanmaktadır. Altı öğrenci de tamsayılarda işlem yaparken güçlük yaşamadığını (%20) belirtirken üç öğrenci de bu soruyu boş bırakarak (%11) cevap vermemiştir.

Aslı *"Tamsayılarda bölme işleminde zorlanıyorum, çünkü + ve – işaretleri olunca kafam karışıyor."*, Eda *"Çarpma ve bölmede güçlük çekiyorum, çünkü kafam çok karışıyor."* ve Aslıhan *"Bölmede bazen zorlanıyorum. Toplama, çıkarma, çarpmada bir şey yok, ama bölmede zorlanıyorum."* ifadeleriyle bölme veya çarpma işlemlerinde zorlandıklarını belirtmiştir. Ela*"Tamsayı problemlerinde güçlük yaşayabiliyorum."* ve Aslıgül *"Bazen problemlerde güçlük çekiyorum. Çünkü anlamakta biraz zorluk çekiyorum."* ifadeleriyle problem çözmenin zorluğunu vurgulamıştır. Rana ise *"Rasyonel sayı problemlerinde güçlük çekiyorum, çünkü o konuyu anlayamadım."* diyerek tamsayı problemleriyle rasyonel sayı problemlerini aynı kavramlar olarak algıladığını örneklendirmiştir. Çünkü Rana'nın kağıdı tekrar incelendiğinde tamsayı kavramını *"rasyonel sayı olan her sayı tamsayıdır"* şeklinde tanımladığı dikkat çekmiş ve bu doğrultuda açıklamalarını vurguladığı, hatasını devam ettirdiği görülmüştür. Ayşegül *"Bazen –'den +'yı çıkarmada yanlışlık oluyor. Mesela bazı sorularda – ile –'nin toplamı + diyor, bazılarında ise – diyor. Benim de kafam karışıyor."* ve Ayla *"Toplama ve çıkarmada işlemi yapıyorum, artı ve eksiyi karıştırıyorum arasıra."* diyerek işaretlerde zorlandıklarını belirtmiştir. Aygül *"Çok fazla güçlük yaşamıyorum. Sorudan soruya değişiyor. Yanlış çıkan sorularımı hocama çok fazla sormadığım için olabilir."*, Asude *"Tamsayılarda çok güçlük yaşamıyorum."* ve Sudenur *"Tamsayılarda güçlük çekmiyorum, çünkü konuyu anladım."* diyerek sorunlarının olmadığını vurgulamıştır.

Tamsayılarda toplama işlemine yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayılarda toplama işlemi nasıl yapılır? Neden?" şeklindeki 4. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 5'te yer almaktadır.

Tablo 5. *Öğrencilerin tamsayılarda toplama işlemine yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı*

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Doğru	2	7	*"Negatif ile pozitif toplanırken, büyük olandan küçük olan çıkartılır ve büyük olanın işareti konur. Eş işaretliler normal toplanır. (-3)+2=-1; (-4)+(-3)=-7."*
2	Eksik (Tam olmayan ifadeler)	15	53	*"Toplama işleminde + ile +'yı topluyorsak işareti + yaparız. Eğer – ile –'yi topluyorsak başına – koyarız. Eğer – ile –'yi topluyorsak, direk toplar ama +'mı –'mi büyükse büyük olanın işaretini yazarız."*
3	Yanlış	8	29	*"Tamsayılarda toplama işlemi ilk önce + ve – çarpılır, daha sonra sayılar toplanır."*
4	Boş (Boş veya hatırlamıyorum)	3	11	*"Hatırlamıyorum."*

Tablo 5'e göre öğrencilerin büyük bir bölümü tamsayılarda toplama işlemini eksik (%53) ve yanlış (%29) ifade etmiştir. Öğrencilerin çak az bir bölümü de (%7) doğru açıkla-

malar yaparken üç öğrenci de hatırlamadığını belirtmiş veya boş bırakmıştır (%11). Ayrıca araştırmada cevapları incelenen öğrencilerden hiçbirinin toplama işleminin gerekçesini belirtmediği görülmüştür.

Araştırmada sadece iki öğrencinin tamsayılarda toplama işleminin nasıl yapıldığını doğru ifade ettiği dikkat çekmektedir. Buna göre Zeynep *"Negatif ile pozitif toplanırken, büyük olandan küçük olan çıkartılır ve büyük olanın işareti konur. Eş işaretliler normal toplanır. (-3)+2=-1; (-4)+(-3)=-7."* ve Sevgi *"İşaretler farklıysa çıkarırız, aynıysa toplarız; büyüğün işaretini veririz."* ifadeleriyle doğru açıklamalarda bulunmuştur. Seda "Sayıları basamaklarının altına koyarak, sayıları alt alta veya yan yana şekilde toplarız.", Öykü *"(-4)+5=+1."*, Sercan *"Artı ve artının toplamı ise artıdır."* ve Sude *"Örnek: (-15)+(+2)=-13. Tamsayılarda toplama işlemi yaparken sayıların önündeki işaretlere bakılır. Eğer iki sayının işareti aynı ise toplama, eğer iki işaretten biri farklı ise çıkarma işlemi yapılır."* ifadeleriyle eksik açıklamalarda bulunmuştur. Bu öğrencilerin ifadeleri tam anlamıyla tamsayılarda toplama işlemini açıklayamamaktadır, çünkü bir yönüyle aksi örnekleri içermemektedir. Ayrıca Sedanur *"Tamsayılarda toplama işleminde aynı işaretli sayıların toplamı negatif, farklı işaretli sayıların toplamı pozitiftir. (+)+(+)=-; (-)+(+)=+."* ve Gülsen *"Tamsayılarda toplama işlemi varsa artıyla eksiyi değiştirerek çarparız, sonucu buluruz."* ifadeleriyle yanlış açıklamalarda bulunmuş ve işaretlerin anlamını karıştırmıştır. Sema ise *"(2/4)+(3/2)=(2/4)+(6/4)=8/4. İlk önce paydalar eşitlenir ve toplanır."* diyerek tamamen hatalı bir açıklamada bulunmuş ve bu durum Sema'nın rasyonel sayıları da tamsayı olarak algıladığını göstermiştir.

Tamsayılarda çıkarma işlemine yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayılarda çıkarma işlemi nasıl yapılır? Neden?" şeklindeki 5. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 6. *Öğrencilerin tamsayılarda çıkarma işlemine yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı*

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Doğru	1	4	*"İkinci sayının işaretini değiştirir, toplarız."*
2	Eksik	14	50	*"Toplama işleminde yaptıklarımızı yaparız, ama sadece sayıları toplamayız, çıkarırız."*
3	Yanlış	10	35	*"(-20)-1tam(11/20)=?"* *"Bir sayıdan diğer sayı çıkarılır, büyüğün işareti konulur."*
4	Boş/Hatırlamıyorum	3	11	*"Hatırlamıyorum."*

Tablo 6'ya göre öğrencilerin yarısı tamsayılarda çıkarma işlemini eksik (%50) açıklarken öğrencilerin bir bölümü de (%35) yanlış açıklamıştır. Buna rağmen sadece bir öğrenci tamsayılarda çıkarma işlemini doğru bir biçimde (%4), ama kurala bağlı kalarak ifade etmiştir. Ayrıca üç öğrenci de çıkarma işlemini hatırlamadığını ifade etmiş veya soruyu boş bırakmıştır (%11). Araştırmada cevapları incelenen öğrencilerden hiçbirinin çıkarma işleminin gerekçesini belirtmediği görülmüştür.

Güler *"Tamsayılarda çıkarma işlemi yapılırken + ve – çarpılır. Sayılar da birbirinden çıkarılır."*, Seher *"(-6)-(-3)=-3; (-100)-(-150)=+50."*, Hale *"Tamsayılarda da aynı toplama*

işlemindeki gibidir. Ama bu sefer çıkarılıyor." ve Asude *"Örnek: (-12)-(-5)=-7. Tamsayılarda çıkarma işlemi yapılırken sayıların önündeki işarete bakılır. Aynı toplama işlemi gibi yapılır. Fakat örnekteki gibi –'ler yan yana gelirse +'ya dönüşür."* ifadeleriyle eksik açıklamalarda bulunmuştur. Ayşen *"Büyük olan sayı küçük olan sayıdan çıkarılır. Küçük olan sayı büyük olandan çıkarılmaz."*, Nurşen *"Büyük olan sayıdan küçük olan sayı çıkarılır, büyük olan sayının işareti yazılır."*, Şengül *"(+1/2)-(1/3)=(+3/6)-(2/6)=-6/6."* ve Rukiye *"(-15)-(+5)=+10."* ifadeleriyle yanlış açıklamalarda bulunmuş veya hatalı örneklendirmeler yapmıştır. Bu da öğrencilerde tamsayı kavramının tam olarak yapılandırılmadığını göstermektedir.

Tamsayılarda çarpma işlemine yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayılarda çarpma işlemi nasıl yapılır? Neden?" şeklindeki 6. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 7'de yer almaktadır.

Tablo 7. *Öğrencilerin tamsayılarda çarpma işlemine yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı*

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Doğru	9	32	*"Eğer çarptığın sayıların işaretleri aynı ise sayılar çarpılır, + koyulur. Eğer işaretler farklı ise sayılar çarpılır – koyulur."* *"(+).(+)=+; (-).(+)=-; (-).(-)=+. Buradaki kurala uyarak sayıları çarparız ve buna göre işareti yazarız."*
2	Eksik	10	36	*"(-9).(+2)=(-18)."* *"Tamsayılarda çarpma işlemi doğal sayıları birbiriyle çarparak bulunur."*
3	Yanlış	5	18	*"Çarpmada ve bölmede; x+x=x; :+:=x; x+:=:; :+x=: gibi geliyor, ama pek emin değilim."* *"Paylar paylarla, paydalar paydalarla çarpılır, çıkan sonuç yazılır. Örnek: (5/2).(3/9)=(15/18)."*
4	Boş/Hatırlamıyorum	4	14	*"Hatırlamıyorum, çünkü tekrar yapmadım."*

Tablo 7'ye göre öğrencilerin tamsayılarda çarpma işlemine yönelik ifadelerinin eksik (%36) ve yanlış (%18) olanların toplamda doğru (%32) olan ifadelerinden daha çok olduğu görülmektedir. Ayrıca dört öğrenci tamsayılarda çarpma işlemini hatırlamadığını belirtmiş veya soruyu cevaplamayarak boş bırakmıştır (%14). Araştırmada cevapları incelenen öğrencilerden hiçbirinin çarpma işleminin gerekçesini belirtmediği görülmüştür.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde çarpma işleminin yapılışını kuralla sembolik olarak ifade ettikleri veya örnekler üzerinde açıkladıkları görülmektedir. Öğrenci cevaplarının çoğunluğunun eksik veya yanlış ifadelerden oluştuğu da dikkat çeken diğer bir noktadır. Buna rağmen doğru cevap veren öğrenciler de mevcuttur. Örneğin; Emine *"(+12).(+2)=+24; (+15).(-3)=-45; (-16).(-4)=+64; (-20).(+5)=-100."* ifadesiyle çarpma işlemini örnekler üzerinde işaretlerin sonuçtaki etkisini doğru bir biçimde yazarak göstermiştir. Elif *"Sayılar çarpılır. Sayılar pozitif ise +; her sayı negatif ise yine +; fakat bir sayı negatif, bir sayı pozitif ise – işareti konur. Örnek: (-12):(+3)=-4."* ve Mine ise *"(-).(-)=(+); (+).(+)=+; (+).(-)=-; (-*

).(+)=-." ifadeleriyle tamsayılarda çarpma işleminde işaretlerin sonuç üzerindeki değişimini vurgulamıştır. Ayşe *"Bir sayıyla diğer sayıyı çarparak buluruz, çünkü cevabı bulmak için çarpma yapmamız isteniyor."*, Esin *"Sayıların kendisini ve işaretini çarparız."* ve Zehra *"Bir sayıyla bir sayıyı çarparız, çünkü cevabı o şekilde buluruz."* açıklamalarıyla çarpma işlemini eksik bir biçimde anlamlandırmıştır. Öğrenciler bu ifadelerinde ya sayıları direk çarpmakta, işaretlere değinmemekte ya da işaretlerin nasıl sonucu etkilediğini belirtmemektedir. Öğrencilerin bir bölümü de işlemleri yanlış örneklendirmiş ve genelde örneklerini rasyonel sayılarda çarpma işlemi üzerinde göstermiştir. Bu da öğrencilerin tamsayı kavramı ile rasyonel sayı kavramını tam anlamıyla ilişkilendiremediğini ve yanlış anlamaların olduğunu göstermektedir. Örneğin; Eda *"Çarpma işlemi paylarını paydalarını kuralına (düzene) göre çarpılır. Çapraz gider."*, Sibel *"(1/2).(1/3)=(3/6).(2/6)=(6/6)."* ve Sude *"(2/6).(8/4)=(16/24). Benim hatırladığım örnekteki gibi, normal çarpma."* örnekleriyle yanlış ifadeler kullanmıştır. Burada öğrencilerin çok fazla sorgulamadan ezbere bilgi kullandıkları ve kavramları kendi zihinlerinde tam olarak yapılandırmadıkları için sonuçlarda hata yaptıkları veya ifadelerini açıklayamadıkları görülmektedir.

Tamsayılarda bölme işlemine yönelik elde edilen bulgular

Araştırmada öğrencilerin "Tamsayılarda bölme işlemi nasıl yapılır?" şeklindeki 7. soruya yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı sonucunda oluşan frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar tablo 8'de yer almaktadır.

Tablo 8. *Öğrencilerin tamsayılarda bölme işlemine yönelik ifadelerinin temalara göre dağılımı*

No	Temalar	f	%	Örnek yanıtlar
1	Doğru	6	21	*"Aynı çarpma gibi bir sayı ile diğer bir sayıyı bölersin, işaretler aynıysa + koyarsın; işaretler farklıysa – koyarsın."* *"(-64):(+4)=-16; (+300):(+3)=+100; (-180):(-18)=+10; (+22):(-11)=-2."*
2	Eksik	10	35	*"Bölmede verilen sayıya bölünür. Sayıya yakın olana böleriz. Eğer ikisinin sonunda 0 varsa onları sileriz."* *"Tamsayılarda bölme işlemi + ve –'ler çarpılır, sayılar da birbirine bölünür."*
3	Yanlış	7	25	*"+:+=+; -:-=-; -:+=-; +:-=+. Buradaki kurala uyarak sayıları böleriz ve buna göre işaretleri yazarız."* *"Birincisini çarpıyoruz, ikincisini ters çevirip çarpıyoruz."*
4	Boş/Hatırlamıyorum	5	19	*"Hatırlamıyorum, tekrar yapmadım."*

Tablo 8'e göre öğrencilerin tamsayılarda bölme işlemine yönelik ifadelerinin eksik (%35) ve yanlış (%25) olanlarının toplamda doğru (%21) olan ifadelerinden daha fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca beş öğrenci de tamsayılarda bölme işlemini tekrar yapmadığı için hatırlamadığını belirtmiş veya soruyu cevaplamayarak boş bırakmıştır (%19).

Elif *"4:2=2; (-4):2=-2; (-4):(-2)=2."*, Si-

nem *"Sayılar normal bölünür çarpmadaki işaret tablosuna göre işaretler konur ve uygulanır."* ve Sude *"Sayılar bölünür. Sayılar pozitif ise +; her sayı negatif ise yine +; fakat bir sayı negatif, bir sayı pozitif ise – işareti konur. Örnek: (-12):(+3)=-4."* ifadeleriyle tamsayılarda bölme işlemini doğru bir biçimde açıklamış ve örneklendirmiştir. Sanem *"18:3=6; 21:3=7."* ve Asude *"Büyük sayıyı onun katlarına bölerek bölüneni buluruz, çünkü cevabı bulmak için bölmemiz gerekiyor."* diyerek tamsayılarda bölme işleminde işaretlerin sonuç üzerindeki değişimini açıklamamış ve negatif tamsayıları kullanmayarak eksik ifadeler kullanmıştır. Sevgi ise *"Tamsayılarda bölme işlemi doğal sayıları birbirine bölerek bulunur. 8:2=4; 6:3=2."* ifadesiyle tamsayıları sadece doğal sayıları kapsayan bir küme olarak düşündüğünü belirtmiştir. Bunun üzerine Sevgi'nin kağıdı yeniden incelendiğinde, tamsayı kavramını da doğal sayı olarak tanımladığı ve bu hatayı işlemlerde sürdürerek kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca işlemleri ve açıklamaları yanlış yapan öğrencilerin tamsayı kavramını tam olarak yapılandırmadığı için hata yaptığı, rasyonel sayıları tamsayı olarak algılayıp işlemleri bu doğrultuda açıkladığı dikkat çekmiştir. Örneğin; Seda *"Tamsayılarda bölme işleminde artı ve eksiyi değiştirerek çarparız ve sonucu buluruz."*, Ayşen *"(2/10):(8/5)=(2/10).(5/8)=(10/80). 1. sayıyı aynen yazıp 2. sayıyı ters çevirip çarpıyoruz."* ve Aysun *"(2/3):(9/18)=(2/3).(18/9)=(36/27)."* açıklama ve örneklendirmelerde yanlış ifadeler kullanmıştır. Bu öğrencilerin de diğer sorulara verdikleri cevaplar tekrar gözden geçirildiğinde *"rasyonel sayı olan her sayı tamsayıdır"* ifadesini vurguladıkları ve işlemlerini buna göre yaptıkları görülmüştür. Bu durumda öğrencilerde kavram yanılgılarının oluştuğu ifade edilebilir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Öğrencilerin kendi bakış açılarından tamsayılara yönelik kavram imajlarının değerlendirildiği çalışmada; 7. sınıf öğrencilerinin tamsayılar konusunda kavram imajlarının yeterli düzeyde oluşmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Özellikle öğrencilerin tamsayı kavramında yaşadığı eksik ve hatalı kavrayışların nedeni, Tall ve Vinner (1981) tarafından tanımlanan "kavram tanımı" ve "kavram imajı" bileşenleri arasındaki kopukluklar ve zayıf bağlantılar ile ilişkilendirilebilir. Aynı zamanda elde edilen bu sonuç Gökbaş'ın (2005) öğrencilerin tamsayılar kümesini oluşturmada ciddi güçlüklerinin olduğu sonucuyla tutarlı gözükmektedir. Çalışmada; öğrencilerin tamsayı kavramına yönelik eksik veya hatalı kavram imajına sahip oldukları ve tamsayılarda dört işlemle ilgili doğru, eksik veya yanlış cevaplar verdikleri ve en genel anlamda cevaplarının bu temalar altında toplandığı görülmektedir (Tablo 1).

Çalışmada öğrencilerin tamsayı kavramını tam olarak doğru bir biçimde ifade edemedikleri dikkat çekmektedir. Buna göre, öğrenciler tamsayı kavramını eksik veya hatalı olarak tanımlamışlar veya hatırlamadıklarını belirterek soruyu boş bırakmışlardır. Öğrencilerin %43'ü tamsayı kavramını tam anlamıyla ifade edememiş, %18'i hatalı tanımlama yapmış ve %39'u da hatırlamadığını belirtmiş veya soruyu boş bırakmıştır. Bu doğrultuda, öğrencilerin zihinlerinde tamsayı kavramına yönelik imajlar*"artılı veya eksili sayılar, pozitif ve negatif sayılar, doğal sayılar, sayı doğrusunda gösterimle tüm sayılar, birden başlayan sayıların tümü, rakamlar, dört işlem sembolleri, ondalık sayılar ve rasyonel sayı"* olarak ifade edilmiştir. Buradan hareketle öğrencilerin kavram imajlarının eksik veya hatalı olarak üretildiği saptanmıştır. Öğrenciler özellikle tamsayı kavramını tam olarak açıklayamamış ve sıfır sayısını gözardı etmiştir. Elde edilen bu sonuç, Kilhamn'ın (2011: 78) öğrencilerin sıfır sayısı ve tamsayıları sezgisel bir biçimde anlayamadıkları sonucuyla doğrulanmaktadır. Aynı zamanda öğrencilerin %39'unun tamsayı kavramını hatırlamadığını belirtmesi veya soruyu boş bırakması Vinner 'ın (1991) kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinin boş olabileceği veya ilişkilendirilmediği durumunu belirtmektedir. Yapılan araştırmalar da öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili yeterli kavrayışa sahip ola-

mama nedenlerini yapılan eksik veya hatalı içselleştirmeden kaynaklandığını göstermektedir (Burger & Shaughnessy, 1986; Üstün & Ubuz, 2004).

Çalışmadan elde edilen bir başka sonuca göre öğrencilerin büyük bir bölümü tamsayıların günlük hayatta kullanıldığının farkındadır, sadece üç öğrenci ilgili soruya cevap vermemiştir. Öğrencilerin özellikle matematiğin hayatın her yerinde olduğu ve tamsayıların alışveriş, hava durumu, hesaplama, zaman ayarlama, pil kutupları, matematik sorusu ve mimarlıkta kullanıldığını belirterek somut örnekleri ifade etmeleri, matematiğin uygulama alanlarını görmeleri açısından olumlu bir sonuç olarak nitelendirilebilir. Bu durum, öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları olaylarla tamsayı kavramı arasında bir bağlantı kurabildiklerini göstermektedir. Örneğin; Seher *"Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç duyulur, çünkü tam sayılar hayatımızın büyük bir yerini kapsamaktadır."*, Fatma *"Tamsayıları günlük hayatta da kullanıyoruz. Mesela alışveriş yapılır; 15 TL tutar, ama bizde 10 TL var. Yani 5 TL borcumuz olur, bunu da -5 ile gösterebiliriz."* ve Lale *"Hava durumlarında sıcaklıklar tamsayılarla gösterilir. Tamsayıları kullanmadan hava durumunu belirtirsek anlamakta güçlük çekeriz."* açıklamalarıyla bunu doğrulamaktadır. Fakat bu durum, tamsayı kavramının öğrenci zihninde doğru bir biçimde yapılandırıldığı anlamına gelmemektedir. Özellikle hatalı cevap veren öğrencilerin bu hatalarını tamsayı işlem sorularında devam ettirdikleri dikkat çekmektedir.

Aynı zamanda çalışmada öğrencilerin tamsayılarda dört işlemi gerekçeleriyle açıklamada yetersiz kaldıkları ve işlemlerde çoğunlukla hatalı sonuç buldukları görülmüştür. Örneğin; Elif *"Tamsayılarda toplama işleminde aynı işaretli sayıların toplamı negatif, farklı işaretli sayıların toplamı pozitiftir."* açıklamasıyla ezbere bir yöntem izlemiş ve yanlış bir anlatımla *"(+)+(+)=(-), (-)+(-)=(+)"* semboller üzerinden devam etmiştir. Seher de *"Tamsayılarda toplama işlemi varsa artıyla eksiyi değiştirerek çarparız, sonucu buluruz."* ifadesiyle toplama işleminin mantığının dışında bir açıklama yapmıştır. Aslında öğrencilerin açıklamalarından dört işlemin yapılışını kural boyutunda hatırladıkları, fakat birbirleriyle ilişkilendirmede güçlük çektikleri için hatalı bir yol izledikleri görülmektedir. Öğrencilerin işlemlerinde ezbere bir yöntem izlemeleri ve bu doğrultuda yaptıkları işlemlerde tam sonuca ulaşamamaları, tamsayı kavramını zihinlerinde yeterli düzeyde yapılandıramadıklarından kaynaklanabilir. Ayrıca öğrencilerin tamsayılarla işlemlerin nasıl yapıldığının gerekçesini açıklayamamaları kavramsal anlamada sorunların olduğunun bir göstergesi olabilir. Özellikle matematikte hesaplama yapılırken işlemlerde ezberlenmiş kurallar yerine kavramsal anlama boyutunun dikkate alınması gerekliliği (NCTM, 1995) göz önünde bulundurulmalıdır. Bu noktada matematik öğretiminde öğretmenlerin rolü oldukça önemlidir. Derslerde somut materyaller üzerinden açıklamalar yapılarak öğrencilerde anlamlı kavram imajlarının oluşumunda yol göstericilik yapılabilir.

Özellikle çıkarma işleminde ve negatif sayılarla işlemlerde öğrencilerin güçlük çektikleri görülmektedir. Nisa *"Bir sayıdan diğer sayı çıkartılır ve büyüğün işareti konulur"* ve Şevval *"(-15)-(+5)=(+10)"* örneklemesiyle yanlış bir açıklamada bulunmuştur. Zehra da *"Çıkarma işlemini mesela bir sayı 8 ise diğer sayı 9 ise 8'den 9 çıkmaz. O yüzden büyük olandan küçüğü çıkarırız."* ifadesiyle negatif sayıları anlamlandıramadığını göstermiştir. Bunlara benzer öğrenci cevaplarının çoğunlukta olması ve sadece bir öğrencinin çıkarma işlemini tam anlamıyla ifade etmesi öğrencilerin takıldıkları noktalar adına bizlere ipucu sunmaktadır. Literatürde de öğrencilerin negatif sayılarda zorluk yaşadıklarını belirten çalışmalar (Fischbein,1987; Hativa & Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Kilhamn, 2011; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010), çalışmamıza

paralel sonuçlar göstermektedir. Avcu ve Durmaz (2011) da tamsayılarla ilgili işlemlerde öğrenci hataları ve karşılaştıkları zorlukları inceledikleri çalışmalarında; tamsayılar ve tamsayılarla işlemlerin ilerleyen diğer konularda işlevsel olması nedeniyle oldukça önemli olduğunu ifade etmiştir. Burada olduğu gibi öğrencilerin tamsayı kavramı ve işlemleri zihinlerinde tam anlamıyla yapılandırmaları diğer matematik konularındaki güçlüklerin giderilmesinde de yardımcı olabilir.

Çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda aşağıdaki öneriler geliştirilebilir:

- ✓ Öğretim sürecinde öğrenci kavram imajlarının belirlenmesi ve öğretmenlerin bu yönde bilgi sahibi olmaları öğretimdeki eksikliklerin giderilmesi adına önemli görüldüğünden öğrencilerin kavram öğretiminde önceki öğrenmelerine temel teşkil eden konuların anlatımına dikkat edilmelidir.
- ✓ Öğrencilerin tamsayı kavramında özellikle negatif tamsayıları anlamlandırmada zorluk yaşadıkları göz önünde bulundurulursa derslerde materyal kullanımı arttırılabilir ve günlük hayat örnekleriyle ilişkilendirmeler yapılabilir.
- ✓ Tamsayı tanımının ezberletilmesi yerine kavramla ilgili yeterince etkinlik düzenlenerek öğrencilerin kavram tanımları ile kavram imajlarını birbirne yakınlaştıracak öğrenme ortamları düzenlenebilir.
- ✓ Çalışmanın katılımcılarını sadece kız öğrenciler oluşturduğu için erkek sınıfından öğrencilerin görüşleri alınarak veya karma sınıfların da olduğu farklı çalışmalarla kavramsal anlamada cinsiyet değişkeninin etkisi araştırılabilir.
- ✓ Kavram öğretiminde kavram tanımlarının kullanılması, öğrenmeyi kolaylaştıracağından (Anderson & Kulhavy, 1972; Hannon, 2012), öğrencilerin kavram imajlarının bu tanımlarla uyumlu olması için sürekli geri dönütler alınarak kontrol edilebilir. Öğrencilerin bilimsel olarak doğru görülmeyen ifadeleri doğru olanlarla değiştirilerek kavramsal değişim süreci düzenlenmelidir.
- ✓ Tennyson ve Park'a (1980) göre, kavram öğretiminde örnek ve örnek olmayanlar eşleştirilerek verildiğinde, örnek olmayanlar öğrencilerin kavramın ayırtedici özelliklerine yoğunlaşmasını kolaylaştırdığından öğretmenlere bu noktada büyük roller düşmektedir. Hizmet öncesi ve hizmet içi faaliyetlerin uygulamalı olarak niteliklerinin arttırılması gerektiği düşünülmektedir.
- ✓ Tamsayı kavramının doğru şekilde kavratılabilmesi için tespit edilen yanlışların ve yanılgıların hangi nedenlerden kaynaklandığını belirleyebilmek için daha derinlemesine inceleme ve araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 8. Sınıf Öğrencilerinin İrrasyonel Sayılar ile İlgili Bilgileri ve Bu Konudaki Kavram Yanılgıları,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Altun, M. (2008). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri için Matematik Öğretimi,* Ankara: Alfa Yayıncılık.

Anderson, R. C. & Kulhavy, R.W. (1972). Learning Concepts From Definitions, *American Educational Research Journal*, 9(3), 385-390.

Avcu, T. & Durmaz, B. (2011). Tam Sayılarla İlgili İşlemlerde İlköğretim Düzeyinde Yapılan Hatalar ve Karşılaşılan Zorluklar. *2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications*, Antalya-Turkey www.iconte.org, 1648-1656.

Badarudin, B. R. H. & Khalid, M. (2008). Using the Jar Model to Improve Students' Understanding of Operations on Integers. *Proceedings of Icme-11–topic study group 10 research and development in the teaching and learning of number systems and arithmetic*, 85.

Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (6-8. Sınıflar İçin),* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Birgin, O. & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi, *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.

Biza, I., Christou, C. & Zachariades, T. (2008). Student Perspectives on the Relationship Between a Curve and Its Tangent in the Transition from Euclidean Geometry to Analysis, *Research in Mathematics Education,* 10(1), 53-70.

Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry, *Journal for Research in Mathematics Education,* 17(1), 31-48.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E.,K., Akgün, Ö.,E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2011). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri,* Ankara: PegemA yayıncılık.

Dane, A., Gökmen, A., Duygun, B. & Vural, S. (2016). Secondary School Students Understanding Level of Basic Geometric Concepts on Plane, *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 5(3), 1-11.

Dede, Y., Bayazit, İ. & Soybaş, D. (2010). Öğretmen Adaylarının Denklem, Fonksiyon ve Polinom Kavramlarını Anlamaları, *Kastamonu Eğitim dergisi,* 18(1), 67-88.

Dündar, S. (2015). Matematik Öğretmeni Adaylarının Eğim Kavramına İlişkin Bilgileri, *Journal of Theory and Practice in Education (JTPE),* 11(2), 673-693.

Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye ve Tutuma Etkisi,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Erzurum: Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin Ö. & Soylu, Y. (2015). Tam Sayılar Konusunun Öğretiminde Yaşanan Zorluklar ve Çözüm Önerileri, E*rzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-117.

Erşen, Z. B. & Karakuş, F. (2013). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Dörtgenlere Yönelik Kavram İmajlarının Değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 4(2), 124-146.

Even, R. (1993). Subject-Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers and the Function Concept, *Journal for Research in Mathematics Education,* 24(2), 94-116.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach,* The Netherlands: Reidel, Dordecth.

Fujita, T. (2012). Learners' Level of Understanding of the Inclusion Relations of Quadrilaterals and Prototype Phenomenon, *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.

Gökbaş, H. (2005). *Tamsayılar Konusunun Öğretimindeki Hata ve Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Aydın: Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Hannon, B. (2012). Differential-Associative Processing or Example Elaboration: Which Strategy is Best for Learning the Definitions of Related and Unrelated Concepts? *Learning and Instruction,* 22(5), 299-310.

Hativa, N. & Cohen, D. (1995). Self Learning of Negative Number Concepts by Lower Division Elementary Students Through Solving Computer-Provided Numerical Problems, *Educational Studies in Mathematics*, 28(4), 401-431.

Hayes, R. (1999). Teaching Negative Number Using Integer Tiles. *Paper presented to the 22nd annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), University of*

Adelaide, Adelaide, SA.

Heeffer, A. (2007). Learning Concepts through the History of Mathematics, *Mathematıcs Education Library*, 42, 83-103.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics,* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Işıksal-Bostan, M. (2009). Negatif Sayılara İlişkin Zorluklar, Kavram Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Giderilmesine Yönelik Öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Kabael, T., Barak, B. & Özdaş, A. (2015). Öğrencilerin Limit Kavramına Yönelik Kavram İmajları ve Kavram Tanımları, *Anadolu Journal of Educational Sciences International,* 5(1), 88-114.

Karasar, N. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemi (19. bs),* Ankara: Nobel.

Keşan, C., Erkuş, Y. & Coşar, M. Ç. (2017). Öğretmen Adaylarının Üçgen Kavramına Yönelik Kavram İmajlarının Görselleştirilmesinde Som ve Ward Kümeleme Algoritmalarının Kullanımı, *International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education,* 6(1), 46-57.

Kilhamn, C. (2008). *Making Sense of Negative Numbers through Metaphorical Reasoning.* Göteborgs University. ww.mai.liu.se/SMDF/madif6/Kilhamn .

Kilhamn, C. (2011). *Making Sense of Negative Numbers*. Göteborg, Sweden: Acta Universitatis Gothoburgensis. https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/24151 internet adresinden edinilmiştir.

Linchevski, L. & Williams, J. (1999). Using Intuition from Everyday Life in 'Filling' the Gap in Children's Extension of Their Number Concept to Include the Negative Numbers, *Educational Studies in Mathematics,* 39(1), 131-147.

McMillian, H. J. & Schumacher, S. (2010). *Research in Education,* Boston, USA: Pearson Education.

Monaghan, F. (2000). What Difference Does It Make? Children's Views of the Differences Between Some Quadrilaterals, *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.

Moore-Russo, D., Conner, A. & Rugg, K. I. (2011). Can Slope Be Negative in 3-Space? Studying Concept Image of Slope Through Collective Definition Construction, *Educational Studies in Mathematics*, 76(1), 3-21.

National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author.

Nordlander, M. C. & Nordlander, E. (2012). On the Concept Image of Complex Numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 627-641.

Öner, A. & Ertekin, E. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları, *GEFAD / GUJGEF,* 35(2), 333-353.

Rösken, B. & Rolka, K. (2007). Integrating Intuition: The Role of Concept Image and Concept Definition for Students' Learning of Integral Calculus, *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.

Soylu, Y. & Aydın, S. (2006). Matematik Derslerinde Kavramsal ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma, *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.

Stump, S. L. (1997). Secondary Mathematics Teachers' Knowledge of the Concept of Slope. *Paper presented at the American Educational Research Association,* Chicago, Illinois.

Şengül, S. & Körükçü, E. (2012). Tam Sayılar Konusunun Görsel Materyal ile Öğretiminin Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarıları ve Kalıcılık Düzeylerine Etkisi, *International Online*

Journal of Educational Sciences, 4(2), 489-508.

Şengül, S. & Dereli, M. (2013). Tam Sayılar Konusunun Karikatürle Öğretiminin 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Tutumuna Etkisi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri,* 13(4), 2509-2534.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity, *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169.

Tall, D. (1986). Constructing the Concept Image of A Tangent. Published in *Proceedings of the Eleventh International Conference of P.M.E.*, Montreal, III, 69–75.

TDK, (2017). http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&kelime=KAVRAM 29.04.2017 tarihinde erişilmiştir.

Tennyson, R. D. & Park, O. (1980). The Teaching of Concepts: A Review of Instructional Design Research Literature, *Review of Educational Research,* 50(1), 55–70.

Üstün, I. & Ubuz, B. (2004). Student's Development of Geometrical Concepts Through A Dynamic Learning Environment, In *meeting of the 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, Denmark. [Topic Study Group TSG-16] Retrieved February* (Vol. 20, p. 2006).

Ulusoy, F. & Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin Paralelkenarı Ayırt Etme Biçimleri: Aşırı Özelleme ve Aşırı Genelleme, *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 17 (1), 457- 475.

Ward, R. A. (2004). An Investigation of K-8 Preservice Teachers' Concept Images and Mathematical Definitions of Polygons, *Issues in Teacher Education*, 13(2), 39-56.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (7th Ed.), Boston: Allyn & Bacon.

Vincent, B., LaRue, R., Sealey, V. & Engelke, N. (2015). Calculus Students' Early Concept Images of Tangent Lines, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(5), 641-657.

Vinner, S. (1983). Concept Definition, Concept Image and the Notion of Function, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In Tall, D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Boston: Kluwer.

Vinner, S. (1992). The Function Concept As A Prototype for Problems in Mathematics Learning, *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 25, 195-213.

Yavuz, İ. & Hangül, T. (2016). Mühendislik Öğrencilerinin Kavram İmajları Üzerine Bir Çalışma: Fonksiyon Nedir? *Adıyaman University Journal of Educational Sciences,* 6(2), 231-254.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri,* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri,* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Ek 1. Tamsayı Kavram Testi (TKT)

Sevgili öğrenciler aşağıdaki sorular matematik dersindeki eksikleri tespit etmek ve gidermek amacıyla düzenlenmiştir. Samimi cevaplarınızdan ötürü şimdiden teşekkürler…☺

1. Tamsayı nedir?
2. Tamsayılara günlük hayatta ihtiyaç duyulur mu? Neden?
3. Tamsayılarda hangi konuda güçlük yaşamaktasınız? Neden?
4. Tamsayılarda toplama işlemi nasıl yapılır? Neden?
5. Tamsayılarda çıkarma işlemi nasıl yapılır? Neden?
6. Tamsayılarda çarpma işlemi nasıl yapılır? Neden?
7. Tamsayılarda bölme işlemi nasıl yapılır? Neden?

Citation Information/Kaynakça Bilgisi

Şengül, S. ve Gerez Cantimer, G. (2018). Öğrenciler Tamsayı Kavramından Ne Anlıyor? Öğrenci Gözüyle Tamsayılarda Kavram İmajı, *Jass Studies-The Journal of Academic Social Science Studies*, Doi number:http://dx.doi.org/10.9761/JASSS7444, Number: 66, Spring II 2018, p. 29-50.