T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

DNR TABANLI ÖĞRETİMİN 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ANLAMA VE DÜŞÜNME YOLLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Filiz YILDIZ
(Doktora Tezi)

İstanbul - 2016

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

DNR TABANLI ÖĞRETİMİN 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ANLAMA VE DÜŞÜNME YOLLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Filiz YILDIZ
(Doktora Tezi)

Danışman:
Doç. Dr. Sare ŞENGÜL

İstanbul - 2016

Tüm kullanım hakları
M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.
2016

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Ana Bilim Dalı
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Filiz YILDIZ tarafından hazırlanan DNR TABANLI ÖĞRETİMİN 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ANLAMA VE DÜŞÜNME YOLLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ başlıklı bu çalışma, 05.08.2016 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

İmzalar

Danışman: Doç. Dr. Sare ŞENGÜL : .....

Üye: Prof. Dr. Emine ERKTİN : .....

Üye : Doç. Dr. Zeynep GÜREL : .....

Üye: Doç. Dr. İlyas YAVUZ : .....

Üye: Yrd. Doç. Dr. Orhan ÇANAKÇI : .....

ÖZGEÇMİŞ

2001 Eminönü Çemberlitaş Süper Kız Lisesi'nden mezun olma

2005 Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalından mezun olma

2005 Eminönü Kadırga İlköğretim Okulu'nda matematik öğretmenliği

2008 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı'ndan mezun olma

2010 Bayrampaşa Nail Reşit Ortaokulu'nda matematik öğretmenliği

2010 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı'na giriş

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Görev Yaptığı Kurum: İstanbul Bayrampaşa Nail Reşit Ortaokulu

E-posta: filizmarmara@gmail.com

Tel: 0 505 899 33 71

ÖNSÖZ

Öncelikle, doktora çalışmalarım boyunca bilgi ve tecrübesi ile bana yol gösteren, samimiyeti ve güler yüzü ile daima zaman ayıran ve hiçbir desteği esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Sare ŞENGÜL'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma sürecinde görüş ve önerilerinden yararlandığım değerli hocalarım Doç. Dr. İlyas YAVUZ'a ve Yrd. Doç. Dr. Orhan ÇANAKÇI'ya teşekkürlerimi sunarım.

Lisans öğrenimimden itibaren bana emeği geçen ve bilgileriyle yolumu aydınlatan Marmara Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programındaki bütün hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamda veri toplama araçlarının geliştirilmesi sürecinde görüş ve önerilerinden yararlandığım, değerli meslektaşım ve sevgili arkadaşım Esin ARICAN DEMİR'e teşekkür ederim.

Görev yaptığım ve aynı zamanda araştırmamı yürüttüğüm Bayrampaşa Nail Reşit Ortaokulu'nda bana her türlü kolaylığı sağlayan okul yöneticilerine ve öğretmen arkadaşlarıma teşekkür ederim. Araştırmam boyunca birlikte çalışmaktan zevk duyduğum sevgili öğrencilerime teşekkür ederim.

Bana her zaman güvenen, dualarını ve desteklerini esirgemeyen canım anneme ve babama sonsuz sevgilerimi ve teşekkürlerimi sunar ve bu tezi onlara ithaf ederim.

Filiz YILDIZ

ÖZET

Bu araştırmanın amacı, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini araştırmaktır. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak için kullanılacak veri toplama araçlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuş, ikinci olarak ise DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisi belirlenmeye çalışılmıştır. Bu nedenle araştırma, ön çalışma (I. aşama) ve ana uygulama (II. aşama) olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiş ve her iki aşamada da nicel ve nitel yöntemlerin bir arada yer aldığı karma metodolojik yaklaşım kullanılmıştır. Ön çalışma 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'nde yer alan resmi bir lisede öğrenim gören 147 dokuzuncu sınıf öğrencisi ve aynı ilçedeki resmi bir ortaokulda öğrenim gören 41 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Yaklaşık 7 hafta (26 ders saati) süren ön çalışma sürecinde ilk olarak, geliştirilecek veri toplama araçlarına yönelik soru havuzu oluşturulmuş ve uzman görüşleri doğrultusunda sorular yeniden düzenlenerek kapsam geçerliği sağlanmıştır. Daha sonra, geliştirilen testler öğrencilere uygulanmış ve elde edilen veriler istatistiksel bir program aracılığıyla analiz edilmiştir. Son olarak, elde edilen nicel verileri desteklemek amacıyla öğrencilerle yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiş ve mülakatlardan elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Ön çalışma sonucunda, araştırmanın ana uygulamasında kullanılacak olan "Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)", "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)", "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)", "Grup Değerlendirme Formu (GDF)", "Etkinlik Çalışma Yaprakları" ve "Ödev Soruları" geliştirilmiştir.

Araştırmanın ana uygulaması 2013-2014 öğretim yılında, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'nde yer alan resmi bir ortaokulun 8. sınıflarında öğrenim gören toplam 80 öğrenci ile yürütülmüştür. 8 hafta (32 ders saati) süren ana uygulamada, nicel araştırma modellerinden ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Bu doğrultuda DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisini belirlemek amacıyla, rastgele seçimle bir deney (n = 40) ve bir kontrol grubu (n = 40) belirlenmiştir. Olasılık ve istatistik konularının öğretimi deney grubunda DNR tabanlı

öğretim ile gerçekleştirilirken, kontrol grubunda var olan normal öğrenme süreci devam etmiştir. Ana uygulamanın nicel verileri, ön çalışma sürecinde geliştirilen "8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)" ve "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" ile toplanırken; nitel veriler öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar ve sınıf tartışmalarına ait video kayıtlarından elde edilmiştir. Veri toplama araçlarından 8MBT, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ön bilgilerini ölçmek ve deney-kontrol gruplarını belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Açık uçlu problemlerden oluşan ADYBT ise, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili uygulama öncesi ve sonrası *anlama ve düşünme yolu profillerini* (ADYP) ortaya çıkarmak ve karşılaştırmak amacıyla kullanılmıştır. Ana uygulama sürecinde elde edilen nicel verileri desteklemek amacıyla, deney ve kontrol gruplarından anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) göre seçilen 3'er öğrenci ile uygulama öncesinde ve sonrasında yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Yarı yapılandırılmış mülakatlar ve deney grubunda yapılan sınıf tartışmalarına ait video kayıtları, öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve cevaplarını nasıl doğruladıklarını derinlemesine incelemek amacıyla kullanılmıştır.

Araştırmada elde edilen nicel veriler, istatistiksel bir program aracılığıyla analiz edilirken; nitel veriler ön çalışma sürecinde geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)" ve "Grup Değerlendirme Formu'na (GDF)" göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Bu formlardan ADYDF öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profillerini ortaya çıkarmak ve kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek amacıyla kullanılırken, GDF grup sunumlarını değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır. Veri analizinde, öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şemaları modeline göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmıştır.

Veri analizi sonucunda elde edilen bulgular doğrultusunda, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının gelişiminde, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre, uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin genel olarak olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yolları sergiledikleri, problemler için farklı

çözüm stratejileri geliştirdikleri ve cevaplarını doğrulama sürecinde analitik şemayı kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: DNR Tabanlı Öğretim, Anlama Yolları, Düşünme Yolları, İspat Şemaları, Olasılık ve İstatistik

ABSTRACT

The purpose of this study is to search the effect of DNR-based instruction on the understanding and thinking ways of 8th grade students about probability and statistics topics. In accordance with this purpose, first, developing data collection instruments which will be used to find out the understanding and thinking ways of students about probability and statistics was emphasized, then the effect of DNR-based instruction on the understanding and thinking ways of students about probability and statistics was tried to be determined. For this reason, the study was carried out in two parts as preliminary study (1st stage) and main implementation (2nd stage) and mixed methodological approach which involves qualitative and quantitative methods all together was used in each part. The preliminary study was carried out with 41 8th grade students who are studying in a public middle school in Bayrampaşa, Istanbul and 147 9th grade students who are studying in a public high school in the same district in 2013-2014 academic years. During the preliminary study process which lasted for about 7 weeks (26 hours), first of all, a question pool was created for data collections instruments which will be developed later and content validity of those instruments ensured by editing the questions in accordance with the opinions of experts. Later on, students took these tests and data obtained were analyzed through using software on statistics. Finally, in order to support quantitative data obtained in this study, semi-structured interviews were made with students and data obtained from these interviews were analyzed descriptively. As a result of the preliminary study, '8th Grade Mathematics Achievement Test' (8MAT), 'Test for Determining Understanding and Thinking Ways' (TDUTW) 'The Evaluation Form for Understanding and Thinking Ways' (EFUTW), 'Group Evaluation Form' (GEF), 'Activity Worksheets' and 'Task Questions' were developed in the main part of the study.

The main implementation of the study was carried out with 80 students who are studying in a public middle school in Bayrampaşa, Istanbul in 2013-2014 academic years. In the main implementation part which lasted for 8 weeks (32 hours), quasi-experimental design with pre-test post-test control group was used among quantitative research models. Accordingly, an experimental (n = 40) and a control (n = 40) group was determined randomly in order to identify the effect of DNR-based instruction on

the understanding and thinking ways of students. While probability and statistics topics were taught by using DNR-based instruction method in experimental group, existing normal teaching process continued in control group. While the quantitative data of the main implementation were collected through '8th Grade Mathematics Achievement Test' (8MAT) and 'Test for Determining Understanding and Thinking Ways' (TDUTW); qualitative data were obtained through semi-structured interviews and video recordings from class discussions. 8MAT from data collection instruments was used for testing the pre-information of the students regarding probability and statistics and also for determining control and experimental groups. TDUTW which was composed of open-ended problems was used for presenting and comparing students' *understanding and thinking way profiles* (UTWP) about probability and statistics. In order to support the quantitative data obtained during main implementation, semi-structured interviews were made before and after teaching implementation with 3 students from experimental and control groups which were selected according to their understanding and thinking way profiles (UTWP). Semi-structured interviews and video recordings from class discussions carried out in experimental group were used to deeply analyze how students think in problem solving process and how they verify their answers.

While quantitative data obtained in this study were analyzed through a statistical program; qualitative data were analyzed descriptively according to 'Evaluation Form for Understanding and Thinking Ways' (EFUTW) and Group Evaluation Form (GEF) which were developed in the preliminary study process. From these forms, while EFUTW was used to present students' understanding and thinking profiles and to determine justification schemas used by students, GEF was used to evaluate group presentations. In data analysis, the justification schemas of students which were used by students in problem solving process were coded as external, empirical and analytical according to proof schemas model which was developed by Harel and Sowder (1998).

In accordance with the findings obtained as a result of the data analysis, it was concluded that DNR-based instruction is more effective than existing normal teaching process on the improvement of understanding and thinking ways about probability and statistics. According to this, after implementation, it was confirmed that experimental group students generally display multiple understanding ways about probability and

statistics, develop different solution strategies for the problems and in the verification process of their answers, they used analytical schema more than control group students.

Key Words: DNR-based Instruction, Understanding Ways, Thinking Ways, Proof Schemas, Probability and Statistics

İÇİNDEKİLER

ONAY ..... **i**
ÖZGEÇMİŞ ..... **ii**
ÖNSÖZ ..... **iii**
ÖZET ..... **iv**
ABSTRACT ..... **vii**
İÇİNDEKİLER ..... **x**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **xvii**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xxii**
FOTOĞRAFLAR LİSTESİ ..... **xxvii**
KISALTMA VE SEMBOLLER ..... **xxviii**
BÖLÜM I: GİRİŞ **1**

1.1. PROBLEM DURUMU 1
1.2. AMAÇ 5
1.2.1. Araştırmanın Ön Çalışmasına (I. Aşama) Ait Alt Amaçlar 5
1.2.2. Araştırmanın Ana Uygulamasına (II. Aşama) Ait Alt Amaçlar 6
1.2.2.1. Uygulama Öncesine Ait Alt Amaçlar 6
1.2.2.2. Uygulama Sonrasına Ait Alt Amaçlar 6
1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ 7
1.4. VARSAYIMLAR 11
1.5. SINIRLILIKLAR 11
1.6.TANIMLAR 12
BÖLÜM II: İLGİLİ ALANYAZIN **14**

2.1. DNR TABANLI ÖĞRETİM 14
2.1.1. DNR'nin Öncülleri 15
2.1.2. DNR'nin Kavramları 20
2.1.2.1. Zihinsel Eylem 20
2.1.2.2. Anlama ve Düşünme Yolları 21
2.1.2.2.1. Anlama Yolları 22
2.1.2.2.2. Düşünme Yolları 27

2.1.2.2.2.1. Matematikle İlgili İnançlar …….. 27
2.1.2.2.2.2. Problem Çözme Yaklaşımları …… 28
2.1.2.2.2.3. İspat Şemaları …….. 30
2.1.2.2.2.3.1. Dışsal İspat Şemaları ……. 32
2.1.2.2.2.3.1.1. Otoriter İspat Şemaları …….. 33
2.1.2.2.2.3.1.2. Alışkanlık Edinilmiş İspat Şemaları …….. 34
2.1.2.2.2.3.1.3. Sembolik İspat Şemaları …… 34
2.1.2.2.2.3.2. Deneysel İspat Şemaları …… 35
2.1.2.2.2.3.2.1. Örneğe Dayalı İspat Şemaları …….. 35
2.1.2.2.2.3.2.2. Sezgisel İspat Şemaları …….. 38
2.1.2.2.2.3.3. Analitik İspat Şemaları …….. 39
2.1.2.2.2.3.3.1. Dönüşümsel İspat Şemaları …….. 39
2.1.2.2.2.3.3.2. Aksiyomatik İspat Şemaları …….. 40
2.1.3. DNR Tabanlı Öğretimin İlkeleri ……... 41
2.1.3.1. Etkileşim İlkesi ……... 41
2.1.3.2. Gereklilik İlkesi ……... 42
2.1.3.3. Sorgulama İlkesi …… 44
2.2. İSTATİSTİK VE OLASILIK …… 46
2.2.1. İstatistik ve Olasılık İle İlgili İstenen Anlama ve Düşünme Yolları ……. 48
2.3. YAPILAN ÇALIŞMALAR …… 56
2.3.1. DNR Tabanlı Öğretim İle İlgili Yapılan Çalışmalar ……. 56
2.3.2.Öğrencilerin Matematikle İlgili Anlama ve Düşünme Yollarına İlişkin Yapılan Çalışmalar ……... 59
2.3.3.İspat İle İlgili Yapılan Çalışmalar ……..... 63
2.3.3.1. İspat İle İlgili Ortaokul Düzeyinde Yapılan Çalışmalar ……..... 63
2.4.2.2. İspat İle İlgili Lise ve Üniversite Düzeyinde Yapılan Çalışmalar …….. 68
2.3.4. İstatistik ve Olasılık İle İlgili Yapılan Çalışmalar …… 74
BÖLÜM III: YÖNTEM 92
3.1. ARAŞTIRMA MODELİ …… 92
3.2. ÇALIŞMA GRUBU ……... 95
3.2.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Gerçekleştirildiği Çalışma Grubu …….. 95
3.2.2. Ana Uygulamanın (II. Aşama) Gerçekleştirildiği Çalışma Grubu ……... 97

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI ……. 100
3.3.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) …….. 102
3.3.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) …….. 102
3.3.3. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF) ……... 105
3.3.4. Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar ……... 105
3.3.5. DNR Tabanlı Öğrenmeye Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlik Çalışma Yaprakları …….. 106
3.3.6. Grup Değerlendirme Formu (GDF) …….. 110
3.3.7. Ödev Soruları …… 110
3.3.8. Video Kayıt ……... 111
3.3.9. Fotoğraflar ……. 111
3.4. ARAŞTIRMACININ ROLÜ ……. 111
3.5. UYGULAMA SÜRECİ …….. 112
3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci ……... 115
3.5.1.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi'nin (8MBT) Geliştirilmesi Süreci …… 116
3.5.1.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT) Geliştirilmesi Süreci ……. 120
3.5.1.3. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'nun (ADYDF) Geliştirilmesi Süreci ……... 124
3.5.1.3.1. ADYBT'de Yer Alan Açık Uçlu Problemlere İlişkin Farklı Çözüm Yollarının Belirlenmesi ……..... 125
3.5.1.3.2. Öğrencilerin Verdikleri Yanıtlara İlişkin Puanlama Kriterlerinin Belirlenmesi …….. 126
3.5.1.3.3. Öğrencilerin "Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri"nin (ADYP) Belirlenmesi …….. 130
3.5.1.3.4. Öğrencilerin Kullandıkları Doğrulama Şemalarının Belirlenmesi .. 132
3.5.1.3.5. Yarı Yapılandırılmış Mülakatların Yapılması …….. 133
3.5.1.3.6.Taslak Formun Uygulanması, Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmalarının Yapılması…… 140
3.5.1.4. Etkinlik Çalışma Yaprakları ile Grup Değerlendirme Formu'nun (GDF) Geliştirilmesi Süreci ……... 141

3.5.1.5. Ödev Sorularının Geliştirilmesi Süreci ……... 145
3.5.2. Ana Uygulama Süreci ……... 146
3.5.2.1. Deney Grubunda DNR Tabanlı Öğretimin Uygulanması Süreci …… 147
3.5.2.2. Kontrol Grubunda Var Olan Normal Öğretim Sürecinde Yapılanlar …. 159
3.6. VERİLERİN ANALİZİ ……. 161
3.6.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi'nin (8MBT) Analizi ……... 164
3.6.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT) Analizi ….. 165
3.6.3. Yarı Yapılandırılmış Mülakatların Analizi ……... 165
3.6.4. Etkinliklere ve Ödev Sorularına İlişkin Çalışma Yapraklarının Analizi ….. 166
3.6.5. Video Kayıtların Analizi ……... 166
3.7. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ …… 166

BÖLÜM IV: BULGULAR VE YORUMLAR 168

4.1. UYGULAMA ÖNCESİ İLE İLGİLİ BULGULAR VE YORUMLAR…….. 168
4.1.1. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine (ADYP) Ait Bulgular …….. 168
4.1.2. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular …… 173
4.1.3. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yapılan Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular …… 179
4.1.3.1. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular ……. 179
4.1.3.1.1. Birinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 179
4.1.3.1.2. İkinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 184
4.1.3.1.3. Üçüncü Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 190

4.1.3.2. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular ……... 194
4.1.3.2.1. Birinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları …… 194
4.1.3.2.2. İkinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları ……. 200
4.1.3.2.3. Üçüncü Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları …….. 205
4.1.3.3. Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerden Elde Edilen Verilere İlişkin Yorumlar ……... 208
4.2. UYGULAMA SONRASI ELDE EDİLEN VERİLERE AİT BULGULAR….. 212
4.2.1. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait Bulgular ……. 212
4.2.2. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Bulgular …… 216
4.2.3. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Bulgular …… 218
4.2.4. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ……... 220
4.2.5. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ……... 226
4.2.6. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ……... 229
4.2.7. Uygulama Sonrası Yapılan Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular …… 231
4.2.7.1. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ... 232
4.2.7.1.1. Birinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları …… 232
4.2.7.1.2. İkinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları ……. 239

4.2.7.1.3. Üçüncü Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları 246
4.2.7.2. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular 252
4.2.7.2.1. Birinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları 253
4.2.7.2.2. İkinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları 259
4.2.7.2.3. Üçüncü Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları 265
4.2.7.3. Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerden Elde Edilen Verilere İlişkin Yorumlar 270
4.2.8. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar 275
4.2.9. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar 279
4.2.10. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar 282
4.2.11. DNR Tabanlı Öğretime Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlikler ve Ödev Soruları İlgili Bulgular ve Yorumlar 285
4.2.11.1. DNR Tabanlı Öğretime Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlikler İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 285
4.2.11.2. Ödev Soruları ile İlgili Bulgular ve Yorumlar 297

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 312

5.1. SONUÇ VE TARTIŞMA 312
5.1.1. Uygulama Öncesi Elde Edilen Bulgular İle İlgili Sonuç ve Tartışma 313
5.1.2. Uygulama Sonrası Elde Edilen Bulgular İle İlgili Sonuç ve Tartışma 317

5.2. ÖNERİLER ……. 331
5.2.1. Öğretime Yönelik Öneriler ……... 331
5.2.2. Yeni Araştırmalar İçin Öneriler …… 333
KAYNAKÇA …….. 335
EKLER ……... 349
EK 1. MEB İzin Belgesi …… 351
EK 2. 8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) Maddelerinin Öğrenme-Alt Öğrenme Kazanım Tablosu ……. 352
EK 3. 8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) …… 353
EK 4. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Maddelerinin Öğrenme-Alt Öğrenme Kazanım Tablosu ……..... 358
EK 5. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) …… 359
EK 6. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF) ……. 366
EK 7. Görüşme Soruları …… 382
EK 8. Etkinlik Çalışma Yaprakları ……... 383
EK 9. Grup Değerlendirme Formu (GDF) …… 391
EK 10. Ödev Soruları …… 392
EK 11. Fotoğraflar ……. 395
EK 12. Başarı Belgesi ……... 396

TABLOLAR LİSTESİ

		Sayfa
Tablo 3.1.	Araştırmanın Ana Uygulama (II. Aşama) Deseni ……	94
Tablo 3.2.	Ön Çalışmada (I. Aşama) Yer Alan Çalışma Grupları …….	96
Tablo 3.3.	8MBT'nin Uygulandığı Sınıflar ve Mevcutları ……	97
Tablo 3.4.	Sekizinci Sınıfların Matematik Başarı Testi'nden Aldıkları Puanlara İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları ……...	98
Tablo 3.5.	Tek Yönlü Anova Testine Göre Grupların Homojenliği ……..	98
Tablo 3.6.	Tek Yönlü Anova Testine Göre Varyans Analizi ……	99
Tablo 3.7.	Ana Uygulamanın (II. Aşama) Nicel Boyutu ile İlgili Çalışma Grubuna Ait Öğrenci Sayıları ……...	99
Tablo 3.8.	Ana Uygulamanın (II. Aşama) Nitel Boyutu ile İlgili Çalışma Grubuna Ait Öğrenci Sayıları ……...	100
Tablo 3.9.	Araştırmada Kullanılan Veri Toplama Araçları ve Kullanım Amaçları ……...	101
Tablo 3.10.	ADYBT'den Örnek Problemler ve Özellikleri ……	103
Tablo 3.11.	DNR Tabanlı Öğrenmeye Uygun Olarak Geliştirilen Etkinliklerin Özellikleri …….	107
Tablo 3.12.	Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci……	114
Tablo 3.13.	8MBT Taslak Formuna Ait Uzlaşma Yüzdeleri …….	116
Tablo 3.14.	8. Sınıf Matematik Başarı Testi İçin Yapılan Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları ……..	116
Tablo 3.15.	8. Sınıf Matematik Başarı Testi İçin Hesaplanan Madde Analiz Değerleri ……...	117
Tablo 3.16.	8. Sınıf Başarı Testi Maddelerinin Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Değerleri ……...	117
Tablo 3.17.	8. Sınıf Matematik Başarı Testi'nin Nihai Formuna İlişkin İç Tutarlık Katsayıları ……..	118

Tablo 3.18. 8. Sınıf Matematik Başarı Testi'nin Test-Tekrar Test Analiz Sonuçları ……... 119
Tablo 3.19. ADYBT'ye Ait Uzlaşma Yüzdeleri ……. 120
Tablo 3.20. ADYBT'nin Nihai Formuna Ait Uzlaşma Yüzdeleri …….. 121
Tablo 3.21. Uzman Görüşleri Doğrultusunda Düzenlenen Soru Örnekleri ……. 121
Tablo 3.22. Öğrencilerin Problemlere Yönelik Anlama ve Düşünme Yolu Kategorilerine ve Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Uzlaşma Yüzdeleri ……... 122
Tablo 3.23. Sekizinci Problem İçin Uzmanların Önerdiği Farklı Çözüm Yolları 125
Tablo 3.24. ADYDF'de 3. Probleme İlişkin Değerlendirme Kriterleri ve Öğrenci Cevaplarından Örnekler …….. 126
Tablo 3.25. ADYP'ye İlişkin Tanımlayıcı Özellikler ……. 129
Tablo 3.26. Ön Çalışmada (I. Aşama) Yer Alan Öğrencilerin ADYP'ye Göre Dağılımı …… 131
Tablo 3.27. Ön Çalışmada (I. Aşama) Yer Alan Öğrencilerin Yazılı Sınavda Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……... 131
Tablo 3.28. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları ……... 132
Tablo 3.29. Ön Çalışma (I. Aşama) Sürecinde Görüşme İçin Seçilen Öğrencilerin ADYP'ye İlişkin Puanları ……... 133
Tablo 3.30. Birinci Problem İçin Belirlenen Kriterler Doğrultusunda Yapılan Kodlamalar ……... 138
Tablo 3.31. Uzmanların Etkinliklere Ait Uzlaşma Yüzdeleri ……. 140
Tablo 3.32. Uzman Görüşleri Doğrultusunda Düzenlenen Soru Örnekleri ……. 141
Tablo 3.33. Grup Değerlendirme Formu (GDF) ……. 142
Tablo 3.34. Uzmanların Ödev Sorularına Ait Uzlaşma Yüzdeleri …….. 144
Tablo 3.35. Olasılık ve İstatistik Ünitesi ile İlgili Konular ……. 145
Tablo 3.36 Deney Grubunda İşlenen Konular ve Yapılan Uygulamalar …… 146

Tablo 3.37. Deney Grubunda DNR Tabanlı Öğretim Sürecinde Konuların İşlenişi …….. 150
Tablo 4.1. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri …….. 168
Tablo 4.2. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri …….. 169
Tablo 4.3. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYP'ye İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……. 170
Tablo 4.4. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi ADYBT Puanlarına İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları …… 171
Tablo 4.5. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi ADYP'ye Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları …….. 171
Tablo 4.6. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……. 172
Tablo 4.7. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……. 174
Tablo 4.8. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……. 175
Tablo 4.9. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları ……... 176
Tablo 4.10. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları …… 176
Tablo 4.11. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şeması Türleri … 208
Tablo 4.12. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri …….. 211
Tablo 4.13. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri …….. 212

Tablo 4.14. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……... 213
Tablo 4.15. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası ADYP Puanlarına İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları …… 214
Tablo 4.16. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları ……... 215
Tablo 4.17. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolları Profillerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……... 216
Tablo 4.18. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkili t Testi Sonuçları ……. 217
Tablo 4.19. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolları Profillerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……... 218
Tablo 4.20. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkili t Testi Sonuçları 219
Tablo 4.21. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri …… 220
Tablo 4.22. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……. 221
Tablo 4.23. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri …….. 222
Tablo 4.24. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları ……... 224
Tablo 4.25. Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları …… 224

Tablo 4.26. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……... 226
Tablo 4.27. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına Ait İlişkili t Testi Sonuçları .. 227
Tablo 4.28. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri ……... 228
Tablo 4.29. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına Ait İlişkili t Testi Sonuçları .. 229
Tablo 4.30. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 270
Tablo 4.31. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……... 275
Tablo 4.32. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 278
Tablo 4.33. Görüşme Yapılan Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemaları ... 282

ŞEKİLLER LİSTESİ

		Sayfa
Şekil 2.1.	DNR Yapısı (Harel, 2008b) …….	15
Şekil 2.2	DNR Yapısı - 2 (Harel, 2008b) ……	20
Şekil 2.3.	Matematiği Oluşturan Öğeler (Harel, 2008a) ……...	21
Şekil 2.4.	DNR'nin Merkezindeki Üçlü Yapı (Harel, 2008a) ……..	22
Şekil-2.5.	İspatlama, İspat ve İspat Şeması (Harel, 2008a) ……..	31
Şekil 2.6.	İspat Şemaları Sınıflandırması (Harel ve Sowder, 1998) …….	32
Şekil 3.1.	Araştırmanın Modeli ……	92
Şekil 3.2.	Araştırmanın Uygulama Süreci ……...	112
Şekil 3.3.	Araştırma Süreci ……..	113
Şekil 3.4.	P_1'in yazılı sınavda birinci probleme ilişkin çözümü ……..	134
Şekil 3.5.	P_1'in yazılı sınavda ikinci probleme ilişkin çözümü ……	135
Şekil 3.6.	P_1'in yazılı sınavda beşinci probleme ilişkin çözümü ……..	136
Şekil 3.7.	Deney Grubundaki DNR Tabanlı Öğretim Süreci ……	149
Şekil 3.8.	Kontrol Grubundaki Var Olan Normal Öğretim Süreci ……...	159
Şekil 3.9.	Veri Analizinde Yararlanılan Yöntemler …….	161
Şekil 4.1.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYP'ye İlişkin Yüzde Değerleri ……	170
Şekil 4.2.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri ……...	176
Şekil 4.3.	D_4'ün Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili Birinci Probleme İlişkin Çözümü ……	179
Şekil 4.4.	D_4'ün Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü …….	180
Şekil 4.5.	D_4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü ……..	182
Şekil 4.6.	D_{13}'ün Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili Birinci Probleme İlişkin Çözümü ……	184
Şekil 4.7.	D_{13}'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü …….	185
Şekil 4.8.	D_{13}'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği Birinci Çözüm ……..	186

Şekil 4.9. D_{13}'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği İkinci Çözüm …….. 186
Şekil 4.10. D_{13}'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği Üçüncü Çözüm …….. 187
Şekil 4.11. D_{13}'ün Yazılı Sınavda On Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü ……. 187
Şekil 4.12. D_{13}'ün Görüşmede On Üçüncü Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm 188
Şekil 4.13. D_{38}'in Yazılı Sınavda Onuncu Probleme İlişkin Çözümü …… 190
Şekil 4.14. D_{38}'in Yazılı Sınavda On Birinci Probleme İlişkin Çözümü ……... 191
Şekil 4.15. K_1'in Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü …….. 194
Şekil 4.16. K_1'in Yazılı Sınavda Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü ……. 195
Şekil 4.17. K_1'in Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü …….. 197
Şekil 4.18. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü ……... 199
Şekil 4.19. K_{12}'nin Yazılı Sınavda İkinci Probleme İlişkin Çözümü ……. 201
Şekil 4.20. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Dokuzuncu Probleme İlişkin Çözümü …… 203
Şekil 4.21. K_{38}'in Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü …… 205
Şekil 4.22. K_{38}'in Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü ……. 206
Şekil 4.23. D_4 ve K_1'in Uygulama Öncesi Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 209
Şekil 4.24. D_{13} ve K_{12}'nin Uygulama Öncesi Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 209
Şekil 4.25. D_{38} ve K_{38}'in Uygulama Öncesi Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 210
Şekil 4.26. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası ADYP'ye İlişkin Yüzde Değerleri ……... 214
Şekil 4.27. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrasına İlişkin Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri …… 216
Şekil 4.28. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrasına İlişkin Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri …… 218
Şekil 4.29. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri …… 223
Şekil 4.30. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri …… 226

Şekil 4.31. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri …… 229
Şekil 4.32. D_4'ün Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili İkinci Probleme İlişkin Çözümü …… 232
Şekil 4.33. D_4'ün Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü ……. 233
Şekil 4.34. D4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü ……. 235
Şekil 4.35. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü …… 239
Şekil 4.36. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Beşinci Probleme İlişkin Çözümü ……... 240
Şekil 4.37. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Dokuzuncu Probleme İlişkin Çözümü ……. 243
Şekil 4.38. D_{13}'ün Görüşmede Dokuzuncu Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm 245
Şekil 4.39. D_{38}'in Yazılı Sınavda İkinci Probleme İlişkin Çözümü ……... 246
Şekil 4.40. D_{38}'in Görüşmede İkinci Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm …….... 247
Şekil 4.41. D_{38}'in Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü ……. 248
Şekil 4.42. D_{38}'in Yazılı Sınavda Yedinci Probleme İlişkin Çözümü …… 249
Şekil 4.43. D_{38}'in Görüşmede Yedinci Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm …… 250
Şekil 4.44. K_1'in Yazılı Sınavda Ortalama İle İlgili Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü ……. 252
Şekil 4.45. K_1'in Yazılı Sınavda Ortalama İle İlgili Beşinci Probleme İlişkin Çözümü …… 254
Şekil 4.46. K_1'in Yazılı Sınavda Olasılık İle İlgili On Birinci Probleme İlişkin Çözümü …… 256
Şekil 4.47. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Ortalama İle İlgili Beşinci Probleme İlişkin Çözümü …… 258
Şekil 4.48. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri İle İlgili Altıncı Probleme İlişkin Çözümü …… 260
Şekil 4.49. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Olasılık İle İlgili On Beşinci Probleme İlişkin Çözümü ……. 262
Şekil 4.50. K_{38}'in Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü …… 264
Şekil 4.51. K_{38}'in Yazılı Sınavda Olası Durumları Belirleme İle İlgili Yedinci Probleme İlişkin Çözümü ……. 266

Şekil 4.52. K_{38}'in Yazılı Sınavda Olası Durumları Belirleme İle İlgili Dokuzuncu Probleme İlişkin Çözümü ……. 268

Şekil 4.53. D_4 ve K_1'in Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 271

Şekil 4.54. D_{13} ve K_{12}'nin Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 271

Şekil 4.55 D_{38} ve K_{38}'in Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……. 272

Şekil 4.56. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları …….. 273

Şekil 4.57. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……... 274

Şekil 4.58. D_4'ün Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 275

Şekil 4.59. D_{13}'ün Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 276

Şekil 4.60. D_{38}'in Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 276

Şekil 4.61. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……... 277

Şekil 4.62. K_1'in Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 279

Şekil 4.63. K_{12}'nin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları …….. 280

Şekil 4.64. K_{38}'in Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları ……... 280

Şekil 4.65. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları ……... 281

Şekil 4.66. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Analitik Şemaya İlişkin Yüzde Değerleri……..... 283

Şekil 4.67. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Doğrulama Şeması Kullanımı Açısından Problemleri Boş Bırakma Yüzdeleri ……... 283
Şekil 4.68. Birinci Grubun "Kim Kazanır" Etkinliğine İlişkin Çalışma Yaprağı 285
Şekil 4.69. "Kim Kazanır" Etkinliğinin Özeti …… 286
Şekil 4.70. D_5'in Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü …….. 298
Şekil 4.71. Üçüncü Probleme İlişkin Yapılan Sınıf Tartışmasının Özeti ……... 299
Şekil 5.1. Sonuç ve Tartışma …… 311

FOTOĞRAFLAR LİSTESİ

		Sayfa
Fotoğraf 1.	Deney Grubunun Çalışma Sürecindeki Oturma Düzeni ……...	147
Fotoğraf 2.	Deney Grubunun Sunum Sürecindeki Oturma Düzeni …….....	148
Fotoğraf 3.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Grafikleri Yorumlayalım" Etkinliğine İlişkin Sunumları …….....	151
Fotoğraf 4.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Araştırma Yapalım ve Grafik Oluşturalım" Etkinliğine İlişkin Ödevleri ……	151
Fotoğraf 5.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Hangisi Şanslı?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları …….	152
Fotoğraf 6.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Kim Kazanır?" Etkinliğine İlişkin Sunumları ……..	153
Fotoğraf 7.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Kim Haklı ?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları…….	154
Fotoğraf 8.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Adil mi Değil mi ?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları …….....	155
Fotoğraf 9.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Hangisi Daha Tutarlı?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları……..	156
Fotoğraf 10.	Deney Grubu Öğrencilerinin "Kendi Plakanı Tasarla!" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları …….	157
Fotoğraf 11.	Deney Grubu Öğrencilerinin Ödev Sorularına İlişkin Çalışmaları ..	158
Fotoğraf 12.	Kontrol Grubunun Uygulama Sürecindeki Oturma Düzeni ……	160

KISALTMA VE SEMBOLLER

8MBT : 8. Sınıf Matematik Başarı Testi

ADYBT : Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi

ADYP : Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

ADYDF : Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu

GDF : Grup Değerlendirme Formu

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

BÖLÜM I: GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Dünyada ve ülkemizde matematik eğitimi, yapılan araştırmalar ve öne sürülen yeni teoriler ışığında yeniden gözden geçirilmektedir. Bu doğrultuda 2005 yılında yenilenen ilköğretim matematik programında, öğrencilerin matematiği ezberden uzak anlamlı bir şekilde öğrenmesine yol gösterecek kazanımlar belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin matematiği nasıl ve ne düzeyde öğrendiklerini belirlemek amacıyla yapılan araştırmalar, derslerin geleneksel yaklaşımla işlenmeye devam edilmesi neticesinde öğrencilerin birçok konuda kavramlara çok yönlü bakamadıklarını, muhakeme yapmada ve problem çözmede yetersiz kaldıklarını, istenen anlama ve düşünme yollarını geliştiremediklerini göstermektedir (Arslan, 2007; Çakmak, 2014; Çoşkun, 2009; İskenderoğlu, 2003; Ören, 2007; Özer ve Arıkan, 2002; Uğurel ve Moralı, 2010; Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların en çok görüldüğü konulardan birisi de olasılık ve istatistiktir.

Olasılık ve istatistik konularının hem bilimde ve günlük hayatta çok kullanılması hem de akıl yürütme, ilişkilendirme ve eleştirel düşünme gibi üst düzey zihinsel becerilerin gelişimine katkıda bulunmasından dolayı (Baykul, 2009) matematik programında önemli bir yeri vardır. Bununla birlikte, yapılan araştırmalar olasılık ve istatistik ile ilgili bu becerilerin öğrencilerde istenen düzeyde geliştirilemediğini (Bakırcı, 2014; Capraro ve diğerleri, 2005; Çelik ve Güneş 2007; Dereli, 2009; Gürakar 2010; Güven ve Özmen, 2014; Hayat; 2009; Khazanov, 2005; Memnun ve diğ. 2010; Mills ve Holloway, 2013; Şafak ve Akkaya, 2014; Yolcu, 2012) ve bu konuda yaşanan zorlukların konunun öğretiminde kullanılan yöntem ve tekniklerin yetersizliğinden kaynaklanabileceğini (Arı, 2010; Çakmak, 2014; Dawson, 2010; Sharma, 2005; Talawat, 2015) göstermektedir. Bu noktada, matematik eğitiminin nasıl olması gerektiği üzerine daha çok araştırma yapılması ve konu ile ilgili teorilerin daha detaylı incelenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Son yıllarda bu konuda dikkat çeken yaklaşımlardan birisi DNR tabanlı öğretimdir.

DNR tabanlı öğretim belirli bir matematiksel alan ya da sınıf seviyesi ile sınırlı olmayıp, genel bir matematik öğrenimi ve öğretimini ele almaktadır. Bu yaklaşımın merkezinde anlama ve düşünme yolları yer almakta ve bu yollar arasında gelişimsel bir bağlılık olduğu vurgulanmaktadır. Bu bağlılık, öğrencilerin mevcut düşünme yollarının ortaya koydukları anlama yollarını etkilediği veya tam tersi öğrencilerde belirli anlama yollarının geliştirilmesinin, matematikte istenen düşünme yollarının geliştirilmesine yardım edebileceği şeklinde açıklanabilir. Yani öğrencilerin düşünme yolları büyük ölçüde onların matematiksel fikirlerle ilişki kurma, matematik problemlerini çözme ve matematiksel iddiaları doğrulama sürecindeki deneyimleri ile şekillenmekte ve diğer taraftan sahip oldukları düşünme yolları da onların matematiksel davranışlarında açığa çıkan anlama yollarını etkilemektedir. Buna göre, anlama yolları öğrencilerin düşünme yollarını ortaya çıkarmak için bir referans noktası olarak kullanılabilir.

Sonuç olarak, öğrencilerin belirli bir konu hakkındaki mevcut anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılması, öğretim için uygun bilişsel hedefler belirlenmesine yardım edebilir. Böylece öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardımcı olacak bir öğretim planlanabilir. İlgili literatür incelendiğinde DNR tabanlı öğretime göre öğrencilerin matematikle ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını inceleyen veya bu yaklaşımın istenen anlama ve düşünme yollarının gelişimine etkisini araştıran sınırlı sayıda çalışma yer aldığı görülmektedir. Bu çalışmaların bazıları öğrencilerin genel olarak matematikle ilgili yetersiz anlama ve düşünme yollarına sahip olduklarını gösterirken (Lim, 2006; Şengül ve Güner, 2013), diğerleri ise DNR tabanlı öğretimin öğrencilerde istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesinde olumlu bir etkisi olduğunu göstermiştir (Harel ve Sowder, 1998; Lim, 2007). Bununla birlikte, yapılan bu çalışmaların tamamı lise ve üniversite öğrencileriyle gerçekleştirilmiş olup, DNR tabanlı öğretimin ortaokul öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisini araştıran bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle bu araştırmada DNR tabanlı öğretimin sekizinci sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisinin araştırılmasına karar verilmiştir.

Bunun için öncelikle, öğrencilerin konu ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasında ve değerlendirilmesinde kullanılacak veri toplama araçlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuştur. Çünkü literatürde öğrencilerin olasılık ve istatistik

konuları ile ilgili anlama ve düşünme yollarını birlikte incelenmek amacıyla kullanılabilecek bir veri toplama aracının olmadığı fark edilmiştir. Bu doğrultuda araştırmada geliştirilen veri toplama araçları hem öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılması amacıyla kullanılmış, hem de istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesine yardım edecek uygun etkinlik ve materyallerin tasarlanmasında yol gösterici olmuştur.

Harel (2008) düşünme yollarının öğrencilere doğrudan öğretilemeyeceğini, bu yolların gelişiminin öğrencilerin katıldıkları belirli matematiksel aktivitelerin doğasına bağlı olduğunu ifade eder. Buna göre, düşünme yollarının sadece anlamlı problem çözme aktiviteleri ile açığa çıkarılabileceğini ve soyutlanabileceğini ileri sürer. Yani öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yollarını geliştirmeleri ve içselleştirebilmeleri için problemlere farklı çözüm yolları üretmeleri, sorgulama ve muhakeme yapmaları gereklidir (Harel, 2001). Bu süreç olmadığında, öğrenciler yaptıkları işlemlerin ve ulaştıkları sonucun ne anlama geldiğini sorgulamazlar ve doğal olarak istenen anlama ve düşünme yollarını geliştiremezler. Bu nedenle matematik derslerinde öğrencilerin yaptıkları işlemleri gerekçelendirmeleri, buldukları çözümün sadece doğru olduğunu değil neden doğru olduğunu açıklamaları (ispatlamaları) da önem kazanmaktadır (Şengül ve Yıldız, 2010). Buna göre, bu araştırmada öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının yanı sıra, buldukları çözümleri doğrulamak için kullandıkları ispat şemaları da incelenmiştir.

İspat şemaları, matematikte bir iddianın doğruluğuna bir öğrenciyi neyin ikna ettiği ya da öğrencinin diğerlerini ikna etmek için neyi ileri sürdüğünü belirleyen düşünme yollarından birisidir (Odabaşı-Çimer ve Ursavaş, 2012). Yani ispat şemaları öğrencinin kullandığı doğrulama yöntemlerini kapsamaktadır. Bu bağlamda "ispatlama" ve "doğrulama" birbirinin yerine alternatifli olarak kullanılabilmektedir (Harel ve Sowder, 2007). Bu araştırmadaki çalışma grubu göz önüne alındığı zaman, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaptıkları işlemlerin gerekçelerini açıklamaları ve buldukları sonucu nasıl doğruladıkları üzerinde durulduğu için "ispat şeması" yerine "doğrulama şeması" ifadesinin kullanılması uygun görülmüştür. Harel ve Sowder (1998) yaptıkları çalışmada, birçok alt sınıfı ile birlikte detaylı bir ispat şeması modeli geliştirmişlerdir. Bu modelin en temel seviyesindeki sınıflandırmada 3 tür ispat şeması yer almaktadır.

Bunlar: Dışsal şema, deneysel şema ve analitik (tümdengelimli) şemadır. Bu araştırmada öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemaları, bu üç şemaya göre kodlanmıştır.

Harel ve Sowder'a (1998) göre dışsal ve deneysel ispat şemaları değerli olmakla birlikte, özellikle matematik alanında analitik ispat şemasının gerekliliği ve önemi tartışılmazdır. Çünkü analitik ispat şemaları, bir bağlam için genel zihinsel görüntülerin oluşturulmasını ve dönüştürülmesini ifade eder ki, bu dönüşümler daima mantıksal çıkarımlar aracılığıyla yapılır. Bu nedenle öğrencilerin dışsal ve deneysel şemalara olan bağımlılıklarının azalması ve analitik şemaların kullanımının giderek artması gerekir. Bununla birlikte, yapılan birçok çalışma öğrencilerin genel olarak dışsal ve deneysel şemaları analitik şemalara göre daha fazla kullanıldıklarını göstermektedir (Arslan, 2007; Furinghetti ve Morselli, 2004; Harel ve Sowder, 1998; İskenderoğlu, 2003; Neria ve Amit, 2004; Ören, 2007; Şengül ve Güner, 2013). Özellikle deneysel ispat şemasının birçok öğrenci ve hatta öğretmenler arasında ortak ve güçlü bir düşünme yolu olduğu ifade edilmektedir (İmamoğlu, 2010; Monoyiou, Xistouri ve Philippou, 2006; Morselli, 2006; Özer ve Arıkan, 2002; Uğurel ve Moralı, 2010). Bu durum öğrencilerin kullandıkları ispat şemalarının belirlenmesini ve analitik şemaların geliştirilmesine yardım edecek uygun öğrenme ortamlarının oluşturulmasını önemli ve gerekli kılmaktadır.

Literatürde öğrencilerin ispat şemalarını, muhakeme ve ispatlama düşüncesinin gelişimini inceleyen çalışmaların genellikle lise veya üniversite düzeyinde yoğunlaştığı (Çoşkun, 2009; Furinghetti ve Morselli, 2004; Şengül ve Güner, 2013; Harel ve Sowder, 1998; İmamoğlu, 2010; İpek, 2010; Morselli, 2006; Neria ve Amit, 2004; Plaxco, 2012; Özer ve Arıkan, 2002; Ören, 2007; Uğurel ve Moralı, 2010) ve ülkemizde ortaokul öğrencilerinin ispat şemalarını veya ispat yapma becerilerinin gelişimini inceleyen sınırlı sayıda çalışma olduğu görülmektedir (Arslan, 2007; Aylar, 2014; Çalışkan, 2012; Demir, 2011; İskenderoğlu, 2003). Bu araştırmacılardan Arslan (2007) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimini incelemiştir. Aylar (2014) 7. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretimin uygulanması sonrasında, öğrencilerin ispat becerilerinin nasıl değiştiğini incelemiştir. Çalışkan (2012) 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ile

ispat yapabilme seviyeleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Demir (2011) dinamik geometri yazılımı aracılığıyla keşfederek öğrenmenin 8. sınıf öğrencilerinin ispat becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır. İskenderoğlu (2003) 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile 9. sınıf öğrencilerinin problemlere yönelik yanıtlarını nasıl doğruladıklarını araştırmıştır. Bu araştırma ise, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları ispat (doğrulama) şemalarına etkisini araştırması bakımından, yapılan bu çalışmalardan farklıdır.

Buraya kadar anlatılanlar özetlenecek olursa, bu araştırmada öncelikle, öğrencilerin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını tespit etmek ve değerlendirmek amacıyla kullanılacak veri toplama araçları geliştirilmiştir. Daha sonra, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardım edecek öğretim materyalleri ve etkinlikler tasarlanmıştır. Son olarak, öğrencilerin yapılan uygulama sonrası anlama ve düşünme yolları tespit edilerek, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisi araştırılmıştır.

1.2. Amaç

Bu araştırmada; 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını tespit etmek ve değerlendirmek için kullanılacak veri toplama araçlarının geliştirilmesi ve DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda, araştırmanın ön çalışmasına (I. aşama) ve ana uygulamasına (II. aşama) ait alt amaçlar aşağıda verilmiştir.

1.2.1. Araştırmanın Ön Çalışmasına (I. Aşama) Ait Alt Amaçlar

Araştırmanın ön çalışmasında öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili;

1) Ön bilgilerini ölçmek için kullanılacak bir test geliştirmek,
2) Anlama ve düşünme yollarını belirlemek için kullanılacak bir test geliştirmek,
3) Ortaya çıkan anlama ve düşünme yollarını değerlendirmek için kullanılacak bir form geliştirmek,

4) İstenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine ve pekiştirmelerine yardım edecek etkinlik ve materyaller ile ödev sorularını geliştirmek,
5) Grup sunumları sırasındaki performanslarını değerlendirmek amacıyla kullanılacak bir form geliştirmek amaçlanmıştır.

Yukarıda belirtilen amaçlar doğrultusunda, ana uygulamada kullanılacak veri toplama araçlarının, değerlendirme formlarının ve ders materyallerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Araştırmanın ana uygulaması olan II. aşamasına ait alt amaçlar ise aşağıda verilmiştir.

1.2.2. Araştırmanın Ana Uygulamasına (II. Aşama) Ait Alt Amaçlar

Araştırmanın ana uygulamasına ait alt amaçlar, uygulama öncesi ve uygulama sonrası olmak üzere ikiye ayrılmıştır.

1.2.2.1. Uygulama Öncesine Ait Alt Amaçlar

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?
2. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarını belirlemeye yönelik geliştirilen ölçme aracına yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemaları arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?
3. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön görüşmelerde kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?

1.2.2.2. Uygulama Sonrasına Ait Alt Amaçlar

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?
2. Deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?
3. Kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?

4. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?
5. Deney grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?
6. Kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?
7. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?
8. Deney grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?
9. Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?
10. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?
11. DNR tabanlı öğretime uygun olarak geliştirilen etkinlik çalışma yaprakları ve ödev sorularının deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisi var mıdır?

Yukarıda belirtilen soruların cevabı araştırılarak, araştırmanın ana uygulamasında öncelikle öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmıştır. Daha sonra, yapılan uygulamanın ardından öğrencilerin anlama ve düşünme yollarında bir farklılaşma olup olmadığı tespit edilerek, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisi incelenmiştir.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi bireylerde, kavramları anlama ve aralarında ilişkiler kurma, akıl yürütme ve doğru çıkarımlar yapma, problem çözme stratejileri geliştirme ve bu stratejileri günlük hayata transfer etme gibi becerileri geliştirmeyi hedeflemektedir. Olasılık ve istatistik konuları hem veri toplama, bu verileri uygun temsil biçimleriyle sunma, yorum yapma, sonuç çıkarma gibi kazanımları içermesi hem de akıl yürütme, ilişkilendirme ve eleştirel düşünme gibi üst düzey zihinsel becerilerin gelişimine katkıda

bulunmasından dolayı (Baykul, 2009), bu hedeflerin gerçekleştirilmesi için uygun bir öğrenme alanı olarak görülmektedir. Bununla birlikte, yapılan araştırmalar öğrencilerin istatistiksel okuryazarlık seviyelerinin yetersiz olduğunu (Akkaş, 2009; Dawson, 2010; Gürakar, 2010; Güven ve Özmen, 2014; Mills ve Holloway, 2013; Yolcu, 2012), olasılıkla ilgili pek çok kavram yanılgısına sahip olduklarını (Capraro ve diğ., 2005; Çelik ve Güneş, 2007; Dereli, 2009; Hayat, 2009; Khazonav, 2005; Kustos, 2010; Şafak ve Akkaya, 2014; Talawat, 2015), problem çözmede ve muhakeme yapmada yetersiz kaldıklarını ortaya koymaktadır (Bakırcı, 2014; Çakmak, 2014; Memnun ve diğ., 2010; Quinn, 2004; Ron, Dreyfus ve Hershkowitz, 2006; Sharma, 2005).

Arı (2010) öğrencilerin bu konularda yaşadıkları zorlukların, öğretmenlerin konunun öğretiminde kullandıkları yöntem ve tekniklerin yetersizliğinden kaynaklanabileceğini belirtmektedir. Derslerde kullanılan öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin kavram yanılgılarının giderilmesinde, problem çözme ve muhakeme yapma becerilerinin geliştirilmesinde önemli bir rolü olduğunu gösteren birçok çalışma da bu görüşü destekler niteliktedir (Akkaya, 2010; Benko, 2006; Efe, 2011; Gürbüz, 2006; Gürbüz ve diğ., 2014; Mvududu ve Kanyongo, 2011; Koparan ve Güven, 2014; Memnun, 2008; Yağcı, 2010; Zahner ve Corter, 2010). Bu nedenle konu ile ilgili farklı öğretim yaklaşımlarının incelenmesi, öğrencilerin bu becerileri geliştirebileceği uygun öğrenme ortamlarının oluşturulması açısından önemlidir. Son yıllarda bu konuda dikkat çeken öğretim yaklaşımlarından birisi DNR tabanlı öğretimdir.

DNR tabanlı öğretim öğrencilerin matematikle ilgili var olan anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılması ve istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesi için teoriye dayalı kavramsal bir çerçeve sağlar. Başka bir deyişle, öğrencilerin mevcut anlama ve düşünme yollarına göre uygun öğretimsel hedefler belirlenmesi ve etkinlikler tasarlanması yoluyla, öğrencilerde istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilebileceğini ileri sürer. Bununla birlikte, literatürde DNR tabanlı öğretim ile ilgili yapılan çalışmaların sınırlı sayıda olduğu (Şengül ve Güner, 2013; Lim, 2006; Lim, 2007) görülmektedir. Lise veya üniversite öğrencileriyle gerçekleştirilen bu çalışmaların bir kısmı, öğrencilerin matematikle ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını sınıflandırmak amacıyla yapılırken, bir kısmı ise DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisini araştırmak amacıyla yapılmıştır.

Birinci gruptaki çalışmalar, öğrencilerin ortaya koyduğu anlama yollarının hangi düşünme yollarından kaynaklanabileceğini göstermesi bakımından, ikinci gruptaki araştırmalar ise öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yollarını geliştirebilecekleri öğrenme ortamlarının nasıl oluşturulabileceği konusunda fikir vermesi bakımından önemlidir. Yapılan bu doktora tez çalışması ise, DNR tabanlı öğretimin sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini araştırması bakımından önemlidir. Çünkü bu araştırma, hem 8. sınıf öğrencilerinin mevcut anlama ve düşünme yollarını incelemesi hem de öğrencilerde istenen anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesine yönelik DNR tabanlı öğretimin ortaokul düzeyinde nasıl uygulanabileceğini göstermesi açısından, yapılan çalışmalardan farklıdır. Bu bağlamda araştırmanın ilgili literatüre katkıda bulunacağı ve bundan sonra bu alanda yapılacak çalışmalar için yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Harel'e (1998) göre anlama yolları, öğrencilerin düşünme yollarını anlamak için bir referans noktası olarak kullanılabilir. Çünkü anlama yolları, belirli bir zihinsel eylemle bu zihinsel eylemin belirli özelliklerini yansıtabilecek şekilde bağlantılıdır. Bu özellikler matematikle ilgili inançlar, problem çözme yaklaşımları ve ispat şemaları olarak sınıflandırılan düşünme yollarıdır. Bu araştırmada düşünme yolları olarak öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili problem çözme yaklaşımları ve doğrulama şemaları incelenmiştir. Bunun için öncelikle, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılacak bir test ve bir değerlendirme formu geliştirilmiştir. Literatürde öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili problem çözme yaklaşımlarını ve doğrulama şemalarını bir arada inceleyen bir çalışmaya rastlanmadığından, bu araştırmada geliştirilen veri toplama araçlarının ve elde edilen bulguların önemli olduğu ve ilgili literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

DNR tabanlı öğretim, öğrencilerin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirebilmeleri ve içselleştirebilmeleri için sorgulama ve muhakeme yapmalarının, anladıkları ve değer verdikleri problemlere farklı çözüm yolları üretmelerinin ve cevaplarını doğrulamalarının (ispatlamalarının) çok önemli olduğunu vurgular (Harel, 2001). Ayrıca literatürde öğrencilerin düşüncelerini açıkladıkları, farklı çözüm yollarını paylaştıkları ve cevaplarını doğruladıkları öğrenme ortamlarında sorgulama ve

muhakeme becerilerinin geliştiğini gösteren birçok araştırma yer almaktadır (Bartlo, 2013; Conner, 2007; Philippeaux-Pierre, 2009; Quinn, 1997; Rich, 2011; Yackel, 2001). Bununla birlikte, öğrencilerin ispat şemalarını, muhakeme ve ispatlama düşüncesinin gelişimini inceleyen araştırmaların genellikle lise veya üniversite düzeyinde yoğunlaştığı (Conner, 2007; Şengül ve Güner, 2013; Hwang, 2011; İmamoğlu, 2010; Leikin, 2004; Quinn, 1997; Ören, 2007; Philippeaux-Pierre, 2009; Plaxco, 2012) ve ülkemizde ortaokul düzeyinde öğrencilerin ispat şemalarını inceleyen sınırlı sayıda araştırma olduğu görülmektedir (Arslan, 2007; Aylar, 2014; Çalışkan, 2012; Demir, 2011; İskenderoğlu, 2003).

Bu araştırmaların çoğu, öğrencilerin ispat yapma becerilerini veya problem çözme sürecinde kullandıkları ispat şemalarını incelerken, az sayıdaki çalışma ise, uygulanan bir öğretim yaklaşımının öğrencilerin ispat yapma becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır (Aylar, 2014; Demir, 2011; Reiss ve diğ., 2008). Bu araştırmacılardan Aylar (2014), 7. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretimin uygulanması sonrasında, öğrencilerin ispat becerilerinin nasıl değiştiğini incelemiştir. Demir (2011) dinamik geometri yazılımının (DGY) kullanımı ile keşfederek öğrenmenin, 8. sınıf öğrencilerinin ispat becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Reiss ve diğ. (2008) matematik derslerinde öğrencileri keşfetmeye yönlendiren problemlerin kullanımının, 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme etme ve ispat yapma becerileri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Yapılan bu doktora tez çalışması ise, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini araştırması bakımından, yapılan bu çalışmalardan farklıdır ve bu alandaki literatüre katkıda bulunabilir. Bu bağlamda, araştırmada öğrencilerin doğrulama şemalarını ortaya çıkarmak için geliştirilen etkinlik ve materyallerin de öğretmenler ve araştırmacılar için yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Sonuç olarak, araştırmanın önemine ilişkin maddeler şu şekilde sıralanabilir:

1. Araştırmanın, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ortaya koydukları anlama yollarının hangi düşünme yollarından kaynaklanabileceği konusunda öğretmenlere fikir vereceği,

2. Araştırmada geliştirilen testler ve değerlendirme formunun, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve sınıflandırmak amacıyla kullanılması ile öğretmenlere ve araştırmacılara yardımcı olacağı,
3. Araştırmada olasılık ve istatistik ile ilgili geliştirilen etkinlik ve materyallerin, öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım etmek isteyen öğretmenler ve araştırmacılar için yol gösterici olacağı,
4. Araştırmanın, DNR tabanlı öğretimin ortaokul seviyesindeki matematik derslerinde nasıl uygulanabileceği konusunda öğretmenlere ve araştırmacılara fikir vereceği,
5. Araştırmada öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ortaya koydukları anlama ve düşünme yollarının, öğretim için uygun bilişsel hedefler belirlenmesinde ve uygun etkinlik ve materyallerin tasarlanmasında, program geliştirme ve kitap hazırlama çalışmaları için yol gösterici olacağı,
6. Araştırmadan elde edilen bulguların ilgili alana ve literatüre katkıda bulunacağı,
7. Araştırmanın DNR tabanlı öğretim ile ilgili yapılacak yeni çalışmalara ışık tutacağı umulmaktadır.

1.4. Varsayımlar

1. Araştırma kapsamında belirlenen çalışma grubunun yeterli olduğu varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin bireysel farklılıklarının deney ve kontrol gruplarını aynı ölçüde etkilediği varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

1. 2013-2014 eğitim-öğretim yılı ile,
2. Araştırmanın ön çalışması (I. aşama) İstanbul ili Bayrampaşa ilçesi'ndeki resmi bir lisede öğrenim görmekte olan 147 dokuzuncu sınıf öğrencisi ve aynı ilçedeki resmi bir ortaokulda öğrenim görmekte olan 41 sekizinci sınıf öğrencisi ile,
3. Araştırmanın ana uygulaması (II. aşama) İstanbul ili Bayrampaşa ilçesi'ndeki resmi bir ortaokulda öğrenim görmekte olan toplam 80 sekizinci sınıf öğrencisi ile,

4. Araştırmanın ön çalışması (I. aşama) yaklaşık 7 hafta (26 ders saati) ve ana uygulaması (II. aşama) 8 hafta (32 ders saati) ile,
5. Araştırmanın ana uygulaması (II. aşama) deney grubunda uygulanan DNR tabanlı öğretim ve kontrol grubunda var olan normal öğretim süreci ile,
6. Ortaokul 8. sınıf matematik programında yer alan olasılık ve istatistik ünitesi ve bu üniteye ait kazanımlarla sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

DNR Tabanlı Öğretim: Öğrencilerin matematikle ilgili anlama ve düşünme yollarını merkeze alan ve anlamlı problem çözme etkinlikleri ile kavramsal bilgi geliştirebileceklerini ileri süren bir öğretim yaklaşımıdır.

Anlama Yolları: Belirli bir zihinsel eylemin bilişsel ürünleridir (Harel, 2001).

Düşünme Yolları: Anlama yollarının bilişsel bir karakteristiğidir. Matematikle ilgili inançları, problem çözme yaklaşımlarını ve ispat şemalarını içermektedir (Harel, 2001).

İspat (Doğrulama) Şemaları: Matematikte bir iddianın doğruluğuna bir öğrenciyi neyin ikna ettiği ya da öğrencinin diğerlerini ikna etmek için neyi ileri sürdüğünü belirleyen düşünme yollarından birisidir (Odabaşı-Çimer ve Ursavaş, 2012).

Problem Çözme Yaklaşımları: Problem çözme eylemi ile bağlantılı olan düşünme yollarıdır.

Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi: 8. sınıf matematik programında yer alan kazanımlara uygun olarak, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ön bilgilerini ölçmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş çoktan seçmeli 28 soru içeren testtir.

Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi: 8. sınıf matematik programında yer alan kazanımlara uygun olarak, öğrencilerin olasılık ve istatistik konusu ile ilgili kavramları anlama ve düşünme yollarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş açık uçlu 15 problemden oluşan testtir.

Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu: Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'ne yönelik öğrenci cevaplarını değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş formdur.

Etkinlik Çalışma Yaprakları: 8. sınıf matematik programında yer alan kazanımlara uygun olarak, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardım etmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş açık uçlu problemlerden oluşan 8 tane etkinliktir.

Ödev Soruları: 8. sınıf matematik programında yer alan kazanımlara uygun olarak, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını pekiştirmelerine yardım etmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş açık uçlu 6 problemdir.

Grup Değerlendirme Formu: Öğrencilerin etkinlik çalışma yaprakları ve ödev sorularına ilişkin yanıtlarını değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş formdur.

BÖLÜM II: İLGİLİ ALANYAZIN

Bu bölümde öncelikle, DNR tabanlı öğretim ve bu öğretim çerçevesinde anlama ve düşünme yolları ele alınacaktır. Daha sonra olasılık ve istatistik konularının matematik eğitimindeki yeri ve önemine değinilecektir. Son olarak, tüm bu konularla ilgili yapılmış çalışmalara yer verilecektir.

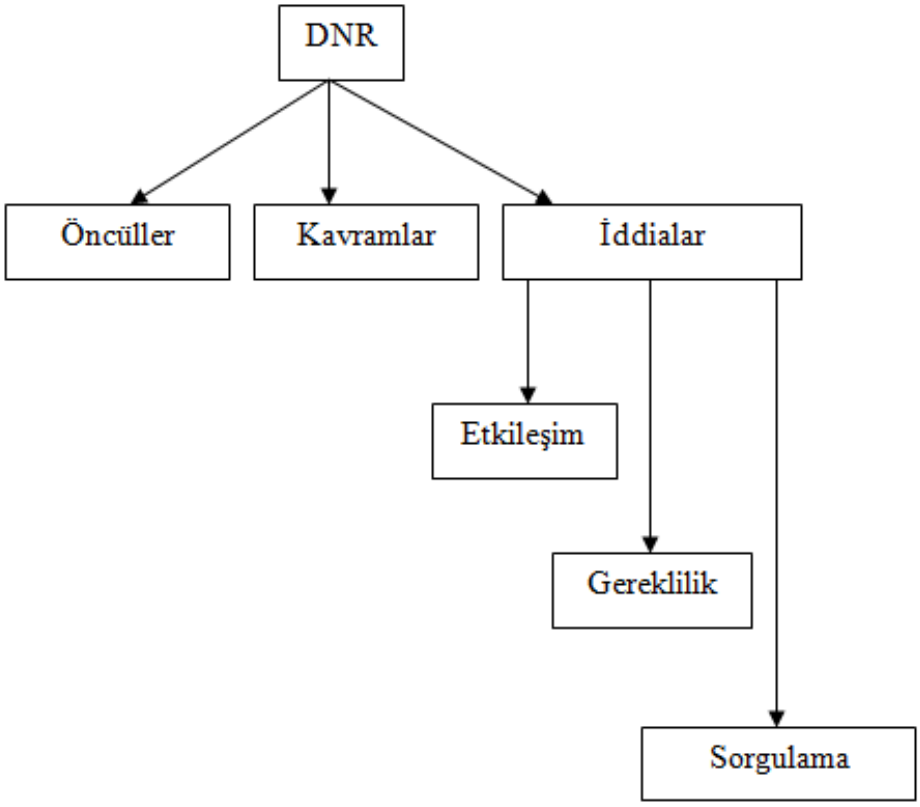
2.1. DNR Tabanlı Öğretim

DNR tabanlı öğretim, Harel'in (2008) matematik öğretimi üzerine sunduğu yeni bir perspektiftir. Matematiğin doğası, matematiği öğrenme ve öğretme, matematik programı, öğretmenlerin alan bilgisi gibi pek çok değişken açısından ele alınarak geniş bir bakış açısı ile sunulan bu teori, belirli bir matematiksel alan ya da sınıf seviyesi ile sınırlı olmayıp, genel bir matematik öğrenimi ve öğretimini ele almaktadır. Bu araştırmada DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisi incelendiğinden, teori ile ilgili matematik öğrenimi ve öğretimini oluşturan öğeler üzerinde durulmuştur.

DNR tabanlı öğretim şu üç yapıyı içeren bir sistem olarak düşünülmektedir: Öncüller, kavramlar ve iddialar. Bunlardan *öncüller,* DNR kavramlarının ve iddialarının temelini oluşturan açık varsayımlar olarak tanımlanmaktadır. *Kavramlar*, bu öncüllerle uyumlu olan ve onları tanımlayan yapılardır. *İddialar* ise, DNR öncüllerini gerektiren, DNR kavramları ile biçimlenen ve deneysel çalışmalarla desteklenen ifadelerdir. Bunlar, öğretme eyleminin öğrencilerin öğrenmesi üzerindeki olası etkileri ile ilgili olan 3 öğretimsel ilkeyi kapsamaktadır. DNR'de matematik öğrenmeyi oluşturan ve teoriye adını veren bu üç öğretimsel ilke şunlardır:

1. Etkileşim (*Duality*) İlkesi
2. Gereklilik (*Necessity*) İlkesi ve
3. Sorgulama (*Repeated Reasoning*) ilkesi.

Teorideki diğer bütün prensipler bu üç ilke etrafında organize edilmektedir (Harel, 2008b). Şekil 2.1 DNR yapısını en temel seviyede özetlemektedir.



Şekil 2.1. DNR Yapısı (Harel, 2008b)

DNR yapısını oluşturan öğeler daha detaylı incelendikçe, Şekil 2.1'deki şema adım adım yeniden düzenlenerek geliştirilecektir. Aşağıda DNR'yi oluşturan yapılardan *öncüller*in ne olduğu detaylı bir şekilde açıklanmaktadır.

2.1.1. DNR'nin Öncülleri

Harel'e (2008b) göre DNR'nin ve matematiği öğrenme ve öğretme felsefesinin temelini oluşturan öncüller, DNR'nin *iddiaları* için gerekçelerin derinlemesine düşünülmesi ve keşfedilmesi sürecinde ortaya çıkmıştır. Bu öncüller *matematik, öğrenme, öğretme* ve *ontoloji* olmak üzere 4 kategoride sınıflandırılmıştır.

Matematik: Tarih boyunca özümsenen bütün anlama ve düşünme yollarını içeren matematik bilgisidir.

Öğrenme: Bu öncül *epistemofili, bilme, bilme-bilgi bağlantısı* ve *durum bağlılığı* olmak üzere 4 alt kategoriden oluşmaktadır.

- Epistemofili (Bilgiden Haz Alma): Bütün insanlar karşılaştıkları problemleri çözmek için zihinsel eylemleri ortaya çıkarmayı öğrenme kapasitesine sahiptir ve böyle bir durumda isteklidir. Bu kapasitede bireysel farklılıklar mevcut olmakla birlikte, bunlar yeterli deneyim ile değiştirilemeyen doğuştan gelen kapasiteleri yansıtmamaktadır.

- Bilme: Özümseme ve uyumsama arasındaki sürekli bir gerilim durumundan, geçici bir denge durumuna yönelerek ilerleyen gelişimsel bir süreçtir.

- Bilme-Bilgi Bağlantısı: İnsanların bildiği herhangi bir bilgi parçası, problemli bir duruma buldukları çözümün bir sonucudur.

- Durum Bağlılığı: Öğrenme, bağlama bağlıdır.

Öğretme: Matematik kendiliğinden öğrenilmez. Kişinin uzman rehberliğinde ya da kendisinden daha yetenekli grup arkadaşları ile işbirliği altında yapabilecekleri ile rehberlik olmadan yapabilecekleri arasında daima bir farklılık vardır.

Ontoloji (Varlık Felsefesi): Bu öncül *öznellik* ve *bağlılık* olmak üzere iki alt kategoriden oluşmaktadır.

- Öznellik: İnsanların yaptıklarını iddia ettikleri herhangi bir gözlem onların zihinsel yapılarının, çevrelerini nasıl anlamlandırdığına bağlıdır.

- Bağlılık: İnsanların eylemleri onların dünya görüşleri ile başlatılır ve yönlendirilirken, dünya görüşleri de onların eylemleri ile şekillenmektedir.

Bu öncüller bilinen teorilerden alınmıştır ya da onlara dayanmaktadır. Kısaca epistemofili öncülü Aristotoles'e (Lawson-Tancred, 1998) dayanır, uyum terimi Piaget'in denge teorisinin merkezidir (Piaget, 1985); öğrenme-bilgi bağlantısı öncülü de Piaget'den alınmıştır ve bu öncül ile Brousseau'un (1997); "her bilgi parçası için ona uygun bir anlam veren temel bir durum olduğu" iddiası birbirini tutmaktadır. Durum bağlılığı öncülü, bilgi ediniminin öğrenmenin uygun bir bağlama yerleştirilmesine dayandığı modern bilişsel teorilerle uyumludur. Öğretme öncülü Vygotsky'ın (1978) yakınsak gelişim alanı (ZPD) olarak bilinen fikrinden alınmıştır. Öznellik ve bağlılık

öncülleri ise hem Piaget'in yapısalcılık teorisine (Von Glasersfeld, 1983) hem de bilgiyi işleme teorilerine (Chiesi, Spilich ve Voss, 1979; Davis, 1984) dayanmaktadır.

"Bu öncüller niçin gereklidir?" sorusu DNR'de matematik öğretimi ve öğrenimi için kavramsal bir çerçeve oluşturmaktadır. DNR'nin bu çerçevede farklı rolleri olan matematikçiler, öğretmenler, okul yöneticileri ve özellikle kavramsal gelişiminde farklı seviyede olan öğrencilerle ilgili gerçekleri görmeye ihtiyacı vardır. DNR'nin aynı zamanda, öğretilmesi hedeflenen bilginin/matematiğin doğası üzerine ve bu bilginin öğreniminin ve öğretiminin doğası üzerine bir bakış açısına ihtiyacı vardır.

İki ontoloji öncülü -*öznellik* ve *bağlılık*- eylemlerle ilgili yorumlarımıza, öğrenci ve öğretmenlerin görüşlerine yöneliktir. Bu öncüllerle açıklanan ontolojik durumların matematik eğitimine etkileri yeni değildir. Von Glasersfeld, Leslie Steffe, Patrick Thompson, Paul Cobb, Jere Confrey ve Ed Dubinsky gibi araştırmacılar bu durumlardaki matematik müfredatlarını ve araştırmayı sunma ve uygulamada önemli öncülerdir (Steffe, Cobb ve Glasersfeld, 1988; Steffe ve Thompson, 2000; Confrey, 1990; Dubinsky, 1991). Bu araştırmacıların matematik programı ve matematik öğretimine ilişkin önemli önerileri şunlardır: Öğrencilerin gerçekleri, bizim gözlemciler olarak anlattıklarımız değil onların gerçek deneyimleridir. Öğrencilerin deneyimleri ile ilgili gözlemlerimizi tanımlarken, aslında sadece ne gözlemlediğimize ilişkin kavramları tanımlayan bir model sunarız. Bu modellerin pedagojik olarak etkili olabilmesi için, öğrencilerin gördüğümüz ve işittiğimiz eylemlerini olduğu kadar bu eylemlerin olası nedenlerini de içermeleri gerekmektedir. Bütün bu unsurlar DNR'nin ayrılmaz parçalarıdır.

Matematik öncülü matematik bilgisinin doğası ile ilgilidir ve öğretilmesi hedeflenen bilgi ve öğretimsel hedefler, bu disiplini oluşturan anlama ve düşünme yolları ile formüle edilmelidir. Diğer dört öğrenme öncülünün her biri- *epistemofili, bilme, bilme-bilgi bağlantısı* ve *duruma bağlılık*- ise öğrenmenin farklı bir yönü ile ilgilenmektedir. *Epistemofili* öncülü, bilgi sevgisi olarak tanımlanır ve insanların bilme istekleriyle ilgilidir. İnsanların sadece fiziksel ve zihinsel çevrelerini oluşturmak ve etkilemek için problem çözmeye istek duymalarını sağlamaz aynı zamanda düşünmelerini de sağlar. *Epistemofili* öncülü ayrıca başka önemli bir konuyla daha ilgilenir. Bu öncül, eğer

insanlara düşünmeleri, problemler oluşturmaları ve çözmeleri için fırsat verilirse, bütün insanların öğrenebileceğini iddia eder. Bu doğrultuda öğrenme eğiliminin kalıtsal olduğunu varsayarken; bireysel farklılıkların (sosyal, duygusal, psikolojik ve zihinsel gibi) uygun deneyimlerle değişmeyen temel kalıtsal yeterlikleri yansıttığı görüşünü reddeder.

Bilme öncülü, bilme mekanizması ile ilgilidir. Yani bilme bir özümseme ve uyumsama sürecidir. Uyumsamada yaşanan bir başarısızlık, dengeye ulaşmaya çalışan, yani zihin ile çevre arasında denge kurmaya çalışan zihinsel bir sistem ortaya çıkarır. Özü itibarıyla bu öncül problem çözmeyi, öğrenme için tek araç olarak gören birçok araştırmacının (Brownell, 1946; Davis, 1992; Hiebert, 1997; Thompson, 1985) düşüncelerinin temelini oluşturmaktadır.

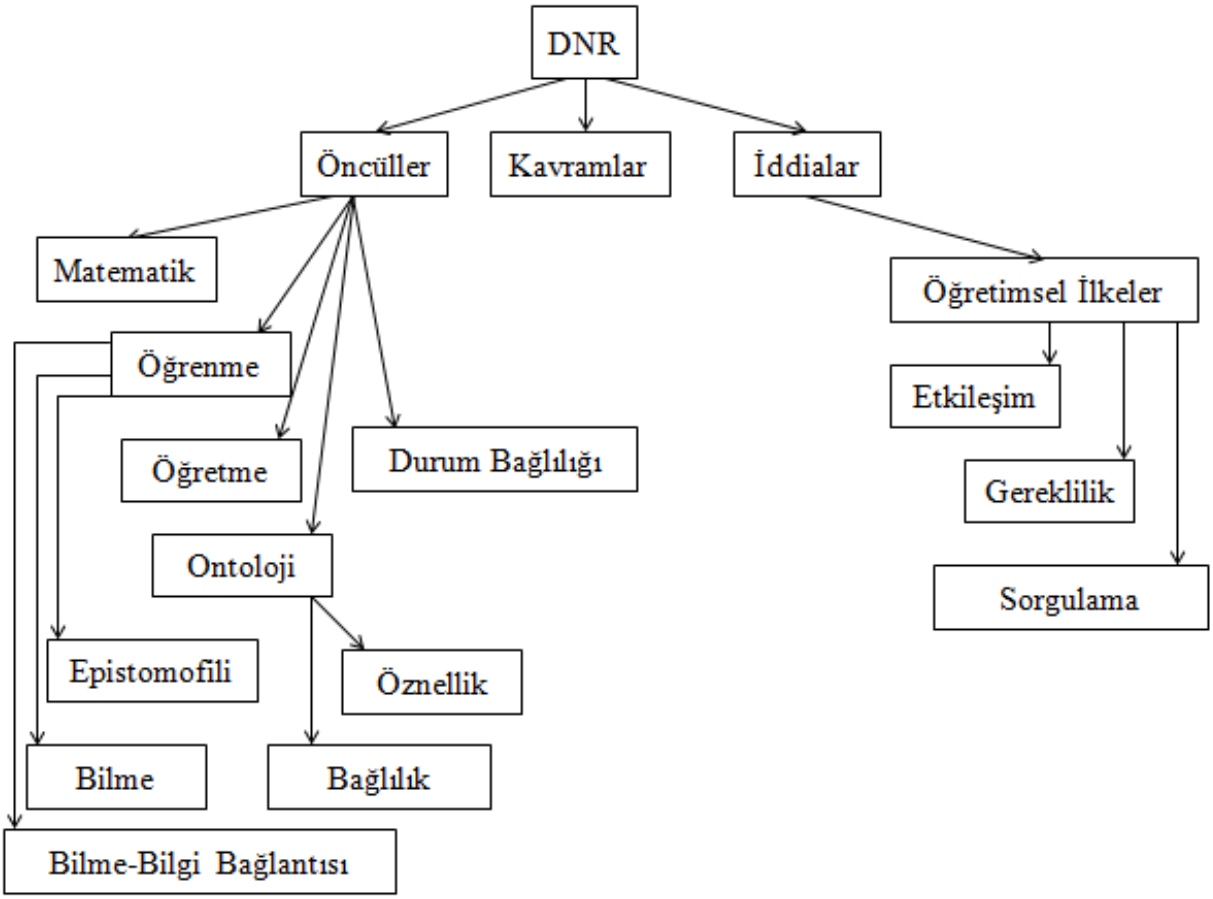
Durum bağlılığı öncülü, öğrenmeyi uygun bir bağlama yerleştirmeyle ilgilidir. Bu öncül öğrenmenin bütünüyle duruma bağlı olduğunu iddia etmez. Şöyle ki; bir durumda elde edilen bilgi, bazı bilim adamlarının (Lave, 1988) ileri sürdüğü gibi başka bir duruma transfer edilemez. *Durum bağlılığı* öncülü belirli bir alanla ilişkili olan düşünme yollarının, en iyi o alana ait bağlam ve içerikle öğrenilebileceğini ileri sürer. Örneğin, bir düşünme yolu olarak somutlaştırmada, kişi doğrudan sonuca ulaşabildiği zihinsel sistemde varlıklara ve nesnelere ait kavramları yeniden kavramsallaştırır (Greeno, 1980). İnsanlar bebeklikten başlayarak yaşamları boyunca fiziksel ve sosyal çevreleriyle etkileşim içinde olurlar ve kavramsal öğeler oluştururlar. Onlar bu oluşumları sağlayan deneyimlerini tekrar etme ihtiyacı duymaksızın doku, renk, arkadaşlık ve adalet gibi algısal ve sosyal kavramlar hakkında doğrudan sonuç çıkarırlar.

Bireyler günlük hayatta somutlaştırma kolaylığına başvurmalarına rağmen, bu diğer alanlardaki uygulamalarda, özellikle matematikte başarıyı garantilemez. Somutlaştırma süreçlerinin matematikteki kavramsal öğelere uygulanmasının zor olduğu bilinmektedir. Örneğin, fonksiyon kavramını bir eşleştirme süreci ile bir grubun ya da vektör uzayının elemanı olarak yeniden kavramsallaştırma, üniversite öğrencileri için bile zordur (Dubinsky, 1991; Sfard, 1991). Ya da kesir kavramının çarpımsal bir ilişkiden tek bir sayı şeklinde yeniden kavramsallaştırılması, ortaokul öğrencileri için zordur (Behr, Wachsmuth ve Post, 1984). Benzer şekilde ilkokul öğrencileri için sayma işlemini

yeniden kavramsallaştırma sıradan değildir (Steffe, von Glasersfeld, Richards ve Cobb, 1983). Her matematiksel içerik alanı, eşsiz bir düşünme ve anlama yolu dizisi ile tanımlandığından, *durum bağlılığı* matematiğin alt disiplinlerinde de vardır. Örneğin, kombinasyonu tanımlayan düşünme yolu dizisi, topolojiyi niteleyenden farklılık gösterir. Hatta aynı alan içinde olsa bile, örneğin Öklid geometrisi de denilen düzlemsel geometriyi tanımlayan düşünme yolları, uzamsal geometriyi tanımlayanlar ile aynı değildir.

Son olarak *öğretme* öncülü, matematik bilgisinin öğrenimini kolaylaştırmada uzman rehberliğinin gerekli olduğunu ileri sürmektedir. Bu öncüle, özellikle DNR gibi yapısalcı bir perspektifin yönlendirdiği bir çerçevede ihtiyaç duyulmaktadır. Çünkü böyle bir perspektiften bireylerin kendi öğrenmelerinden sorumlu olduğu ya da öğrenmenin çok fazla müdahale olmadan doğal olarak devam edebileceği görüşünden (Lerman, 2000) çıkarılan hatalı bir sonuçla, öğrenmedeki uzman rehberliği rolü en aza indirgenebilir. Öğretme öncülü bu iddiayı reddeder ve Vygotsky'den sonra bilimsel bilgiyi elde etmede, uzman rehberliğinin matematik öğrenmeyi kolaylaştırmak için zorunlu olduğunu iddia eder (Harel, 2008b). Bu bağlamda araştırmada, öğrencilerin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirebilmeleri için işbirlikli gruplar halinde çalışabilecekleri öğrenme ortamları düzenlenmiş ve araştırmacı öğrenme sürecinde bu gruplara rehberlik etmiştir.

Buraya kadar anlatılanlardan yola çıkarak, matematiği öğrenme ve öğretme ile ilgili 4 öncül ve onların alt kategorilerinin eklenmesi ile birlikte ortaya çıkan DNR yapısı Şekil 2.2'de gösterilmiştir.



Şekil 2.2 DNR Yapısı - 2 (Harel, 2008b)

2.1.2. DNR'nin Kavramları

Zihinsel eylem, anlama yolu ve düşünme yolu üçlüsü, DNR'nin kavramlarını oluşturmaktadır. Bu kavramlar matematik öğrenimini ve öğretimini oluşturan öğeler olarak aşağıda detaylı olarak açıklanmaktadır.

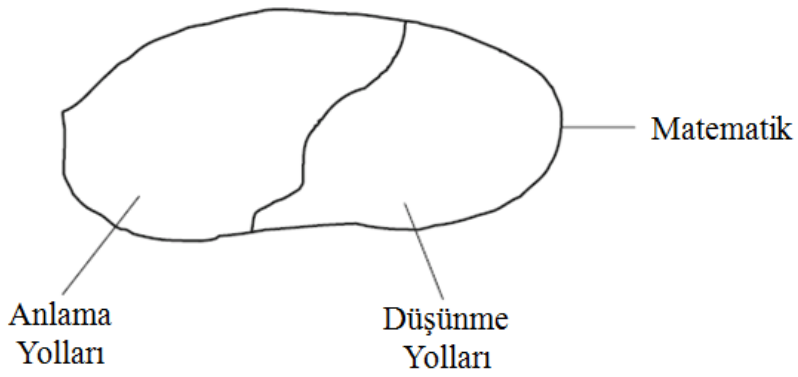
2.1.2.1. Zihinsel Eylem

İnsanlar muhakeme yaparken yorumlama, varsayma, sonuç çıkarma, ispatlama, açıklama, genelleme, uygulama, tahmin etme, sınıflama, araştırma ve problem çözme gibi birçok zihinsel eylemi gerçekleştirirler. Bu eylemlerin hepsi matematik yapmada ve öğrenmede önemli olsa da, sadece matematiğe özgü değildir ve aynı zamanda günlük yaşamın da bir parçasıdır. Zihinsel eylemler insan bilişinin temel öğeleridir ve farklı alanlardaki uzmanların belirli zihinsel eylemleri gerçekleştirme dereceleri farklı olabilmektedir. Örneğin, bir ressamın bir marangozdan daha fazla soyutlama yapması,

bir kimyacının bir matematikçiden daha fazla modelleme yapması ya da bir matematikçinin bir piyanistten daha fazla varsayımda bulunması ve doğrulama yapması mümkündür. Fakat bu uzmanlar arasındaki daha ilginç ve önemli olan farklılık ise, onların gerçekleştirdiği bu zihinsel eylemlerin niteliğidir. Bir biyolog, kimyacı, fizikçi ya da matematikçi uzmanlık alanlarının her adımında problem çözme eylemini gerçekleştirirler ve hatta kendi alanlarında yaygın olan problemlere benzer çözümler üretirler. Bununla birlikte, bu dört uzmanın problem çözerken gerçekleştirdikleri zihinsel eylemlerin doğası diğerlerinden farklılık gösterebilir. Bu nedenle insanların entelektüel aktivitelerini tanımlamak ve analiz etmek için, onların zihinsel eylemleri ele alınmalıdır (Harel, 2008).

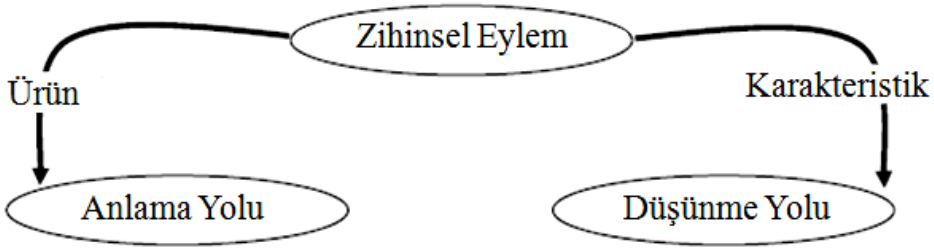
2.1.2.2. Anlama ve Düşünme Yolları

Anlama ve düşünme yolları matematiği oluşturan öğelerdir. Matematik disiplininin uygulayıcıları olarak matematikçiler, matematiği belirli karakteristiklerle (düşünme yolları) zihinsel eylemlerde bulunarak ve belirli yapıları (anlama yolları) üreterek deneyimlerler. Bu nedenle DNR'ye göre matematik iki bilgi kümesinden meydana gelen bir disiplindir. Birinci küme belirli aksiyomlar, tanımlar, teoremler, ispatlar, problemler ve çözümlerini içeren bir yapıdır. Bu alt küme matematik tarihi boyunca kurumsallaşmış bütün anlama yollarını içermektedir. İkinci küme ise, ürünleri birinci kümeyi oluşturan zihinsel eylemlerin özellikleri olan bütün düşünme yollarından oluşmaktadır (Harel, 2008a). Matematiği oluşturan bu iki küme Şekil 2.3'te gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Matematiği Oluşturan Öğeler (Harel, 2008a)

Zihinsel eylemler kişilerin ifade ve davranışları gözlemlenerek incelenebilir. Kişinin ifade ve davranışları, kişi tarafından gerçekleştirilen zihinsel eylemin bilişsel ürünleri olabilir. Böyle bir bilişsel ürün, kişinin zihinsel eylemi ile bağlantılı olan *anlama yolu*dur. Kişinin bir zihinsel eylemle bağlantılı olan anlama yolu birçok kez gözlemlenirse, bu zihinsel eylemin belirli bilişsel karakteristikleri ortaya çıkarılabilir. Böyle bir karakteristik bu zihinsel eylemle bağlantılı olan bir düşünme yoluna işaret eder (Harel, 2008). Zihinsel eylem, anlama yolu ve düşünme yolu üçlüsü arasındaki ilişki Şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4. DNR'nin Merkezindeki Üçlü Yapı (Harel, 2008a)

Şekil 2.4'te görüldüğü gibi anlama ve düşünme yolları, DNR'yi meydana getiren temel yapıların bir parçası olarak DNR'nin merkezinde yer almaktadır. Bu kavramlar aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

2.1.2.2.1. Anlama Yolları

Anlama yolları kişinin matematikle ilgilenirken yaptığı belirli matematiksel eylemlerdir. Bunlar kişinin;

- Bir kavrama, kavramlar arasındaki ilişkiye, ifadelere ya da probleme verdiği *belirli bir anlam,*
- Bir problem için ortaya koyduğu *belirli bir çözüm* ya da
- Bir iddia oluşturmak veya çürütmek için sunduğu *belirli bir ispat*tır (Harel, in press).

Anlama Yolları Kategori 1: Belirli Bir Anlam

Kişinin bir kavram ya da sembolle ilgili yaptığı yorumlar, onun bu kavram ya da sembolle ilgili anlama yollarıdır. Çünkü bunlar kişinin yorumlama eyleminin belirli bilişsel ürünleridir. Örneğin, öğrencilerin ¾ sembolünü yorumlama şekilleri, onların bu sembolle ilgili anlama yollarıdır. Bu anlama yolları, öğrencilerin anlam çıkardığı bağlama göre farklılık gösterebileceği gibi, doğru ya da yanlış da olabilir. Örneğin, öğrencilerin 3/4 kesri ile ilgili anlama yollarından bazıları şunlar olabilir (Harel, 2008):

- ✓ 4 eş parçaya bölünmüş bir bütünden 3 parçanın alınması (*Parça-bütün ilişkisi*)
- ✓ 3 tane çeyrek (*Birim kesir yorumu*)
- ✓ 1/4+1/4+1/4 toplamı
- ✓ Oran
- ✓ 3 sayısının dörtte biri (*Bölme işlemi*) ya da
- ✓ Matematiksel olarak daha ileri bir anlama yolu olan {*3n /4n*; n sıfırdan farklı bir tam sayı} denklik sınıfı yorumu.

Benzer şekilde kişinin y = -3x + 5 dizisi ile ilgili anlama yolları şunlar olabilir:

- ✓ x ve y'nin alacağı değerlerle sınırlı bir denklem,
- ✓ Bir x girdisinin y = -3x +5 çıktısına karşılık geldiği, sayı değerli bir fonksiyon,
- ✓ Bir (x,y) girdisinin doğru ya da yanlışa karşılık geldiği, doğruluk değerli bir fonksiyon,
- ✓ Sol tarafa yapılanın, sağ tarafa da yapıldığı şey.

İkinci örnekteki ilk üç anlama yolu, matematikte sembollerin temsil ettiği nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri kapsayan olgun düşünme yollarındandır. Diğer taraftan dördüncü anlama yolu, matematiksel sembollerin tutarlı miktar ya da ilişkisel anlamdan bağımsız olduğu bir düşünme yolunu göstermektedir (Harel, 2008a).

Öğrencilerin yukarıdaki örneklerde bahsedilen çoklu anlama yollarına sahip olabilmeleri için, öğretmenlerin öğrencilere doğru anlama yolları geliştirebilecekleri fırsatlar sunan öğretim ortamlarını oluşturmaları gereklidir. Örneğin, 2.12 ve 2.113'ten hangisinin daha büyük olduğunun tartışılması, çocukların anlama ve düşünme yolları ile ilgili önemli bilgileri ortaya çıkarabilir. Burada bazı öğrenciler hatalı bir şekilde

basamakların sayısına odaklanabilir. Bu, daha önce tam sayılarla yapılan çalışmalar nedeniyle doğal olarak gelişen bir anlama yoludur. Ya da 4.21 ve 4.238'i karşılaştırmada, bazı öğrencilerin en sağdaki değere odaklanması ve 4.21'in daha büyük olduğunu, çünkü yüzde birlerin binde birlerden daha büyük olduğunu ileri sürmesi mümkündür. (Resnick et al., 1989). Bu tarz tartışmalar uzun vadede, öğretmen tarafından "*her sayının ondalık kısmına basamak sayıları eşit olana kadar sıfır ekle*" şeklindeki kuralın verilmesinden daha değerlidir (Harel ve Sowder, 2005).

Anlama Yolları Kategori 2: Belirli Bir Çözüm

Kişinin bir problem için sunduğu çözüm (doğru ya da yanlış) bir anlama yoludur. Çünkü bu çözüm, kişinin problem çözme eyleminin bilişsel bir ürünüdür (Harel, 2008a). Aşağıda, dokuzuncu sınıf öğrencilerine sorulan "*bir havuzu iki musluktan biri 20 saatte, diğeri 30 saatte doldurmaktadır. İki musluk birlikte açıldığında havuz kaç saatte dolar?"* şeklindeki problem için, öğrencilerin verdikleri yanıtlar arasından seçilen dört örnek gösterilmiştir.

Çözüm 1:

Havuzu 5 eş parçaya böleriz.

6	6	4	4	4

Birinci musluk havuzun bir bölmesini 4 saatte, ikinci musluk 6 saatte doldurur. Bu yüzden birinci musluk 12 saatte havuzun 3/5'ini, ikinci musluk ise kalan 2/5'ini dolduracaktır.

Çözüm 2: İki musluk havuzu 50 saatte doldurur.

Çözüm 3: İki musluk havuzu 10 saatte doldurur.

Çözüm 4: İki musluk havuzu x saatte doldurmuş olsun. Birinci musluk bir saatte havuzun 1/20'sini, ikinci musluk ise 1/30'unu doldurur. x saatte birinci musluk havuzun x/20'sini, diğeri ise x/30'unu doldurur. Bu nedenle x/20 + x/30 = 1 olur. (Öğrenci bu denklemi çözerek x = 12 cevabına ulaşmıştır).

Bu çözümler, Harel'in (2008b) öğretmenlerin bilgi temelini geliştirmeyi hedeflediği DNR tabanlı etkinliklerden birisinde öğretmenlere sunulmuş ve onlardan bu çözümleri değerlendirmeleri istenmiştir. Öğretmenlerle gerçekleştirilen bu tarz etkinliklerde genellikle şöyle bir yol izlenir: Öncelikle öğretmenlere bir problem sunulur. Öğretmenler bu problem üzerine bireysel olarak ya da küçük gruplarla çalışırlar. Daha sonra grup temsilcileri grubun çözümlerini sınıfa sunar. Öğretmenler çözüm yaklaşımlarını ve karşılaştıkları zorlukları derinlemesine düşünür ve tartışırlar. Sınıf tartışmalarında farklı çözümlerin benzerlik ve farklılıkları tartışılır, problemle ilgili anlama ve düşünme yolları açıkça belirtilir. Öğrencilerin problem veya çözümü ile ilgili yaşabilecekleri olası zorluklar ve bu zorlukların kaynağı tartışılır. Daha sonra öğrenciler tarafından yapılan çözümler incelenir ve öğrencilerin yaşadığı zorluklarla ilgili, olası öğretimsel uygulamaların nasıl olması gerektiği tartışılır.

Bu doğrultuda öğretmenler yukarıda sunulan dört çözümü tartışmışlar ve her çözümün farklı bir anlama ve düşünme yolunu temsil ettiği sonucuna varmışlardır. Örneğin, öğretmenler ikinci çözümde yer alan anlama yolunun, problem metninde geçen "birlikte" sözcüğünden dolayı "*anahtar bir sözcük arama*" düşünme yolundan etkilenmiş olabileceğini belirtmişlerdir. Üçüncü çözüm ise doğru olmasa da, öğretmenler havuzun iki musluk tarafından doldurulması için gereken sürenin, bir musluk tarafından doldurulması için gereken zamandan daha az olabileceğini ileri süren öğrencilerin, niteliksel bir kavrayış göstermiş olabileceğini tahmin etmişlerdir. Sadece bir öğrenci tarafından önerilen birinci çözüm ise, öğretmenlerin özellikle dikkatini çekmiştir. Bu çözüm için öğretmenlerin tartışmaları, "*şekil çizme*", "*tahmin ve kontrol etme*", "*verilen niceliklerle ilgili ilişkiler bulma*" gibi öğrencilerin çözümünü etkileyebilecek, olası bitişik düşünme yollarına odaklanmıştır.

Sonuç olarak, bu gibi etkinliklerde öğretmenler bir öğrencinin problemi çözmek için seçtiği yaklaşımın, o öğrencinin problem ifadesini nasıl açıkladığı ve yorumladığına bağlı olduğunu fark etmişlerdir. "*Bir problemin birçok çözümü olabilir*" ve "*bir problemi farklı yollarla çözmek yararlı olabilir*" şeklindeki düşünme yolları, "*bir kavramın birçok yorumu olabilir*" ve "*bir kavramın birçok yoruma sahip olması yararlı olabilir*" gibi anlama yollarının gelişmesini sağlayabilir. Bu düşünme yolları matematiğin öğrenilmesinde ve oluşumunda temel olsa da, öğrencilerin ve

öğretmenlerin muhakeme repertuarlarında çoğu zaman bulunmamaktadır. Bu nedenle DNR tabanlı öğretim, bu düşünme yollarının geliştirilmesi için kavramların birden fazla anlama yollarını destekleyen etkinliklerle çalışılması gerektiğini ileri sürer (Harel, 2008b). Bu doğrultuda araştırmada, öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları geliştirmelerini desteklemek amacıyla, düşündürücü ve birden fazla çözüm yolu içeren problemlerden oluşan etkinlikler hazırlanmış ve öğrenciler tarafından bulunan farklı çözüm yolları, yapılan sınıf tartışmaları ile değerlendirilmiştir.

Anlama Yolları Kategori 3: Belirli Bir İspat

İspat, kişinin bir iddianın doğruluğunu anlamak veya diğerlerini bu iddianın doğru olduğuna ikna etmek için ürettiği düşüncedir. Örneğin, "$\sqrt{2}, \sqrt{2+\sqrt{2}}, \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}, \ldots\ldots$ dizisinin üst sınırı neden 2'dir?" problemi için üniversite öğrencilerinin yaptığı ispatlardan bazıları aşağıda sunulmuştur.

İspat 1:

$\sqrt{2} = 1.41,\ \sqrt{2+\sqrt{2}} = 1.84,\ \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} = 1.96, \ldots$ Bu şekilde beşten fazla terim hesaplandığında, sonuçların her zaman 2'den küçük olduğu görülür. Bu yüzden dizideki bütün terimler 2'den küçüktür.

İspat 2:

$\sqrt{2}$ ′ nin 2'den küçük olduğu açıktır. İkinci terim de 2'den küçüktür, çünkü bu terim 4'ten daha küçük olan bir sayının kareköküdür. Bu sayı 2 ve 2'den küçük olan bir sayının toplamı şeklindedir. Benzer şekilde, dizideki herhangi ardışık iki terim arasında da aynı ilişki vardır.

Bu iki ispat, ispatlama eyleminin gerçekleştirilmesiyle ortaya çıkan ürünlerdir. Bu ürünler öğrencilerin ispatlama eyleminin belirli karakteristiklerini belirtebilir. Eğer iki grup öğrencinin ürettikleri kişisel ispatların doğası buradakilere benzer ise, öğrencilerin yaptığı bu ispatlara bakarak birinci grubun ispatlama eyleminin deneysel, ikinci grubun ispatlama eyleminin ise çıkarımsal olduğu söylenebilir (Harel, 2008a).

2.1.2.2.2. Düşünme Yolları

DNR'de *anlama yolu* ifadesi, kişinin belirli bir matematiksel durumda başvurduğu muhakemeyi ifade ederken, *düşünme yolu* ifadesi anlama yollarını neyin şekillendirdiğine işaret eder ve bu nedenle belirli bir duruma özgü değil çok sayıda duruma özgü muhakemeyi ifade eder (Harel, in press). Başka bir deyişle, düşünme yolları anlama yollarının bilişsel bir özelliği (karakteristiği)dir ve böyle bir karakteristik, zihinsel bir eylemin bilişsel ürünleri olan anlama yollarının gözlemlenmesiyle anlaşılabilir. Örneğin, öğrencisinin matematiksel davranışlarını gözlemleyen bir öğretmen, onun matematiksel sembollerle ilgili yorumunun, karakteristiksel olarak sayısal gösterimlerden yoksun ve değişmez olduğu ya da diğer kavramlarla ilişkili ve esnek olduğu sonucunu çıkarabilir. Benzer şekilde, öğretmen bir öğrencinin matematiksel iddialarla ilgili doğrulamasının, tipik olarak deneysel ispata ya da tümdengelim kurallarına dayandığı sonucunu çıkarabilir (Harel, 2008).

Metodolojik olarak bir öğrencinin kullandığı bir düşünme yolunu analiz ederken, bu düşünme yolunun bağlantılı olduğu zihinsel eylemi belirlemek çok önemlidir. Düşünme yollarının sınıflandırılması, bu zihinsel eylemin ne olabileceği hakkında temel bir referans sağlayabilir. Bu bağlamda düşünme yolları, bilginin birbiriyle ilişkili üç kategorisini içerir. Bunlar; matematikle ilgili inançlar, problem çözme yaklaşımları ve ispat şemalarıdır (Harel, 2008a). Araştırmada öğrencilerin problem çözme yaklaşımları ve kullandıkları ispat şemaları incelendiğinden aşağıda bu düşünme yollarına detaylı olarak değinilmiştir. İnançlar ise bu araştırmanın kapsamı dışında olduğu için ayrıntılı olarak ele alınmamıştır.

2.1.2.2.2.1. Matematik ile İlgili İnançlar

Matematik hakkındaki inançlar, bireyin matematiğin ne olduğu ya da ne olmadığı, onun nasıl ortaya çıktığı, entelektüel ve pratik yararları hakkındaki yorumlarının bir özelliği, yani bireyin matematik ile ilgili bakış açısıdır. Bireylerde bulunabilecek bu tarz inançlara (Harel, 2008a);

- "Formal matematiğin gerçek düşünme ya da problem çözme ile ya çok az ilgisi vardır ya da hiç yoktur" (Schoenfeld, 1985),
- "Cebirsel semboller içermeyen doğrulama ispat değildir" (Harel ve Sowder, 1998),

- “Bir problemin çözümü beş dakikadan fazla zaman almamalıdır” (Schoenfeld, 1985),
- “Matematiksel bir kavramı çok yönlü yorumlamak avantajlıdır” (Harel, 1998) gibi örnekler verilebilir.

“Bir kavramın birden fazla yorumu olabilir ve bu avantajlıdır” gibi inançların küçük yaşlardan itibaren öğrencilere kazandırılması gereklidir. Çünkü bu çok yönlü anlama yolları, öğrencilerin mevcut problemlerin bağlamına göre yapılan işlemlerin anlamını çeşitlendirebilmelerini ve bazı yorumların veya temsillerin diğerlerine göre daha avantajlı olduğunu öğrenmelerini sağlar. Örneğin, 3:(¼), 3’ün içinde kaç tane ¼ olduğunu bulma yorumuna cevap verirken; 1/4:3 parçalara ayırma yorumuna cevap verebilir (Harel, in press).

2.1.2.2.2.2. Problem Çözme Yaklaşımları

Problem çözme yaklaşımları problem çözme eylemi ile bağlantılı olan düşünme yollarıdır. Bireyin bir probleme sunduğu çözüm (doğru ya da yanlış) bir anlama yoludur. Çünkü bu, bireyin problem çözme eyleminin bilişsel bir ürünüdür. Problem çözme yaklaşımı ise, bu eylemin bilişsel karakteristiğidir ve bu yüzden bir düşünme yoludur. Örneğin, “benzer basit bir problemin çözümünden yararlanma”, “probleme çözüm ararken olasılıklı düşünme”, ve “sadece problem ifadesindeki anahtar sözcükleri arama” gibi problem çözme yaklaşımları en azından bir ölçüde problem çözme eylemini karakterize etmektedirler ve bu nedenle düşünme yolu örnekleri oldukları söylenebilir (Harel, 2008a).

Problem çözme yaklaşımlarını incelemek, öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini, problemi nasıl anlamlandırdıklarını ve çözüm için gerekli kavramsal ilişkileri nasıl kurduklarını ortaya çıkarmayı sağlayabilir. Schoenfeld (1985) öğrencilerin problem çözme davranışlarını analiz etmek için 4 kategoriden oluşan bir çerçeve belirlemiştir: Buna göre birinci kategori, bireyin problemi çözmek için sahip olduğu kaynakları içermektedir. Bu kaynaklar gerçekleri, algoritmaları, rutin yöntemleri ve bilgiyi kapsamaktadır. İkinci kategori, kaynakların seçimini ve uygulanmasını sağlayan kontrol ve üstbiliştir. Buna göre, bu kategori hedefler ve alt hedefleri belirlemeyi, izlemeyi, gelişimi değerlendirmeyi, planları gözden geçirmeyi veya

bırakmayı içerir. Üçüncü kategori, bireyin matematik ve matematik yapmakla ilgili bakış açısını içeren inanç sistemleridir. Dördüncü kategori ise, yeni karşılaşılan problemi çözmek için kullanılan çeşitli stratejileri içermektedir. Lim'e (2006) göre, bu kategoriler matematik eğitimcilerinin iyi problem çözücüler ile zayıf problem çözücüleri karşılaştırmalarını sağlamakla birlikte, bunların gelişimini açıklamak için öğrencilerin problem çözme sürecindeki zihinsel eylemlerinin daha iyi analiz edilmesi gereklidir.

Harel'e (2008) göre zihinsel eylemler insan bilişinin temel öğeleridir. İnsanların entelektüel eylemlerini tanımlamak, analiz etmek ve konuşmak için, onların zihinsel eylemlerine dikkat edilmelidir. Zihinsel eylemler ise, ancak insanların ifadeleri ve davranışları gözlemlenerek analiz edilebilir. Kişinin ifadeleri ve davranışları onun zihinsel eyleminin ürünleridir ve kişinin bu zihinsel eylemle bağlantılı anlama yollarını temsil ederler. Kişinin belirli bir zihinsel eylemle bağlantılı anlama yollarının tekrar tekrar gözlemlenmesi, bu zihinsel eylemin belirli karakteristiklerini ortaya çıkarabilir ve bu karakteristikler bu zihinsel eylemle bağlantılı düşünme yollarına işaret eder. Buna göre, araştırmada öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarına yansıyan düşünme yollarını ortaya çıkarmak için yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini, problemleri nasıl anladıklarını ve çözüme nasıl ulaştıklarını belirlemek üzere, kullandıkları bütün stratejiler ve yaptıkları açıklamalar derinlemesine analiz edilmiştir.

Bir öğrencinin problemi çözmek için seçtiği yaklaşım, o öğrencinin problem ifadesini nasıl açıkladığı ve yorumladığına bağlıdır. Buna göre, DNR'nin etkileşim ilkesi doğrultusunda "*bir problemin birçok çözümü olabilir*" ve "*bir problemi farklı yollarla çözmek yararlı olabilir*" şeklindeki düşünme yolları, "*bir kavramın birçok yorumu olabilir*" ve "*bir kavramın birçok yorumu içermesi avantajlıdır*" gibi anlama yollarının gelişmesini sağlayabilir (Harel, 2008b). Diğer taraftan, bu çok yönlü anlama yolları öğrencilerin mevcut problemlerin bağlamına göre yapılan işlemlerin anlamını çeşitlendirebilmelerini ve farklı çözüm stratejileri geliştirebilmelerini sağlar (Harel, in press).

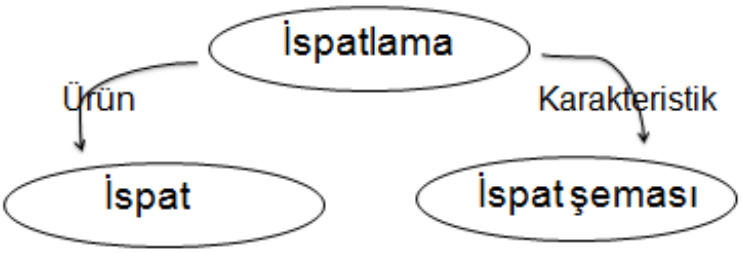
Schoenfeld'in (1985) de belirttiği gibi öğrencilerin farklı çözüm stratejilerini kullanmaları, problem çözme sürecinde gerekli olan 4 adımdan birisidir. Yapılan çalışmalar, problem çözmede farklı stratejileri kullanma bilgisine sahip olan veya yapılan öğretim ile bu bilgiyi edinen öğrencilerin, bu stratejilere sahip olmayanlara göre problem çözmede daha başarılı olduklarını ortaya koymaktadır (Altun ve Memnun, 2008; Elia, Heuvel ve Kolovou, 2009; Lee, 1982; Pressley, 1995; Sulak, 2005; Taşpınar ve Bulut, 2002; Yazgan ve Bintaş, 2005; Yıldız ve diğ., 2012). Diğer taraftan, bu stratejilerin doğrudan öğretilmesi sonucunda öğrenciler tarafından ezberlendiği ve yeterince sorgulama ve muhakeme süzgecinden geçmediği için içselleştirilemediğini gösteren çalışmalar da mevcuttur (Miller, 2000; Montague ve diğ., 1990).

Harel (2008) düşünme yollarının öğrencilere doğrudan öğretilemeyeceğini, bu yolların gelişiminin öğrencilerin katıldıkları belirli matematiksel aktivitelerin doğasına bağlı olduğunu ifade eder. Buna göre, düşünme yollarının sadece anlamlı problem çözme aktiviteleri ile açığa çıkarılabileceğini ve soyutlanabileceğini ileri sürer. Altun ve Arslan'a (2006) göre de öğrencilerin farklı problem çözme stratejilerini kullanmayı öğrenebilmeleri için, öğretmenlerin derslerde öğrencileri rutin olmayan problemlerle karşı karşıya getirmeleri gereklidir. Böylece öğrencilerde problemleri çözmek için bir istek uyandırılabilir ve zihinsel bir ihtiyaç oluşturulabilir. Bu süreçte öğrencilerin farklı çözüm stratejileri bulma konusunda teşvik edilmeleri ve tek bir çözüm yolunu gösterip yaptırma gibi öğrencilerin stratejileri anlamadan ezberlemelerine ve benzer problemlerde hiç düşünmeden uygulamalarına neden olacak yaklaşımlardan kaçınılması gereklidir. Bu doğrultuda araştırmada, öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları geliştirmelerini desteklemek amacıyla, düşündürücü ve birden fazla çözüm yolu içeren problemlerden oluşan etkinlikler hazırlanmış ve öğrenciler tarafından bulunan farklı çözüm yolları sınıfta sunulmuştur. Yapılan sınıf tartışmaları sayesinde sunulan çözümlerin eksik veya hatalı yönleri ortaya konmuştur. Böylece öğrencilerin sorgulama ve muhakeme yaparak istenen anlama ve düşünme yollarını içselleştirmeleri hedeflenmiştir.

2.1.2.2.2.3. İspat Şemaları

DNR'de ispat konusuna ayrı bir önem verilmektedir. Harel ve Sowder (2007) ispatlamayı bir kişinin (ya da topluluğun) bir iddianın doğruluğu hakkındaki şüpheleri

gidermek için yaptığı zihinsel eylem olarak tanımlamaktadır. İspatlama eylemi, doğrusunu anlama ve ikna etme süreçleri ile desteklenmektedir. Doğrusunu anlama, bireyin bir iddianın doğruluğu hakkında kendi şüphelerini gidermesi süreci iken, ikna etme bireyin bir iddianın doğruluğu hakkında başkalarının şüphelerini ortadan kaldırma sürecidir. İspat ise ispatlama eyleminin bilişsel bir ürünü yani bir anlama yolu iken, ispat şeması bu ürünün bilişsel karakteristiği yani bir düşünme yoludur (Harel, 2008a). DNR teorisindeki bu üçlü yapı (ispatlama, ispat ve ispat şeması) Şekil-2.5'te gösterilmektedir.

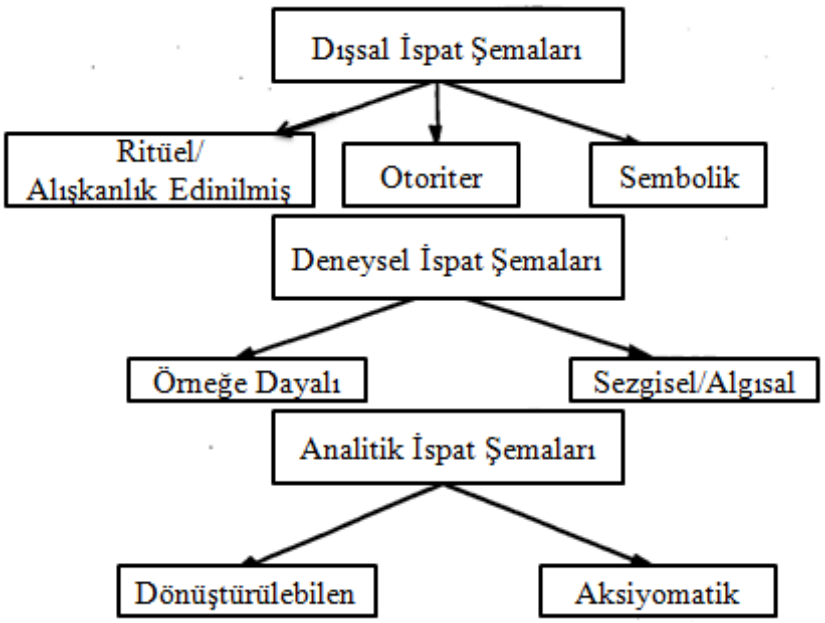


Şekil-2.5. İspatlama, İspat ve İspat Şeması (Harel, 2008a)

Bir ispat şeması kişi için doğrusunu anlama ve ikna etmeyi neyin oluşturduğunu içerir. Bu yüzden ispat şemaları kişinin doğrulama yöntemlerini kapsamaktadır. Bu bağlamda "ispatlama" ve "doğrulama" birbirinin yerine alternatifli olarak kullanılabilmektedir (Harel ve Sowder, 2005). Bu araştırmadaki çalışma grubu göz önüne alındığı zaman, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaptıkları işlemlerin gerekçelerini açıklamaları ve buldukları sonucu nasıl doğruladıkları üzerinde durulduğu için "ispat şeması" yerine "doğrulama şeması" ifadesinin kullanılması uygun görülmüştür.

Öğrencilerin matematiksel ispatla ilgili düşüncelerini neyin yönlendirdiğini bilmek önemlidir. İspat şeması ifadesi, öğrencilerin matematiksel durumlar hakkındaki düşüncelerini belirlemede çok değerlidir. Bu ifade kişiyi neyin ikna ettiğini ve kişinin diğerlerini ne ile ikna ettiğini belirtmektedir. Bu nedenle kişinin ispat şeması kendine özgüdür ve alandan alana hatta matematiğin kendi içinde bile değişebilmektedir (Harel ve Sowder, 1998). Harel ve Sowder'in (1998) ileri sürdükleri sınıflandırmada, üç tür ispat şemasından bahsedilmektedir. Bunlar: dışsal, deneysel ve analitik şemalardır. Bu

şemalar da kendi içinde alt sınıflara ayrılmaktadır. Şekil 2.6'da ispat şemalarına ilişkin sınıflandırma gösterilmiştir.



Şekil 2.6. İspat Şemaları Sınıflandırması (Harel ve Sowder, 1998).

Bu sınıflandırmadaki her bir ispat şeması öğrencilerin matematiksel gelişimindeki bilişsel bir düzeyi, zihinsel bir yeteneği göstermektedir ve öğrencilerin ispat yapma süreçlerindeki davranışlarına dair gözlemlerden elde edilmiştir. Birçok alt sınıfı ile birlikte bu ispat şemaları birbirinden ayrı değildir ve öğrenciler birden fazla şemayı eş zamanlı olarak kullanabilmektedirler (Harel ve Sowder, 1998). Bu araştırmada öğrencilerin problemlere yönelik yanıtlarını doğrulamak için yaptıkları açıklamalar, Harel ve Sowder'in (1998) ispat şemaları sınıflandırmasına göre değerlendirilmiş ve bu sınıflandırmanın en temel seviyesine göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmıştır. Aşağıda bu şemalara ve özelliklerine detaylı olarak değinilmiştir.

2.1.2.2.2.3.1. Dışsal İspat Şemaları

Öğrenciler sadece formülleri kullanarak problem çözdüklerinde ve öğretmeni bilginin tek kaynağı olarak gördüklerinde, yaratıcılık ve keşfetmeden daha çok adımları ezberlediklerinde başarılı olacaklarına inanırlar. Bu durumda öğrencilerin matematik konusunda kendi yeteneklerine özgüven duymamaları olasıdır. Bu öğrenme

alışkanlıklarının, dışsal ispat şemalarının oluşmasına neden olduğu düşünülmektedir. Dışsal ispat şemalarına göre yapılan doğrulamalar; (a) öğretmen ya da kitap gibi bir otoriteye dayanıyorsa *otoriter ispat şeması*, (b) tam anlamıyla argümanın görünümüne dayanıyorsa *alışkanlık edinilmiş ispat şeması,* (c) bulunduğu bağlamda anlamlı bir temele dayanmayan semboller ya da uygulamalara dayanıyorsa *sembolik ispat şeması* olarak isimlendirilmektedir (Harel ve Sowder, 1998). Aşağıda bu alt şemaların özelliklerine değinilmiştir.

2.1.2.2.2.3.1.1. Otoriter İspat Şemaları

"Niçin birçok öğrenci bir teoremin ya da formülün neden doğru olduğunu merak etmez?" sorusunun yanıtı, mevcut matematik programının doğru olma nedenlerinden çok doğruluğun önemini vurgulamasındadır. Bu durum, ilköğretimde öğrencilere aritmetik problemlerini çözmede matematiksel adımların kullandırılması ile başlamakta, lise ve sonrası eğitimde müfredatın ilişkisel anlamadan çok kurallı anlamanın üzerinde durması ile devam etmektedir. Sonuç olarak, öğrenciler matematiği doğrulama gerektirmeyen bir konu olarak görmeye başlamaktadırlar (Harel, 1995). Ayrıca öğrenciler yaptıkları matematiğin doğru olması gerektiğini anlasalar da, cevaplarını ispatlama zorunluluğunu hissetmemektedirler ve bir ifadenin ders kitabında yer alması ya da öğretmen tarafından dile getirilmesi ikna olmaları için yeterli olabilmektedir. Böyle bir ispat kavramı otoriter ispat şeması olarak isimlendirilmektedir (Harel ve Sowder, 1998).

Harel ve Sowder (1998) öğrencilerde otoriter ispat şemasının belirtisi olan bazı matematiksel davranışlar gözlemlemişlerdir. Bu davranışların ilk ve en yaygın olanı, öğrencilerin yanıtlarını doğrulamak için problemleri çözerken yaptıkları işlem adımlarını anlatma alışkanlığıdır. Yani öğrenciler ispat yapmaktan çok, doğrular hakkında konuşmayı tercih etmektedirler. Bu davranışın temel niteliği matematiğin bir doğrular koleksiyonu olduğu görüşüdür ve öğrencilerin doğruların kaynağına ilgisi ya çok azdır ya da hiç yoktur. Otoriter ispat şemasının ikinci belirtisi ise, öğrencilerin belirli bir problem için kendi başlarına ciddi bir çaba harcamadan önce yardım istemeleridir. Böyle durumlarda genellikle problemin kısa bir tartışmasının yapılmasının ardından, öğrenciler kendi başlarına problemi çözebilecek kapasitede olduklarını fark

etmelerine rağmen, sonuca ulaşmada bir otoriterinin varlığı veya doğrulamasına ihtiyaç duymaktadırlar.

Otoriter ispat şeması hem yaygın olarak kullanılan hem de terk edilmesi güç olan bir şemadır. Çünkü öğrencilerin en sık sordukları soru "niçin" yerine "nasıl" sorusudur. Ayrıca, öğrenciler öğretmeni cevaplar için tek kaynak olarak görmekte ve öğretmenin onlara gerekli bilgiyi söylemekle sorumlu olduğuna inanmaktadırlar. Bu nedenle öğretmenler öğrencileri bu tarz soruların cevaplarını araştırmaya yönlendirecek bir öğretim ortamı oluşturmalı ve sorulara doğrudan cevap vermemelidirler (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.1.2. Alışkanlık Edinilmiş İspat Şemaları

Martin ve Harel (1989) öğrencilerin bir ispatla ilgili değerlendirmelerinin, ispatın doğruluğundan çok biçimsel görünümünden etkilenip etkilenmediği sorusunu araştırmışlardır. Bunun için, öğrencilerin belirli bir matematiksel ifadenin tümdengelimsel bir ispat görünümündeki yanlış bir doğrulamasına ilişkin verdikleri yanıtları incelemişlerdir. Sonuçta, birçok öğrencinin ispatın doğruluğundan çok görünümünden etkilenerek yanlış ispat doğrulamasını reddetmediğini ve ispatın doğruluğundan çok görünümünden etkilendiklerini tespit etmişlerdir. Bununla birlikte, alışkanlık edinilmiş ispat şemaları sadece matematiksel iddialarla ilgili bu yüzeysel görünümlere dayanan değerlendirmelerde ortaya çıkmamaktadır. Bir öğrenme deneyiminin başında ya da bir sınıf tartışmasında da öğrenciler belirli bir doğrulamanın ispat olup olmadığından şüphe duyabilmektedirler. Bu şüphenin kaynağı araştırıldığında, öğrencilerin yapılan doğrulama ile ikna olmuş olsalar da, ispata benzemeyen görünümünden dolayı, bu doğrulamanın bir ispat sayılıp sayılamayacağı konusunda emin olamadıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin bu tutumunun, genellikle yapılan doğrulama matematiksel formüller, sembolik ifadeler ya da hesaplamalar içermediğinde ortaya çıktığı tespit edilmiştir (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.1.3. Sembolik İspat Şemaları

Sembollerin fonksiyonel ve nicel referansları olmaksızın tek başına bir anlama sahip olduğunu düşünmek, sembolik düşünme olarak adlandırılmaktadır. Sembolik düşünme

yüzeysel veya matematiksel olarak anlamsız olabileceği gibi, matematik için çok güçlü bir teknik de olabilir. Sembolik bir ispat şeması ise, matematiksel gözlemlerin bu tarz bir sembolik muhakeme sayesinde ispatlandığı şemadır. Bu ispat şemasında bir argüman, sadece görünümüne bakarak doğrulanır ya da reddedilir. Örneğin, log (x+y) = logx + logy. Sembolik muhakemenin temel karakteristiği, bir problemi anlamını kavramadan yani problem durumu ile uyumlu bir görüntü oluşturmadan çözme yaklaşımıdır. Sembolik muhakeme öğrencilerin okul hayatları boyunca ilköğretimden liseye kadar kazandıkları bir zihin alışkanlığıdır. Bu alışkanlık çok kalıcıdır ve terk etmesi oldukça güçtür (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.2. Deneysel İspat Şemaları

Deneysel ispat şemasında varsayımlar, fiziksel gerçekler ya da duyusal deneyimlere göre doğrulanır ya da çürütülür. Başka bir deyişle, deneysel ispat şemaları miktarların doğrudan ölçümlerine ait örneklere (bazen sadece bir örnek), cebirsel ifadelerde belirli sayıların yerine konmasına veya sezgilere dayanır. Dışsal ispat şemalarının matematiksel ispattaki önemli sınırlılıklarına rağmen, deneysel ispat şemaları değerlidir. Çünkü örnekler ve örnek olmayanlar, kişinin görüntülerini zenginleştirir ve fikirler üretmesine ya da anlayış kazanmasına yardım eder. Bu şema (a) *örneğe dayalı ispat şeması* ve (b) *sezgisel ispat şeması* olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.2.1. Örneğe Dayalı (Tümevarımsal) İspat Şemaları

Öğrenciler bir varsayımın doğruluğu hakkında kendilerini ve diğerlerini bir veya daha fazla örnekte yaptıkları nicel değerlendirmelerle ikna ediyorlarsa, onların örneğe dayalı bir ispat şemasına sahip oldukları söylenebilir. Öğretmenlerin, öğrencileri arasında bu şemanın baskınlığını gözlemlemiş olması muhtemeldir ve ispat kavramına yönelik yapılan çalışmalar bu durumu desteklemektedir. Örneğin, Martin ve Harel'in (1989) ilköğretim öğretmen adaylarının belirli argümanların matematiksel ispat olup olmadığını nasıl değerlendirdiklerini araştırdıkları çalışmada, 101 öğretmen adayının %80'inden fazlasının örneğe dayalı argümanların matematiksel ispat olacağını düşündükleri tespit edilmiştir (Harel ve Sowder, 1998).

İnsanların günlük yaşamdaki varsayımlarla ilgili değerlendirmeleri, doğası gereği olasılıksal olduğundan (Anderson, 1985), örneğe dayalı ispatın kullanılması doğaldır. Ayrıca birçok durumda tümevarımsal muhakemenin matematiksel aktivitelerde uygulanması gereklidir. Bu yüzden asıl problem, öğrencilerin tümevarımsal olarak düşünmesi değil, onların ispat şemalarının genellikle deneysel ispat şemalarının ötesine geçememesidir (Harel ve Sowder, 1998).

Harel ve Sowder (1998) tarafından yapılan bir çalışmada, öğretmen öğrencilerine çok sayıda durum için doğru olan fakat bütün durumlar için doğru olmayan matematiksel ifadeler göstermiştir. Bunu yaparak öğrencileri, tümevarımsal doğrulamaların bir varsayımı doğrulamak için yeterli olmadığına ikna etmeyi amaçlamıştır. Yapılan tartışmalarda öğrenciler tümevarımsal yönteme özgü sınırlılıkların farkındaymış gibi görünseler de, sonraki davranışlarının bu izlenim ile uyumlu olmadığı fark edilmiştir. Öğrencilerde özellikle şu davranışlar gözlemlenmiştir:

& Öğrenciler matematiksel ifadeleri örneklerle ispatlamaya devam etmişlerdir.
& Öğrencilere tümevarımsal bir ispat sunulduğunda buna karşı çıkmamışlardır.
& Öğrencilerin tümevarımsal ispatları, genellikle çok sayıda örnekten çok bir örneği içermektedir.

Öğretmen öğrencilere, karşıt örnekler bulunabilmesine rağmen neden örneğe dayalı ispatları kullandıklarını sorduğunda, öğrenciler bu soruyu iki şekilde yanıtlamışlardır. Birincisi, tümevarımsal yöntemin daha önceki matematik derslerinde öğretmenleri tarafından daima kullanıldığını belirtmişlerdir. İkincisi ise, bir ifadeye karşıt bir örnek bulunabilse de, ifadenin doğru olmaya devam edeceğini çünkü karşıt örneğin sadece bir istisna olduğunu belirtmişlerdir.

Bu gözlemlere ek olarak konu ile ilgili şu tespitlerde bulunulmuştur:

& Öğrenciler karşıt örnekle ispatı nadiren kullanmışlardır.
& Karşıt örnekle ya da çelişki bulma yoluyla ispat ile ikna olmuş gibi görünmemişlerdir.
& Öğrenciler karşıt örnek aracılığıyla ispatın kabul edilebilirliği ile örneklere dayalı ispatın kabul edilemezliğini karıştırmışlardır.

& Tümevarımsal ispatların kullanımı, öğrencilerin ileri ispat şemaları geliştirmeleri olasılığını zayıflatmıştır.

Öğrencilerin bu davranışlarını açıklayan ve örneğe dayalı ispatlara ilişkin düşüncelerini etkileyen 4 bilişsel etki olduğu tespit edilmiştir. Birinci bilişsel etki, varsayımları olasılıklı olarak değerlendirmeye yönelik psikolojik doğal eğilimdir. Bu etki, öğrencilerin genel bir ifadeyi doğrulamak için belirli örnekler kullanmasına neden olur. Fakat beklenilenin aksine, öğrenciler varsayımları ispatlamak için çok sayıda örnek kullanmak yerine çoğu zaman sadece bir örneği kullanmaktadırlar. Bu olguya daha yakından bakıldığında, öğrencilerin tek örneğin rastlantısal olarak seçildiği için genel ifadeye uyduğuna ve bu nedenle ifadenin doğru olması gerektiğine inandıkları görülmektedir. Hatta bu ifadeye karşıt bir örnek bulunsa dahi, ifade öğrencilerin gözünde hala doğrudur çünkü onlara göre karşıt ifade sadece genel kuralın bir istisnasıdır (Harel ve Sowder, 1998). Aylar'ın (2014) 7. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirmeyi amaçladığı çalışmasında da, öğrencilerin genel olarak örnekle doğrulama eğilimlerinin baskın olduğu, ayrıca bazı öğrencilerin karşıt örnek vermek yerine, denedikleri bir örneğin ifadeyi doğrulamak için yeterli olduğunu düşündükleri tespit edilmiştir.

İkinci bilişsel etki, örneğe dayalı bir ispat şemasının teşvik edilmesinde otoriter ispat şemasının etkisi olduğudur. Birinci etki ile birleştirildiğinde bu etki, kendilerine örneğe dayalı bir ispat sunulduğunda öğrencilerin neden karşı çıkmadıklarını açıklamaktadır. Çünkü hem ortaöğretim hem de yüksek öğrenimde öğretmenler devamlı olarak örneğe dayalı ispatları kullanmaktadırlar (Harel ve Sowder, 1998). Nitekim yapılan birçok araştırma (İmamoğlu, 2010; Monoyiou, Xistouri ve Philippou, 2006; Morselli, 2006; Özer ve Arıkan, 2002; Uğurel ve Moralı, 2010) deneysel ispat şemasının, birçok öğrenci hatta öğretmenler arasında ortak ve güçlü bir düşünme yolu olduğunu göstermektedir. Aylar (2014) örnekle doğrulamanın, öğrencilerde ispat kavramının gelişimini olumsuz etkilediğini belirtmekte ve bu durumun mevcut öğretim programında öğrencilerden örnekler üzerinde yaptıkları gözlemler sonucu genel bir yargı geliştirmelerinin istenmesinden kaynaklanabileceğini ileri sürmektedir.

Üçüncü bilişsel etki, öğrencilerin çelişki bulma aracılığıyla ispatı kavramadaki zorluğudur. Çünkü öğrenciler ispatların, ne ispatlanacaksa onu göstermesi gerektiğine inanmaktadırlar. Çelişki ile ispatlama güçlüğüne daha derinden bakıldığında, öğrencilerin öğretmenin uyarılarına rağmen neden matematiksel ifadeleri örneğe dayalı olarak ispatlamaya devam ettiklerini açıklayabilir. Öğretmenlerin öğrencileri örneğe dayalı ispatın geçersizliğine ikna etme girişiminin başarısız olması, öğrencilerin asla kabul etmediği çelişki ile ispata dayanmaktadır. Son olarak dördüncü bilişsel etki, öğrencilerin dışsal ve deneysel ispat şemalarından ziyade gelişmiş ispat şemalarına sahip olmamalarıdır. Bu etki, öğrencilerin varsayımlarını bu şemalarla kolaylıkla yanlış olarak doğrulayabilmelerine neden olur. Çünkü bu şemalar öğrencilerin sahip oldukları tek şemalardır (Harel ve Sowder, 1998).

Sonuç olarak, Harel ve Sowder'in (1998) çalışması, öğrencilerin daha ileri şemalar geliştirdiklerinde deneysel ve dışsal şemaları daha az kullandıklarını göstermiştir. Ayrıca öğrenciler bu alternatif ispat şemalarını kazanmaya başladıklarında, çelişki ile ve karşıt örnek ile ispatlamanın değerini anlamaya başlamışlardır. Buna göre, zengin öğrenme ortamları oluşturulduğunda öğrencilerin gelişmiş ispat şemalarını geliştirebilecekleri ve kullanabilecekleri görülmüştür. Bu bağlamda, araştırmada sıklıkla grup çalışmaları ve sınıf tartışmaları yapılarak öğrenciler fikirlerini paylaşmaları konusunda cesaretlendirilmiştir. Ayrıca problemlere yönelik yanıtlarını doğrulamak için öğrencilerden nedenlerini ve nasıl düşündüklerini arkadaşlarını ikna edecek şekilde açıklamaları istenmiştir.

2.1.2.2.2.3.2.2. Sezgisel İspat Şemaları

Sezgisel fikirler, sezgiler ve sezgilerin koordinasyonundan oluşan basit zihinsel görüntülere dayanmaktadır. Bu fikirler dönüştürme ve bir dönüşümün sonuçlarını öngörmeden yoksundur (Harel ve Sowder, 1998). Bu tarz görüntüler, düşüncede gerçekleştirilebilen eylemlerin bir imitasyonunu oluştururlar fakat gerçekte yapılmadan önce yeteri kadar görselleştirilemezler. Buna karşın, tam bir zihinsel görüntü henüz yapılmamış bir eylemin resimsel bir sezgisi, mevcut durumda ne algılandığından ne olabileceğine doğru ileri bir görüştür (Piaget ve İnhelder, 1967). Epistemolojik olarak sezgisel ispat şeması, çocukların içsel ikna için birinci kaynağıdır (Piaget, 1983, Steffe, Cobb & von Glasersfeld, 1988, Kitcher, 1983). Bu şema, öğrencilerin matematik

eğitimleri boyunca önemli bir rol oynamaya devam eder. Örneğin, kesirleri öğrenirken çocukların kesirler arasındaki sıralama bağıntısına ilişkin ilk değerlendirmeleri sadece sezgiseldir. Yani çocuklar için 2/3 kesri 3/4' ten daha küçüktür çünkü öyle görünmektedir. Geometri ve lineer cebir gibi ileri konularda bile, birçok öğrenci için sezgisel ispat şeması ikna etmenin bir kaynağı olarak kullanılmaktadır (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.3. Analitik İspat Şemaları

Analitik ispat şemasında kişi bir iddiayı belirli adımlarla, önceki adımlardaki sonuçlara dayanarak ispatlar. Yani bu şemaya sahip bireyler varsayımları mantıksal çıkarımlarla doğrularlar. Bu şema matematiksel gösterim yönteminden daha çok, ispat kabul edilmeyen (aksiyomlar gibi) ifadelerden belirli mantıksal kurallar ile yapılan çıkarımı içeren bir yöntemdir. Analitik ispat şeması en iyi alt kategorileri aracılığıyla açıklanabilir. Bunlar (a) *dönüşümsel ispat şeması* ve (b) *aksiyomatik ispat şeması*dır (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.3.1. Dönüşümsel İspat Şemaları

Dönüşümsel ispat şemaları, yapılan zihinsel işlemleri ve bu işlemlerin sonuçları hakkındaki tahminleri içermektedir. Bu işlemler, belirli işlemleri değişmeden bırakmak amacıyla uygulanır, fakat bir değişiklik meydana geldiğinde kişi onu anlamak ister ve buna göre değişimi dengelemek için işlemler uygular. Bu durum görüntülerin dönüşümünü içerir ve bu nedenle "dönüşümsel" olarak isimlendirilir. Kısaca ifade etmek gerekirse, dönüşümsel ispat şeması (a) varsayımın genellik yönü ile, (b) hedef yönelimli ve ileriye dönük zihinsel işlemlerin uygulanması ile ve (c) çıkarımsal bir sürecin parçası olan görüntülerin dönüşümleri ile tanımlanır (Harel ve Sowder, 1998). Burada *genellik* özelliği, bireyin amacın istisna kabul edilmeyen bütün bir argümanı doğrulamak olduğunu anlaması ile ilgilidir. *İşlemsel düşünce* özelliği, bireyin ispat süreci boyunca amaçlar ve alt amaçlar oluşturması ve onların sonuçlarını tahmin etmeye çalışması durumunda kendini göstermektedir. Son olarak, birey matematikte doğrulamanın sonuçta mantıksal çıkarım kurallarına dayanması gerektiğini anladığında *mantıksal çıkarım* özelliğini kullanmaya başlamaktadır (Harel, 2008a).

Dönüşümsel ispat şeması, varsayımları gerçeklere dönüştüren bir yöntemi içeren keşifsel bir ispat şemasıdır. Bu keşifsel ispatı öğrenciler sıklıkla, başarılı buldukları bir yaklaşımın tekrarlı uygulamasından çıkarırlar. Örneğin, kesirler hakkında sadece sembolik değil dönüşümsel olarak da öğretim yapılan öğrenciler, kesirleri karşılaştırmak için farklı yöntemler çıkarabilirler. Bu öğrencilerden iki kesri karşılaştırmaları istendiğinde, birçok durumda kesirlerin bütüne uzaklıklarını karşılaştırarak cevap verirler (Örneğin, 7/8 < 8/9 çünkü 7/8 in 1'e uzaklığı 1/8, 8/9 un 1'e uzaklığı 1/9 dur). Burada "*bütüne uzaklığı karşılaştırma*" yaklaşımı hazır bir formülden çok, öğrencilerin sadece faydasını fark ettiklerinde seçerek kullandıkları içselleşmiş bir dönüşümsel şemadır. Örneğin, öğrenciler bu yaklaşımı 2/5 ve 2/7'yi ya da 5/11 ve 6/11' i karşılaştırmak için uygulayamayabilirler (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.2.2.2.3.3.2. Aksiyomatik İspat Şemaları

Aksiyomatik ispat şeması, analitik şemaların ikinci kategorisinde yer alır ve önemli formal gelişimin farkındalığını içeren dönüşümsel ispat şemasının epistemolojik olarak gelişmiş halidir (Harel ve Sowder, 1998). Yani kişi, temelde herhangi bir ispat sürecinin tanımsız terimler ve aksiyomlardan başlaması gerektiğini ve bu aksiyomların matematiksel gerçekliği belirlediğini anladığında a*ksiyomatik ispat şemasını* kullanmaya başlar (Harel, 2008a). Böyle bir kişinin nokta ve doğru gibi tanımsız terimler ile kare ve daire gibi tanımlı terimler ve ispatlanmaksızın kabul edilen ifadeler arasındaki ayrımın farkında olması gereklidir. Bununla birlikte, sadece sezgisine karşılık gelen aksiyomları ya da apaçık ortada olan fikirleri kullanabilir. Örneğin gerçek sayılarla ilgili deneyimlerine dayanan, "herhangi bir a ve b için a + b = b + a" şeklindeki bir ilişkiyi ya da kafasında yarattığı uzaya ait "iki noktadan sadece bir doğru geçer" ilişkisini kullanabilir (Harel ve Sowder, 1998).

Sonuç olarak, ispat şemaları hiyerarşik olmasa da bireyin dışsal ve deneysel şemalara olan bağımlılığı ile başlayan süreç analitik şemalara doğru adım adım gelişmektedir. Otoriter ve deneysel ispat şemaları değerli olsa da, özellikle matematik alanında analitik ispat şemasının gerekliliği ve önemi tartışılmazdır. Çünkü analitik ispat şemaları bir bağlam için genel zihinsel görüntülerin oluşturulması ve dönüşümlerini ifade eder ki, bu dönüşümler daima mantıksal çıkarımlar aracılığıyla yapılır (Harel ve Sowder, 1998).

2.1.3. DNR Tabanlı Öğretimin İlkeleri

Bu bölümde, DNR'yi oluşturan 3 öğretimsel ilke; etkileşim, gereklilik ve sorgulama ele alınmıştır. *Etkileşim İlkesi* anlama yolları ve düşünme yolları arasındaki gelişimsel bağlılığı ifade ederken, *gereklilik ilkesi* öğrencilerin entelektüel ihtiyacını ve s*orgulama ilkesi* bilgiyi içselleştirme, düzenleme ve akılda tutmayı ifade etmektedir. Bu üç ilke birbirine güçlü bir şekilde bağlıdır. Bu nedenle bu ilkelerden biri diğer ikisinden ayrı düşünüldüğünde, birlikte olduklarından daha az pedagojik olmaları muhtemeldir (Harel, 2008b).

2.1.3.1. Etkileşim İlkesi

Etkileşim ilkesi anlama yolları ve düşünme yolları arasındaki gelişimsel bağlılığı ifade eder. Yani öğrenciler anlama yolları üretirken düşünme yolları da geliştirirler, diğer taraftan sahip oldukları düşünme yolları ürettikleri anlama yollarını etkilemektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerin matematiksel bir içeriği nasıl anlamaya başladıkları onların düşünme yollarını etkilerken, tam tersi düşünme yolları da, öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili anlama yollarını etkiler (Harel, 1998).

Etkileşim prensibine göre, öğrencilerin mevcut düşünme yolları büyük ölçüde onların matematiksel fikirlerle ilişki kurma, matematik problemlerini çözme ve matematiksel iddiaları doğrulama sürecindeki deneyimleri ile şekillenir. Diğer taraftan, bu düşünme yolları öğrencilerin matematiksel davranışlarında açığa çıkan anlama yolları için büyük bir nedendir. Ayrıca öğrencilerin düşünme yollarının gelişimi, onların şu anda katıldıkları belirli matematiksel aktivitelerin doğasına ciddi derecede bağlıdır. Çünkü düşünme yolları doğrudan öğretilemez. Düşünme yolları sadece anlamlı problem çözme aktiviteleri ile öğrenciler tarafından açığa çıkarılabilir ve soyutlanabilirler. Özellikle, öğrenciler mevcut düşünme yollarını sadece matematikle ilişki kurarken, matematiksel problemleri çözerken ve matematiksel iddiaları doğrularken ürettikleri uygun anlama yolları aracılığıyla değiştirebilir, geliştirebilir ya da ilerletebilirler. Ancak mevcut ders kitapları ve öğretim yöntemleri düşünme yollarına yeterince önem vermemektedir (Harel, in pres). Bu nedenle öğrencilerin istenen düşünme yollarını geliştirmelerini sağlayacak doğru anlama yollarını oluşturabilmeleri için, öğretmenlerin uygun bilişsel hedefler belirlemeleri ve uygun öğretimsel aktiviteleri tasarlayarak kullanmaları

gereklidir. Bu doğrultuda bu araştırmada, olasılık ve istatistik ile ilgili problemler ve etkinlikler, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkaracak ve uygun anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım edecek şekilde tasarlanmıştır.

2.1.3.2. Gereklilik İlkesi

Genellikle entelektüel amacını açık bir şekilde sunmakta başarısız olduğumuzdan, öğrenciler matematik derslerinin entelektüel olarak amaçsız olduğunu hissetmektedirler. Gereklilik prensibi, öğrencilerin kavramların amaçsızca sunulmadığını, kendilerinin anlayacakları ve takdir edecekleri nedenlerle sunulduğunu öğrendikleri ve bilginin gelişimine ortak oldukları pedagojik bir ilkedir (Harel, 1998). Bu ilke, öğrencilerin kendilerine öğretmeye çalıştığımız şeyi ihtiyaç olarak gördüklerinde öğrenmelerinin daha olası olduğunu ileri sürer. Buradaki ihtiyaç, sosyal veya ekonomik ihtiyacın aksine entelektüel ihtiyaçtır (Harel, 2001).

Entelektüel ihtiyaç, öğrenenlerin özgün yani anlayabilecekleri ve değerini bilebilecekleri bir problem ile karşılaştıklarında, içsel olarak kendiliğinden ortaya çıkan bir davranıştır. Örneğin, öğrenciler var olan bilgileriyle uyumsuz olan veya çözümü olmayan bir problem ile karşılaşabilirler. Böyle bir karşılaşma öğrenenler açısından özgün olduğu için, onlara yeni bilgiyi yapılandırabilme fırsatı sunar ve problemi çözmeye istekli olurlar. Bu süreçte öğrencilerin yapılandırdıkları her bilgi onlar için anlamlıdır çünkü bu bilgi onların var olan bilişsel şemalarıyla bütünleşmiştir. Ayrıca bu bilgi çabanın bir ürünüdür ve öğrenenlerin kişisel ihtiyaçlarından ileri gelmektedir. Bununla birlikte, öğrencinin sosyal ihtiyaçları (örneğin matematik bilgisi bana toplumda saygıdeğer bir statü sağlar) ve ekonomik ihtiyaçları (matematik bilgisi konforlu bir yaşam elde etmemde yardım edebilir) öğrenme faktörleri olarak küçümsenmemelidir ve öğretmenlerin bu ihtiyaçları tek başına gerçekleştirmesi beklenmemelidir (Harel, in pres).

Diğer taraftan, entelektüel ihtiyaç öğretmenlerin ve program geliştiricilerin sorumluluğundadır ve bu prensibin uygulanması; (a) öğrenilecek kavramla ilgili belirli bir öğrenci grubu için entelektüel ihtiyacı neyin oluşturacağını fark etmeyi, (b) entelektüel ihtiyacı karşılayan ve içselleştirilebilen problem durumlarını geliştirmeyi ve

(c) öğrencilerin öğretilen konu ile ilgili kavramları ortaya çıkarabileceği bir öğretim ortamı oluşturmayı içerir (Harel, 1998).

Oysa matematik programında öğrencilerin entelektüel ihtiyaçları ile ilgili bir eksiklik vardır. Örneğin, lise öğrencileri polinomlarda çarpma işlemini öğrendikten sonra genellikle belirli polinomları çarpanlarına ayırma tekniklerini ve rasyonel ifadeleri bu teknikleri kullanarak nasıl sadeleştireceklerini öğrenirler. Öğrenciler açısından bu aktiviteler entelektüel olarak amaçsızdır. Çünkü öğrenciler bir ifade şeklini başka bir ifade şekline dönüştürürken, bu dönüşümlerin matematiksel amacını veya hangi ifade şeklinin diğerinden daha avantajlı olduğunu bilmezler. Bu durumu en iyi anlatan örneklerden birisi de, ikinci dereceden denklemlerin formüllerinin öğretilmesidir. Bazı cebir kitapları ikinci dereceden denklem formülünü, kareye tamamlama yönteminden önce verir. Pek az öğrenci, ikinci metot için ikinci dereceden denklemleri çözmeyi ve onların çözümleri için bir formül türetmeyi entelektüel bir amaç olarak görmektedir. Kareye tamamlama problemlerini yorumlamak, birçok öğrenci için zordur. Bu örnekler, öğrenmedeki entelektüel ihtiyaç öğesinin öğretimde çoğunlukla göz ardı edildiğini göstermektedir. Bu nedenle gereklilik ilkesi öğrenmedeki entelektüel ihtiyaç zorunluluğu ile ilgilenir (Harel, 2008b).

Harel (2008b) çalışmasında, öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarının nasıl belirlenebileceği sorusunu ele almıştır. DNR bunun için bir çerçeve sağlar fakat bu soruyu ele almak için detaylı yöntemler ile birlikte uygun pedagojik stratejiler geliştirilmelidir. Bu çerçeve, entelektüel ihtiyacın birbiriyle ilişkili beş kategoriden oluşan bir sınıflandırmasını içermektedir. Bu kategoriler şunlardır:

- Kesinlik ihtiyacı: İspatlama ve şüpheleri ortadan kaldırma ihtiyacıdır. Kişi bir iddianın doğruluğunu gösterdiğinde kesinliği elde eder. Bununla birlikte, doğruluk bireyin tek ihtiyacı olmayabilir ve birey aynı zamanda iddianın niçin doğru olduğunu açıklamaya çalışabilir.
- Nedensellik ihtiyacı: Bir olgunun nedenini belirleme, bir olguya neyin yol açtığını anlama ve açıklama ihtiyacıdır.

- Ölçüm/hesaplama ihtiyacı: Miktarların ve aralarındaki ilişkilerin değerlerini belirleme ve hesaplama ihtiyacıdır. Ayrıca hesaplamaları en uygun hale getirmeyi de içerir.
- İletişim ihtiyacı: Bir iddianın doğru olduğuna diğerlerini ikna etme ihtiyacını içerir.
- Bağlantı ve yapı ihtiyacı: Öğrenilen bilgiyi bir yapı içerisinde organize etmeyi, benzerlikleri ve analojileri teşhis etmeyi ve birleştirici prensipleri belirlemeyi içerir.

Sonuç olarak, öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarının belirlenmesi ile yapılacak öğretim özellikle ortaokul matematiğinde zengin anlama yolları üzerine inşa edilirse, öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardımcı olabilir (Harel ve Sowder, 2005). Bu bağlamda araştırmada, olasılık ve istatistik ile ilgili temel kavramları sorgulayan, kavramlar arasında ilişkiler kurmayı gerektiren, farklı anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarabilecek nitelikte ilginç ve düşündürücü problemler kullanılarak, öğrencilerde entelektüel ihtiyaç oluşturulmaya çalışılmıştır.

2.1.3.3. Sorgulama İlkesi

Harel'e (2008b) göre anlama ve düşünme yolları öğrenciler için entelektüel olarak gerekli olsa da, öğrenciler bu bilgiyi özümsemeli, akılda tutmalı ve düzenleyebilmelidir. Bu amacın gerçekleştirilmesinde, tekrar eden deneyim ve uygulamanın kritik bir rolü vardır. Yapılan çalışmalar bu görüşü desteklemektedir. Örneğin Cooper (1991) uygulamanın bilgiyi organize etmedeki rolünü göstermiştir. DeGroot (1965) artan deneyimin bilginin daha kolay ulaşılabilir olmasında etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Tekrarlayan deneyimler bilincin dikkatini daha az zorlayan, akıcı ve zahmetsiz bir süreci meydana getirirler. Kişinin herhangi bir zamanda dikkatini verebileceği bilgi miktarı sınırlı olduğundan (Miller, 1956), görevi bazı yönlerden kolaylaştırma süreci, kişinin görevin diğer yönleriyle ilgilenme kapasitesini arttırır (LaBerge and Samuels, 1974; Schneider and Shiffrin, 1977; Anderson, 1982; Lesgold et al., 1988).

DNR tabanlı öğretimin sorgulamaya verdiği önem, istenen anlama ve düşünme yollarının pekiştirilmesini sağlar. Sorgulama ilkesi sadece alıştırma yapmak ya da rutin problemleri çözmek demek değildir. Bu ilke, kişinin bilgiyi bağımsızca ve kendiliğinden uyguladığı bir içselleştirme sürecini içerir. Yani, sorgulama ilkesinin

temeli şudur: öğrenciler istenen anlama ve düşünme yollarını içselleştirmek için muhakeme yapmalıdırlar. Bu nedenle öğrencilere verilen problemler ve çözümleri de, düşünmeyi gerektirmeli ve bu problemler öğrencilerin değişen entelektüel ihtiyaçlarına cevap vermelidir (Harel, 2008b).

Harel (in press) çalışmasında, "matematiksel etkililik ve dönüşümsel muhakeme" gibi iki önemli düşünme yolunu ele almış ve bu düşünme yollarının geliştirilmesinde sorgulama ilkesinin önemini gösteren bazı örnekler sunmuştur. Buna göre, iki ilkokul öğrencisi S ve T'ye kesirlerle bölme işlemi öğretilmiştir. S'ye (a/b):(c/d) = (a/b).(d/c) kuralı öğretilmiş ve bu kural ona anlamlı bir bağlamda ve onun anlayabileceği uygun bir doğrulama ile tanıtılmıştır. Diğer taraftan, T'ye hiçbir kural sunulmaksızın bölme ile ilgili problemlerin çözümü, anlamı ve gerekçesi açıklanmıştır. Daha sonra S ve T'ye bölme işlemleri ile ilgili problemler ödev olarak verilmiştir. S bütün problemleri doğru olarak çözmüş ve sonuç olarak kesirlerle bölmenin kuralını pekiştirmiştir. T'nin ödevi yapması ise daha uzun sürmüştür. Bu süreçte T (4/5):(2/3) problemi ile uğraştıktan sonra şunu söylemiştir: "*4/5'in içinde kaç tane 2/3 var? İkisinin birlikte nasıl bölüneceğini (4/5 ve 2/3'ü kalansız olarak bölen birim kesri) bulmam gerekiyordu. 1/15 ikisini de böler ve 1/5'in içinde 3 kez, 1/3'ün içinde 5 kez vardır. Böylece 1/15, 4/5' in içinde 12 kez ve 2/3'ün içinde 10 kez vardır. (4/5 = 12/15; 2/3 = 10/15; (4/5):(2/3) =(12/15):(10/15)). 12/15'in içinde 10/15 kaç defa vardır? 12'nin içinde 10 kaç kez vardır? 1 kez ve 1 defanın 2/10'u kadar ve bu 1 ve 1/5 anlamına gelir*". Görüldüğü gibi T, S'nin yoksun kaldığı muhakeme yapma fırsatlarını bulurken, aynı zamanda akıl yürütme ve hesaplama da yapmıştır. S ise bölme formülünü uygulayarak sadece hesaplama yapmıştır. Üstelik T en sonunda bölmenin kuralını keşfederek, matematiksel yeterlikle ilgili S'nin elde etme şansının çok az olduğu önemli bir düşünme yolunu elde etmiştir.

Bu örnekten de anlaşılabileceği gibi, öğrencilere öğretilecek içerik, onları muhakeme yapmaya ve sorgulamaya yönlendirecek şekilde organize edilmeli ve entelektüel ihtiyaçlara cevap vermelidir. Böylece öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeleri sağlanabilir (Harel, 2001). Bu bağlamda araştırmada, olasılık ve istatistik ile ilgili düşündürücü ve öğrenme ihtiyacı hissettirecek problem durumları sunularak, öğrencilerin konu ile ilgili kavram ve formüllerin anlamını kendilerinin keşfedecekleri

ve geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirebilecekleri bir öğrenme ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır.

Sonuç olarak, DNR tabanlı öğretim ile ilgili buraya kadar anlatılanlardan yola çıkılarak, DNR'nin matematik öğrenme ve öğretme sürecinin birbirine bağlı olan 3 temel ilkesini; etkileşim, gereklilik ve sorgulamayı ele bir sistem olduğu ve bu sistemin aşağıdaki süreçlerden meydana geldiği söylenebilir (Harel, in press).

- Öğretimsel Hedeflerin Belirlenmesi Süreci: Matematik programının tasarlanması, geliştirilmesi ve uygulanması aşamasında anlama ve düşünme yolları, nihai bilişsel hedefler olmalıdır ve birbirini etkilediği için eş zamanlı olarak ele alınmalıdır.
- Kavramların Oluşturulması Süreci: Anlamlı kavramlar sadece öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarına karşılık gelen problemlerin çözülmesi aracılığıyla ortaya çıkabilir. Kavramların ortaya çıktığı yerde anlama ve düşünme yolları da ortaya çıkar ve birbirini etkiler.
- Kavramları İçselleştirme ve Birleştirme Süreci: Anlama ve düşünme yolları öğrencilerin anladığı ve değer verdiği problemlere yeniden çözüm üretmeleri ile içselleştirilir ve pekiştirilir.

2.2. İstatistik ve Olasılık

Yaşadığımız dünyada çeşitli istatistiksel bilgilerle sıklıkla karşılaşmaktayız. Her gün gazetelerde, dergilerde ve televizyon kanallarında sayısal bilgiler, tablolar, grafikler yayımlanmakta ve bunlara dayalı yorumlar yapılarak geleceğe dair kestirimlerde bulunulmaktadır. Bu bilgileri anlamak ve insan yaşayışını düzenlemede kullanmak, son 50 yılda önemli beceriler arasına girmiştir. Bu beceri, ihtiyaca uygun sayısal bilgi toplamayı, toplanan bilgileri düzenlemeyi, düzenlenen bilgileri işlemeyi (analiz etmeyi), analiz sonuçlarını açıklamayı, yorumlamayı ve kullanmayı gerektirir. Bunlar da, istatistik ve olasılık hakkında bilgi ve beceri sahibi olmayı zorunlu kılar (Baykul, 2009). Bu bağlamda, birçok ülke çağın ihtiyaçları doğrultusunda öğretim programlarında değişiklikler yapmış ve olasılık ve istatistik konularını okul müfredatına dahil etmiştir. Ülkemizde de istatistik ve olasılık konularına ilköğretim matematik programında önemli bir yer verilmiş ve öğrencilerin konu ile ilgili gerekli bilgi ve becerileri yaşantılarına,

derslerine uygulamaları; bu alanın birey, toplum, çeşitli bilim dalları ve meslekler için öneminin farkında olan bilinçli birer vatandaş olmaları amaçlanmıştır (MEB, 2009).

İstatistik ve olasılık konuları, sadece bilimde ve günlük hayatta çok sık kullanılmasından dolayı değil, aynı zamanda öğrencilerin eleştirel düşünme, sayı kavramı ve hesaplama becerilerinin gelişmesine katkıda bulunmasından dolayı da önemlidir. Çünkü sayısal bilginin toplanması ve işlenmesi sayılar arasındaki ilişkileri ve işlem yapmayı; analiz sonuçlarının yorumlanması da akıl yürütmeyi, ilişkilendirmeyi ve eleştirel düşünmeyi gerektirir ve bunlar üst düzey zihinsel becerilerdir (Baykul, 2009). Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin istatistik ve olasılık konularını öğrenmekte zorlandıklarını ve bu becerileri istenen düzeyde geliştiremediklerini göstermektedir (Arı, 2010; Bakırcı, 2014; Capraro ve diğ., 2005; Çelik ve Güneş, 2007; Dawson, 2010; Dereli, 2009; Gal, 2011; Güven ve Özmen, 2014; Hayat; 2009; Khazanov, 2005; Memnun ve diğ., 2010; Mills ve Holloway, 2013; Şafak ve Akkaya, 2014; Yolcu, 2012).

İstatistik ve olasılık konularının öğreniminde ve öğretiminde yaşanan zorluklar her öğretim seviyesinde görülebilmektedir (Gal ve Garfield, 1997). Yaşanan zorlukların temelinde ise, öğrencilerin konu ile ilgili kavramları anlamlı bir şekilde öğrenmek yerine formülleri ezberlemeye çalışmaları ve bunun neticesinde gerekli bilgi ve becerileri edinememeleri yer almaktadır. Ayrıca matematik öğretmenlerinin konunun öğretiminde kullandıkları yöntem ve tekniklerin yetersizliği de, bu konuların öğretiminde sıkıntılar yaşanmasına neden olmaktadır (Arı, 2010). Bu durum konu ile ilgili farklı öğretim yaklaşımlarının araştırılmasını önemli ve gerekli kılmaktadır.

Şimdiye kadar çeşitli öğretim yöntemlerinin (işbirlikli öğrenme, çoklu zeka kuramı, gerçekçi eğitim yaklaşımı, oyunlarla öğretim vb.) öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili akademik başarılarına, tutumlarına ve problem çözme becerilerine etkisini araştıran pek çok çalışma yapılmıştır (Akkaya, 2010; Alp, 2010; Benko, 2006; Ercan, 2008; Ersoy ve Demirtaş, 2013; Gürbüz, 2006; Gürbüz ve diğ., 2014; Işık ve Özdemir, 2014; Koparan ve Güven, 2014; Memnun, 2008; Nilsson, 2009; Talawat, 2015; Yağcı, 2010). Ancak bu araştırmalar içerisinde, öğrencilerin istatistik ve olasılıkla ile ilgili anlama ve düşünme yollarını birlikte inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu

nedenle bu araştırmada, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılarak, DNR tabanlı öğretimin bu yollara etkisi incelenmiştir. DNR tabanlı öğretim, anlama ve düşünme yollarının sınıflandırılması ve öğrencilerin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardım etmek amacıyla yapılacak öğretimin planlanması için kavramsal bir çerçeve sağlamıştır.

DNR tabanlı öğretime göre, matematik ile ilgili bir konunun etkili bir şekilde öğretilebilmesi için, öncelikle o konu ile ilgili istenen anlama ve düşünme yolları belirlenmelidir. Daha sonra bu yolların geliştirilmesine yönelik uygun etkinlik ve materyaller hazırlanmalı ve öğretim bu doğrultuda planlanmalıdır (Harel, 2008b). Bu bağlamda araştırmada kullanılacak veri toplama araçlarının, etkinlik ve materyallerin geliştirilmesinden önce, olasılık ve istatistik konuları ile ilgili istenen anlama ve düşünme yolları belirlenmiştir. Bu konu hakkındaki bilgiler, aşağıda daha detaylı olarak açıklanmıştır.

2.2.1. İstatistik ve Olasılık ile İlgili İstenen Anlama ve Düşünme Yolları

Matematik eğitiminin en önemli amacı, öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerini sağlamaktır (Harel, 2008). İstatistik ve olasılık konuları hem günlük hayatta sıkça karşılaşılması hem de veri toplama, bu verileri uygun istatistiksel temsil biçimleriyle sunma, yorum yapma ve sonuç çıkarma gibi kazanımları içermesi bakımından, bu amacın gerçekleştirilmesi için uygun bir öğrenme alanı olarak görülmektedir.

Anlama yolları, birey tarafından ortaya çıkarılan zihinsel bir eylemin bilişsel ürünleri olarak tanımlanabilir. Düşünme yolları ise, anlama yollarının bilişsel karakteristiğidir (Harel ve Sowder, 2005). Buna göre, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara ilişkin yorumları, onların yorumlama zihinsel eylemi ile ilgili anlama yollarıdır. Örneğin, aritmetik ortalama kavramına ilişkin anlama yollarından en yaygın olanı "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" şeklindeki algoritmadır. Bu yorumlama şeklinde öğrenciler, genellikle buldukları sayının anlamını düşünmeksizin algoritmayı ezbere olarak uygularlar. Bu tarz anlama yolları, öğrencilerin problem çözme sürecinde ortaya koydukları düşünme yollarına da yansımaktadır. Örneğin, Zazkis (2012) aritmetik ortalama kavramının anlamını sorguladığı çalışmasında, öğrencilerin büyük

bir kısmının aritmetik ortalama kavramına ilişkin ezberlemiş oldukları algoritmayı sözel, sayısal veya soyut semboller kullanarak ifade edebildiklerini, ancak çok az sayıda öğrencinin problem çözme sürecinde ortalama kavramının gerçekte ne anlama geldiğini açıklayabildiğini tespit etmiştir.

Anlama ve düşünme yolları hem öğretimsel hem de metodolojik olarak gereklidir. Öğretimsel olarak yeni öğrenme yollarının oluşturulması ya da var olanların düzenlenmesi, yeni düşünme yollarının oluşturulmasını ya da var olanların değiştirilmesini de beraberinde getirir. Diğer taraftan, metodolojik olarak "zihinsel eylem, anlama yolları ve düşünme yolları" üçlüsü, öğrencilerin muhakemesini modellemek amacıyla yapılacak kavramsal analizler için işlevsel bir yapı sunar (Harel, 2008a). Buna göre, öğretmenler öğrencilerinin mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkararak, onların matematikte doğru ve yararlı olduğu kabul edilen yolları geliştirmelerine yardım edecek şekilde öğretimlerini planlayabilirler. Ancak bunun için öncelikle, öğretilecek konu ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarının belirlenmesi gereklidir. Burada "*istenen anlama ve düşünme yolları*" ifadesi bir öğretmenin oluşturduğu veya matematik topluluğu tarafından ele alınan ve uygulanan orta derecede bilişsel hedefleri belirtmektedir. Bu nedenle kurumsallaşmış herhangi bir anlama ve düşünme yolu, aynı zamanda istenen yollar olarak tanımlanabilir (Harel, 2008a). Bu bağlamda öncelikle, ilköğretim matematik programında olasılık ve istatistik ile ilgili 8. sınıf düzeyine yönelik belirlenen kazanımların (MEB, 2013) gözden geçirilmesi yararlı olacaktır. Buna göre, 8. sınıfta öğrenciler;

- Histogram oluşturur ve yorumlar.
- Standart sapmayı hesaplar.
- Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezi eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak geçek yaşam durumları için görüş oluşturur.
- Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar.
- Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.
- Deneysel, teorik, öznel olasılığı açıklar.
- Bağımlı ve bağımsız olayları açıklar.
- Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.

Bu kazanımlar genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerden istatistik ve olasılık ile ilgili geliştirmeleri beklenen beceriler şunlardır (Altun, 2008):

- Bilgiyi sistematik olarak toplama, organize etme ve tanımlama
- Sonuçları grafiklerle gösterme, analiz etme
- Analize tabi tutulmuş bilgiyi okuma, yorumlama ve değerlendirme
- Karar oluşturmada istatistiği kullanma
- Olasılık için gerçek deneyler yapma veya gerçek deneylere benzer modeller oluşturma
- Örnek uzayı seçme
- Bir deneyin sonuçlarına ilişkin matematiksel beklentileri hesaplama ve deney sonuçları ile karşılaştırma, farklılığın nedenini açıklama
- Deney sonuçlarını veya olasılık kuramını esas alarak sağlıklı tahminlerde bulunma
- Gerçek hayatta olasılığın kullanımının önemini takdir etmedir.

Öğrencilerin bu becerileri geliştirilebilmeleri ve konuları anlamlı bir şekilde öğrenebilmeleri için, olasılık ve istatistik ile ilgili bazı önemli fikirleri öğrenmeleri ve uygulamaları gereklidir. Bu bağlamda istatistik ile ilgili öğrencilere verilmesi gereken ana fikirlerden ilki, istatistiğin kendine özgü bir alan olarak matematikten farklı olduğudur. Çünkü istatistik matematiksel bir bilim olmakla birlikte, matematiğin bir alt dalı değildir ve matematikten oldukça farklı kendine özgü bir konu alanına sahiptir (Cobb ve Moore, 1997). Başka bir deyişle, toplamayı öğrenme, bir araya getirme işleminden çok daha fazlasını gerektirdiği gibi, istatistik yapmak da aritmetik ortalamayı bulmak için gereken hesaplama işlemlerinden veya bir daire grafiği oluşturma sürecinden çok daha fazlasını gerektirir (Van de Walle ve diğ., 2012, s. 439).

Buna göre, öğrencilere sunulacak olan istatistik problemleri de matematik problemlerinden farklı olmalıdır. Bu farklılığı sağlayacak olan şey ise, problemin içerdiği bağlamdır. Çünkü istatistikte bağlam, anlamın kaynağıdır ve elde edilen sonuçların yorumlanması için temeldir (Gal ve Garfield, 1997). Bu nedenle öğretmenler öğrencilere, yaptıkları işlemleri anlamlandırabilecekleri bağlamlar içeren problemler sunmalıdır. Örneğin, 5 öğrencinin matematik dersinden aldıkları notlar bir tabloda sunularak, bu öğrencilerden hangisinin bir matematik yarışmasına gönderilmek için

seçilmesi gerektiğinin sorulması, basitçe ortalama hesaplamanın ötesinde veri analizini ve yorumlamayı gerektirdiğinden istatistiksel bir problem olarak değerlendirilebilir.

Öğretmenler anlamlı bağlamlar oluşturmanın dışında, öğrencileri istatistik yapma sürecinin her aşamasına dahil edecek etkinlikler planlayarak, onların istatistikle ilgili önemli kavramları ve fikirleri (*değişkenlik, verilerin görsel temsili, merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri vb.*) anlamalarını sağlayabilirler. İstatistik yapmak dört adımlık bir süreci içermektedir. Bunlar soruların oluşturulması, verilerin toplanması, verilerin analiz edilmesi ve sonuçların yorumlanması aşamalarıdır.

Soruların oluşturulması sürecinde, öğrencilere veri toplamanın belli bir amaç için olması gerektiği vurgulanmalıdır ve bu amaç bir soruyu cevaplamak olmalıdır. Sorular durumun bağlamına ve verilerden ne öğrenilebildiği veya ne anlaşılabildiğini görmeye yönelik olmalı ve değişkenlik, verilerin merkezi, verilerin şekli gibi istatistiğin temel fikirlerine odaklanmalıdır (Van de Walle ve diğerleri, 2012, s.453). Ayrıca bu süreçte önemli bir husus, problemin öğretmen tarafından verilmesi yerine öğrenciler tarafından seçilmesidir. Örneğin, sevilen spor dalları, müzik türleri ve en çok okunan kitaplar vb. öğrencilerin çalışabilecekleri bazı araştırma konuları olabilir (Baykul, 2009).

İkinci aşama olan verilerin toplanması sürecinde, öğrencilerin değişkenliği dikkate almaları gerekir. Örneğin, öğrenciler birinci ve beşinci sınıfların favori TV programlarını sorduklarında, farklı cevaplar elde edebileceklerini anlayabilirler (Van de Walle ve diğerleri, 2012, s.440). Bu aşamadan sonra verilerin düzenlenmesi ve gösterilmesi sürecinde, veriler kolay anlaşılabilecek ve yorumlanabilecek şekilde tablo veya grafiklerle gösterilir. Bu süreçte öğrencilerin, verilerin gösterimi için hangi grafiğin daha uygun olduğuna karar vermeleri gerekir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin verilen bir duruma uygun grafiği tercih etmekte ve oluşturmakta zorlandıklarını göstermektedir (Akkaş, 2009; Capraro ve diğ., 2005; Güven ve Özmen, 2014; Meletiou-Mavrotheris ve Lee, 2010). Yani öğrenciler genel olarak kendilerine tanıdık gelen veya hoşlarına giden grafikleri, problemin bağlamına uygunluğunu veya yorumlanabilirliğini düşünmeksizin tercih etmektedirler. Ayrıca sadece bilginin doğrudan verildiği grafiklerle ilgili soruları cevaplayabilmekte ve grafiklerdeki bilgileri eleştirel olarak değerlendirmekte zorlanmaktadırlar.

Verilerin analiz edilmesi sürecinde, öğrencilerin uygun istatistiksel araçları kullanmaları ve çıkarımda bulunmaları beklenir. Buna göre, öğrencilerin belirli bir bağlam için veriyi en iyi özetleyen merkezi ölçüyü belirleyebilmeleri gerekir (Franklin, et.al., 2005). Örneğin, bir şehirdeki ortalama ev fiyatını belirlemek için aritmetik ortalama yerine medyan kullanılması daha uygun olabilir. Çünkü bazı semtlerde ev fiyatlarının çok yüksek olması ortalamayı yükseltebilir ve verilerin merkezi hakkında yanlış bilgi verebilir. Veri analizinde önemli olan diğer bir husus, öğrencilerin verideki değişkenliğin neden oluştuğunu sorgulamaları ve ortaya çıkan sıra dışı veri noktalarının (aykırı değerlerin) anlamını, verinin dağılımına veya şekline bakarak bulunduğu bağlama göre belirlemeleridir (Van de Walle ve diğ., 2012, s.437). Örneğin, bu değerlerin veriyi kaydetmedeki hatalardan mı yoksa doğal bir oluşumdan mı kaynaklandığı veya keşfedilecek ilginç bir durumun sonuçları mı olduğu tespit edilmelidir (Franklin, et.al., 2005). Veriler hakkında bu şekilde fikir sahibi olmak, öğrencilerin bir grup sayıdan ziyade veriler hakkındaki büyük resmi görmelerini sağlayacaktır (Van de Walle ve diğerleri, 2012, s.436).

İstatistik yapma sürecinde son adım sonuçların yorumlanmasıdır. Öğrencilerin verilerden ne yorumlanabileceği ve ne yorumlanamayacağı hakkında, neye dikkat edilmesi gerektiği ve neyin yanıltıcı veya kötü tasarlanmış bir istatistik olarak değerlendirilebileceği konusunda hazırlanması gereklidir. Bu hem okul başarısı için hem de matematiksel açıdan okuryazar bir vatandaş olmak için önemlidir (Van de Walle ve diğ., 2012, s.453). Böylece öğrenciler yaşamlarında bilinçli seçimler yapabilir ve doğru kararlar alabilirler. Bunun için öğrencilere gerçek yaşam durumlarına ilişkin kendi sorularını üretme, bu soruları yanıtlamak için topladıkları verileri düzenleme, analiz etme ve yorumlamaları için fırsatlar sunulmalı ve bu doğrultuda uygun öğrenme ortamları oluşturulmalıdır.

İstatistikte olduğu gibi olasılıkta da öğrencilerin kavraması gereken önemli fikirler vardır. Olasılık veriye ilişkin yorumları içermesi ve bir belirsizlik kavramına sahip olması bakımından, diğer matematik konularından farklı bir düşünme yolu gerektirir. Bu nedenle öğrencilerin veriyi nasıl yorumlayacaklarını ve olayların teorik yönleri ile olduğu kadar verinin değişkenliği ile nasıl ilgileneceklerini öğrenmeleri gerekir (Talawat, 2015). Örneğin, belirsizlik içeren durumlarda doğru tahmin yapmak için şans

ve bağımsızlık kavramlarının iyi anlaşılması gereklidir. Buna göre, öğrenciler şansın hafızası olmadığını yani basit bir deneyin çok sayıda tekrar edilmesi açısından, önceki denemelerin çıktılarının bir sonraki deneme üzerinde hiçbir etkisi olmadığını anlamalıdırlar. Örneğin, madeni bir para atıldığında arka arkaya 6 kez yazı gelmesinin, bir sonraki atışta yine yazı gelmesi üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Şans hala %50-%50'dir (Van de Walle ve diğerleri, 2012, s.456). Bununla birlikte, öğrencilerin böyle durumlarda genellikle bir sonraki atışın yazı veya tura gelmesinin daha olası olduğuna inandıkları bilinmektedir. Bu düşünce literatürde negatif yeniden meydana gelme (art arda aynı sonucun gelmesi ile bir sonrakinde farklı bir sonucun gelmesi gerektiği inancı) ve pozitif yeniden meydana gelme (art arda aynı sonucun gelmesi ile bir sonrakinde de aynı sonucun gelmesi gerektiği inancı) olarak isimlendirilen iki kavram yanılgısına işaret etmektedir (Shaughnessy, 1992; Ficshbein ve Schnarch, 1997).

Bu yanılgıların yaşla veya öğretim ile azalabileceğini gösteren çalışmalar vardır (Batanero, Serrano ve Garfield, 1996; Gürbüz ve diğerleri, 2014; Khazanov, 2005). Khazanov (2005) çalışmasında, kolej profesörlerinin öğrencilerin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarına ilişkin bakış açılarını ve bu kavram yanılgılarını çözümlemek için geliştirdikleri yaklaşımları ve stratejileri araştırmıştır. Mülakat yapılan profesörlerin yarısından fazlası, olasılığı öğretirken vurguladıkları ana kavramlardan birisinin bağımsızlık olduğunu ve bağımsızlığı anlayan öğrencilerin belirsiz olaylar hakkında daha doğru değerlendirmeler yapabildiklerini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin olasılıkla ilgili anlamakta en çok zorlandıkları konulardan birisi de, teorik ve deneysel olasılık sonuçları arasındaki farklılıktır. Öğrenciler genellikle olasılığın kısa vadedeki anlamını düşündüklerinden (küçük sayılar yasası), bir deneyde art arda çok sayıda yazı gelmesi durumunda atış sayısına bakmaksızın çok sayıda tura geleceğine ya da bir madeni para tura geldiğinde, sonraki atışın yazı gelmesi gerektiğine inanırlar. Oysa az sayıdaki denemeye dayandırılan sonuçlar, uzun vadede elde edilen deney sonuçlarından oldukça farklı olabilir. Bu nedenle bir olasılık deneyinde deneme sayısı ne kadar büyükse yapılan tahmin de o kadar iyi olacaktır. Başka bir deyişle, veri grubu ne kadar büyükse örneklem de evreni o kadar iyi temsil edecektir. Bu durum olasılıkta *büyük sayılar kuralı* olarak adlandırılır. Olasılığı anlamada oldukça kritik olmasına rağmen, çoğu öğrenci bu kavramı anlamakta zorlanmaktadır (Van de Walle ve diğ.,

2012, s.462). Bu gibi durumlarda öğrenciler daha çok sezgilerine dayanarak muhakeme yapmaktadırlar. Ancak yapılan çalışmalar bu sezgilerin, öğrencilerin belirsizlik içeren durumlarda yanlış veya eksik değerlendirmeler yapmalarına neden olabileceğini göstermektedir (Kustos, 2010; Quinn, 2004).

Öğrencilerin günlük hayatta edindikleri deneyimlerle geliştirdikleri sezgilerin, okullarda öğretilen olasılık bilgileriyle çeliştiği ve bu sezgilerin olasılık kurallarını anlamayı zorlaştırdığı fikri, öğretmenleri olasılıkla ilgili farklı öğretim yaklaşımlarını kullanmaya yönlendirmektedir. Bazı öğretmenler olasılıksal hesaplamalar için kuralların arkasındaki mantığı öğrenmeyi vurgulayabilirken, diğerleri öğrencilerin şans süreçleri ile ilgili doğru sezgileri elde etmelerinden emin olmakla veya onların olasılıkla ilgili öznel tahminlerini geliştirme ile daha fazla ilgilenebilmektedir (Gal ve Garfield, 1997). Bununla birlikte, yapılan çalışmalar bu yaklaşımlardan herhangi birinin tek başına uygulanmasının, öğrencilerin olasılık kavramlarını anlamaları için yeterli olmayabileceğini göstermektedir. Talawat (2015) yaptığı çalışmada, olasılığa teorik olarak yaklaşan bir öğretimin ve kurallı anlamanın, öğrencilerin olasılık konularını anlamaları üzerinde yetersiz bir gelişim sağladığını tespit etmiştir. Buna göre, öğretim sonrası olasılık bilgilerinde ortalama bir gelişim olmakla birlikte, öğrenciler bazen öğrendikleri bilgiyi problem çözmede kullanmakta ve cevaplarının nedenini açıklamakta zorlanmışlardır. Talawat (2015) bu durumun öğrencilerin kullandıkları öznel yaklaşımın farkında olmamalarından kaynaklandığını belirtmiş ve olasılığı teoriyi zenginleştiren deneysel deneyimleri kullanmaksızın öğretmenin, eksik veya doğru olmayan algılara götürebileceğini göstermiştir.

Van de Walle ve diğerlerine (2012) göre de, bazı öğretmenler özellikle ortaokul düzeyindeki sınıflarda, deneyler tasarlama ve çıktıları gözlemleme şeklindeki deneysel yaklaşımı benimsemektedirler. Çünkü bu yaklaşım;

- Anlamlı ve daha sezgiseldir. Öğrenciler için sonuçlar anlamlı gelmeye başlar ve bazı soyut kuralların bir sonucu olarak görülmez.
- Olasılıkları tahmin etmeyi ve "Acaba sonuçlarım doğru mu?" diye düşünmeyi önler. Sezgisel bir alt yapı olmaksızın sayma veya örnek uzaydaki öğelerin sayısını belirlemeye çalışma oldukça zor olabilir.

- Teorik modeli anlamak için deneysel bir alt yapı sağlar. Öğrenciler iki yazının gelme olasılığının 1/3 yerine ¼ olması gerektiğini anlamaya başlar.
- Öğrencilerin, belli bir çıktının sayısının toplam deneme sayısına oranının sabit bir sayıya yakınsadığını görmelerine yardımcı olur. Sonsuz sayıda deneme yapılması durumunda teorik olasılık ile göreceli sıklık değeri aynı olacaktır.

Bununla birlikte, deneysel yaklaşımın teorik yaklaşımla uygun bir şekilde birleştirilmediğinde öğrencileri kavram yanılgılarına götürebileceğine ilişkin görüşler vardır. Bu görüşü savunan araştırmacılardan Kustos (2010), öğrencilerin sezgisel muhakemesinin uygun olmayan olasılık tahminleri yapmalarına neden olabileceğini, bu nedenle onlara doğru sorular yönelterek sezgisel muhakeme seçeneklerinin duruma bağlı olduğunu ve kesin olmadığını fark ettirmek gerektiğini belirtir. Bu doğrultuda öğretmenlerin öğrencilerle kavram yanılgıları hakkında tartışmalarının faydalı olabileceğini vurgular. Benzer şekilde Quinn (2004) yaptığı çalışmada, katılımcıların olasılıkla ilgili kendi deneyimlerine ve sezgilerine dayanarak yaptıkları yorumların eksik veya yanlış olabileceğini göstermiştir. Buna göre, olasılık öğretiminde yapılan deneysel uygulamaların arkasındaki teorinin yeterince ve uygun bir şekilde tartışılmadığında ve analiz edilmediğinde, konuların güçlü bir şekilde kavranamayacağını ileri sürmüştür.

Görüldüğü gibi, olasılık öğretiminde tek bir yaklaşımdan ziyade farklı yaklaşımların bir arada kullanılması önerilmektedir. Ancak bu yaklaşımların uygun bir şekilde birleştirilmesi, öğrencilerin olasılıkla ilgili kavramları ve fikirleri doğru bir şekilde anlamaları ve uygulamaları açısından önemlidir. Sonuç olarak, istatistik ve olasılık konularının öğretiminde öğretmenlerin geniş bir öğrenme yelpazesi sunmaları, değişik çözüm yollarını göstermeleri ve öğrencilere fikirlerini açıklama ve tartışma fırsatı vermeleri, öğrencilerin konu ile ilgili mantıksal düşünmeyi daha iyi anlamalarına olanak sağlayacaktır. Böylece ezberlemeyen, kavramları nedenleriyle öğrenen, yaratıcı düşünen ve problemlere farklı açılardan çözümler üretebilen öğrenciler yetiştirilebilecektir (Altıparmak ve Öziş, 2005).

2.3. Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde DNR tabanlı öğrenme, anlama ve düşünme yolları, ispat, olasılık ve istatistik konuları ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2.3.1. DNR Tabanlı Öğretim İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Literatürde DNR tabanlı öğretim ile ilgili yapılan sınırlı sayıda çalışma yer almaktadır ve bu çalışmaların tamamı lise veya üniversite öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir (Harel ve Sowder, 1998; Lim, 2006; Lim, 2007; Maskiewicz, 2006; Odabaşı-Çimer ve Ursavaş, 2012; Şengül ve Güner, 2013). Aşağıda bu çalışmaların ayrıntılarına yer verilmiştir.

Harel ve Sowder (1998) yaptıkları çalışmada, yüksekokul öğrencilerinin ispatı anlama, üretme ve değerini anlama konusundaki gelişimlerini incelemişlerdir. Buna göre öğrencilerin sahip oldukları ispat şemaları, ispatla ilgili görüşleri, ispat kavramını şekillendirmelerinde ne tür deneyimlerin etkili olduğu ve ispatın değerini anlayabilecekleri bir öğretimin nasıl olması gerektiği araştırılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu toplam 128 matematik bölümü öğrencisi oluşturmuştur. Çalışma verileri; sınıf gözlemleri, alan notları, klinik mülakatlar, grup ödevleri, bireysel ödevler ve yazılı testler ve video kayıtları aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin kullandıkları ispat şemaları otoriter, deneysel ve analitik olmak üzere 3 temel kategoride sınıflandırılmıştır. Sonuç olarak, matematik bölümü öğrencilerinin özellikle otoriter ve deneysel ispat şemalarını yaygın olarak kullandıkları ve deneysel ispatı tercih eden öğrencilerin genel olarak matematiksel bir ispata nasıl başlayacaklarını bilmedikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin yazdıkları ispatların fikir olarak doğru olsa da, ifade edilme biçimi bakımından genel olarak yetersiz olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte, yapılan öğretim ile öğrencilerin ispat yazma becerilerinin geliştiği, verilen ifadeleri doğrulamak için gerçek bir ihtiyaç hissettikleri ve bu süreçte otoriter ispat şeması ile deneysel ispat şemasından uzaklaşarak çıkarımlara dayanan doğrulama metodunu kullanmaya başladıkları gözlenmiştir.

Lim (2006) yaptığı çalışmada, DNR teorisi çerçevesinde öğrencilerin eşitsizlik ve denklem ile ilgili anlama yollarını, tahmin etme ve öngörme zihinsel eylemleri ile ilgili düşünme yollarını ve anlama yolları ile düşünme yolları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma verileri, 14 on birinci sınıf öğrencisi ile yapılan klinik mülakatlardan elde edilmiştir. Mülakatlarda öğrencilere 3 tane rutin olmayan cebir problemi yöneltilmiştir ve her bir öğrenci ile 60 dakika görüşülmüştür. Bütün görüşmeler videoya kaydedilmiş ve sözel metne çevrildikten sonra nitel olarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin tahmin ve öngörme zihinsel eylemleri ile ilgili dürtüsel, içselleştirilmiş, analitik ve çağrışıma dayalı olmak üzere 4 çeşit düşünme yoluna sahip oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin eşitsizlik ve denklem ile ilgili anlama yollarının, sahip oldukları düşünme yolları ile uyumlu olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre, çok yönlü anlama yollarına sahip öğrencilerin istenen düşünme yollarını sahip oldukları ya da tam tersi daha az istenen düşünme yollarını sergileyen öğrencilerin, çok yönlü anlama yollarına sahip olmadıkları tespit edilmiştir.

Lim (2007) yukarıda bahsedilen araştırmanın devamı niteliğindeki çalışmasında, DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak tasarlanan öğretimin, bir 11. sınıf öğrencisinin eşitsizlik ve denklem ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini incelemiştir. Araştırma verileri, öğrenci ile yapılan ön ve son mülakatlardan elde edilmiştir. Ayrıca araştırma sürecinde bütün görüşmeler ve problem çözme bölümleri videoya çekilmiş ve sözel metne dönüştürülerek analiz edilmiştir. Sonuç olarak, ön görüşmede sembolleri kullanma alt bağlamında işlem yaparak, yöntem yönelimli olma eğilimi gösteren ve bu doğrultuda dürtüsel ve çağrışıma dayalı düşünme yollarını kullanan öğrenci, son görüşmede sembollerle muhakeme yapma alt bağlamında işlem yaparak, hedef yönelimli olma eğilimi göstermiş ve bu doğrultuda analitik düşünme yolunu kullanmıştır. Buna göre, DNR tabanlı öğretime uygun olarak yapılan müdahalenin öğrencinin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmesinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Maskiewicz (2006) yaptığı doktora tez çalışmasında, DNR tabanlı öğretimin etkileşim, gereklilik ve sorgulama prensiplerinin biyoloji öğretimi ve öğrenimine nasıl uygulanabileceğini araştırmıştır. Araştırma birinci sınıfta okuyan 16 kolej öğrencisinin katıldığı bir öğretim deneyi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri, yarı yapılandırılmış

klinik mülakatlar ve uygulama sürecinde tutulan video kayıtlarından elde edilmiştir. Veri analizinde döngüsel, yorumlayıcı analiz ve sürekli karşılaştırma yöntemleri kullanılmış ve her bir öğrencinin ekoloji bilgisinin gelişimine ilişkin geçerli bir model oluşturulmuştur. Elde edilen bulgular, DNR ilkelerinin ekoloji öğretimine uygulanabileceğini göstermiştir. Etkileşim ilkesi doğrultusunda yapılan analizler, öğrencilerin ekolojideki düşünme yollarının anlama yollarını etkilediğini ve anlama yollarındaki gelişimin düşünme yollarında değişikliklere neden olduğunu ortaya çıkarmıştır. Buna göre, öğrencilerin birçok istenen anlama yolunu geliştirirken, biyolojide istenen bir düşünme yolu olan modele dayalı muhakeme ile bağlantılı birçok özelliği de geliştirdikleri tespit edilmiştir.

Odabaşı-Çimer ve Ursavaş (2012) yaptıkları çalışmada, biyoloji öğretmen adaylarının sindirim sistemi ile ilgili anlama yollarını, problem çözme yaklaşımlarını ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları ispat şemalarını DNR tabanlı öğretim çerçevesinde incelemişlerdir. Araştırma verileri, 10 öğretmen adayıyla yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının sindirim sistemi ile ilgili "*yetersiz", "belirli bir bilgi seviyesinde ancak eksik"* ve "*geçersiz"* olmak üzere 3 kategoride sınıflandırılabilecek farklı anlama seviyelerine sahip oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca sahip oldukları bu anlama yollarının, problem çözme yaklaşımlarına yansıyan düşünme yolları ile uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaptıkları açıklamaların plansız olduğu ve basit doğrusal ilişkilere dayandığı, iddialarını geçerli kılmak için ise daha çok dışsal ve deneysel şemaları kullandıkları tespit edilmiştir.

Şengül ve Güner (2013) yaptıkları çalışmada, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören birinci ve son sınıf öğretmen adaylarının problem çözerken kullandıkları ispat şemalarını DNR tabanlı öğretim çerçevesinde incelemiş ve öğretmen adaylarının kullandıkları ispat şemaları arasında sınıf seviyesine göre anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmışlardır. Tarama modelinin kullanıldığı araştırma, toplam 135 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilere genel matematik dersine yönelik, sınıf seviyelerine uygun 5 problem sorulmuş ve bu sorulara verdikleri yanıtlar, Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şeması modeline göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmıştır.

Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının ispat şemalarının her çeşidini (dışsal, deneysel ve analitik) kullandıkları tespit edilirken; iki sınıf seviyesi arasında deneysel ve analitik ispat şemalarının kullanımı açısından anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre, birinci sınıf öğretmen adayları en çok deneysel ispat şemasını kullanırken, son sınıf öğretmen adayları daha çok analitik şemayı kullanmışlardır.

2.3.2. Öğrencilerin Matematikle İlgili Anlama ve Düşünme Yollarına İlişkin Yapılan Çalışmalar

Yukarıda bahsedilen çalışmaların dışında, literatürde çeşitli öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin anlama yollarına veya düşünme yollarına etkisini araştıran çalışmalar yer almaktadır (Altun ve Arslan, 2006; Colton, 2007; Hunter, 2007; Kandemir ve Özenç, 2014; Kılıç ve Alkan, 2014; Lavy, 2004; Philippeaux-Pierre, 2009; Rich, 2011; Yackel, 2001). Bu çalışmalarda kullanılan öğretim yaklaşımlarının bazı yönleri, DNR tabanlı öğretimin ilkeleri ile örtüştüğünden, bu çalışmalara yer verilmesi uygun görülmüştür.

Altun ve Arslan (2006) yaptıkları çalışmada, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine rutin olmayan matematiksel problemlerin gerektirdiği bilişsel stratejileri kazandırmak amacıyla deneysel bir çalışma planlamışlar ve öğrencilerin problem çözme stratejilerinden hangilerini öğrenebildiklerini ve bunları hangi düzeyde kullanabildiklerini araştırmışlardır. Araştırma her iki sınıf düzeyinde başarı düzeyi yüksek, orta ve düşük olan öğrencilerden seçilen 5'er kişi (toplam 15 yedinci sınıf ve 13 sekizinci sınıf öğrencisi) ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri, öğrencilere uygulanan 10 soruluk bir problem çözme testi, bu teste paralel bir son test ve sınıf gözlemlerinden elde edilmiştir. Elde edilen veriler istatistiksel olarak analiz edilmiştir. Veri analizi sonucunda, grup çalışmaları ve sınıf tartışmalarının yapıldığı öğrenme ortamının, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan matematik problemlerini çözme stratejilerini öğrenmelerinde genel olarak etkili olduğu tespit edilmiştir.

Colton (2010) yaptığı çalışmada, matematiksel düşünmeye ve doğrulamaya odaklanan derslerin, 7. sınıf öğrencilerinin zor matematiksel görevlere karşı tutumu, kavramsal öğrenme ve problem çözme performansları üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Çalışma 3 ayrı sınıftan toplam 75 yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri öğrenci görüşmeleri, araştırmacının kişisel günlüğü, öğrenci projeleri, tutum anketi,

ödev soruları, Orantısal Muhakeme Testi (ön ve son test olarak) ve merkezi bir sınav olan CRT (Criterion Referenced Test) ile toplanmıştır. Testlerden elde edilen veriler istatistiksel olarak analiz edilirken; diğer veri toplama araçlarından elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak, matematiksel düşünmeye ve doğrulamaya odaklanan derslerin, 7. sınıf öğrencilerinin kavramsal öğrenme ve problem çözme performanslarını geliştirdiği tespit edilirken; zor matematiksel görevlere karşı olan tutumlarında anlamlı bir farklılık oluşturmadığı ortaya çıkmıştır.

Hunter (2007) yaptığı çalışmada, öğrencilerin matematiksel tartışmaya katıldıkları bir sınıf ortamında kullandıkları etkileşimli stratejileri araştırmıştır. Araştırma özel durum çalışması olarak tasarlanmış ve Yeni Zelanda'da bir ilkokulda yürütülmüştür. Araştırma verileri, öğretmenle yapılan mülakatlar, alan notları, haftada iki kez alınan ders gözlem kayıtları, ders sürecinde ve sonrasında yapılan tartışmaların günlük notları, öğretmenin kaydedilen yansıtıcı ifadeleri ve video kayıtları ile toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde, veri ve teori arasındaki etkileşimi sağlayan karşılaştırmalı bir yöntem kullanılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin problem çözme sürecinde cevaplarını doğrulamaları için çeşitli yollar geliştirmeleri yönünde teşvik edildikleri tartışma ortamlarında, muhakemelerini doğrulama ve diğerlerini ikna etme becerilerinin geliştiği tespit edilmiştir.

Kandemir ve Özenç (2014) yaptıkları çalışmada, ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin sayı ve şekil örüntüleri, doğal sayılarla bölme ve grafik yorumlama konularındaki yeterlik düzeylerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Durum çalışması olarak tasarlanan araştırma, 10'u kız ve 11'i erkek olmak üzere toplam 21 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri literatürden uyarlanan bir problem çözme testi (Stoyanova ve Ellerton, 1996; Van Den Heuvel-Panhuisen, 1998), öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar ve araştırmacı gözlemlerine ilişkin yansıtıcı notlar aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler, üç tür kaynaktan yararlanarak bütüncül bir bakış açısıyla analiz edilmiştir. Araştırmacı notları ve klinik mülakatlar elektronik ortama aktarılırken, öğrencilerin çalışma kâğıtları da doküman analizine tabi tutulmuştur. Sonuç olarak, açık uçlu gerçek yaşam problemlerinin kullanıldığı öğretim durumlarının tartışma ortamı yarattığı, öğrencilerin işbirlikli öğrenmeyi gerçekleştirerek birbirlerinin yanlışlarını bulmalarını sağladığı ve böylece öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştiği tespit edilmiştir.

Kılıç ve Alkan (2014) yaptıkları çalışmada, rutin olmayan problem çözme becerilerini arttırmaya yönelik tasarlanan öğrenme ortamının, 9. sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarına etkisini araştırmışlardır. Araştırmada ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel model kullanılmıştır. Araştırma verileri, rutin olmayan problemlerden oluşan bir test ile toplanmıştır. Elde edilen bulgular, uygulama yapılan deney grubu öğrencilerinin problem çözme performanslarının, normal öğrenme sürecinin devam ettiği kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla arttığını göstermiştir. Buna göre, rutin olmayan problem çözme becerilerini arttırmaya yönelik tasarlanan öğrenme ortamının, 9. sınıf öğrencilerinin problem çözme performansları üzerinde olumlu bir etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Lavy (2004) yaptığı çalışmada, bilgisayar destekli öğrenme ortamında iki 7. sınıf öğrencisi tarafından ortaya çıkarılan argüman çeşitlerini sınıflandırmayı ve bu argümanların öğelerinin belirli öğrenme ortamlarıyla nasıl ilişkili olduğunu göstermeyi amaçlamıştır. Araştırma verileri, öğrencilerin aralarında geçen diyaloglara ilişkin video kayıtları ve çalışma kağıtları ile toplanmıştır. Veri analizinde tümevarımsal ve etkileşimli analiz yöntemleri kullanılmış ve öğrencilerin oluşturduğu argümanlar Toulmin'in (1969) terminolojisine göre analiz edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin birbirleriyle ve çevreleriyle olan etkileşimlerinin, onların tartışma yeteneğini geliştirdiği ve somut örneklere dayanan muhakemelerinin, sayıların özellikleri ile ilgili matematiksel düşüncelere doğru geliştiği tespit edilmiştir.

Yackel (2001) yaptığı çalışmada, matematiksel muhakemeye ve anlamaya odaklanan derslerde açıklama, doğrulama ve argümantasyonun çeşitli işlevlerini analiz etmek amacıyla, sınıfta sosyal ve sosyomatematiksel normları oluşturan yapıları araştırmıştır. Araştırma bir dönem boyunca diferansiyel denklemler öğretiminin yapıldığı 3 ayrı sınıfta öğrenim gören üniversite öğrencileri ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, her öğretim deneyine ilişkin tutulan video kayıtları ve öğrencilerle yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinde Toulmin (1969) tarafından geliştirilen ve Krummheuer (1995) tarafından detaylandırılan argümantasyon şeması, sınıfta öğrenmenin nasıl geliştiğini göstermek için metadolojik bir araç olarak kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, öğretim deneylerinde yapılan sınıf tartışmalarının öğrencilerin düşüncelerini açıklama, soru sorma, çözümlerini veya iddialarını doğrulama becerilerini

geliştirdiğini göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin sınıf tartışmalarına anlamlı bir şekilde katılmaları, konu ile ilgili önemli fikirlerin ortaya çıkmasını ve öğrencilerin konuyu kavramsal olarak öğrenmelerini sağlamıştır.

Philippeaux-Pierre (2009) yaptığı doktora tez çalışmasında, sorgulamaya dayalı bir matematik sınıfında öğrencilerin öğrenme deneyimlerini ve matematiği anlamalarını incelemiştir. Araştırmada etnolojik metodoloji kullanılmıştır. Çalışma verileri, sınıf gözlemleri, hedef grup mülakatları ve bireysel mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Bireysel mülakatlar 12. sınıf öğrencileri ve onların öğretmeni ile yürütülmüştür. Yapılan bütün mülakatlar videoya kaydedilmiş ve nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin matematik deneyimlerinin ana odağının sorgulama olmadığını ve onların daha çok geleneksel bir matematik programını deneyimlediklerini ortaya çıkarmıştır. Ayrıca böyle bir çevrede öğrencilerin matematiğin çok dar bir bakış açısına sahip oldukları ve matematiksel anlayışlarının ilişkisiz fikirlere ve gerçeklere dayandığı tespit edilmiştir.

Rich (2011) yaptığı doktora tez çalışmasında, bir ortaokul matematik öğretmeni tarafından öğrencilerde kavramsal anlamayı geliştirmek amacıyla hazırlanan reforma dayalı matematik sınıfı çevresinin, öğrencilerin konuştuğu matematiksel dilin niceliğini ve niteliğini nasıl etkilediğini araştırmıştır. Çalışma 13 sekizinci sınıf öğrencisi ve onların matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, öğretmen ile yapılan 3 yarı yapılandırılmış mülakat ve 52'şer dakikadan oluşan 14 ders anlatımına ilişkin video kayıtları ile toplanmıştır. Elde edilen veriler, reforma dayalı matematik sınıfında öğrencilerin içerik bilgilerinin arttığını, veriye ilişkin grafiksel temsilleri oluşturmada yöntemsel beceriler geliştirdiklerini ve aynı zamanda grafiklerin ne gösterdiğine ilişkin kavramsal bir anlama geliştirdiklerini göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin tipik sınıflarda olduğundan yaklaşık 2 kat daha fazla konuştukları ve matematiksel dili kullanma yoğunluklarında istatistiksel olarak anlamlı bir artış olduğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak, öğrenciler fikirlerini ifade etmek için matematiksel dili daha fazla kullanarak daha eksiksiz ve karmaşık bir muhakeme sergilemeye ve yanlış anlamalarını kendi kendilerine düzeltmeye başlamışlardır.

2.3.3. İspat ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları ispat şemaları incelendiğinden; literatürde ispatla ilgili yapılan çalışmalar, ortaokul düzeyinde gerçekleştirilenler ve daha üst düzeyde (lise, üniversite veya öğretmen adayları ile) gerçekleştirilenler olmak üzere iki ayrı grupta incelenmiştir.

2.3.3.1. İspat İle İlgili Ortaokul Düzeyinde Yapılan Çalışmalar

Ortaokul düzeyinde ispat ile ilgili yapılan çalışmalar 3 grupta incelenebilir. Buna göre birinci grupta yer alan çalışmalar, öğrencilerin ispat şemalarını, doğrulama becerilerini veya ispatla ilgili görüş ve tutumlarını incelemektedir (Bahtiyari, 2010; Çalışkan, 2012; Heinze, 2004; İskenderoğlu, 2003). İkinci grupta yer alan çalışmalar, çeşitli öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin ispat şemalarına veya doğrulama becerilerine etkisini araştırmaktadır (Aylar, 2014; Demir, 2011; Reiss ve diğ., 2008). Üçüncü grupta yer alan araştırmalar ise, öğrencilerde muhakeme becerilerinin ve ispatlama düşüncesinin gelişimini incelemektedir (Arslan, 2007; Becker ve Rivera, 2006; Küchemann ve Hoyles, 2000; Monoyiou, Xistouri ve Philippou, 2006; Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Aşağıda bu çalışmaların detaylarına yer verilmiştir.

Birinci grupta yer alan araştırmacılardan Bahtiyari (2010) yaptığı çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatlara karşı tutumlarını, ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkında olup olmadıklarını, karşılaştıkları ispatları veya muhakemeleri anlamada yaşadıkları zorlukları ve ispat öğrenirken kullandıkları teknikleri yeterli görüp görmediklerini araştırmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 5 farklı okulda öğrenim gören toplam 340 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen 42 maddelik bir anket ile toplanmıştır. Sonuçta, 8. sınıf öğrencilerinin genel olarak ispatın anlamından, gerekliliğinden, matematiksel gelişimleri açısından öneminden emin olmadıkları ve muhakeme açısından yeterli deneyimlere sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır.

Çalışkan (2012) çalışmasında, ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ile ispat yapma seviyeleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın çalışma grubunu, bir ilköğretim okulunda öğrenim gören toplam 110 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma iki yönlü olarak yürütülmüştür. Araştırmanın ilk aşamasında

ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki etkinlikler, Balacheff'in ispat seviyelerine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasında, çalışma kapsamına alınan öğrencilere iki ispat sorusu sorulmuştur ve öğrenci cevaplarından elde edilen veriler, Balacheff'in ispat seviyelerine göre analiz edilmiştir. Sonuç olarak, matematik ders kitaplarında yer alan etkinliklerin ispat düzeylerinin, öğrencilerin ispat düzeylerinin altında kaldığı tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematik başarıları ile ispat yapabilme seviyeleri arasında pozitif yönde bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Heinze (2004) yaptığı çalışmada, Almanya'da ortaokul düzeyinde yapılan ispat öğretimini incelemiştir. Veri toplama aracı olarak, 8. sınıf öğrencileri ile yapılmış 20 tane matematik dersinin video kayıtları kullanılmıştır. Bu kayıtlar 4 farklı okuldan ve 8 farklı sınıftan elde edilmiştir. Veri analizinde Boero'nun (1999) matematiksel ispat süreci modeli kullanılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin ispat yeterliliğinin ortaokul düzeyinde olması gerekenden daha düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Video kayıtları, öğrencilerin ispat konusunda yaşadıkları zorlukların önemli ölçüde ispatın öğretilme şeklinden kaynaklandığını göstermiştir. İspat öğretimindeki sorunların ise ispat süreci ile ilgili konulara yeterli düzeyde yer verilmemesinden kaynaklandığı keşfedilmiştir. Buna göre, öğretmenlerin ispat için yeteri kadar zaman ayırdıkları bazı derslerde, bütün ispat aşamalarının *çok iyi* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir.

İskenderoğlu (2003) çalışmasında 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile 9. sınıf öğrencilerinin problemlere yönelik yanıtlarını nasıl doğruladıklarını araştırmıştır. Çalışma her sınıf seviyesinden 4'er öğrenci (2 kız, 2 erkek) seçilerek toplam 20 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, araştırmacı tarafından hazırlanan 5 problem ve öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Elde edilen veriler, Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şemaları modeline göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, her sınıf seviyesinde öğrenciler genel olarak dışsal ve deneysel şemaları analitik şemaya göre daha fazla kullanmışlardır. Sınıf seviyesi arttıkça kullanılan şemaların dışsaldan deneysele ve daha sonra da analitiğe doğru yönelmeye başladığı tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin her zaman aynı şemayı kullanmadıkları, kullanılan şemaların problemin ifadesine veya içerdiği konuya göre değiştiği tespit edilmiştir.

İkinci grupta yer alan araştırmacılardan Aylar (2014) yaptığı çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretimin uygulanması sonrasında, öğrencilerin ispat becerilerinin nasıl değiştiğini incelemiştir. Çalışma, eylem araştırması olarak kurgulanmış ve betimsel analiz kullanılmıştır. Çalışma grubunu iki ortaokuldaki birer sınıfta öğrenim gören toplam 48 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırma verileri, Hazır Bulunuşluk Testi, İspat Testi ve 16 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Sonuç olarak, 7. sınıf öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinde bir gelişim gözlenmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin karşı örnek verme yöntemi ile ispatlanan önermelerde başarılı olurken, durum yolu ile ispat yönteminin kullanılacağı önermelerde belirgin bir şekilde başarısız oldukları tespit edilmiştir.

Demir (2011) yaptığı çalışmada, dinamik geometri yazılımının (DGY) kullanımı ile keşfederek öğrenmenin öğrencilerin ispat becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Kontrol gruplu deneme modeli olarak tasarlanan araştırmanın deney grubunu, bir ilköğretim okulundaki 10 sekizinci sınıf öğrencisi, kontrol grubunu ise başka bir ilköğretim okulundaki 13 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak, Cabri'nin sahip olduğu ara yüzlere paralel olarak hazırlanmış bilgisayar destekli öğretim materyalleri, çalışma yaprakları ve 10 tane açık uçlu sorudan oluşan bir başarı testi kullanılmıştır. Ön test-son test sonuçlarından elde edilen veriler nicel olarak, ortaya çıkan öğrenme ürünleri ile matematiksel ispatın aşamaları aralarındaki ilişki ise nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, son test puanlarına göre iki grup arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğunu ortaya çıkarmıştır. Buna göre, dinamik geometri yazılımı ile yapılan öğretimin normal öğretim sürecine göre öğrencilerin matematiksel ispat becerilerinin gelişiminde daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Reiss ve diğ. (2008) yaptıkları çalışmada, matematik derslerinde keşfetmeye yönlendiren problemlerin kullanımının, öğrencilerin muhakeme ve ispat yapma becerileri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Araştırmada deneysel desen kullanılmıştır. Çalışma 243 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, geometride muhakeme ve ispat üzerine hazırlanmış bir test aracılığıyla toplanmış ve elde edilen veriler istatistiksel olarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencileri keşfetmeye yönlendiren problemlerin kullanıldığı öğrenme ortamının,

öğrencilerin muhakeme ve ispat yapma becerilerini geliştirmede normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, matematik derslerinde kullanılan problemlerin özelliklerinin, öğrencilerin ispatı öğrenmelerinde etkili olduğu sonucuna ulaşılırken; keşfetmeye yönlendiren problemlerin kullanıldığı öğrenme ortamlarının, özellikle düşük ve orta seviyeli öğrencilerin sürece aktif olarak katılmalarında ve ispat yapma becerilerinin gelişmesinde etkili olduğu tespit edilmiştir.

Üçüncü grupta yer alan araştırmacılardan Arslan (2007) çalışmasında, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimini incelemiştir. Çalışma Bursa İlindeki yedi tane ilköğretim okulunda öğrenim gören 235 6. sınıf, 223 7. sınıf ve 221 8. sınıf olmak üzere toplam 679 öğrenci ile yürütülmüştür. Tarama modelinde düzenlenen çalışmanın nicel verileri, 5 sorudan oluşan bir test aracılığıyla, nitel veriler ise öğrencilerle yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen bulgular, bütün sınıf düzeylerinde öğrencilerin muhakeme etme düzeylerinin düşük olduğunu ve kendilerinden beklenen stratejileri yeterli düzeyde kullanamadıklarını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca 8. sınıf öğrencileri ile 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ispatı tercih etme düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin tercih ettikleri ispat türünün sınıf seviyesi ile birlikte görsel ve örnekle doğrulamadan, cebirsel ispata doğru belli bir oranda değiştiği ortaya çıkmıştır.

Becker ve Rivera (2006) yaptıkları çalışmada, iki 6. sınıf öğrencisinin doğrusal bir ilişkiyi genelleştirme ve doğrulama performanslarını incelemişlerdir. Öğrencilere bir örüntü problemi verilmiş ve çalışma verileri öğrencilerle yapılan ön ve son görüşmeler aracılığıyla elde edilmiştir. Görüşme kayıtları sözel metne çevrilerek analiz edilmiş ve öğrencilerin kullandıkları stratejilerdeki ilişkileri keşfetmek amacıyla birçok tartışma ve karşılaştırma yapılmıştır. Elde edilen bulgular, yapılan öğretim sonrasında iki öğrencinin de temelde değişmez bir özelliğe sahip olan biçimsel ipuçlarını görebildiklerini ve bu ipuçlarını kullanarak problemdeki örüntünün kuralını doğrulayabildiklerini göstermiştir. Sonuç olarak, iki öğrencinin de lineer cebirsel ilişkileri genelleme yeterliliği gösterdikleri ve değişkenler ile çoklu temsilleri kullanabildikleri tespit edilmiştir.

Küchemann ve Hoyles (2000) yaptıkları çalışmada, 14 yaşındaki öğrencilerin matematiksel muhakemelerini incelemişlerdir. Çalışma üç farklı okuldan toplam 114 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, "Temel Matematik Testi", açık uçlu bir cebir problemi ve birisi açık uçlu diğeri çoktan seçmeli olan iki geometri problemi kullanılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin cebir problemine verdikleri yanıtların genel matematik düzeyleri ile ilişkili olduğu ve aynı zamanda ders kitapları ve öğretimden de etkilendiği tespit edilmiştir. Geometri problemine verilen yanıtların ise, hem öğretmen faktöründen hem de cebir problemine göre öğrencilerin genel matematik düzeylerinden daha çok etkilendiği ortaya çıkmıştır. Son olarak, öğrencilerin yanıtlarını etkileyen bir diğer faktörün cinsiyet olduğu tespit edilmiştir.

Monoyiou, Xistouri ve Philippou (2006) yaptıkları çalışmada, 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki muhakeme becerilerini ve öğrencilerin iddialarının öğretmenler tarafından nasıl değerlendirildiğini incelemişlerdir. Çalışma 6 farklı okuldan 236 ilkokul öğrencisi ile yürütülmüştür. Veriler, öğrencilere sunulan 3 problem ve öğrencilerin cevaplarını değerlendiren 16 öğretmen ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin önemli bir bölümünün matematiksel bir doğrulama yapamadığı, geriye kalanların yaptıkları ispatların ise sayısal örneklere dayandığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin değerlendirmelerinin birbirinden farklı öznel ölçütlere dayandığı ortaya çıkmıştır. Örneğin öğretmenlerden bazıları "ifadeyi tekrar etme" kategorisinde yer alan bir cevabı, iyi bir yanıt olarak değerlendirerek yüksek puan verirken, bazıları sadece verilen ifadeyi tekrar ettiği gerekçesiyle düşük puan verebilmiştir. Öğretmenlerin çoğunun sayısal örneklere dayanan ispatlara yüksek puan verdikleri ve bu yanıtları matematiksel doğrulamalarla eşdeğer gördükleri tespit edilmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) yaptıkları çalışmada, sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemişlerdir. Tarama modelinin kullanıldığı araştırma 262 öğrenci ile yürütülmüştür. Verilerin toplanmasında on tane açık uçlu problem kullanılmıştır. Elde edilen veriler nicel ve nitel analiz teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Nicel analizde 0-4 arasında değişen derecelendirilmiş puanlama anahtarı kullanılırken, nitel analizde Cai (2003) tarafından öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi için geliştirilen

kategorilerden yararlanılmıştır. Elde edilen bulgular, problem çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Buna göre, öğrencilerin verilenlerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürüttükleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edemedikleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yapamadıkları tespit edilmiştir.

2.3.3.2. İspat İle İlgili Lise ve Üniversite Düzeyinde Yapılan Çalışmalar

İspat ile ilgili lise ve üniversite düzeyinde geçekleştirilen çalışmalar 2 grupta incelenmiştir. Buna göre, birinci grupta öğrencilerin ispat şemalarını, doğrulama becerilerini veya ispatla ilgili görüş ve tutumlarını inceleyen çalışmalar yer almaktadır (Bartlo, 2013; Conner, 2007; Çoşkun, 2009; Furinghetti ve Morselli, 2004; Hwang, 2011; İmamoğlu, 2010; Morselli, 2006; Neria ve Amit, 2004; Ören, 2007; Özer ve Arıkan, 2002; Plaxco, 2012; Uğurel ve Moralı, 2010). İkinci grupta ise, çeşitli öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin ispat yapma veya doğrulama becerilerine etkisini araştıran çalışmalara yer verilmiştir (İpek, 2010; Leikin, 2004; Quinn, 1997).

Birinci grupta yer alan araştırmacılardan Bartlo (2013) çalışmasında, ispatın matematik sınıflarına dahil edilmesindeki çeşitli amaçları ve ispatın bir öğrenme uygulaması olarak hizmet edebileceği farklı yolları araştırmıştır. Çalışma 20 ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, öğretmenlerin ders sunumlarına ilişkin video kayıtları ile elde edilmiştir. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, ispatın sınıfta öğrenme fırsatları oluşturduğunu ve öğrencilerin matematiksel fikirlerin bir anlayışını birçok yolla geliştirmelerine yardımcı olabileceğini göstermiştir. Ayrıca, ispatlamanın öğrencilerin argümanlarındaki önemli fikirlerle ilişkili matematiksel içeriği öğrenmeleri için fırsatlar yarattığı tespit edilmiştir.

Conner (2007) yaptığı çalışmada, matematik öğretmeni adaylarının ispat kavramları ile ortaokul matematik sınıflarında argümantasyonu uygulama şekilleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışma 3 ortaokul matematik öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler ve sınıf gözlemleri aracılığıyla toplanmıştır. Katılımcıların argümantasyona katkısı Toulmin'in (1969) tarafından geliştirilen ve Krummheuer (1995) tarafından uyarlanan argümantasyon modeli

kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, üç öğretmen adayının da genel olarak öğrencilerine iddialar, veri ve gerekçeler sunmalarını destekleyen sorular sorarak, sınıflarında argümantasyonu destekledikleri ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının ispatın amacı ve gerekliliğine ilişkin algılarının birbirinden farklı olduğu ve bu algılarının sınıfta gözlemlenen argümantasyona sağladıkları katkı ile uyumlu olduğu tespit edilmiştir.

Çoşkun (2009) çalışmasında, özel durum çalışması yöntemini kullanarak ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma başarıları arasında bir ilişki olup olmadığını araştırmıştır. Çalışma iki Anadolu Lisesi'nde öğrenim gören 79 onuncu sınıf öğrencisi ve bir Fen Lisesinde öğrenim gören 17 dokuzuncu sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 96 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, Baki (2006) tarafından Türkçeye uyarlanan "Van Hiele Geometri Anlama Testi" ve Senk'in (1983) çalışmasından uyarlanan "Geometri İspat Yazma Testi" ile toplanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerinin beklenenden düşük olduğunu ve ispat yazma başarılarının zayıf olduğunu ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğrencilerin Van Hiele seviyeleri ile ispat yazma becerileri arasında pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Furinghetti ve Morselli (2004) yaptıkları çalışmada, bir üniversite öğrencisinin matematiksel bir ifadeyi ispatlama sürecini bilişsel ve duyuşsal faktörler açısından incelemişlerdir. Araştırma sürecinde öğrenciden sayılar teorisi ile ilgili bir ifadeyi ispatlaması ve bu süreçte düşüncelerini yazarak paylaşması istenmiştir. Yapılan görüşmelerden elde edilen veriler, bilişsel açıdan görevi tamamlama ya da tamamlamamayı belirleyen unsurun ispatlama stratejileri uzmanlığı olduğunu ve duyuşsal faktörlerin öğrencilerin izleyeceği bilişsel yolu etkilediğini ortaya çıkarmıştır. Buna göre, öğrencinin ispat stratejilerinin yeterli olmadığı yani ispatlama stratejilerinde uzmanlaşamadığı ve çoğunlukla dışsal ispat şemalarını kullandığı tespit edilmiştir. Ayrıca özgüven eksikliğinin, öğrencinin sergilediği performansı etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

İmamoğlu (2010) çalışmasında, öğretmen adaylarının matematiksel ispat konusundaki tutum ve inançlarını, ispat yaparken kullandıkları yöntem ve akıl yürütme şekillerini,

ayrıca başkaları tarafından yapılan ispatları nasıl değerlendirdiklerini araştırmıştır. Çalışma bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği, ortaöğretim matematik öğretmenliği ve matematik programlarında okuyan 93 birinci sınıf ve 82 son sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak "Tutum ve İnanç Ölçeği (TİÖ)", "İspat Sınavı (İS)" ve "İspat Değerlendirme Sınavı (İDS)" kullanılmıştır. Araştırma sonuçları, birinci sınıf ve son sınıf öğrencilerinin *altyapı*, *tutum*, *öz yeterlik* ve *inanç* puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklar olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bunun yanı sıra birinci sınıfların ispat yaparken daha çok tümevarımsal akıl yürütmeyi kullanmaya eğilimli oldukları, son sınıfların ise çoğunlukla genelleme yapma gereği duyup tümdengelimsel yöntemler kullanmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Son olarak, matematik bölümü öğrencileri ile öğretmen adayı öğrenciler arasında ispat yapma ve değerlendirme konusunda, matematik bölümü öğrencileri lehine anlamlı farklar bulunmuştur.

Ören (2007) yaptığı çalışmada, 10. sınıf öğrencilerinin geometri sorularında kullandıkları ispat şemalarını ve öğrencilerin bilişsel stilleri ve cinsiyetlerine göre ispat şeması kullanımlarındaki farklılıkları araştırmayı amaçlamıştır. Çalışma 4 ortaöğretim okulundan toplam 224 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, "Geometri İspat Testi (GİT)" ve "Gizlenmiş Şekiller Grup Testi (GŞGT)" ile toplanmıştır. Elde edilen veriler Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şemaları çerçevesinde kategorize edilmiştir. Ayrıca betimsel analiz, yinelenmiş ölçütler ile varyans analizi ve çoklu varyans analizi kullanılmıştır. Elde edilen verilere göre, öğrencilerin dışsal ve deneysel ispat şemalarını analitik şemalara göre önemli ölçüde daha fazla kullandıkları ve kız öğrencilerin deneysel ispat şemalarını erkek öğrencilere göre daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca alan bağımlı öğrenciler dışsal şemaları alan bağımsız öğrencilere göre önemli ölçüde daha fazla kullanırken; alan bağımsız öğrenciler analitik şemaları, alan bağımlı öğrencilere göre önemli ölçüde daha fazla kullanmışlardır. Son olarak, ispat şemalarının kullanımında bilişsel stil ile cinsiyet arasında anlamlı bir ilişki olmadığı ortaya çıkmıştır.

Özer ve Arıkan (2002) yaptıkları çalışmada, 10. sınıf öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerini ve ispat düzeylerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Ayrıca öğrencilerin materyal kullanarak ispat yapıp yapamadıkları gözlenmiştir. Çalışma 110 onuncu sınıf

öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, araştırmacılar tarafından hazırlanan 6 açık uçlu problem ve 3 öğrenci ile yapılan görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Görüşmelere ait video kayıtları nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen veriler, öğrencilerin genel olarak bir ifadenin doğruluğunu gösterebilmek için özel sayısal değerler kullandıklarını ve bu doğrultuda Balacheff'in belirlediği ispat seviyelerine göre pragmatik ispat düzeyinde olduklarını göstermiştir. Bazı sorularda ise öğrenciler demonstrasyon düzeyinde sayılabilecek cevaplar vermişlerdir. Sonuç olarak, öğrencilerin ispat yapma becerilerinin yetersiz olduğu, ispat yapma yöntem ve tekniklerini yeterince kullanmadıkları ve materyal kullanarak ispat yapamadıkları ortaya çıkmıştır.

Uğurel ve Moralı (2010) yaptıkları çalışmada, bir ortaöğretim sınıfının matematik dersinde uygulanan ispat yapma etkinliği sürecindeki iletişim durumlarını incelemişlerdir. Çalışma özel bir fen lisesinin on birinci sınıfındaki 11 öğrenci ve onların matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Özel durum çalışması niteliğindeki araştırmada söylem çözümlemesi kullanılanılmıştır. Çalışma verilerini öğrencilerin matematik derslerindeki sınıf içi bireysel ve karşılıklı sözel ve yazılı söylemleri ve araştırmacı gözlemleri oluşturmuştur. Öğrenci söylemlerine ilişkin video kayıtları kodlama sistemi ile analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin sözlü ve yazılı söylemlerinde kabul edilebilir bir ispat yaklaşımı sergileyemediklerini, düşüncelerini matematiksel gösterimler yerine sayısal örnekler kullanarak deneysel olarak aktarmaya çalıştıklarını ve teorem ifadesine yükledikleri anlamlardaki farklılıkların, ispat yapma yaklaşımlarını etkilediğini ortaya çıkarmıştır. Sonuç olarak, öğretmen merkezli bir öğretim anlayışının hakim olduğu sınıfta, öğretmenin ispatları ağırlıklı olarak bilgi aktarımı yoluyla sunması, ispatın inşası esnasındaki bilişsel süreçlere öğrencileri yeterince dâhil etmemesi ve ispat yapmanın anlamı ve adımlarını sınırlı bir şekilde ifade ederek aktarmasının, öğrencilerin ispat yapma süreçlerindeki yetersizlik, yanılgı ve yanlış algılamalara neden olduğu tespit edilmiştir.

Hwang (2011) çalışmasında, ilkokul öğretmen adaylarının öğrenci ve öğretmen rollerinde, matematiksel doğrulama ile ilgilenirken kullandıkları düşünme çeşitlerini ve bilgilerini karşılaştırmıştır. Çalışma 30 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, her bir katılımcı ile göreve dayalı olarak yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar aracılığıyla toplanmış ve nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmen

rolü grubundaki katılımcıların argümanların doğruluğunu değerlendirirken muhakeme veya kavramların kullanılması ile ilgilendiklerini, öğrenci rolü grubundaki katılımcıların ise, daha çok örneklerin kullanımı ile ilgilendiklerini ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğretmen veya öğrenci rolünü üstlenmelerinin, katılımcıların genel ispat şemaları üzerinde herhangi bir etkisi olmadığı tespit edilmiştir. Buna göre, her iki gruptaki katılımcılar genel olarak tümevarımsal argümanları benzer şekilde desteklemiş ve deneysel argümanları geçerli doğrulamalar olarak kabul etmişlerdir. Bununla birlikte, öğretmen rolündeki katılımcılar doğrulamanın açıklama ve iletişim rolleri ile ilgilenirken, öğrenci rolündeki katılımcılar bunlarla ilgilenmemişlerdir.

Morselli (2006) yaptığı çalışmada, "Sayılar Teorisine Giriş" dersinde farklı öğrenim geçmişine sahip üniversite öğrencilerinin kullandıkları varsayım ve ispat örneklerini ve bu örnekler arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışma matematik bölümünün birinci sınıfında okuyan 7 öğrenci, aynı bölümün 3. sınıfında okuyan 11 öğrenci ve ilkokul öğretmenliği formasyonu programının 3. yılında olan 29 öğrenci olmak üzere toplam 47 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ile elde edilmiştir. Sonuçlar ispat oluşturmada sayısal örnekler üzerinde belli bir plan içerisinde yapılan keşiflerin yararlı olabileceğini, benzer şekilde cebirsel formüllerle çözüme yönelik olarak bilinçli bir şekilde yapılan çalışmaların genel örnekler rolünü üstlenebileceğini göstermiştir. Ayrıca matematik bölümü öğrencilerinin genel olarak varsayımları formülleştirerek cebirsel ispatı ortaya çıkardıkları ve bu sembolleştirme sürecinde bazı ipuçlarını elde etmek için zaman zaman sayısal örneklere başvurabildikleri ya da hiç başvurmadıkları ortaya çıkmıştır. Matematikçi olmayan öğrencilerin ise, varsayımlarını örnekler üzerinde kontrol ederek oluşturdukları ispatların, genel bir örnek formunda olduğu ve cebirsel olmadığı tespit edilmiştir.

Neria ve Amit (2004) yaptıkları çalışmada, 9. sınıf öğrencilerinin problem çözme yollarını, çözümlerini doğrulamak için kullandıkları temsil biçimlerini ve bu temsil şekilleri ile başarı düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Araştırma, farklı okullardaki 5 sınıfta öğrenim gören toplam 164 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, öğrencilerin açıklama ve doğrulama yapmalarını gerektiren ve yerel bir matematik testinden alınan rutin olmayan 3 problem ile toplanmıştır. Elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiş ve daha sonra nicelleştirilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin

cevaplarını doğrulamak için çoğunlukla sözel ve sayısal temsil biçimlerini kullandıkları, matematik başarısı yüksek olan az sayıda öğrencinin ise cebirsel temsilleri kullandıkları tespit edilmiştir.

Plaxco (2012) yaptığı çalışmada, üniversite öğrencilerinin ispat şemaları ile matematiksel tanımlarla ilgili kavramları anlama ve kullanmaları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışma matematik bölümünün üçüncü sınıfında öğrenim görmekte olan 3 üniversite öğrencisi ile yürütülmüştür. Veriler, öğrencilerle yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinde, her görüşmeden sonra bütün video ve ses kayıtları öğrencilerin ispat şemalarını ve muhakemelerindeki ana fikirleri belirlemek, olasılıkla ilgili bağımlılık ve bağımsızlık kavramlarını anlama şekillerini modellemek için analiz edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin çoğunlukla analitik şemaları kullanmakla birlikte, dışsal ve deneysel şemaları kullanmaya da eğilimli oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca elde edilen bulgular, öğrencilerin matematiksel fikirlerle ilgili tanımlarının, onların ispat şemalarını sınırlandırabileceğini ya da zenginleştirebileceğini göstermiştir.

İkinci grupta yer alan araştırmacılardan İpek (2010) yaptığı çalışmada, 4. sınıfta öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları (DGY) kullanarak geometrik ve cebirsel ispat gerçekleştirme süreçlerini incelemiştir. Araştırmada durum çalışması modeli kullanılmıştır. Çalışma 39 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veriler gözlem notları, öğretmen adaylarının ispat problemleri hakkında yazmış oldukları raporlar ve 14 öğretmen adayı ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Veriler temalaştırılarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının DGY kullanarak yaptıkları ispat süreçlerinde farklı ispat yöntemlerini kullandıkları ve bunları geometrik ve cebirsel ispatlara görsel olarak yansıtabildikleri ve DGY'nin ispat öğretiminde etkili bir araç olduğu ortaya çıkmıştır.

Leikin (2004) yaptığı çalışmada, araştırmaya dayalı bir öğrenme ortamına uyarlanan matematiksel görevler üzerinde yapılan düzenlemelerin, öğretmen adaylarının problem çözme ve ispat yapma becerilerine etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışma, 36 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Çalışma verileri araştırmacı gözlemleri, alan notları

ve aday öğretmenlerden oluşan çalışma gruplarının matematiksel performanslarına ilişkin video kayıtları aracılığıyla toplanmıştır. Video kayıtlar sözel metne dönüştürüldükten sonra nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, araştırmaya dayalı öğrenme ortamına uyarlanan matematiksel görevlerin, öğrencileri motive ettiği, problem çözme ve ispat yapma sürecinde birçok çözüm stratejisinin ortaya çıkmasını sağladığı tespit edilmiştir.

Quinn (1997) yaptığı çalışmada, sosyal yapılandırmacı bir çevrede ortaokul matematik öğretmeni adaylarının farklı içerik alanlarını öğrenme sürecinde, matematiksel argümantasyonlarının ve anlama becerilerinin nasıl geliştiğini incelemiştir. Ayrıca sosyal etkileşimin bu gelişimi nasıl etkilediği, hangi program ve çevrelerin doğrulama ve muhakemenin öğrenilmesine olanak verdiği araştırılmıştır. Çalışmaya 13 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri, öğrencilerle yapılan mülakatlar, grup ve sınıf tartışmalarına ilişkin ses kayıtları ve öğrencilerin çalışma kağıtları ile toplanmıştır. Veri analizinde Krummheuer (1995) tarafından geliştirilen argümantasyon şeması kullanılmıştır. Sonuç olarak, yapılandırmacı bir sınıf ortamında öğretmen adaylarının argümantasyonlarını ve muhakemelerini önemli ölçüde geliştirdikleri ortaya çıkmıştır. Buna göre, öğretmen adayları sadece dışsal otoriteye veya bir ya da iki örneğe dayanan argümanlardan uzaklaşmış ve daha içerikli, çok yönlü muhakeme yolları sergilemeye başlamışlardır.

2.3.4. İstatistik ve Olasılık ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde istatistik ve olasılık konusu ile ilgili yapılan araştırmalar 3 grupta incelenmiştir. Birinci grupta, çeşitli öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin akademik başarı ve tutumlarına etkisini inceleyen çalışmalar yer almaktadır (Akkaya, 2010; Alp, 2010; Efe, 2011; Ercan, 2008; Ersoy ve Demirtaş, 2013; Gürbüz, 2006; Gürbüz, 2010; Işık ve Özdemir, 2014; Memnun, 2008; Mvududu ve Kanyongo, 2011; Taşdelen ve Laçin, 2014; Yağcı, 2010). İkinci grupta yer alan çalışmalarda, öğrencilerin istatistiksel okuryazarlık becerilerinin belirlenmesi ve geliştirilmesi üzerinde durulmaktadır (Akkaş, 2009; Dawson, 2010; Gürakar, 2010; Güven ve Özmen, 2014; Koparan ve Güven, 2014; Mills ve Holloway, 2012; Yolcu, 2012).

Üçüncü grupta yer alan çalışmalarda ise, öğrencilerin olasılık veya istatistik problemlerini çözme süreçleri, kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri, muhakeme becerileri ve kavram yanılgıları incelenmektedir (Arı, 2010; Bakırcı, 2014; Benko, 2006; Capraro ve diğ., 2005; Çakmak, 2014; Çelik ve Güneş, 2007; Dereli, 2009; Dündar, 2014; Gürbüz ve diğ., 2014; Gürbüz ve Erdem, 2014; Hayat, 2009; Jones ve diğ., 1996; Khazanov, 2005; Kustos, 2010; Memnun ve diğ., 2010; Nilsson, 2009; Quinn, 2004; Ron, Dreyfus ve Hershkowitz , 2006; Sharma, 2005; Şafak ve Akkaya, 2014; Talawat, 2015; Zahner ve Corter, 2010). Aşağıda bu çalışmaların detaylarına yer verilmiştir.

Birinci grupta yer alan araştırmacılardan Akkaya (2010) yaptığı çalışmada, yapılandırmacılık ve gerçekçi matematik eğitimi (GME) yaklaşımlarına göre yapılan öğretimin, 7. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik öğrenme alanlarındaki temel kavramlara yönelik bilgi oluşturma süreçlerine etkisini incelemiştir. Araştırmada örnek olay çalışması kullanılmıştır. Çalışma 10 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, araştırmacı tarafından hazırlanan "Olasılık Bilgi Testleri" ve yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Sonuçta, yapılandırmacı öğretimin bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının oluşturulmasında, GME'nin ise deneysel ve teorik olasılık kavramlarının oluşturulmasında etkili olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca gerçek problemlerin ya da oyun tarzındaki etkinliklerin kullanımının, matematiksel bilginin daha nitelikli olarak oluşturulmasında etkili olduğu ve öğrenci keşiflerinin temele alınmasının öğretimde niteliği arttırabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Alp (2010) çalışmasında, disiplinler arası öğretim yaklaşımı çerçevesinde hazırlanan öğrenme ortamlarının, öğrencilerin olasılık konusundaki akademik başarılarına ve öğrenmenin kalıcılığına etkilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada yarı deneysel desen kullanılmıştır. Araştırma 39 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri Olasılık Ön-Son Testleri, Kalıtım Ön-Son Testleri ve "Olasılık Konusunda Öğrenmenin Kalıcılığını Ölçen Test" ile toplanmıştır. Araştırma verileri, bağımsız t testi ile analiz edilmiştir. Veri analizi sonucunda, deney ve kontrol grupları arasında akademik başarı ve öğrenmeye ilişkin kalıcılıklar açısından deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Efe (2011) çalışmasında, işbirlikli öğrenme yönteminin, *öğrenci takımları başarı bölümleri* ve *küme destekli bireyselleştirme* tekniklerinin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi "İstatistik ve Olasılık" ünitesindeki başarılarına, tutumlarına ve motivasyonlarına etkisini araştırmıştır. Araştırma 65 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri, İstatistik ve Olasılık Başarı Testi (İBT), Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği (MTÖ) ve Motivasyonel Stratejiler Ölçeği (MSÖ) ile toplanmıştır. Veriler betimlemeli istatistik, tek yönlü varyans analizi (ANOVA) ve ortak değişkenli çoklu varyans analizi (MANCOVA) ile değerlendirilmiştir. Sonuçta; matematik dersinde uygulanan işbirlikli öğrenme yöntemlerinden küme destekli bireyselleştirme tekniğinin, öğrenci takımları başarı bölümleri tekniğine ve geleneksel öğretim yöntemine göre başarıyı arttırmada daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca küme destekli bireyselleştirme tekniğinin, geleneksel öğretim yöntemine göre tutum ve motivasyonu arttırmada daha etkili olduğu ortaya çıkmıştır. Deney grupları kendi aralarında karşılaştırıldığında ise iki teknik arasında tutum ve motivasyonu arttırma açısından istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Ercan (2008) çalışmasında, permütasyon ve olasılık konusunda çoklu zeka kuramına dayalı etkinliklerin, öğrencilerin akademik başarıları üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada kontrol gruplu ön test-son test modeli kullanılmıştır. Çalışma 68 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veriler, permütasyon ve olasılık ile ilgili çoktan seçmeli sorulardan oluşan başarı testi ile toplanmıştır. Veri analizinde t testi kullanılmıştır. Sonuç olarak, çoklu zeka kuramına dayalı öğretim etkinliklerinin 8. sınıf öğrencilerinin permütasyon ve olasılık konusundaki akademik başarıları üzerinde geleneksel yönteme göre daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin derse daha iyi motive oldukları, başarılarının ve derse olan ilgilerinin arttığı görülmüştür.

Ersoy ve Demirtaş (2013) yaptıkları çalışmada, gerçekçi matematik eğitimi (GME) yönteminin 7. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili başarıları üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Araştırmada, ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen kullanılmıştır. Araştırma verileri, "İstatistik ve Olasılık Başarı Testi" ile toplanmıştır. Veriler t-testi ile analiz edilmiştir. Sonuçta, deney ve kontrol gruplarının son test

puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Ancak, deney grubunun başarı testinden aldıkları puan ortalamalarının, kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, deney grubunda uygulanan GME yönteminin öğrencilerin başarılarını arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Gürbüz (2006) yaptığı çalışmada, hazırladığı somut öğretim nesneleri, çalışma yaprakları ve kavram haritası ile gerçekleştirilen öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini araştırmıştır. Çalışma 20 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri "Kavramsal Gelişim Testi" ile toplanmıştır. Ön test sonuçları, öğrencilerin yanıtlarında günlük deneyimlerinden edindikleri tecrübelerine ve sezgilerine dayandıklarını gösterirken; son testten elde edilen bulgular ise, öğrencilerin olasılıkla ilgili kavramsal gelişimlerinde olumlu değişimler olduğunu göstermiştir. Sonuç olarak, geliştirilen öğretim materyallerinin olasılık kavramlarının öğretiminde başarıyı yükselten ve kavramsal gelişimi sağlayan bir etkiye sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin sezgisel ve olasılıklı muhakeme etme yeteneklerinin olumlu yönde geliştiği tespit edilmiştir.

Gürbüz (2010) çalışmasında, etkinlik temelli öğretim ile geleneksel öğretimin öğrencilerin belirli olasılık kavramlarındaki kavramsal gelişimine etkisini araştırmıştır. Ön test-son test kontrol gruplu deneysel modelin kullanıldığı araştırma 80 yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, 12 açık uçlu sorudan oluşan Kavramsal Gelişim Testi ile toplanmıştır. Veri analizinde bağımsız t testi ve kovaryans analizi kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, etkinlik temelli öğretimin öğrencilerin olasılık kavramlarının gelişiminde geleneksel yönteme göre daha etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır. Ayrıca etkinlik temelli yaklaşımın en çok, *bir olayın olasılığı* kavramının gelişiminde etkili olurken, en az *örnek uzay* kavramının gelişiminde etkili olduğu tespit edilmiştir.

Işık ve Özdemir (2014) çalışmalarında, çalışma yapraklarıyla yapılan öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin olasılık başarısı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada, ön test-son test eşitlenmemiş kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Araştırma verileri Olasılık Bilgi Testi ile toplanmıştır. Elde edilen bulgulara göre, çalışma yapraklarıyla öğrenim gören deney

grubunun akademik başarısı, genel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubuna göre daha fazla artmıştır. Ayrıca yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre hazırlanan çalışma yapraklarının öğrenme sürecinde öğrencilerin aktif katılımını sağladığı ve başarıyı gözle görülür bir biçimde arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Memnun (2008) çalışmasında, permütasyon ve olasılık konularının aktif öğrenme yöntemi ile öğretilmesinin 8. sınıf öğrencilerinin uygulama düzeyi başarılarına etkisini araştırmıştır. Çalışma, deney ve kontrol gruplu olarak planlanmış ve toplam 197 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, 4 tanesi uygulama düzeyinde olan ve 10 açık uçlu sorudan oluşan bir ünite başarı testi ile toplanmıştır. Araştırmada ünite başarı testinde yer alan sorulardan sadece uygulama düzeyinde hazırlanmış olan 4 soru ile ilgili olarak elde edilen veriler değerlendirilmiştir. Sonuçta, aktif öğrenme yönteminin 8. sınıf öğrencilerinin uygulama düzeyindeki başarılarını anlamlı derecede arttırdığı tespit edilmiştir.

Mvududu ve Kanyongo (2011) yaptıkları çalışmada, gerçek yaşam örneklerinin istatistiksel kavramları açıklamak için nasıl kullanılabileceğini göstermişlerdir. Çalışmada bir istatistik kursunu bitiren öğrencilerin ne bilmesi gerektiğine dayanarak seçilen kavramlar için (değişkenlik, standart sapma, örneklem dağılımı, hipotez test etme, hata aralığı ve güven aralıkları, korelasyon analizleri vb.) gerçek yaşam örnekleri sunulmuştur. Araştırmacıların istatistiği öğretme deneyimleri, istatistik kavramlarını gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirmenin yararlı olduğunu, ayrıca bu stratejinin birçok durumda öğrencilerin istatistik kaygısını azalttığını göstermiştir. Son olarak, istatistiksel kavramları gerçek yaşam örnekleriyle ilişkilendirmenin, öğrencilerin istatistiksel okuryazarlığı ve yeterlilikleri geliştirmeleri için gerekli araçları sağlayacağı belirtilmiştir.

Taşdelen ve Laçin (2014) yaptıkları çalışmada, kavram haritası ve Vee diyagramı ile yapılan olasılık öğretiminin, öğrencilerin matematik dersindeki başarısı ve tutumu üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel desenin kullanıldığı araştırma, toplam 55 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, istatistik ve olasılık başarı testi ve matematik tutum ölçeği ile toplanmıştır. Veri analizinde t testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, deney ve kontrol

gruplarının başarı testi puanları arasında deney grubu lehine, matematik tutum ölçeğinde ise kontrol grubu lehine anlamlı bir farkın olduğunu göstermiştir. Sonuç olarak, istatistik ve olasılık konularının kavram haritası ve Vee diyagramı ile işlenmesinin, öğrenci başarısını olumlu yönde etkilediği tespit edilmiştir.

Yağcı (2010) çalışmasında, somut modellerle öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık başarısına ve olasılığa yönelik tutumlarına etkisini araştırmıştır. Çalışma, 12 sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Nicel ve nitel araştırma desenlerinin bir arada kullanıldığı çalışmada veriler olasılık başarı testi, olasılığa yönelik tutum ölçeği ve 11 öğrenci ile yapılan görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinde Friedman ve Wilcoxon testleri kullanılmıştır. Sonuçta, somut modellerle olasılık dersine katılan 8. sınıf öğrencilerinin olasılık başarısında 3 zaman periyodu arasında (uygulamadan önce, uygulamadan hemen sonra, belirli bir zaman sonra) istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunurken, olasılığa yönelik tutumlarında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Ayrıca, öğrencilerin çoğunun, somut modellerle öğretimin bilişsel süreçleri üzerinde ve olasılık derslerine yönelik tutumları üzerinde olumlu etkileri olduğunu düşündükleri tespit edilmiştir.

İkinci grupta yer alan araştırmacılardan Akkaş (2009) çalışmasında, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin veriyi betimleme, düzenleme, temsil etme, analiz etme ve yorumlama süreçlerindeki istatistiksel düşüncelerini SOLO taksonomisine göre incelemiş ve bu düşüncelerin sınıf düzeyine, cinsiyete ve matematik başarısına göre nasıl değiştiğini araştırmıştır. Çalışma her sınıf seviyesinden 10 öğrenci olmak üzere toplam 30 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, Mooney'in (2002) çalışmasından uyarlanan 7 açık uçlu problem ve öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ile toplanmıştır. Elde edilen veriler, Mooney (2002) tarafından geliştirilen "İstatistiksel Düşünce Çerçevesi"ne göre değerlendirilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin istatistiksel düşünce seviyelerinin SOLO taksonomisindeki bilişsel seviyelerle örtüştüğü tespit edilmiştir. Öğrencilerin veriyi betimleme sürecinde üst seviyelerde yer aldığı, diğer süreçlerde ise çoğunlukla 2. ve 3. seviyelerde yer aldıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca sınıf seviyesi yükseldikçe, öğrencilerin istatistiksel düşünce seviyelerinin yükselmediği ancak üst düzey matematik başarısına sahip öğrencilerin istatistiksel düşüncelerinin de üst

seviyelerde yer aldığı tespit edilmiştir. Son olarak, erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha üst seviyelerde istatistiksel düşünceye sahip oldukları tespit edilmiştir.

Dawson (2010) çalışmasında, öğrencilerin günlük yaşamda karşılaştıkları istatistikle ilgili yaşadıkları zorlukları ve bu zorlukların, istatistiksel okuryazarlığa odaklanan bir istatistik kursunu aldıktan sonra nasıl değiştiğini incelemiştir. Araştırma 144 üniversite öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, öğrencilere verilen 3 medya makalesi ve öğrencilerin yansıtıcı notları aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinde, İstatistik Okuryazarlık Öğeleri Rubriği (Statistics Literacy Components Rubric-SLCR) kullanılmıştır ve veriler istatistiksel olarak analiz edilmiştir. Sonuçta, kurs sonrası öğrencilerin istatistiksel okuryazarlık seviyelerinde, nedensellik dışındaki bütün öğeler için bazı değişiklikler olduğu fakat bunların istatistiksel olarak anlamlı olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmada düşük istatistiksel okuryazarlık seviyeleri gözlemlense de, öğrencilerin istatistiksel olarak okuryazar olduklarına inandıkları ve katıldıkları kursun günlük yaşamdaki istatistiğe bakış açılarını değiştirdiği tespit edilmiştir.

Gürakar (2010) çalışmasında, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel temsil biçimlerini kullanma becerilerini incelemiştir. Çalışma iki farklı okulda öğrenim gören 93 altıncı sınıf, 58 yedinci sınıf ve 41 sekizinci sınıf olmak üzere toplam 192 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan "Yeterlik Testi" kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, her sınıf düzeyindeki öğrencilerin genel olarak tablo ve grafikler alt öğrenme alanında diğer alanlara göre daha üstün beceriye sahip olduklarını göstermiştir. Buna göre, öğrencilerin tablo ve grafikleri okuyabildikleri ancak bilgiye dayalı çıkarımda bulunma ve bilgiyi kullanmada zorluk çektikleri tespit edilmiştir. Benzer şekilde, öğrencilerin merkezi eğilim ve dağılım ölçüleri alt öğrenme alanında kavramlar arasındaki ilişkiyi kavrayamadıkları ve hangi durumda hangi temsil biçiminin kullanılacağını belirleyemedikleri ortaya çıkmıştır.

Güven ve Özmen (2014) yaptıkları çalışmada, ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin grafik okuryazarlığı düzeylerini; oluşturma, okuma, yorumlama, karşılaştırma ve değerlendirme boyutları bakımından incelemişlerdir. Çalışma 2 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, öğrencilerin grafik okuryazarlığını belirlemek amacıyla hazırlanan 10 soruluk bir test ile toplanmıştır. Elde edilen veriler, öğrencilerin genel

olarak sunulan verileri uygun grafik türü ile temsil edebildiklerini, problemin bağlamına dikkat etmediklerinde ise, herhangi bir grafik türünü kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. Değerlendirme boyutunda ise, öğrencilerin grafikleri genellikle görünüşlerine bakarak biçimsel olarak değerlendirdikleri, ayrıca grafiklerin uygunluğuna ilişkin yaptıkları açıklamaların da bu doğrultuda olduğu ortaya çıkmıştır.

Koparan ve Güven (2014) yaptıkları çalışmada, proje tabanlı öğretimin ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin olasılık kavramına yönelik istatistiksel okuryazarlık seviyelerine etkisini araştırmışlardır. Kontrol gruplu ön test-son test deneysel deseninin kullanıldığı çalışma, toplam 70 sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri, araştırmacılar tarafından geliştirilen istatistiksel okuryazarlık testi ile toplanmıştır. Elde edilen ham puanlar Winsteps 3.72 modelleme programı ile lineer puanlara dönüştürülmüş ve bu lineer puanlar ile t-testleri ve ANCOVA analizi yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, proje tabanlı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin olasılık kavramına yönelik istatistiksel okuryazarlık seviyelerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, bu çalışma proje tabanlı öğrenme yaklaşımının öğrencilere sadece grafikler ve hesaplamalar gibi özelliklerden ziyade, problemleri anlamada istatistiksel bir bakış açısı kazandırmak için bir araç olarak kullanılabileceğini göstermiştir.

Mills ve Holloway (2013) yaptıkları çalışmada, istatistik başarısı ile öğrenci, öğretmen/sınıf seviyesindeki faktörler arasındaki ilişkiyi, 8. sınıf seviyesinde TIMSS (2007) veri ve şans içerik alanını kullanarak araştırmışlardır. Araştırma 239 okul ve 7377 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri, 8. sınıf seviyesinde TIMSS (2007) uluslararası veritabanlarından öğrenci başarısı, öğrenci alt yapısı, öğretmen ve okul alt yapısı veri dosyaları kullanılarak toplanmıştır. Veri analizi neticesinde, istatistik başarısı açısından kızlar ve erkekler arasında, erkekler lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin eğitim seviyesi arttıkça, öğrencilerin istatistikte daha iyi performans gösterdikleri tespit edilmiştir. Son olarak, TIMSS öğrencilerinin istatistikle ilişkili kavramları öğrenme düzeylerinin, NCTM (2000)'in veri analizi ve olasılık standardında yer alan beklentilerin çok gerisinde kaldığı tespit edilmiştir.

Yolcu (2012) çalışmasında, 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel okuryazarlıklarını, istatistiğe yönelik tutumlarını ve bunlar arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışma dokuz farklı okulda öğrenim gören toplam 1074 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, Watson'un (1997) üç aşamalı modeli temel alınarak geliştirilen "İstatistiksel Okuryazarlık Testi" ve Bulut (1994) tarafından geliştirilen "Olasılığa Yönelik Tutumlar Ölçeği"nden uyarlanan "İstatistiğe Yönelik Tutumlar Ölçeği" kullanılmıştır. Sonuçlar, öğrencilerin istatistiksel okuryazarlıkta orta düzeyden daha düşük bir performans gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğrencilerin istatistiksel okuryazarlık ortalamalarının konu alanlarına göre değiştiği tespit edilmiştir. Buna göre, öğrenciler en düşük performansı istatistiksel iddiaları değerlendirmeleri gereken üçüncü aşamada gösterirken, en yüksek performansı da istatistiksel bilgileri bir bağlamda yorumlamayı gerektiren ikinci aşamada göstermişlerdir. Birinci aşama özelliği olan istatistiksel terminolojiyi anlamada ise 3. aşamaya göre biraz daha yüksek performans göstermişlerdir. Son olarak, yapılan korelasyon analizi öğrencilerin istatistiksel okuryazarlıkları ile istatistiğe yönelik tutumları arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğunu göstermiştir.

Üçüncü grupta yer alan araştırmacılardan Arı (2010) çalışmasında, ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık kavramlarını öğrenmede ve uygulamada yaşadıkları zorlukları belirlemeyi ve bu zorluklara çözüm önerileri getirmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 450 tane 6.,7. ve 8. sınıf öğrencisi ile 47 ilköğretim matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırma verileri, "Olasılığa Karşı Tutum Ölçeği", "Öğrencilerin Matematik Dersine Bakış, İstatistik ve Olasılık Konusundaki Bilgi Durumu Ölçeği" ve "Matematik Öğretmenlerinin Matematik Dersi, İstatistik ve Olasılık Konusuna İle İlgili Düşüncelerine İlişkin Ölçek" ile toplanmıştır. Elde edilen veriler, istatistiksel bir analiz programı ile nicel olarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin istatistik ve olasılık konusuna karşı tutumlarının orta düzeyde olduğu ve sınıf düzeyine göre anlamlı bir farklılık göstermediği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri, muhakeme etme becerileri ve sahip oldukları kavram yanılgılarının, konuya yönelik tutumları üzerinde anlamlı bir etkisi olduğu tespit edilmiştir.

Bakırcı (2014) çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin olasılık problemlerini çözme süreçlerini ve bu süreçte temel kavramları ne düzeyde kullanıldıklarını incelemiştir. Araştırma özel durum çalışması olarak tasarlanmış ve 30 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri "Olasılık Problem Testi I", "Olasılık Problem Testi II" ve yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Sonuçta, başarı seviyesi yüksek olan grubun uygulanan her iki testte de diğer gruplara göre daha başarılı olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrencilerin genel olarak işlemsel bilgi gerektiren sorularda daha başarılı olurken; açık uçlu problemlerin çözümünde ve olasılık kavramlarını açıklamada yetersiz oldukları tespit edilmiştir.

Benko (2006) yaptığı çalışmada, 6., 7. ve 12. sınıf öğrencilerinde temel olasılık kavramlarıyla ilgili fikirlerin gelişimini, bu fikirleri nasıl sunduklarını ve matematiksel doğrulamayı kullanıp kullanmadıklarını araştırmıştır. Video kayıtlarından elde edilen veriler, öğrencilerin zengin problem çözme ortamlarında temel olasılık kavramlarını anlayabildiklerini, örnek uzayı bulabilmek için çeşitli gösterimleri kullandıklarını ve bütün olası çıktıları bulmada saymanın genel çarpım kuralını kullanmayı keşfettiklerini göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin problem çözme deneyimlerinden elde ettikleri sonuçları genelleyerek daha karmaşık problemlerin üstesinden gelebildikleri ve çözümlerini doğrulayabildikleri tespit edilmiştir.

Capraro ve diğerleri (2005) yaptıkları çalışmada, 6. sınıf öğrencilerinin veriyi temsil etme ve yorumlama konularındaki istatistiksel kavramlarını ve kavram yanılgılarını araştırmışlardır. Çalışma 6 sınıftan toplam 134 altıncı sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veriler, açık uçlu bir problem ve 37 öğrenci ile yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Veriler, geliştirilen bir rubrik ile nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin veriyi grafiksel olarak göstermede, tipikliğin anlamını yorumlamada ve x ekseni üzerinde 0'ı işaretlemede kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermiştir. Ayrıca öğrencilerde, tipik veri hakkındaki bir soru için belirli bir grafik çeşidinin en uygun olacağı şeklindeki düşüncenin yaygın olduğu ve bu düşüncenin yoruma değil, analitik bir yönteme dayandığı tespit edilmiştir. Buna göre, birçok öğrenci ellerindeki görev için kullanımını veya yorumlanabilirliğini çok az düşünerek, aşina oldukları veya en çok beğendikleri grafikleri oluşturmuşlardır.

Çakmak (2014) çalışmasında, ilköğretim 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuları belirlemeyi ve bunların nedenlerini saptamayı amaçlamıştır. Araştırmada nitel ve nicel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma metodolojik yaklaşım kullanılmıştır. Araştırma 148 altıncı sınıf, 150 yedinci sınıf ve 120 sekizinci sınıf olmak üzere toplam 418 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, "İstatistik ve Olasılık Öğrenme Zorluk Anket Formu" ve yarı yapılandırılmış mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen nicel veriler, bir istatistik programı ile analiz edilirken, mülakatlar betimsel olarak analiz edilmiştir. Sonuçta; bütün sınıf seviyelerinde öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili çeşitli konularda zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrencilerin kavramlar arasında ilişki kuramadıkları, ezberleyerek öğrenme sonucu yorum yapamadıkları ve yeteri kadar somut deneyimlere dayanarak öğrenmemeleri sonucunda kavramlara doğru anlamlar yükleyemedikleri için bu konularda zorlandıkları tespit edilmiştir.

Çelik ve Güneş (2007) çalışmalarında, 7., 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili anlama ve kavram yanılgılarının sınıf seviyesine göre değişimini incelemişlerdir. Araştırma farklı sınıf seviyelerinde öğrenim gören toplam 218 öğrenci ile yürütülmüştür. Veriler çoktan seçmeli bir test ile toplanmıştır. Sonuçta, "temsil etme", "negatif ve pozitif yeniden meydana gelme" ile ilgili yanılgıların sınıf seviyesi arttıkça azaldığı; ancak "basit ve bileşik olaylar", "birleşme yanılgısı" ve "örnek kümenin büyüklüğü" ile ilgili yanılgıların ise her sınıf seviyesinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunda var olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin genel olarak verdikleri doğru cevapların nedenlerini açıklamada yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir.

Dereli (2009) çalışmasında, 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili hata ve kavram yanılgılarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırma, yedi tane ilköğretim okulunun 8. sınıflarında öğrenim gören toplam 349 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, 25 açık uçlu sorudan oluşan bir test aracılığıyla toplanmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin kesirlerde sadeleştirme ve çarpma işlemlerinde işlem hataları yaptıkları, olasılık çeşitlerinden deneysel ve teorik olasılığı ayırt etme, bağımlı ve bağımsız olayları açıklama, olasılık hesaplamaları yapma, permütasyon ve kombinasyon konularında kavram yanılgılarına sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu yanılgıların öğrencilerdeki bilgi eksikliğinden kaynaklandığı tespit edilmiştir.

Dündar (2014) çalışmasında, öğrencilerin olasılık tanımından ne anladıklarını, farklı olasılık çeşidi içeren durumları ayırt edip edemediklerini, hangi durumlarda hangi olasılık çeşidini kullandıklarını ve deneme sayısının artışı ile teorik ve deneysel olasılık arasında bağ kurup kuramadıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Çalışma bir devlet okulundaki 25 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Nitel araştırma yöntemlerinden eylem (aksiyon) araştırmasının kullanıldığı çalışmada veriler, öğrencilere yöneltilen açık uçlu sorular ile toplanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin olasılık bildiren cümleler kurarken genel olarak sadece bir olasılık çeşidini kullanma eğiliminde olduklarını göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin olasılık çeşitlerine ilişkin tanımlarının eksik veya hatalı olabildiği görülmüştür. Buna göre, olasılık ile ilgili kavram yanılgılarının aşılabilmesi için, öğrencilerin teorik olasılığın dışında deneysel ve öznel olasılık çeşitlerini tanıyıp kullanmaları gerektiği vurgulanmıştır.

Gürbüz ve diğerleri (2014) çalışmalarında, etkinlik temelli öğretimin farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin olasılıkla ilişkili kavram yanılgılarına etkisini araştırmışlardır. Çalışma 6.,7. ve 8. sınıf seviyelerindeki toplam 74 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin gelişimi ön ve son test sonuçlarına göre incelenmiştir. Analiz sonuçları, bütün sınıf seviyelerinin olasılıkları karşılaştırma, eş olasılıklı olma ve temsil kavramlarıyla ilgili son test puanlarının ön test sonuçlarına kıyasla anlamlı bir şekilde arttığını göstermiştir. Bu artışın olasılıkları karşılaştırmada yaşa dayanan anlamlı bir farklılık oluşturmadığı, fakat 8. sınıf öğrencilerinde 6. sınıf öğrencilerine kıyasla erişilebilirlik ve temsil kavramlarında anlamlı bir farklılık gösterdiği, 7. ve 8. sınıflar arasında ise anlamlı bir farklılık göstermediği tespit edilmiştir. Sonuç olarak, yapılan müdahalenin yaşa ve öğrenilen kavrama bağlı olarak farklı etkilere sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Gürbüz ve Erdem (2014) yaptıkları çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakemeleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Tarama modeli olarak tasarlanan çalışma üç farklı okulda öğrenim gören toplam 167 yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, "Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)" ve "Olasılıksal Muhakeme Testi (OMT)" kullanılmıştır. Veri analizinde Pearson korelasyon katsayısı (r) hesaplanmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerileri arasında pozitif yönde yüksek bir ilişkinin olduğu tespit

edilmiştir. Bunun dışında derslerde kalıplaşmış problemlerden ziyade muhakeme yapmayı gerektirecek türden problemlere yer verilmesinin, değerlendirmede açık uçlu problemlerin tercih edilmesinin ve konunun öğretiminde farklı öğrenme stratejilerinin kullanılmasının, öğrencilerin muhakeme becerilerinin ortaya çıkarılmasında etkili olduğu tespit edilmiştir.

Hayat (2009) çalışmasında, 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri ile ilgili kavram yanılgılarını araştırmıştır. Çalışma 4 farklı okulda öğrenim gören toplam 130 sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Veriler araştırmacı tarafından hazırlanan "Olasılık Başarı Testi" ile toplanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin olasılık alt öğrenme alanı ile ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin yetersiz olduğunu ve kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olmadığını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğrencilerin olasılıkla ilgili bazı temel kavramlara yönelik yanılgılara sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin sahip olduğu bu kavram yanılgılarından bazıları; permütasyon ile kombinasyon arasındaki farkın ayırt edilememesi, olasılıkla ilgili temel kavramların örnek bir durumla ilişkilendirilerek açıklanamaması, deney sayısı ile olasılık sonucu arasındaki ilişkinin yeteri kadar anlaşılmaması, bağımlı ve bağımsız olayların belirlemesinde sorun yaşanması olarak sıralanmıştır.

Jones ve diğerleri (1996) yaptıkları çalışmada, 3. sınıf çocukları için olasılıkla ilgili öğretimsel bir program geliştirmiş ve bu programı değerlendirmişlerdir. Deneysel yöntem ve durum çalışmasının kullanıldığı araştırma toplam 37 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri araştırmacı tarafından yapılan değerlendirmeler, her öğretimsel bölüme ait danışman değerlendirmeleri ve alan notları aracılığıyla toplanmıştır. Veriler hem Olasılıksal Düşünme Çerçevesi'ne göre nitel olarak, hem de tekrarlı varyans analizi ölçümleri ile nicel olarak değerlendirilmiştir. Sonuçta, iki grubun da olasılıksal düşünmesinde önemli bir gelişme olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca durum çalışmalarında 4 öğrenci ile ilgili tespit edilen değişikliklerin, öğretimsel programın etkisine yönelik ayırt edilebilir üç öğrenme örüntüsü ile ilişkili olduğu ortaya çıkmıştır. Buna göre, öğrencilerin örnek uzaydaki temel düşünme seviyesinin, örnek uzay ve olasılığı ilişkilendirme becerilerinin ve olasılıkları tanımlamada sayıları ve

kesirleri kullanma eğilimlerinin öğrenmeyi kolaylaştıran anahtar faktörler olduğu tespit edilmiştir.

Khazanov (2005) yaptığı çalışmada, kolej profesörlerinin öğrencilerin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarına ilişkin bakış açılarını ve bu kavram yanılgılarını çözümlemek için geliştirdikleri yaklaşımları ve stratejileri araştırmıştır. Çalışma 66 kolej profesörü ve 601 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Veriler, profesörler tarafından yanıtlanan bir anket, araştırmacı tarafından geliştirilen Olasılık Muhakeme Testi (Probability Reasoning Questionnaire) ve 11 profesör ile yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler, öğrencilerin büyük bir bölümünün ve bazı profesörlerin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermiştir. Ayrıca, profesörlerin öğrencilerin kavram yanılgıları ile ilgilenirken çeşitli organizasyonel formatları ve stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Sonuç olarak, öğretimde kavram yanılgılarını doğrudan hedefleyen öğreticilerin kavram yanılgılarını çözmede, formal öğretimi kullananlardan daha iyi sonuçlar elde ettiklerine ilişkin bazı kanıtlar bulunmuştur. Ayrıca olasılıkla ilgili kavram yanılgılarının öğrencilerin istatistiği anlaması üzerinde negatif bir etkiye sahip olduğu tespit edilmiştir.

Kustos (2010) çalışmasında, farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin olasılıkla ilgili temsil kısa yolundan kaynaklanan ve sezgilere dayanan kavram yanılgılarını araştırmıştır. Çalışmaya 7. sınıflardan 174, 9. sınıflardan 188 ve 11. sınıflardan 184 öğrenci katılmıştır. Çalışma verileri, Fischbein and Schnarch'ın (1997) çalışmasından uyarlanan bir anket ile toplanmıştır. Veri analizinde Spearman korelasyonları hesaplanmıştır. Veri analizi sonucunda, pozitif ve negatif yeniden meydana gelme kavram yanılgıları için anlamlı pozitif bir korelasyon bulunurken, örneklem büyüklüğü etkisi için anlamlı negatif bir korelasyon bulunmuştur. Ayrıca pozitif ve negatif yeniden meydana gelme kavram yanılgıları için üç sınıf seviyesinde, bileşik olaylar arasındaki ayrım için 7. sınıflarda ve temsil yanılgısı için 7. ve 11. sınıflarda anlamlı pozitif korelasyonlar bulunurken; örneklem büyüklüğünün etkisi için 11. sınıflarda, bileşik ve basit olaylar arasındaki farklılık için 9. ve 11. sınıflarda anlamlı negatif korelasyonlar bulunmuştur. Bu bulgular doğrultusunda, öğretmenlere öğrencilerinin olasılık görevlerine ilişkin belirli sezgisel yanıtlarının niçin doğru olmayabileceğini anlamaları için, sınıfta kavram yanılgılarını tartışmaları önerilmiştir.

Memnun ve diğerleri (2010) yaptıkları çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin olasılığa ilişkin temel kavramları anlama düzeylerini ve bu kavramları uygulama becerilerini incelemişlerdir. Çalışma bir ilköğretim okuluna devam etmekte olan 90 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, toplam 5 açık uçlu sorudan oluşan bir olasılık başarı testinden elde edilmiştir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler, yüzde ve frekans analizi ile çözümlenmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin olasılıkla ilgili temel kavramları anlamlandırma ve kullanmada, olasılık olayları ile ilgili muhakeme yapmada zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin hazır bulunuşluk ve gelişmişlik düzeylerinin olasılıkla ilgili kavramların öğrenilmesinde önemli bir rol oynadığı ortaya çıkmıştır.

Nilsson (2009) yaptığı çalışmada, 6. sınıf öğrencilerinin teorik ve deneysel olasılık yorumları arasındaki kavramsal değişim ve düzenlemeleri incelemiştir. Çalışma 8 altıncı sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, video kayıtları ve öğrencilerin çalışma kağıtları aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler, öğrencilerin farklı olasılık bağlamlarına ilişkin gözlemleri sonucunda elde ettikleri bilgileri nasıl düzenledikleri, yorumladıkları ve kullandıklarına ilişkin 4 temel durum olduğunu göstermiştir. Buna göre birinci durum, öğrencilerin bir önceki bağlamda dikkate almadıkları bir bilgiyi etkinleştirerek bağlamı nasıl geliştirdikleri ile ilgilidir. İkinci durum, öğrencilerin bir örnek uzaydan ve geometrik bağlamdan elde ettikleri bilgiyi birleştirmelerini ifade eder. Üçüncü durum, bir bağlamlaştırmayı başka bir bağlamda ispatlamayı içerir. Dördüncü durum ise, gerçekte bağlamsal baskınlığın farklı olasılık muhakemeleri arasındaki değişim ve düzenleme derecesini nasıl sınırladığını ifade eder. Buna göre, öğrencilere bağlamlaştırmalarını çeşitlendirme fırsatları tanımanın olasılıkla ilgili anlayışlarını geliştirme sürecinde onlara, potansiyellerini daha fazla kullanma imkanı verdiği tespit edilmiştir.

Quinn (2004) yaptığı çalışmada, ortaöğretim ana bilim dallarındaki 113 katılımcının olasılıkla ilgili sezgilerini araştırmıştır. Veriler, olasılıkla ilgili 2 sorudan oluşan bir test ile toplanmıştır. Araştırmada katılımcıların bu sorulara verdikleri yanıtlar ve yaptıkları açıklamalar analiz edilmiştir. Veri analizi sonucunda, katılımcıların kendi deneyimlerine ve sezgilerine dayanarak yaptıkları yorumların eksik veya yanlış olabileceği ortaya çıkmıştır. Buna göre, katılımcılar bazen yanlış bir muhakeme ile

doğru bir yanıtı verebilirken, bazen de doğru bir muhakeme ile yanlış bir cevabı verebilmişlerdir. Bu bağlamda, olasılık öğretiminde yapılan deneysel uygulamaların arkasındaki teori, yeterince ve uygun bir şekilde tartışılmadığında ve analiz edilmediğinde konuların güçlü bir şekilde kavranamayacağı ileri sürülmüştür. Bu nedenle olasılık teorisinin deneysel uygulamalar ile birlikte öğretilmesi önerilmiştir.

Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2006) yaptıkları çalışmada, öğrencilerin olasılık kavramlarını öğrenme süreçlerini incelemişlerdir. Çalışma 2 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere olasılıkla ilgili çeşitli görevler verilmiş ve çözmeleri istenmiştir. Bu süreçte bütün dersler videoya kaydedilmiş ve bu kayıtlar daha sonra sözel metne dönüştürülerek analiz edilmiştir. Veri analizinde, öğrencilerin bilgi oluşturma süreci RBC modeli ile incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin birçok görevi zorluk yaşamadan tamamlarken, bazı gelişmiş görevlerde zorlandıklarını ortaya çıkarmıştır. Yapılan analizler sonucunda, bu zorlukların öğrencilerin eksik bilgi yapılarından kaynaklandığı tespit edilmiştir. Ayrıca, problemlere verilen doğru yanıtların bazı durumlarda bilgi eksikliklerini saklayabileceği ortaya çıkmıştır.

Sharma (2005) çalışmasında, 14-16 yaş aralığındaki öğrencilerin olasılık ve istatistik ile fikirlerini araştırmıştır. Çalışma, karma eğitimin uygulandığı özel bir ortaokuldaki 29 öğrenci arasından cinsiyet ve başarılarına göre seçilen 14 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri, öğrencilerin bağımsızlık kavramını anlamalarını keşfetmek amacıyla hazırlanmış 2 problem ve öğrencilerle yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, birçok öğrencinin yanıtlarının inançlara, günlük yaşamda ve okulda edindikleri önceki deneyimlerine ve temsil gibi sezgisel stratejilere dayandığını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca, birçok öğrencinin problemlerdeki yeterlilik ya da yetersizliğinin problemlerin bağlamı ve sözel ifadesi ile ilgili olabileceği tespit edilmiştir. Son olarak, öğrencilerin genel olarak okulda öğrendikleri matematik ile gerçek dünyadaki durumları ilişkilendiremedikleri ortaya çıkmıştır.

Şafak ve Akkaya (2014) yaptıkları çalışmada, ortaokul 8. sınıf öğrencilerin olasılıkla ilgili kavramları nasıl algıladıklarını, ne tür kavram yanılgılarına sahip olduklarını ve cinsiyet farklılıklarının kavram yanılgılarına etkisi olup olmadığını incelemişlerdir.

Tarama modelinin kullanıldığı araştırma 220 sekizinci sınıf öğrencisi (105 kız ve 115 erkek) ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma verileri, araştırmacılar tarafından geliştirilen 25 soruluk olasılık testi ile toplanmıştır. Veriler, bir istatistik programı kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin olasılık konusunu kavramsal düzeyde anlayamadıklarını ve günlük hayatla ilişkilendirmede zorlandıklarını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca, öğrencilerin olasılık kavramlarının kullanımı ve bağımlı-bağımsız olaylarla ilgili sezgilere dayalı kavram yanılgılarına sahip oldukları tespit edilmiştir. Son olarak, olasılık konularının kavranmasında cinsiyet farklılığının belirleyici bir etken olmadığı ortaya çıkmıştır.

Talawat (2015) çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin ve öğretmenlerinin olasılıkla ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarını, öğretmenlerin yurt genelinde kullanılan araştırmaya dayalı bir programı nasıl uyguladıklarını ve yapılan öğretimin öğrencilerin olasılıkla ilgili kavramlara ilişkin anlamalarını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Çalışma 2 matematik öğretmeni ve 4 sınıfta öğrenim gören toplam 204 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, ders gözlemleri, kavram yanılgısı ön ve son testleri ve öğretmenlerle yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinden elde edilen bulgular, hem öğretmenlerin hem öğrencilerin birçok kavram yanılgısına sahip olduklarını göstermiştir. Öğrencilerin öğretim sonrası son testteki performanslarının anlamlı derecede geliştiği yani olasılık bilgilerinin arttığı, fakat edindikleri bilgiyi problem çözmede kullanmakta ve muhakemelerini açıklamakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin kavram yanılgıları ile öğrencilerin kavram yanılgıları arasında bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, öğretim sonrası öğrenciler öğretmenlerin doğru anlamalara sahip oldukları kavramlar üzerinde daha çok gelişirken; öğretmenlerin doğru olmayan anlamalara sahip oldukları kavramlarda daha az veya negatif gelişme göstermişlerdir.

Zahner ve Corter (2010) yaptıkları çalışmada, öğrencilerin olasılık problemlerini çözmede kullandıkları görsel temsil çeşitlerini ve bunları nasıl ve ne zaman kullandıklarını araştırmışlardır. Bunun yanı sıra araştırmada, öğrencilerin kullandıkları belirli görsel temsil çeşitlerinin belirli olasılık problemleri ile bağlantılı olup olmadığı ve problemin zorluğunun görsel temsillerin kullanımını etkileyip etkilemediği sorularına cevap aranmıştır. Çalışma bir istatistik kursuna devam eden 34 öğrenci ile

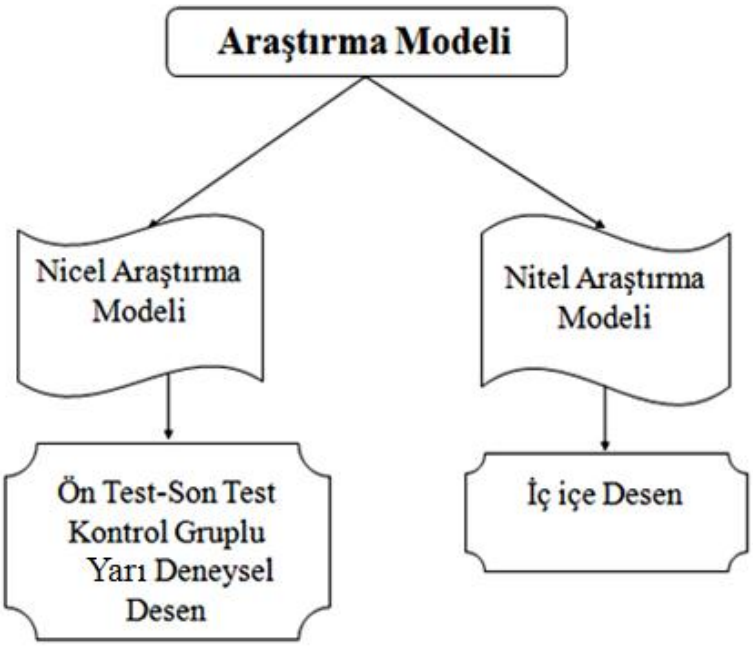
yürütülmüştür. Çalışma verileri, katılımcılar ile yapılan klinik mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin verilen bilginin yeniden düzenlenmesi, sonuçların listelenmesi, olasılık tabloları, Venn şeması, ağaç diyagramları, özgün şematik temsiller gibi görsel temsilleri kullandıklarını ve bu temsilleri problemin yapısına göre seçme eğiliminde olduklarını göstermiştir. Ayrıca belirli görsel temsillerin, belirli olasılık konularıyla bağlantılı olduğu ve uygun bir seçim yapıldığında görsel bir temsilin olasılık problemlerini çözmeyi kolaylaştırabileceği tespit edilmiştir. Son olarak, farklı görsel temsillerin, olasılık problemlerini çözmedeki farklı alt süreçlerle birlikte kullanıldığı belirlenmiştir. Örneğin, verilen bilginin yeniden düzenlenmesi ve resim temsilleri daha çok problemin anlaşılması alt sürecinde kullanılırken; tablolar matematiksel hesaplamaların yapılması ve çözüme ulaşılması aşamasında kullanılmıştır.

BÖLÜM III: YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, uygulama süreci, verilerin analizi ve yorumlanması ile ilgili bilgiler bulunmaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak işlenen derslerin, 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisi araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin bir arada yer aldığı karma metodolojik yaklaşım kullanılmıştır. Araştırmada bu yaklaşımın tercih edilmesinin nedeni, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollu profillerinin istatistiksel olarak karşılaştırılmasının yanında, problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini, problemleri nasıl yorumladıklarını ve çözümlerini nasıl doğruladıklarını ortaya çıkarabilmek için daha derin analizlerin yapılmasına ihtiyaç duyulmasıdır. Buna göre araştırmada kullanılan nicel ve nitel desenler aşağıda Şekil 3.1'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırma, ön çalışma (I. aşama) ve ana uygulama (II. aşama) olmak üzere iki aşamadan meydana gelmektedir. Ön çalışma 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde, İstanbul ili Bayrampaşa Tuna Anadolu Sağlık Lisesi'nde öğrenim gören toplam 147 öğrenci ve uygulama okulunda öğrenim gören 41 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırmanın ön çalışmasında (I. aşama), ana uygulamada (II. aşama) kullanılacak olan veri toplama araçlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuştur. Araştırmanın her iki aşamasında da, öğrencilerin veri toplama araçlarına verdikleri cevaplar, nicel ve nitel analiz yöntemleri kullanılarak değerlendirilmiştir. Ön çalışma sürecinde elde edilen nicel veriler, öğrencilerle yapılan mülakatlar aracılığıyla desteklenmiş ve öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını değerlendirmeye yönelik bir form geliştirilmiştir. Ön çalışma hakkındaki detaylı bilgiler "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci" alt başlığı altında detaylı olarak ele alınmıştır.

Araştırmanın ikinci aşaması olan ana uygulamada, nicel araştırma modellerinden ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Deneysel desenlerde temel amaç, değişkenler arasında oluşturulan neden-sonuç ilişkisini test etmektir. Araştırmacı bu amacını gerçekleştirmek için bağımsız değişkenin düzeyleri olan işlem gruplarına seçkisiz atama yapmak, bağımsız değişkeni manipüle etmek (değişimleme) ve dışsal değişkenleri kontrol altına almak durumundadır (Büyüköztürk ve diğ., 2014, s.195). Ancak bazı durumlarda kişilerin deney ve kontrol gruplarına rastgele dağıtılması imkânsız olabilir veya istenmeyebilir. Bu durumlarda alternatif olarak *yarı deneysel yöntem* kullanılır. Özellikle ülkemizdeki gibi merkezi eğitimin uygulandığı ve sınıfların araştırmacılar tarafından rastgele atama yoluyla oluşturulmasının mümkün olmadığı eğitim sistemlerinde, daha önceden okul yönetimleri tarafından oluşturulmuş sınıflar rastgele yolla deney ve kontrol grubu olarak belirlenmektedir. Bu yönüyle bakıldığında yarı deneysel yöntem sıklıkla başvurulan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır (Çepni, 2005, s.54). Çepni (2005) bu yöntemde izlenen basamakları şöyle sıralamıştır:

1. Daha önceden rasgele atama dışında bir yolla oluşturulmuş gruplar, rastgele deney ve kontrol grupları olarak belirlenir.
2. Uygulama öncesinde gruplara ön test uygulanır.

3. Deney grubu deneysel çalışmaya katılıp özel bir müdahaleye uğrarken, kontrol grubuna herhangi bir deneysel müdahalede bulunulmaz.
4. Uygulama sonunda gruplara son test uygulanır.

Buna göre, araştırmanın ana uygulamasında DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisini belirlemek amacıyla, rastgele seçimle deney ve kontrol grupları belirlenmiştir. Buna göre, araştırmanın bağımsız değişkenini DNR tabanlı öğretim; bağımlı değişkenini ise öğrencilerin anlama ve düşünme yolları oluşturmaktadır. Araştırmada Deney grubunda DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak geliştirilen etkinlik ve materyallerle ders işlenirken, kontrol grubunda var olan normal öğrenme süreci devam etmiştir. Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını belirlemek amacıyla geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)", deney ve kontrol gruplarına ön test ve son test olarak uygulamanın başında ve sonunda uygulanmıştır. Aşağıdaki Tablo 3.1 araştırmanın deneysel desenini göstermektedir.

Tablo 3.1.

Araştırmanın Ana Uygulama (II. Aşama) Deseni

Gruplar	**Uygulama Öncesi (Ön Test)**	**Uygulama**	**Uygulama Sonrası (Son Test)**
Deney Grubu	8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar	DNR Tabanlı Öğretim	Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar
Kontrol Grubu	8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar	Var olan normal öğretim süreci	Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar

Araştırmanın ana uygulamasının nitel bölümü, *iç içe karma desen* modeline uygun bir yapı sergilemektedir. İç içe desen, araştırmacının geleneksel nitel veya nicel araştırma desenleri çerçevesinde derlemeyi bir araya getirdiği, nitel ve nicel verileri analiz ettiği bir karma yöntem yaklaşımıdır. İç içe yöntemin en bilinen biçimi, araştırmacının daha büyük bir desen içerisine farklı soruları cevaplamak maksadıyla ilave veri kümelerini dahil etmesi (gömmesi) durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu modelde nicel veya nitel araştırma deseni odak, diğer araştırma deseni ise destekleyici olarak alınır. Araştırmanın temel sorusu için nicel veya nitel veri toplanırken, bu verileri desteklemek amacıyla diğer türden veriler toplanır (Creswell ve Plano Clark, 2014). Bu doğrultuda, araştırmada deney ve kontrol gruplarından seçilen öğrencilerle ana uygulama öncesinde ve sonrasında yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilerek nitel veriler toplanmıştır. Daha sonra bu veriler, ana uygulamadan elde edilen nicel verileri desteklemek amacıyla kullanılmıştır. Araştırmanın ana uygulaması hakkındaki detaylı bilgiler "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.2. Ana Uygulama (II. Aşama) Süreci" alt başlığı altında yer almaktadır.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmada DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisi incelenmiştir. Çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin tercih edilmesinin iki nedeni vardır. Birincisi, bulundukları yaş düzeyi bakımından soyut düşünceye geçmeye yakın olmaları, ikincisi ise olasılık ve istatistik konuları ile ilgili hazır bulunuşluklarının alt sınıflardaki öğrencilere göre daha ileri düzeyde olmasıdır. Buna göre, 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarının, alt sınıflardaki öğrencilere göre daha iyi gözlemlenebileceği düşünülmüştür.

Araştırmanın çalışma grubu; ön çalışmanın (I. aşama) gerçekleştirildiği çalışma grubu ve ana uygulamanın (II. aşama) gerçekleştirildiği çalışma grubu olarak aşağıda iki başlık altında açıklanmıştır.

3.2.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Gerçekleştirildiği Çalışma Grubu

Ön çalışma kapsamında veri toplama araçlarının geliştirilmesi sürecinde çalışma grupları belirlenirken, öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri dikkate alınmıştır. Buna

göre, olasılık ve istatistik ünitesinde yer alan konuları daha önce öğrenmiş olan 9. sınıf öğrencileri ile çalışılması uygun görülmüştür. Bu doğrultuda, veri toplama araçlarından "8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)", geçerlik ve güvenirlik analizlerinin yapılması için 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde, Bayrampaşa Tuna Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi'nde öğrenim gören toplam 117 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Bu uygulamadan sonra madde analizleri yapılan test, aynı öğrencilere test-tekrar test tekniğine göre ikinci kez uygulanmıştır.

Araştırmanın veri toplama araçlarından bir diğeri olan "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)", 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde aynı lisede öğrenim gören toplam 30 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Daha sonra, testte yer alan açık uçlu problemlere verilen cevaplar doğrultusunda seçilen 5 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir.

Son olarak, DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak geliştirilen etkinlik çalışma yaprakları ve ödev soruları, deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir 8.sınıfta uygulanmış ve problemlerin öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı kontrol edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin problemlere verdikleri yanıtlar ve yaptıkları sunumlar doğrultusunda, "Grup Değerlendirme Formu (GDF)" geliştirilmiştir. Buna göre, ön çalışma sürecinde yer alan çalışma grubuna ait bilgiler aşağıda Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2.

Ön Çalışmada (I. Aşama) Yer Alan Çalışma Grupları

Veri Toplama Aracı	Çalışma Grubu	Mevcut
8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)	9B	31
	9C	28
	9D	31
	9E	27
Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)	9A	30
Yarı Yapılandırılmış Görüşmeler	9A	5
Etkinlik Çalışma Yaprakları ve Ödev Soruları	8D	41
Toplam		**188**

3.2.2. Ana Uygulamanın (II. Aşama) Gerçekleştirildiği Çalışma Grubu

Araştırmanın ana uygulaması, gerekli yasal izinlerin alınmasının ardından (EK 1), 2013-2014 eğitim-öğretim yılında, İstanbul İli Bayrampaşa İlçesi'nde yer alan Nail Reşit Ortaokulu'nda gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın ana uygulaması için ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesi sürecinde, öncelikle uygulama okulunun yedi tane şubesinde öğrenim gören bütün 8. sınıflara "8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)" uygulanmıştır. Testin uygulandığı sınıflar ve mevcutları Tablo 3.3'te yer almaktadır.

Tablo 3.3.

8MBT'nin Uygulandığı Sınıflar ve Mevcutları

Sınıflar	Öğrenci Sayısı
8A	40
8B	39
8C	40
8D	41
8E	40
8F	39
8G	40

Tablo 3.3'te yer alan sınıfların olasılık ve istatistikle ilgili ön bilgileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla, öncelikle 8MBT'den elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığı test edilmiştir. İstatistiksel çalışmalarda verilerin dağılımı çok önemlidir ve araştırmalarda yapılan birçok testin uygulanabilmesi için dağılımın normal veya normale yakın olması gerekmektedir. Tek değişkenli örneklerde normalliğin araştırılmasında Shapiro-Wilks ve Kolmogorov-Smirnov (K-S) test yöntemleri kullanılmaktadır. Veri sayısı 29'dan az ise Shapiro-Wilks testi, 29'dan fazla ise Kolmogorov-Smirnov testi kullanılması uygundur (Kalaycı ve diğ., 2005). Buna göre, 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarı testinden aldıkları puanların normal dağılıma uygunluğunu test etmek için Kolmogorov-Smirnov Testi kullanılmıştır. Tablo 3.4 bu testten elde edilen sonuçları göstermektedir.

Tablo 3.4.

Sekizinci Sınıfların Matematik Başarı Testi'nden Aldıkları Puanlara İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

Sınıflar	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov Z	P
8A	40	8.60	3.448	0.907	0.383
8B	39	8.87	2.783	0.652	0.788
8C	40	8.55	2.926	0.580	0.889
8D	41	8.15	3.159	1.133	0.153
8E	40	8.85	3.101	0.747	0.632
8F	39	7.23	3.246	0.758	0.614
8G	40	8.79	2.966	1.177	0.125

Tablo 3.4'e göre, 8. sınıfların başarı testinden aldıkları puanların birbirine çok yakın olduğu ve p değerlerinin 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir. Buna göre, elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir. Bu durum, başarı testinden elde edilen verilerin parametrik testler ile analiz edilebileceğini göstermektedir. Bu doğrultuda, 8MBT'nin uygulandığı grupların başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek üzere Tek Yönlü Anova Testi yapılmıştır. Bu testten elde edilen bulgular Tablo 3.5'te gösterilmiştir.

Tablo 3.5.

Tek Yönlü Anova Testine Göre Grupların Homojenliği

Sınıflar	N	Ortalama	Standart Sapma	Levene İstatistiği	sd_1	sd_2	P
8A	40	8.60	3.448				
8B	39	8.87	2.783				
8C	40	8.55	2.926	0.700	6	272	0.650
8D	41	8.15	3.159				
8E	40	8.85	3.101				
8F	39	7.23	3.246				
8G	40	8.79	2.966				

Tablo 3.5'e göre $p > 0.05$ olduğundan, sınıfların başarı testinden aldıkları puanlara göre homojen oldukları söylenebilir. Bu durum varyans analizinden elde edilen sonuçların da sağlıklı olduğunu göstermektedir. Tablo 3.6 varyans analizinden elde edilen sonuçları göstermektedir.

Tablo 3.6.

Tek Yönlü Anova Testine Göre Varyans Analizi

Varyans Analizi	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	P
Gruplar Arası	75.272	6	12.545	1.309	0.253
Gruplar İçi	2558.611	272	9.583		
Toplam	2633.883	278			

Tablo 3.6'ya göre $p > 0.05$ olduğundan, başarı testinden alınan puanlar arasında sınıflara göre anlamlı bir farklılık bulunmadığı söylenebilir.

Yapılan analizler sonucunda, sınıfların matematik başarı testinden aldıkları puanların birbirine çok yakın olduğu ve aralarında anlamlı bir farklılık bulunmadığı tespit edilmiştir. Buna göre, rastgele seçim ile 8-C sınıfı deney grubu olarak, 8-G sınıfı ise kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın ana uygulaması, iki ayrı şubede öğrenim gören toplam 80 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Tablo 3.7 araştırmanın nicel boyutu ile ilgili çalışma grubuna ait öğrenci sayılarını göstermektedir.

Tablo 3.7.

Ana Uygulamanın (II. Aşama) Nicel Boyutu ile İlgili Çalışma Grubuna Ait Öğrenci Sayıları

Gruplar	Şube	Cinsiyet		Toplam Öğrenci Sayısı
		K	E	
Deney Grubu	8C	20	20	40
Kontrol Grubu	8G	21	19	40
Toplam		41	39	**80**

Araştırmanın ana uygulamasında öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını belirlemek amacıyla, araştırmacı tarafından geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" deney ve kontrol gruplarına ön test ve son test olarak uygulanmış ve bu testten elde edilen veriler doğrultusunda, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası "Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri (ADYP)" ortaya çıkarılmıştır. Daha sonra, ortaya çıkan profillere göre deney ve kontrol gruplarından *tabakalı amaçsal örnekleme* yöntemi ile 3'er öğrenci seçilmiştir. Tabakalı amaçsal örnekleme yönteminde, örneklem ilgilenilen belli alt grupların özelliklerini göstermek, betimlemek ve bunlar arasında

karşılaştırmalar yapabilmek amacıyla bu alt gruplardan oluşturulur. Amaçlı olarak farklı katmanlar seçilebilir (Büyüköztürk ve diğ., 2014). Buna göre, seçilen öğrenciler ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilerek, öğrencilerin anlama ve düşünme yolları derinlemesine incelenmiş ve birbiriyle karşılaştırılmıştır. Tablo 3.8 araştırmanın nitel boyutu ile ilgili çalışma grubuna ait öğrenci sayılarını göstermektedir.

Tablo 3.8.

Ana Uygulamanın (II. Aşama) Nitel Boyutu ile İlgili Çalışma Grubuna Ait Öğrenci Sayıları

Gruplar	Şube	Cinsiyet		Toplam Öğrenci Sayısı
		K	E	
Deney Grubu	8C	1	2	3
Kontrol Grubu	8G	2	1	3
Toplam		3	3	**6**

3.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçları şunlardır:

1) Ortaokul 8. sınıf matematik dersi olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımları ölçmeye yönelik olarak araştırmacı tarafından geliştirilen "8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)",
2) DNR teorisi çerçevesinde öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla, 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak araştırmacı tarafından geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)",
3) Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'ne yönelik öğrenci cevaplarını değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)",
4) Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını derinlemesine incelemek ve karşılaştırmak amacıyla yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar,

5) Öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım etmek amacıyla, DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak araştırmacı tarafından geliştirilen etkinlik çalışma yaprakları,
6) Öğrencilerin geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirmeleri amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu problemlerden oluşan "Ödev Soruları",
7) Etkinlik çalışma yapraklarındaki problemlere ve ödev sorularına yönelik öğrenci cevaplarını değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen "Grup Değerlendirme Formu (GDF)",
8) DNR teorisi çerçevesinde, öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olmak amacıyla yapılan sınıf tartışmalarına ilişkin "Video Kayıtları" ,
9) Araştırmanın yapıldığı fiziki ortamı tanıtmak ve öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını daha detaylı yansıtmak amacıyla kullanılan "Fotoğraflar" dır.

Tablo 3.9'da araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve kullanım amaçları özetlenmektedir.

Tablo 3.9.

Araştırmada Kullanılan Veri Toplama Araçları ve Kullanım Amaçları

Ölçme Aracı	Kullanım Amacı	Araştırma Aşamaları			
		Ön Çalışma	Ön-Test	Son-Test	Ana Uygulama
8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)	Ön bilgilerin ölçülmesinde	✓	✓		
Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)	Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının belirlenmesinde	✓	✓	✓	
Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)	Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının değerlendirilmesinde	✓	✓	✓	
Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar	Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının derinlemesine incelenmesinde	✓	✓	✓	
DNR Tabanlı Öğrenmeye Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlikler	Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasında ve geliştirilmesinde	✓			✓

Ölçme Aracı	Kullanım Amacı	Araştırma Aşamaları			
		Ön Çalışma	Ön-Test	Son-Test	Ana Uygulama
Grup Değerlendirme Formu (GDF)	Öğrencilerin etkinliklere ve ödev sorularına ilişkin çalışma kağıtlarının ve grup sunumlarının değerlendirilmesinde	✓			✓
Ödev Soruları	Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının pekiştirilmesinde	✓			✓
Video Kayıtları	Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının belirlenmesi ve geliştirilmesinde	✓			✓
Fotoğraflar	Araştırmanın yapıldığı fiziki ortamın tanıtılmasında ve öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının yansıtılmasında kullanılmıştır.	✓			✓

3.3.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)

8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımları ölçmeye yönelik olarak geliştirilen matematik başarı testi, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ön bilgilerini ölçmek ve deney-kontrol gruplarını belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Bu testteki sorular, M.E.B' in ders kitabı olarak onayladığı kitaplardan ve yardımcı test kitaplarındaki sorulardan seçilmiştir. Testte yer alan soruların öğrenme ve alt öğrenme alanlarına göre dağılımı ile hangi kazanımları ölçmeye yönelik olduğu EK 2'de verilmiştir. 28 tane çoktan seçmeli sorudan oluşan 8MBT'nin nihai hali ise EK 3'te yer almaktadır. Testin geliştirilmesi sürecinde yapılan işlemler hakkındaki detaylı bilgiler "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci" alt başlığı altında yer alan "3.5.1.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi'nin (8MBT) Geliştirilmesi Süreci" alt başlığı altında yer almaktadır.

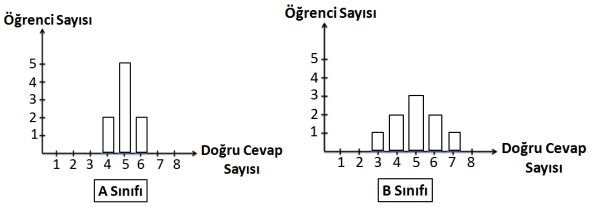
3.3.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)

Literatürden yararlanılarak ve 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak araştırmacı tarafından geliştirilen bu test, öğrencilerin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Testte yer alan problemlerin, olasılık ve istatistik ile ilgili temel kavramları sorgulayan, kavramlar arasında ilişkiler kurmayı gerektiren ve farklı anlama ve düşünme yolları ile doğrulama becerilerini ortaya çıkarabilecek nitelikte olmasına

dikkat edilmiştir. Tablo 3.10'da testte yer alan problemlerden alt öğrenme alanlarına göre seçilmiş olan birer tanesi örnek olarak gösterilmiştir.

Tablo 3.10.

ADYBT'den Örnek Problemler ve Özellikleri

<table>
<tr><td>Alt Öğrenme Alanı:
Kazanım:</td><td>Tablo ve Grafikler
Histogram oluşturur.</td></tr>
<tr><td>Problem</td><td>Açıklamalar</td></tr>
<tr><td>Aşağıdaki tablo, 20 sekizinci sınıf öğrencisinin 10 sorudan oluşan bir testi bitirme sürelerini dakika cinsinden göstermektedir. Bu verileri uygun bir grafik ile gösteriniz. Neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
Tablo: 8. Sınıf Öğrencilerinin Testi Bitirme Süreleri
<table><tr><td>15</td><td>19</td><td>16</td><td>31</td><td>35</td></tr><tr><td>18</td><td>21</td><td>22</td><td>29</td><td>30</td></tr><tr><td>20</td><td>28</td><td>24</td><td>28</td><td>25</td></tr><tr><td>25</td><td>30</td><td>25</td><td>18</td><td>21</td></tr></table></td><td>Bu problemde öğrencilerden kendilerine sunulan veri grubunu uygun bir grafik ile göstermeleri istenmiştir. Oluşturulan grafiklerin değerlendirilmesi sürecinde, öğrencilerin problemin bağlamına uygun bir grafiği tercih edip etmediklerine ve verileri nasıl organize ettiklerine odaklanılmıştır. Grafikle ilgili teknik detaylar (ölçeklendirme, eksen başlıkları vb.) puanlamayı etkilememiştir. Ayrıca doğrulama şemalarını ortaya çıkarmak amacıyla, öğrencilerden oluşturdukları grafiği tercih etme nedenlerini açıklamaları istenmiştir.</td></tr>
<tr><td>Alt Öğrenme Alanı
Kazanım</td><td>Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri
Merkezi eğilim ve yayılma ölçülerini kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.</td></tr>
<tr><td>Problem</td><td>Açıklamalar</td></tr>
<tr><td>Aşağıdaki grafikler bir dershanenin yaptığı 8 soruluk bir sınavda, A ve B sınıflarındaki öğrencilerin verdikleri doğru cevap sayılarını göstermektedir. Buna göre, sizce hangi sınıf daha başarılıdır? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

</td><td>Bu problemde öğrencilerden uygun merkezi eğilim ve yayılma ölçülerini kullanarak, verilen iki grafiği karşılaştırmaları beklenmektedir. Verilen cevaplar, öğrencilerin eğilim ve yayılma ölçülerinden sadece birini veya her ikisini birden kullanıp kullanmamalarına ve yorumlarını yaparken veri ve bağlam arasındaki ilişkiyi dikkate alıp almamalarına göre değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin yaptıkları açıklamaların niteliği, kullandıkları doğrulama şemalarının belirlenmesinde etkili olmuştur.</td></tr>
</table>

Alt Öğrenme Alanı **Kazanım**	Olası Durumları Belirleme Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar.
Problem	Açıklamalar
Dilek'in doğum günü partisine 5 arkadaşı katılmıştır. Partide herkes birbiriyle tokalaştığına göre, toplam kaç tokalaşma olmuştur? Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz. Neden bu cevabı verdiğinizi arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde açıklayınız.	Bu problem, kombinasyon kavramı ile ilgili olmayan farklı stratejilerle de çözülebilir nitelikte olduğu için, öğrencilerin çok yönlü düşünebilme becerilerini ve doğrulama şemalarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Bu nedenle probleme verilen yanıtlar değerlendirilirken, öğrencilerin ortaya koyduğu farklı çözüm yollarının sayısına ve yaptıkları açıklamaların niteliğine bakılmıştır. Burada farklı çözüm yollarının sayısı, çok yönlü düşünebilme becerisi olarak değerlendirilmiştir.
Alt Öğrenme Alanı **Kazanım**	Olasılık Bağımlı ve bağımsız olayların olasılıklarını hesaplar.
Problem	Açıklamalar
A ve B oyuncuları 2 zarla bir oyun oynayacaklardır. Buna göre iki zar birlikte atılacak ve üst yüzlerindeki sayıların toplamı 5 olursa A oyuncusu, 9 olursa B oyuncusu oyunu kazanacaktır. Dört arkadaş Esin, Sibel, Merve ve Tuna bu oyunda kimin daha şanslı olduğunu tartışmaktadırlar. Buna göre; Esin: "A oyuncusu daha şanslıdır ve oyunu kazanır" Sibel: "B oyuncusu daha şanslıdır ve oyunu kazanır" Merve: " İkisi de aynı şansa sahiptir" Tuna: "Kimin daha şanslı olduğu hakkında yorum yapılamaz" demiştir. Buna göre, sizce kim haklıdır? Neden? Ne düşündüğünüzü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız ve arkadaşlarınızı ikna etmek için farklı çözüm yolları geliştiriniz.	Bu problem, öğrencilerin gerçek yaşama uygun olarak verilen bir senaryoda olasılık değerlerini hesaplamak için iki boyutlu örnek uzayı bulmalarını gerektirmektedir. Öğrencilerin yanıtları, farklı çözüm stratejilerinin sayısına ve yapılan açıklamaların niteliğine göre değerlendirilmiştir.

ADYBT'de yer alan problemlerin öğrenme ve alt öğrenme alanlarına göre dağılımları ile ait oldukları kazanımlar EK 4'te verilmiştir. 15 tane açık uçlu problemden oluşan ADYBT'nin nihai hali ise EK 5'te yer almaktadır. Testin geliştirilmesi sürecinde yapılan işlemler hakkındaki detaylı bilgiler "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci" alt başlığı altında yer alan "3.5.1.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT) Geliştirilmesi Süreci" alt başlığı altında yer almaktadır.

Ön çalışma sürecinde geçerlik ve güvenirliği sağlanan bu test, deney ve kontrol grubundaki öğrencilere araştırmanın başında ve sonunda olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Birinci uygulama, öğrencilerin öğretim öncesi olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır. İkinci uygulama ise, olasılık ve istatistik ünitesinin öğretimi gerçekleştirildikten sonra, deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının gelişimini incelemek ve iki grup arasında anlama ve düşünme yolları açısından bir farklılık olup olmadığını tespit etmek amacıyla yapılmıştır. Her iki uygulamada da yazılı sınavı tamamlamaları için öğrencilere 100 dakikalık süre (2 ders saati) verilmiştir. Ayrıca öğrencilere, yapılan sınavların not olarak değerlendirilmeyeceği, soruları istedikleri gibi çözebilecekleri belirtilerek, yaptıkları çözümleri açıklamalarının ve soruları boş bırakmamalarının önemli olduğu vurgulanmıştır.

3.3.3. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)

Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu, öğrencilerin ADYBT'ye yönelik cevaplarını değerlendirmek amacıyla, 2013-2014 eğitim-öğretim yılının başında yapılan ön çalışma (I. aşama) sürecinde geliştirilmiştir. Formda yer alan kriterlerin belirlenmesi aşamasında veriler, öğrencilerin ADYBT'ye verdikleri yanıtları içeren yazılı kağıtlarından ve öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilmiştir. Geliştirilen formun nihai hali EK 6'da yer almaktadır. Formun geliştirilmesi sürecinde yapılan işlemler hakkındaki detaylı bilgiler "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci" alt başlığı altında yer alan "3.5.1.3. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'nun (ADYDF) Geliştirilmesi Süreci" alt başlığı altında yer almaktadır.

3.3.4. Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar

8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını derinlemesine incelemek ve kullandıkları doğrulama şemalarını ortaya çıkarmak amacıyla, yazılı sınavların dışında yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Böylece öğrencilerin yazılı sınavda yer alan problemleri nasıl anladıkları, problemleri çözerken nasıl düşündükleri ve çözümlerinin doğru olduğundan nasıl emin oldukları hakkında bilgi edinilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda 4 tane görüşme sorusu hazırlanmıştır. Görüşme sorularının nihai formu EK 7'de yer almaktadır.

Araştırmada uygulama öncesi yapılan yazılı sınav sonuçları doğrultusunda, deney ve kontrol gruplarından anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen 3'er öğrenci (toplam 6 öğrenci) ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerle uygulama sonrası yapılan yazılı sınav sonrasında yeniden görüşülmüş ve böylece öğrencilerin anlama ve düşünme yollarında bir farklılık olup olmadığı incelenmiştir. Görüşmelerde, öğrencilerden yazılı sınavda verdikleri cevapları açıklamaları istenmiş ve problem çözme sürecinde nasıl düşündükleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrencilere kağıt-kalem verilerek çözümlerini kontrol etme, yeni çözümler önerme olanağı da sağlanmıştır. Ayrıca süre kısıtlaması yapılmamış ve öğrenciler cevap verebildiği ölçüde görüşmelere devam edilmiştir.

3.3.5. DNR Tabanlı Öğrenmeye Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlik Çalışma Yaprakları

Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olmak amacıyla, araştırmacı tarafından 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak 8 etkinlik hazırlanmıştır. Etkinliklerde yer alan problemlerin öğrencilerin seviyesine uygun, ünite ile ilgili temel kavramları sorgulamaya yönelik ve farklı anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkaracak nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. 3 ve 5 numaralı etkinliklerde yer alan problemler Van de Walle ve diğerlerinden (2012) uyarlanmıştır. Geliştirilen etkinliklerin nihai formu EK 8'de yer almaktadır. Etkinliklerde yer alan problemlerin özellikleri ve hangi kazanımlara ait olduğu hakkındaki detaylı bilgiler Tablo 3.11'de yer almaktadır.

Tablo 3.11.

DNR Tabanlı Öğrenmeye Uygun Olarak Geliştirilen Etkinliklerin Özellikleri

Etkinlik No	1
Etkinliğin Adı	Grafikleri Yorumlayalım
Alt Öğrenme Alanı	Tablo ve Grafikler
Kazanım	Oluşturulmuş bir histogramı ve diğer istatistiksel temsil biçimlerini yorumlar.
Açıklamalar	Bu etkinlikte öğrencilerden kendilerine sunulan grafikleri değerlendirmeleri ve grafikte yer alan bilgilerden sonuç çıkararak yorum yapmaları beklenmektedir. Etkinlikte bu amaçla hazırlanmış 3 problem ve bu problemlere ait bazı alt problemler yer almaktadır. Birinci problemde, bir otomobilin yolculuğunu gösteren çizgi grafiği verilmiş ve bu grafikten ne tür sonuçlar çıkarılabileceği sorulmuştur. Bu problemde öğrencilerden otomobilin yolculuğu hakkında yorum yapmaları istenirken, onların grafik okuma ve değerlendirme becerileri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. İkinci problem, bir histogramı yorumlama ile ilgili iki alt problemden oluşmaktadır. Birinci alt problemde (a şıkkı) öğrencilere histogramdan ne tür bilgiler elde edebilecekleri, ikinci alt problemde (b şıkkı) ise, bu histogramdan kesin olarak çıkaramayacakları bir sonuç olup olmadığı sorulmuştur. Bu problem öğrencilerin grafik okuma becerilerini ortaya çıkarmanın yanı sıra, kendilerine sunulan bilgiyi kullanarak yeni bilgiler üretmelerini sağlamak amacıyla hazırlanmıştır. Üçüncü problemde öğrencilerden, verilen bir sütun grafiğini daire grafiğine dönüştürmeleri istenmiştir. Bu problemde öğrencilerin farklı temsil biçimlerinin özelliklerini karşılaştırmaları ve aralarındaki ilişkileri keşfetmeleri amaçlanmıştır.
Etkinlik No	2
Etkinliğin Adı	Araştırma Yapalım ve Grafik Oluşturalım (Ders Dışı Etkinlik)
Alt Öğrenme Alanı	Tablo ve Grafikler
Kazanım	Histogram oluşturur ve yorumlar.
Açıklamalar	Bu etkinlikte öğrencilerden öncelikle, kendilerinin seçecekleri bir konu hakkında araştırma problemi belirlemeleri istenmiştir. Daha sonra, bu problemin cevabını uygun bir yöntem (anket, görüşme vb.) belirleyerek araştırmaları ve elde ettikleri sonuçları uygun tablo ve grafiklerle sunarak yorumlamaları beklenmiştir.

Açıklamalar	Bu etkinlik için öğrencilere 15 gün süre verilmiş ve belirleyecekleri problemin histogram oluşturmaya uygun bir yapıda olması gerektiği belirtilmiştir. Böylece, öğrencilerin ne tür verilerin histogram oluşturmaya uygun olduğu ve histogramın ne zaman tercih edilebileceği hakkında düşünmeleri ve konu hakkındaki bilgilerini pekiştirmeleri amaçlanmıştır.
Etkinlik No	3
Etkinliğin Adı	Hangisi Şanslı?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar.
Açıklamalar	Bu etkinlikte kırmızı ve mavi renklerden oluşan dönen bir çark sınıfta öğrencilere sunulmuştur. Kırmızı ve mavi renklerin gelme olasılıklarının teorik olarak eşit olduğu bu çark ile sınıfta bir deney gerçekleştirilmiş ve deneysel olasılık konusu açıklanmaya çalışılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerin, deneme sayısı arttıkça 1/2 noktasına (teorik olasılığa) daha çok yaklaşılacağını keşfetmeleri beklenmiştir.
Etkinlik No	4
Etkinliğin Adı	Kim Kazanır?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.
Açıklamalar	Bu etkinlikte öğrencilere, bağımlı ve bağımsız olayları keşfetmeleri ve bu olayların olasılıklarını hesaplayarak sonuçlarını karşılaştırmaları gereken bir senaryo verilmiştir. Etkinliğin amacı, öğrencilere bağımlı ve bağımsız olayların doğasını ve özelliklerini keşfettirmek ve bu olayların olasılık sonuçlarını nasıl etkilediğini görmelerini sağlamaktır.
Etkinlik No	5
Etkinliğin Adı	Kim Haklı?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	**1)** Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar. **2)** Deneysel ve teorik olasılık arasındaki ilişkiyi keşfeder.
Açıklamalar	Bu etkinlikte öğrencilerden, iki boyutlu bir örnek uzayın eleman sayısını hesaplarken bağımlı ve bağımsız olaylardan nasıl yararlanacaklarını öğrenmeleri beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerin etkinlikte verilen oyunu, tasarlanan materyallerle oynamaları sağlanarak, teorik olasılıkla deneysel olasılık arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri beklenmiştir.

Etkinlik No	6
Etkinliğin Adı	Adil mi Değil mi?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.
Açıklamalar	3 problemden oluşan bu etkinliğin birinci probleminde, öğrencilerden iki boyutlu bir örnek uzayın eleman sayısını bulmaları istenmiş, böylece bağımlı ve bağımsız olaylar hakkındaki bilgilerini pekiştirmeleri beklenmiştir. İkinci problemde, öğrencilerden bir senaryo içerisinde sunulan oyunun adil olup olmadığını değerlendirmeleri istenmiştir ve böylece adil olma kavramından ne anladıkları sorgulanmıştır. Üçüncü problemde ise, öğrencilerden zar ile oynanan adil bir oyun tasarlamaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.
Etkinlik No	7
Etkinliğin Adı	Hangisi Daha Tutarlı?
Alt Öğrenme Alanı	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri
Kazanım	Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.
Açıklamalar	Bu etkinlikte 2 problem yer almaktadır. Birinci problemde, çözdüğü soru sayıları verilen iki öğrenciden hangisinin daha tutarlı olduğu ve nedeni sorulmuştur. Burada öğrencilerden, verilen durumu değerlendirmek için uygun merkezi eğilim ve yayılma ölçülerini tercih etmeleri beklenmiştir. İkinci problemde ise, öğrencilerden çözülen soru sayısını daha tutarlı hale getirmek için farklı dağılımlar elde etmeleri istenmiştir. Böylece hem öğrencilerin tutarlılıktan ne anladığı sorgulanmış hem de gerçek yaşam durumları için görüş oluştururken merkezi eğilim ve yayılma ölçülerinden nasıl yararlanacaklarını öğrenmeleri beklenmiştir.
Etkinlik No	8
Etkinliğin Adı	Kendi Plakanı Tasarla!
Alt Öğrenme Alanı	Olası Durumları Belirleme
Kazanım	Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.
Açıklamalar	Bu etkinlik 3 adımdan oluşmaktadır ve öğrencilerin permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı keşfetmelerini sağlamak amacıyla geliştirilmiştir. Birinci adımda, öğrencilerden belirtilen şartlara uygun plakalar tasarlamaları istenmiştir. İkinci adımda, tasarladıkları plakalardan birini seçmeleri ve sadece bu plakada bulunan harf ve

Açıklamalar	rakamları kullanarak kaç farklı plaka tasarlanabileceğini bulmaları istenmiştir. Üçüncü adım ise, 3 alt problemden oluşmaktadır. Birinci alt problemde, bazı özellikler sıralanarak bu özelliklere uygun kaç farklı plaka tasarlanabileceği sorulmuştur. İkinci alt problemde, diziliş sırası önemli olmadığında kaç farklı plaka tasarlanabileceği sorulmuştur. Üçüncü alt problemde ise, öğrencilerden ilk iki problemin sonuçlarını karşılaştırmaları istenmiş ve aralarında nasıl bir ilişki olduğunu keşfetmeleri beklenmiştir.

Tablo 3.11'de tanıtılan etkinliklerin geliştirilmesi sürecinde yapılan işlemler, "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci" alt başlığı altında yer alan "3.5.1.4. Etkinlik Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi Süreci" alt başlığı altında detaylı olarak açıklanmıştır.

3.3.6. Grup Değerlendirme Formu (GDF)

Grup Değerlendirme Formu, öğrencilerin etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemlere ve ödev sorularına yönelik cevaplarını ve grup sunumlarını değerlendirmek amacıyla, 2013-2014 eğitim-öğretim yılının başında yapılan ön çalışma (I. aşama) sürecinde geliştirilmiştir. Formda yer alan kriterlerin belirlenmesi aşamasında veriler, öğrencilerin problemlere verdikleri yanıtları içeren çalışma kağıtlarından ve grup sunumlarına ilişkin video kayıtlarından elde edilmiştir. Geliştirilen formun nihai hali EK 9'da yer almaktadır. Formun geliştirilmesi sürecinde yapılan işlemler hakkındaki detaylı bilgiler "3.5. Uygulama Süreci" başlığı ve "3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci" alt başlığı altında yer alan "3.5.1.5. Grup Değerlendirme Formunun Geliştirilmesi Süreci" alt başlığı altında yer almaktadır.

3.3.7. Ödev Soruları

Öğrencilerin geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirmelerine yardım etmek amacıyla, araştırmacı tarafından toplam 6 tane ödev sorusu geliştirilmiştir. Bu sorular, olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili öğrenilen her kavramın ardından, o kavramla ilgili olarak A4 kağıdına hazırlanmış ve evde çözmeleri için öğrencilere verilmiştir. Geliştirilen ödev sorularının nihai formu EK 10'da yer almaktadır.

Olasılık ve istatistik ünitesinin sonunda, öğrenciler ödev soruları için geliştirdikleri çözüm yollarını grup arkadaşlarıyla paylaşmış ve bütün gruplar problemler için en uygun gördükleri çözüm yollarını sınıfta sunmuştur. Yapılan sunumlar videoya çekilmiş ve bu kayıtlar sözel metne dönüştürüldükten sonra analiz edilerek araştırma bulgusu olarak sunulmuştur.

3.3.8. Video Kayıt

Araştırmada yarı yapılandırılmış mülakatlar, deney grubu ile gerçekleştirilen bütün etkinlikler ve sınıf tartışmaları videoya kaydedilmiştir. Daha sonra bu kayıtlar sözel metne dönüştürülerek analiz edilmiş ve araştırma bulgusu olarak sunulmuştur. Böylece öğrencilerin anlama ve düşünme yollarındaki gelişim daha yakından izlenebilmiştir.

3.3.9. Fotoğraflar

Fotoğraflar, hem araştırmanın yapıldığı fiziki ortamı tanıtmak hem de öğrencilerin ortaya koydukları anlama ve düşünme yollarını daha detaylı yansıtabilmek amacıyla kullanılmıştır. Bu doğrultuda deney grubu ile gerçekleştirilen her etkinlikte, öğrencilerin grup çalışması yaparken ve yaptıkları çalışmaları sunarken resimleri çekilmiş ve araştırma bulgusu olarak gösterilmiştir (Bkz. EK 11).

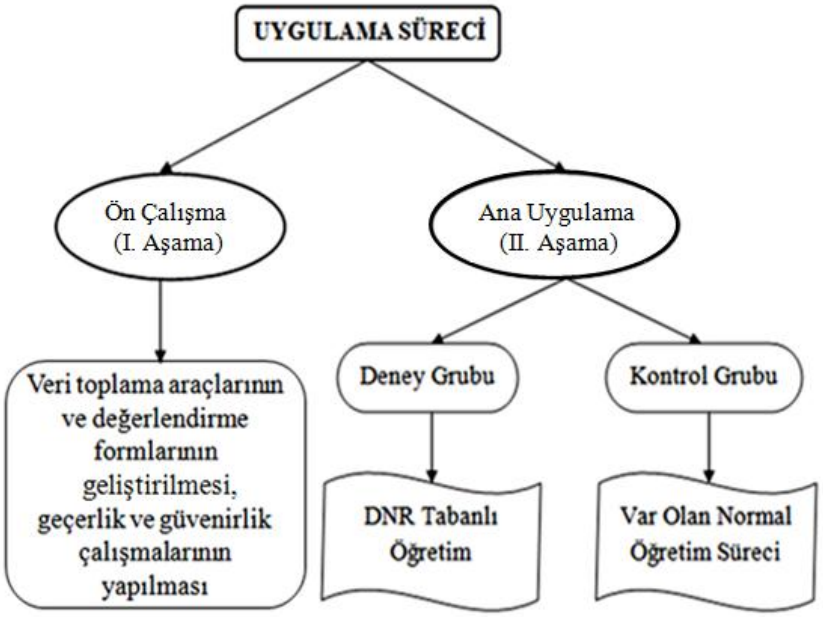
3.4 Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada araştırmacı birbirini tamamlayan iki ayrı rolü üstlenmiştir. Birincisi, araştırmanın bir parçası olarak uygulama sürecini bizzat yönetmiş ve öğrencilere uygun soruları yönelterek, onların anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasını sağlayacak bir öğrenme ortamı oluşturulmasına yardımcı olmuştur. Bu süreçte grup çalışmaları ve sınıf tartışmalarını tarafsız olarak yönetmiş ve öğrencileri fikirlerini ifade etmeleri ve tartışmaya katılmaları için cesaretlendirmiştir. Ayrıca zaman zaman müdahalelerde bulunarak yeni sorular ortaya atmış, böylece tartışmayı devam ettirerek öğrencilerin daha fazla düşünmelerini sağlamış ve doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olmuştur. İkincisi ise, bir gözlemci olarak araştırmacı öğrencilerin konuyu nasıl anladıklarını, zorlandıkları yerleri ve hangi anlama ve düşünme yollarının konuyla ilgili kavramların öğrenilmesinde etkili ve kolaylaştırıcı bir

rolü olduğunu keşfetmeye çalışmıştır. Böylece yaptığı bu gözlemler sayesinde uygulama sürecinde öğrencilerin istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardımcı olacak şekilde gerekli düzenlemeleri yapmıştır.

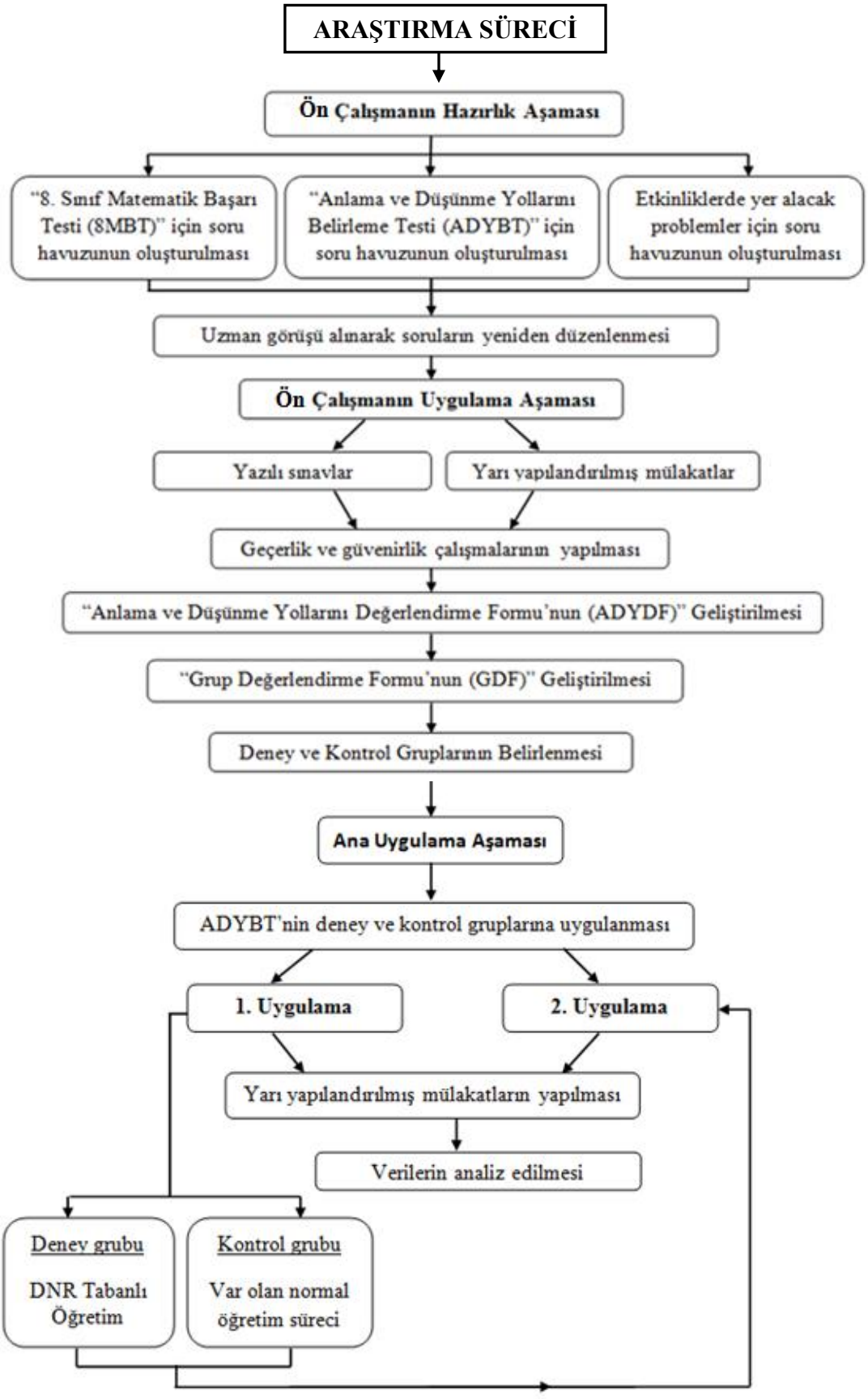
3.5. Uygulama Süreci

Araştırma ön çalışma (I. aşama) ve ana uygulama (II. aşama) olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Ön çalışma (I. aşama) sürecinde, ana uygulamada kullanılacak olan veri toplama araçlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuş ve bu araçların geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır. Ana uygulamada (II. aşama) ise, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle deney ve kontrol grupları belirlenmiştir. Daha sonra, olasılık ve istatistik ünitesinin öğretimi deney grubunda DNR tabanlı öğretim ile gerçekleştirilirken, kontrol grubunda var olan normal öğretim süreci devam etmiştir. Bu durum aşağıda Şekil 3.2'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Araştırmanın Uygulama Süreci

Aşağıda araştırma sürecinde izlenen adımları gösteren bir akış şeması sunulduktan sonra ön çalışma (I. aşama) ve ana uygulama (II. aşama) sürecinde yapılan çalışmaların detaylarına yer verilecektir.



Şekil 3.3. Araştırma Süreci

3.5.1. Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci

Araştırmanın ön çalışması, ana uygulamada kullanılacak olan veri toplama araçlarının geliştirilmesi amacıyla, 2013-2014 eğitim öğretim yılının güz döneminde, resmi bir lisenin 9. sınıflarında öğrenim gören 147 öğrenci ve uygulama okulunun 8. sınıfında öğrenim gören 41 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. 9. sınıfta öğrenim gören 147 öğrenciden 117'si "*8. Sınıf Matematik Başarı Testi'nin (8MBT)*", geri kalan 30 tanesi ise "*Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT)*" ve bu testin değerlendirilmesinde kullanılacak olan "*Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'nun (ADYDF)*" geliştirilmesi sürecinde yer almıştır.

Ana uygulamada kullanılacak olan etkinlik çalışma yaprakları ve ödev soruları ise, uygulama okulunda öğrenim gören 41 tane 8. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Böylece etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemler ile ödev sorularının öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı ve öğrencilere verilmesi gereken süre tespit edilmiştir. Bu süreçte ayrıca, ana uygulamada öğrencilerin etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemlere ve ödev sorularına yönelik yanıtlarını ve grup sunumlarını değerlendirmek amacıyla kullanılacak olan "*Grup Değerlendirme Formu (GDF)*" geliştirilmiştir. Ön çalışma yaklaşık 7 hafta (26 ders saati) sürmüştür. Aşağıda Tablo 3.12'de ön çalışma sürecinde yapılanları gösteren bir çalışma takvimi sunulduktan sonra veri toplama araçlarının geliştirilmesi sürecinde yapılanlar detaylı olarak açıklanacaktır.

Tablo 3.12.

Ön Çalışmanın (I. Aşama) Uygulama Süreci

Tarih	Yer	Yapılanlar	Süre
18 Eylül 2013 Çarşamba	Lise	"8. Sınıf Başarı Testi'nin (8MBT)" güvenirlik çalışması için birinci uygulama yapıldı.	50 dk
18 Eylül 2013 Çarşamba	Lise	"Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT)" güvenirlik çalışması için uygulaması yapıldı.	100 dk
25 Eylül 2013 Çarşamba	Lise	ADYBT'nin sonuçlarına göre seçilen öğrenciler ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirildi.	150 dk
30 Ekim 2013 Çarşamba	Lise	8MBT'nin güvenirlik çalışması için ikinci uygulama yapıldı.	50 dk
1 Kasım 2013 Cuma	Uygulama Okulu	8MBT yedi tane 8. sınıfa uygulandı ve bu uygulama neticesinde deney ve kontrol grupları belirlendi.	50 dk

Tarih	Yer	Yapılanlar	Süre
4 Kasım 2013 Pazartesi	Uygulama Okulu	1 ve 3 numaralı Etkinlik Çalışma Yaprakları, deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulandı.	4 ders saati
11 Kasım 2013 Pazartesi	Uygulama Okulu	4 ve 5 numaralı Etkinlik Çalışma Yaprakları, deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulandı.	4 ders saati
13 Kasım 2013 Çarşamba	Uygulama Okulu	6 ve 7 numaralı Etkinlik Çalışma Yaprakları, deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulandı. Ödev soruları verildi.	4 ders saati
14 Kasım 2013	Uygulama Okulu	8 numaralı etkinlik deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulandı. Ödev sorularının sunumları yapıldı.	4 ders saati
15 -17 Kasım 2013	Uygulama Okulu	Ön çalışma (I. aşama) kapsamında yapılan uygulamalar değerlendirilerek, deney grubunda yapılacak ders etkinliklerine son şekli verildi ve hazırlıklar tamamlandı.	

3.5.1.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi'nin (8MBT) Geliştirilmesi Süreci

8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımları ölçmeye yönelik olarak geliştirilen matematik başarı testi, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ön bilgilerini ölçmek ve deney-kontrol gruplarını belirlemek amacıyla kullanılmıştır. 28 tane çoktan seçmeli sorudan oluşan test hazırlanırken, öncelikle 8. Sınıf Matematik Programı'nda yer alan olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlar belirlenmiştir. Daha sonra bu kazanımları karşılayacak şekilde M.E.B'in ders kitabı olarak onayladığı kitaplardan ve yardımcı test kitaplarından yararlanılarak uygun test maddeleri seçilmiş ve bir soru havuzu oluşturulmuştur. Testin kapsam geçerliği uzman görüşü alınarak belirlenmiştir. Hazırlanan 33 soruluk taslak formda yer alan her bir madde "*kazanıma uygunluk", "sınıf seviyesine uygunluk" ve "soru ifadesinin anlaşılır olması*" kriterlerine göre 3 alan uzmanı ve 2 matematik öğretmeni tarafından "uygun", "kısmen uygun" ve "uygun değil" seçeneklerine göre değerlendirilmiştir. Uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen (Uzlaşma Yüzdesi = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) x 100) formül ile hesaplanmıştır. Tablo 3.13 uzmanların her bir kritere ait uzlaşma yüzdelerinin ortalamasını göstermektedir.

Tablo 3.13.

8MBT'nin Taslak Formuna Ait Uzlaşma Yüzdeleri

Uzlaşma	Soru-Kazanım Uyumu	Soru-Sınıf Seviyesi Uyumu	Soru İfadesinin Anlaşılır Olma Uyumu	Uzlaşma Ortalaması
Uzlaşma Yüzdesi	0.97	0.94	0.97	**0.96**

Yapılan hesaplama sonucu uzlaşma ortalaması 0.96 olarak bulunmuştur. Uzlaşma yüzdesinin 0.70'in üzerinde olması, uzmanlar arasındaki güvenirliğin sağlanmış olduğu anlamına gelmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Buna göre, belirlenen kategorilerin tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmış ve testin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Sonraki aşamada güvenirlik analizinin yapılması amacıyla test, 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde resmi bir lisede öğrenim gören toplam 117 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulamada öğrencilere 50 dakika süre verilmiş ve yapamadıkları soruları boş bırakmaları istenmiştir. Bu ilk uygulamadan sonra testin madde analizleri yapılmış ve testten çıkarılması gereken maddeler belirlenmiştir. Bunun için öncelikle test puanlarının normal dağılıma uygun olup olmadığını belirlemek için Kolmogorov-Smirnov (K-S) Testi yapılmıştır. Tablo 3.14 bu testin sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 3.14.

8. Sınıf Matematik Başarı Testi İçin Yapılan Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov Z	P
1. Uygulama	117	17.42	6.103	0.745	0.635

Tablo 3.14'e göre $p > 0.05$ olduğundan, birinci uygulama sonrasında elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu tespit edilmiş ve sonraki aşamada testin madde analizleri yapılmıştır. Testte yer alan her bir maddenin güçlük ve ayırt edicilik analizlerine Tablo 3.15'te yer verilmiştir.

Tablo 3.15.

8. Sınıf Matematik Başarı Testi İçin Hesaplanan Madde Analiz Değerleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi (pj)	Madde Ayırt Edicilik İndeksi (dj)	**Madde No**	Madde Güçlük İndeksi (pj)	Madde Ayırt Edicilik İndeksi (dj)
1	0.61	0.66	**18**	0.53	0.56
2	0.53	0.56	**19**	0.50	0.56
3	0.53	0.63	**20**	0.52	0.53
4	0.61	0.59	**21**	0.50	0.69
5	0.61	0.66	**22**	0.61	0.59
6	0.52	0.53	**23**	0.63	0.63
7	0.52	0.53	**24**	0.61	0.59
8	0.61	0.66	**25**	0.53	0.56
9	0.61	0.72	**26**	0.52	0.66
10	0.50	0.56	**27**	0.48	0.53
11	0.55	0.47	**28**	0.47	0.31
12	0.50	0.63	**29**	0.42	0.09
13	0.48	0.47	**30**	0.42	0.03
14	0.42	0.47	**31**	0.58	0.03
15	0.61	0.72	**32**	0.55	-0.22
16	0.61	0.66	**33**	0.56	-0.31
17	0.67	0.59			

Tablo 3.15'e göre, madde ayırt edicilik indeksi 0.20'nin altında olan 5 madde testten çıkarılmıştır. Buna göre, testin nihai formundaki maddelere ait puanların aritmetik ortalama ve standart sapma değerleri Tablo 3.16' da yer almaktadır.

Tablo 3.16.

8. Sınıf Başarı Testi Maddelerinin Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

Madde	N	Ortalama	Standart Sapma	Madde	N	Ortalama	Standart Sapma
1	117	0.56	0.498	**15**	117	0.56	0.499
2	117	0.52	0.502	**16**	117	0.56	0.499
3	117	0.52	0.502	**17**	117	0.56	0.499
4	117	0.56	0.498	**18**	117	0.52	0.502
5	117	0.56	0.499	**19**	117	0.52	0.502
6	117	0.51	0.502	**20**	117	0.52	0.502
7	117	0.52	0.502	**21**	117	0.52	0.502
8	117	0.56	0.499	**22**	117	0.52	0.502
9	117	0.53	0.501	**23**	117	0.56	0.498
10	117	0.52	0.502	**24**	117	0.53	0.501
11	117	0.52	0.502	**25**	117	0.52	0.502
12	117	0.52	0.502	**26**	117	0.52	0.502
13	117	0.52	0.502	**27**	117	0.52	0.502
14	117	0.52	0.502	**28**	117	0.52	0.502
Ortalama	117	0.53	0.501				

Tablo 3.16'ya göre 8. Sınıf Matematik Başarı Testi'ne ait maddelerin aritmetik ortalaması 0.53 ve standart sapma değerlerinin ortalaması 0.501'dir.

Maddeler çıkarıldıktan sonra testin güvenirliğini analiz etmek için sırasıyla Cronbach Alfa, Spearman-Brown ve Guttman İç Tutarlık Katsayıları hesaplanmıştır. Testin bu haline ilişkin ortalama madde güçlüğü, ortalama madde ayırt ediciliği ve Cronbach Alfa Katsayısının hesaplanması sonucunda elde edilen veriler Tablo 3.17'de yer almaktadır.

Tablo 3.17.

8. Sınıf Matematik Başarı Testi'nin Nihai Formuna İlişkin İç Tutarlık Katsayıları

N	Madde Sayısı	Ortalama Madde Güçlüğü	Ortalama Madde Ayırt Ediciliği	Cronbach Alfa Katsayısı		Spearman-Brown Katsayısı		Guttman İç Tutarlık Katsayısı	
				r	p	r	p	r	p
117	28	0.550	0.583	0.857	< 0.05	0.729	< 0.05	0.826	< 0.05

Testin ortalama madde güçlüğü 0.550 olarak bulunmuştur. Bu değer testin orta zorlukta olduğunu göstermektedir. Testin ortalama madde ayırt ediciliği ise 0.583 olarak bulunmuştur. Bu durum testin çok yüksek bir ayırt ediciliğe sahip olduğunu göstermektedir. Tabloya göre Cronbach Alfa değeri 0.857, Spearman-Brown değeri 0.729 ve Guttman İç Tutarlık değeri 0.826 olarak bulunmuştur. Bu değerler testin yüksek bir güvenirliğe sahip olduğunu göstermektedir.

Ölçme aracının uygulamadan uygulamaya tutarlı sonuçlar vermesi, güvenirliğinin bir diğer göstergesidir. Bu nedenle 8MBT için test-tekrar test yönteminden yararlanılmıştır. İlk uygulamadan 6 hafta sonra test aynı öğrencilere ikinci kez uygulanmıştır. İki uygulama puanı arasındaki ilişkinin derecesi bir istatistiksel analiz programı ile Pearson Korelasyon Katsayısı hesaplanarak incelenmiştir. Ayrıca iki uygulamadan elde edilen puanların birbirinden anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını incelemek için ilişkili örneklemler için t-testi yapılmıştır. Tablo 3.18' de 8MBT'nin test-tekrar test analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 3.18.

8. Sınıf Matematik Başarı Testi'nin Test-Tekrar Test Analiz Sonuçları

	N	Ortalama	Ss	Sd	t	p
1. Uygulama	117	17.42	6.103	116	0.292	0.771
2. Uygulama	117	17.34	5.782			

Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı r = 0.887; p = 0.000

Tablo 3.18'e göre iki uygulamadan elde edilen puanların 0.05 düzeyinde anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir (t = 0.292, p > 0.05). Ayrıca hesaplanan Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı (r = 0.887; p = 0.000), iki uygulama sonucunda elde edilen test puanları arasındaki ilişkinin yüksek derecede olduğunu göstermiştir.

Tablo 3.17'de yer alan iç tutarlık katsayıları ve Tablo 3.18'de yer alan test-tekrar test analiz sonuçlarına göre 8MBT'nin güvenilir bir ölçme aracı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

3.5.1.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT) Geliştirilmesi Süreci

Olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak ve literatürden yararlanılarak araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan bu test, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Testte yer alan problemleri belirlemek amacıyla öncelikle, bazıları literatürde yer alan 27 açık uçlu problemden oluşan bir soru havuzu oluşturulmuştur. Daha sonra aynı kazanıma ait benzer sorular elenerek soru sayısı 17'ye düşürülmüştür. Seçilen problemlerin olasılık ve istatistik ile ilgili temel kavramları sorgulayan, kavramlar arasında ilişkiler kurmayı gerektiren ve farklı anlama ve düşünme yolları ile doğrulama becerilerini ortaya çıkarabilecek nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Testin taslak formunda yer alan bu 17 madde, kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla, 3 alan uzmanı ve 2 matematik öğretmeni tarafından "*kazanıma uygunluk*", "*sınıf seviyesine uygunluk*", "*soru ifadesinin anlaşılır olması*", "*doğrulama becerilerini ölçmesi*" ve "*farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması*" kriterlerine göre "uygun", "kısmen uygun" ve "uygun değil" seçenekleri ile değerlendirilmiştir. Uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve

Huberman (1994) tarafından geliştirilen formül ile hesaplanmıştır. Her bir problem için ayrı ayrı hesaplanan uzlaşma yüzdelerine aşağıdaki Tablo 3.19'da yer verilmiştir.

Tablo 3.19.

ADYBT'ye Ait Uzlaşma Yüzdeleri

Soru No	Kazanım	Sınıf Seviyesi	Anlaşılır Olma	Doğrulama Becerileri	Düşünme Yolları	Uzlaşma Ortalaması
1	1	1	0.80	1	1	0.96
2	1	0.80	1	0.80	1	0.92
3	1	1	1	1	1	1
4	1	0.80	1	0.80	1	0.92
5	1	0.80	1	0.80	1	0.92
6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1
9	1	1	0.80	1	1	0.96
10	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1
12	1	**0.40**	**0.20**	**0.60**	**0.60**	**0.56**
13	1	1	**0.40**	**0.40**	**0.60**	**0.68**
14	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1

Tablo 3.19'a göre, 12. ve 13. problemlerin sınıf seviyesine uygunluğu, anlaşılır olması, doğrulama becerilerini ölçmesi ve farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması yönündeki görüş birliği yüzdelerinin 0.70'in altında olduğu görülmektedir. Uzlaşma ortalamaları incelendiğinde de, bu iki problemin ortalamalarının 0.70'in altında kaldığı ortaya çıkmıştır. Bu nedenle, bu iki problem testten çıkarılmıştır. Tablo 3.20 testin nihai formuna ait uzlaşma yüzdelerinin ortalamasını göstermektedir.

Tablo 3.20.

ADYBT'nin Nihai Formuna Ait Uzlaşma Yüzdeleri

Uzlaşma	Kazanım	Sınıf Seviyesi	Anlaşılır Olma	Doğrulama Becerileri	Düşünme Yolları	Uzlaşma Ortalaması
Uzlaşma Yüzdesi	1	0.96	0.97	0.96	1	**0.98**

Tablo 3.20'ye göre testin nihai formuna ait uzlaşma ortalaması 0.98 olarak bulunmuştur. Buna göre belirlenen kategorilerin tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmış ve testin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Ayrıca uzmanların sorularla ilgili yapmış oldukları açıklamalar doğrultusunda bazı soru ifadeleri yeniden düzenlenmiştir. Bu duruma ait örnekler aşağıda Tablo 3.21'de gösterilmiştir.

Tablo 3.21.

Uzman Görüşleri Doğrultusunda Düzenlenen Soru Örnekleri

Sorunun İlk Hali	Sorunun Son Hali
Bir tren, yolculuğa başladıktan 10 dakika sonra maksimum (en yüksek) hıza ulaşıyor ve bu hızla 15 dakika daha yola devam ediyor. Yolculuğunun son 5 dakikası boyunca ise hızı sıfıra iniyor. Buna göre, bu trenin hız-zaman ilişkisini gösteren uygun grafiği çiziniz. Neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.	Bir tren, **yolculuğunun ilk 10 dakikası boyunca maksimum (en yüksek) hıza ulaşıyor ve bu hızla 15 dakika daha yola devam ediyor. 5 dakika sonra da duruyor.** Buna göre, **bu trenin yolculuğu boyunca hızını gösteren uygun grafiği çiziniz.** Neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
Dilek doğum günü partisine 5 arkadaşını çağırmıştır. Partide herkes birbiriyle tokalaştığına göre, toplam kaç tokalaşma olur? Cevabınızı doğrulayacak ve arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde farklı çözüm yolları geliştiriniz. Nasıl düşündüğünüzü ve nedenlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.	Dilek'in doğum günü partisine **5 arkadaşı katılmıştır.** Partide herkes birbiriyle tokalaştığına göre, toplam kaç tokalaşma olur? Cevabınızı doğrulayacak ve arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde farklı çözüm yolları geliştiriniz. Nasıl düşündüğünüzü ve nedenlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Kapsam geçerliği sağlanan ADYBT, güvenirliğinin sağlanması için İstanbul ili Bayrampaşa İlçesi'nde yer alan resmi bir lisede öğrenim gören toplam 30 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama için öğrencilere 100 dakika zaman verilmiştir. Daha sonra öğrencilerin yazılı sınavda yer alan her bir probleme ilişkin yanıtları araştırmacı ve alanında uzman bir öğretim görevlisi tarafından, cevapların doğruluğuna ve açıklamaların niteliğine göre en iyiden en yetersize doğru "çok iyi (4 puan)", "iyi (3 puan)", "orta (2 puan)", "yetersiz (1 puan)" ve "geçersiz (0 puan)" olarak kodlanmış ve problemlere yönelik anlama ve düşünme yolu kategorileri ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yanıtlarında kullandıkları doğrulama şemaları Harel ve Sowder'in (1998) belirledikleri ispat şeması modeline göre dışsal (1 puan), deneysel (2 puan), analitik (3 puan) ve boş (0 puan) olarak kodlanmıştır. Yapılan kodlamalara ilişkin uzlaşma yüzdeleri Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen formüle göre hesaplanmıştır. Tablo 3.22'de öğrencilerin ADYBT'de yer alan her bir probleme yönelik anlama ve düşünme yolu kategorilerine ve kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin uzlaşma yüzdeleri gösterilmiştir.

Tablo 3.22.

Öğrencilerin Problemlere Yönelik Anlama ve Düşünme Yolu Kategorilerine ve Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Uzlaşma Yüzdeleri

Sorular	Anlama ve Düşünme Yolu Kategorisi	Doğrulama Şeması	Uzlaşma Ortalaması
1	0.93	1	0.97
2	0.90	0.93	0.92
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	0.90	0.90	0.90
7	0.97	1	0.99
8	0.97	1	0.99
9	0.93	1	0.97
10	0.97	0.97	0.97
11	1	1	1
12	1	1	1
13	1	0.97	0.99
14	1	1	1
15	1	1	1
Ortalama	0.97	0.98	**0.98**

Tablo 3.22'ye göre, öğrencilerin problemlere yönelik anlama ve düşünme yolu kategorilerine ilişkin uzlaşma yüzdesi 0.97 olarak bulunurken, kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin uzlaşma yüzdesi ise, 0.98 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca, verilen farklı kodlar üzerinde tartışma yürütülerek ortak bir noktada uzlaşılmış ve böylece yapılan kodlamaların tutarlı olması sağlanmıştır. Daha sonra, öğrencilerin ADYBT'den aldıkları puanlara göre belirlenen anlama ve düşünme yolu profillerinin her birinden birer öğrenci seçilmiş ve bu öğrencilerle kullandıkları doğrulama şemalarını yakından incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Her bir mülakat yaklaşık 30 dakika sürmüş ve bütün mülakatlar videoya kaydedilmiştir. Video kayıtları sözel metne dönüştürüldükten sonra, araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarına göre dışsal, deneysel, analitik ve boş olarak kodlanmıştır. Mülakatlar için yapılan kodlamalarda uzlaşma yüzdesi 0.98 olarak bulunmuştur. Böylece hem testin güvenirliği sağlanmış hem de testte yer alan açık uçlu problemlerin ve görüşme sorularının öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca yapılan bu kodlamalar doğrultusunda, araştırmacı tarafından testte yer alan problemlere yönelik öğrencilerin sahip oldukları anlama ve düşünme yollarını, kullandıkları doğrulama şemalarını ve bunların nasıl puanlanacağına ilişkin kriterleri gösteren "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)" geliştirilmiştir. Bu form, ana uygulamada ADYBT'den elde edilen verilerin analizinde ve yorumlanmasında kullanılmıştır.

3.5.1.3. Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'nun (ADYDF) Geliştirilmesi Süreci

"Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu" (ADYDF) 2013-2014 eğitim-öğretim yılının başında, resmi bir lisede öğrenim gören 30 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile yapılan ön çalışma (I. aşama) sürecinde geliştirilmiştir. Bu form, ana uygulama (II. aşama) sürecinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT'ye verdikleri cevapları değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır. Formda yer alan kriterlerin belirlenmesi aşamasında, 30 öğrencinin ADYBT'ye verdikleri yanıtları içeren yazılı kağıtlarından ve bu öğrenciler arasından anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen 5 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen veriler kullanılmıştır. Bu süreçte aşağıda belirtilen aşamalardan yararlanılmıştır:

1) ADYBT'de yer alan açık uçlu problemler için ortaya çıkabilecek farklı çözüm yollarının belirlenmesi
2) Öğrencilerin verdikleri yanıtlara ilişkin puanlama kriterlerinin belirlenmesi
3) Öğrencilerin "Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri'nin (ADYP)" ortaya çıkarılması
4) Öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarının belirlenmesi
5) Öğrencilerin problem çözme süreçlerinin ve kullandıkları doğrulama şemalarının derinlemesine incelenmesi amacıyla yarı yapılandırılmış mülakatların yapılması
6) Oluşturulan taslak formun uygulanması, geçerlik ve güvenirlik çalışmalarının yapılması

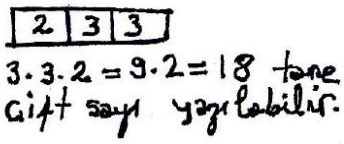
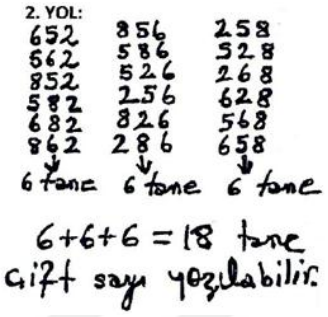
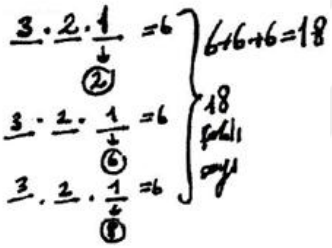
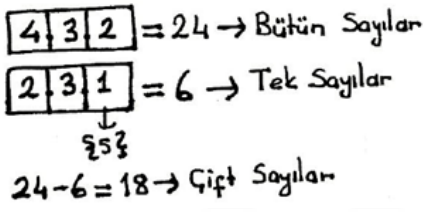
Bu aşamaların her biri aşağıda detaylı olarak açıklanmaktadır.

3.5.1.3.1. ADYBT'de Yer Alan Açık Uçlu Problemlere İlişkin Farklı Çözüm Yollarının Belirlenmesi

Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu'nun (ADYDF) geliştirilmesi sürecinde öncelikle, testte yer alan açık uçlu problemler için ortaya çıkabilecek farklı çözüm yolları tespit edilmiştir. Bu amaçla 3 matematik öğretmeninin görüşlerine başvurulmuş ve öğretmenlerden, testte yer alan her bir problem için önerebilecekleri bütün çözüm yollarını not etmeleri istenmiştir. Böylece araştırma sürecinde öğrencilerin ortaya koyabileceği farklı çözüm yollarının neler olabileceği hakkında fikir edinilmiştir. Tablo 3.23'te ADYBT'de yer alan sekizinci problem için uzmanlar tarafından önerilen farklı çözüm yolları örnek olarak gösterilmiştir.

Tablo 3.23.

Sekizinci Problem İçin Uzmanların Önerdiği Farklı Çözüm Yolları

Problem
A = {2, 5, 6, 8} kümesinin elemanları kullanılarak 3 basamaklı, rakamları farklı kaç tane çift doğal sayı yazılabilir?
Çözüm Yolları
1. YOL: 
2. YOL: 
3. YOL: 
4. YOL: 

Tablo 3.23'te görüldüğü gibi, sekizinci problem için 4 farklı çözüm yolu önerilmiştir. İkinci çözüm yolunda, deneme-yanılma stratejisi kullanılırken, diğer üç çözüm yolunda ise, öğretmenlerin "kutu yöntemi" olarak da adlandırdıkları permütasyon kullanılmıştır.

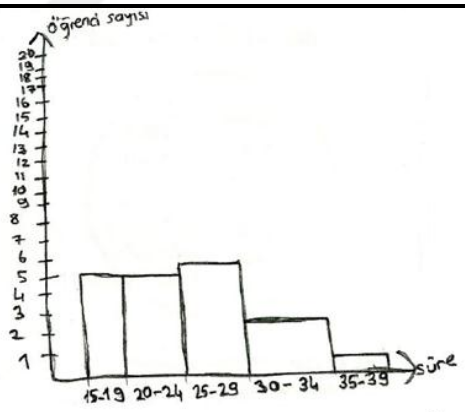
3.5.1.3.2. Öğrencilerin Verdikleri Yanıtlara İlişkin Puanlama Kriterlerinin Belirlenmesi

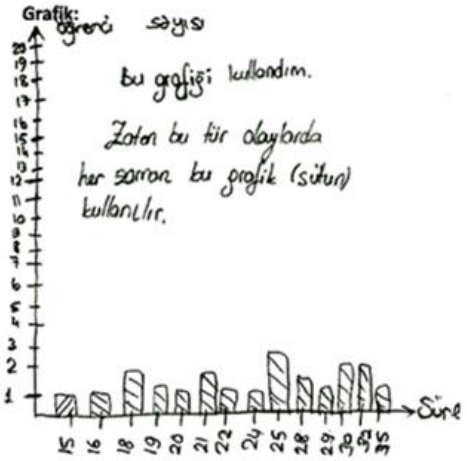
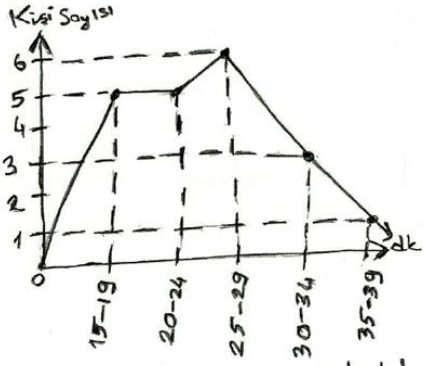
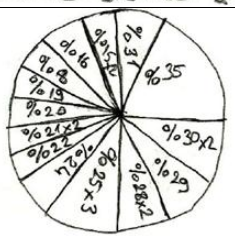
Puanlama kriterlerinin belirlenmesi aşamasında öncelikle, daha önce belirtildiği gibi öğrencilerin ADYBT'de yer alan açık uçlu problemlere ilişkin çözümleri tek tek incelenmiş ve en iyiden en yetersize doğru sıralanmıştır. Daha sonra yazılı kağıtlarının tamamı alınarak öğrencilerin her bir probleme ilişkin cevapları, araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından ayrı ayrı *çok iyi* (4 puan), *iyi* (3 puan), *orta* (2 puan), *yetersiz* (1 puan) ve *geçersiz* (0 puan) olarak kodlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin buldukları cevapları doğrulamak için yaptıkları açıklamalar doğrultusunda, kullandıkları doğrulama şemaları *analitik şema* (3 puan), *deneysel şema* (2 puan), *dışsal şema* (1

puan) ve *boş* (0 puan) olarak kodlanmıştır. Kodlamalardaki uzlaşma yüzdesi 0.98 olarak bulunmuş ve verilen farklı kodlar üzerinde tartışma yürütülerek ortak bir noktada uzlaşma sağlanmıştır. Yapılan bu kodlamalar doğrultusunda, araştırmacı tarafından ADYBT'de yer alan her bir probleme ilişkin değerlendirme kriterleri belirlenmiştir. Bu kriterler belirlenirken, her bir problemin kendine özgü ve sorulma amacına yönelik özellikleri göz önüne alınmıştır. Aşağıda Tablo 3.24'te üçüncü probleme ilişkin örnek bir değerlendirme gösterilmiştir.

Tablo 3.24.

ADYBT'de Yer Alan 3. Probleme İlişkin Değerlendirme Kriterleri ve Öğrenci Cevaplarından Örnekler

Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
Çok İyi (4 Puan)	Analitik Şema (3 Puan)	
Özellikler **1.** Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Yaptığı açıklamada, oluşturduğu grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ Çok sayı olduğu için, ❖ Çok fazla tekrar eden sayı olmadığı için, ❖ Sayılar ardışık ve birbirine yakın olduğu için vb.	**Açıklama:** Ben histogram kullandım. Çünkü veri sayımız çok fazlaydı. 20 taneyi yapmamız dım ve en basiti ile onları gruplamak olurdu. Bundan dolayı histogram bu soru için idealdi.
İyi (3 Puan)	Deneysel Şema (2 Puan)	
Özellikler **1.** Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Öğrenci hangi grafiğin uygun olduğuna, diğer grafikleri oluşturup denedikten sonra veya sezgileriyle karar verir.	

Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
Orta **(2 Puan)**	Dışsal Şema (1 Puan)	
Özellikler	Bu şemada öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin, grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ "Test kitaplarındaki sorularda bu grafik vardı", ❖ "Tablo verilen sorularda böyle yapılır", ❖ "Öğretmen böyle sorularda bu grafiğin kullanılacağını söylemişti" vb.	
1. Grafik türü doğru, verilerin organize ediliş biçimi kısmen doğru (yani veriler tekrar sayılarına göre düzenlenmiş). **2.** Açıklama yok veya yetersiz.		
Yetersiz **(1 Puan)**	Boş (0 Puan)	 Açıklama: Çünkü, bu grafik daha kolay ve daha açıklayıcı. Öğrencilerin test bitirme sürelerini histogramda ve çizgi grafiğinde göstererek daha açıklayıcı olduğunu göstermek istedim.
Özellikler	Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
1. Verilerin organize ediliş biçimi doğru olmakla birlikte grafik türü yanlış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.		
Geçersiz **(0 Puan)**	Boş (0 Puan)	 Bence en anlaşılabilir böyle oluyor bu arada bu bazı sayının yanındaki örneğin %15x2 bu 15 dakikada iki öğrencinin bitirdiğini gösteriyor.
Özellikler	Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.		

Tablo 3.24'te görüldüğü gibi, probleme verilen yanıtların değerlendirilmesi sürecinde çözümün doğruluğuna ve yapılan açıklamaların niteliğine bakılmıştır. Burada öğrencilerden beklenen, problemin bağlamına uygun olarak histogram oluşturmaları ve verileri gruplandırarak organize etmeleridir. Buna göre, anlama ve düşünme yolu seviyelerine göre *çok iyi* kategorisinde yer alan yanıtları, *iyi* kategorisinde yer alan yanıtlardan ayıran temel özellik, yapılan açıklamaların niteliğidir. Örneğin, ikinci çözümde öğrenci problemin bağlamına uygun bir grafik (histogram) tercih etmesine ve verileri doğru bir biçimde organize etmesine rağmen, cevabı *çok iyi* kategorisinde değerlendirilmemiştir. Çünkü öğrencinin çözüme ilişkin yaptığı açıklama yetersizdir.

"Orta" kategorisinde yer alan üçüncü çözümde ise, öğrenci problemin bağlamına uygun bir grafik (sütun) tercih etmekle birlikte, verileri kısmen doğru biçimde düzenlemiştir. Bu kategoride yer alan yanıtlarda, veriler tekrar sayılarına göre sınıflandırılarak ya da tek tek yazılarak gösterilmektedir. Buna göre, *orta* kategorisinde yer alan yanıtları *yetersiz* kategorisinde yer alan yanıtlardan ayıran özellik, bu kategoride yer alan yanıtlarda problemin bağlamına uygun bir grafik (sütun) tercih edilmesidir. Örneğin, dördüncü çözümde öğrenci verileri gruplandırarak doğru bir şekilde organize etmesine rağmen, yanlış bir grafik türü (çizgi) tercih ettiği için cevabı *yetersiz* kategorisinde değerlendirilmiştir. Son olarak, *geçersiz* kategorisinde yer alan yanıtlar beşinci çözümde de görüldüğü gibi, tercih edilen grafik türü ve verilerin organize ediliş şekli bakımından tamamen yanlıştır.

Görüldüğü gibi öğrencilerin buldukları çözümleri doğrulamak amacıyla yaptıkları açıklamaların niteliği, hem anlama ve düşünme yolu seviyelerinin tespit edilmesinde hem de öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarının sınıflandırılmasında belirleyici olmuştur. Buna göre, anlama ve düşünme yolu seviyesi açısından ç*ok iyi* olarak değerlendirilen cevaplar, genellikle mantıksal çıkarıma dayanan açıklamalar içermektedir. Örneğin, birinci çözümü öneren öğrencinin, veri sayısının çok olmasından dolayı verileri gruplandırmak ihtiyacı duyduğunu ve bu nedenle histogramı tercih ettiğini belirtmesi, onun akıl yürüterek bir sonuca ulaştığını ve *analitik şemayı* kullandığını göstermektedir. Diğer taraftan, ikinci çözümü öneren öğrencinin "*aslında önce çizgi grafiği yapmaya çalışmıştım ama karışık geldi bana. Onun için bunu tercih ettim*" şeklindeki açıklaması, onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Çünkü

öğrenci başka bir grafik oluşturmayı denedikten sonra histogram yapmaya karar vermiş ve bu süreçte sezgileriyle hareket etmiştir.

Üçüncü çözümü öneren öğrencinin, neden sütun grafiğini tercih ettiğine ilişkin yaptığı "*bu tür olaylarda her zaman bu grafik kullanılır*" şeklindeki açıklama ise, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Çünkü öğrenci gerekçesini sunmaksızın sadece, belirli durumlarda belirli grafiklerin kullanılacağını belirtmiştir. Bu durum, öğrencinin karar verme sürecinde muhakeme yapmadığını ve sadece bu bilgiye dayanarak hareket ettiğini göstermektedir.

Son olarak, dördüncü ve beşinci çözümü öneren öğrencilerin herhangi bir doğrulama şeması kullanmadıkları söylenebilir. Çünkü yapılan açıklamalar yetersizdir ve öğrencilerin çözüm sürecinde nasıl düşündüklerine ilişkin herhangi bir ipucu içermemektedir.

3.5.1.3.3. Öğrencilerin "Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri"nin (ADYP) Belirlenmesi

Anlama ve düşünme yolu profillerinin belirlenmesi sürecinde öncelikle, öğrencilerin testte yer alan problemler için önerdikleri çözümler, daha önce açıklanan anlama ve düşünme yolu seviyelerine göre kodlanmıştır. Buna göre, testten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 60 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra öğrencilerin tüm problemler bazında aldıkları puanlar toplanmış ve 0-12 puan aralığı *geçersiz*, 13-24 puan aralığı *yetersiz*, 25-36 puan aralığı *orta*, 37-48 puan aralığı *iyi* ve 49-60 puan aralığı *çok iyi* şeklinde kodlanarak "Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri" (ADYP) belirlenmiştir. Tablo 3.25'te bu profillere ait tanımlayıcı özellikler yer almaktadır.

Tablo 3.25.

ADYP'ye İlişkin Tanımlayıcı Özellikler

Profiller	Öğrenci Özellikleri
Geçersiz (0-12)	℘ Problemlere yönelik genellikle alakasız ya da anlaşılmayan çözümler önerir. ℘ Yaptığı açıklamalar herhangi bir doğrulama içermez.
Yetersiz (13-24)	℘ Problemleri çözmek için bazı adımlar atsa da, bu adımları tamamlayamaz. ℘ Açıklamaları yetersizdir ve genellikle herhangi bir doğrulama içermez.

Profiller	Öğrenci Özellikleri
Orta (25-36)	℘ Problemleri çözme sürecinde anlamlı bir yol izlese de, tam bir çözüme ulaşamaz. ℘ Açıklamaları yetersizdir ve genellikle dışsal ya da deneysel şemaları kullanır.
İyi (37-48)	℘ Problemlere tam ve doğru olan bir ya da daha fazla çözüm önerebilir. ℘ Açıklamalarında ise genellikle dışsal veya deneysel şemaları kullanır.
Çok İyi (49-60)	℘ Problemlere tam ve doğru olan bir ya da daha fazla çözüm önerebilir. ℘ Açıklamaları genellikle mantıksal çıkarımlara dayanır ve analitik şemayı kullanır.

Tablo 3.25'te görüldüğü gibi, ADYP'ye göre çok iyi ve iyi kategorilerinde yer alan öğrenciler, problemlere tam ve doğru olan bir veya daha fazla çözüm önerebilmektedir. İki ayrı kategoride yer alan bu öğrencileri birbirinden ayıran temel özellik ise, çözümlerini doğrulamak için yaptıkları açıklamaların niteliğidir. Buna göre, çok iyi kategorisinde yer alan bir öğrenci, cevabını doğrulamak için genellikle mantıksal çıkarımlara dayanan açıklamalar yaparak analitik şemayı kullanırken; iyi kategorisinde yer alan bir öğrenci ise, genellikle öğrendiği formül veya kurallara dayanan açıklamalar yaparak dışsal şemayı veya sezgileriyle hareket ederek deneysel şemayı kullanır.

ADYP'ye göre orta kategorisinde yer alan öğrenciler, problemleri çözme sürecinde belirli bir strateji izlemekle birlikte, doğru sonuca ulaşamazlar ve cevaplarını doğrulamak için genellikle dışsal veya deneysel şemaları kullanırlar. Diğer taraftan, yetersiz kategorisinde yer alan öğrenciler, çözüme yönelik bazı işlemler yapsalar da, izledikleri belirli bir stratejileri olmadığı için bir sonuca ulaşamazlar ve cevapları genellikle herhangi bir doğrulama şeması içermez. Son olarak, geçersiz kategorisinde yer alan öğrencilerin problemlerin çözümüne yönelik yaptıkları işlemler, alakasız ya da anlaşılmazdır ve herhangi bir doğrulama şeması içermez.

Bu tanımlamalarda yer alan kriterler doğrultusunda, ön çalışmada yer alan 30 öğrencinin anlama ve düşünme yolu profilleri belirlenmiştir. Tablo 3.26 her bir profilde yer alan öğrenci sayılarını göstermektedir.

Tablo 3.26.

Ön Çalışmada (I. Aşama) Yer Alan Öğrencilerin ADYP'ye Göre Dağılımı

Profiller	Geçersiz (0-12)	Yetersiz (13-24)	Orta (25-36)	İyi (37-48)	Çok İyi (49-60)
Öğrenci Sayısı	1	19	8	2	1

Tablo 3.26'ya göre, ön çalışmada yer alan 30 öğrencinin yarısından fazlası (%63) ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer almakta, *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde ise, toplamda sadece 3 öğrenci (%10) bulunmaktadır. Bu durum, ön çalışmada yer alan 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının genel olarak yetersiz olduğunu göstermektedir.

3.5.1.3.4. Öğrencilerin Kullandıkları Doğrulama Şemalarının Belirlenmesi

Ön çalışma (I. aşama) sürecinde anlama ve düşünme yolu profilleri ortaya çıkarılan öğrencilerin, kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek üzere, ADYBT'de yer alan problemlere yönelik çözümlerinde yaptıkları açıklamalar; analitik şema 3 puan, deneysel şema 2 puan, dışsal şema 1 puan ve boş 0 puan olacak şekilde kodlanmıştır. Böylece öğrencilerin problemler için ortaya koyduğu çözüm yollarının, hangi doğrulama şemalarını yansıttığını belirlemeye yönelik ADYDF'de yer alacak kriterler belirlenmiştir. Bu kriterler doğrultusunda araştırmada, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin yazılı sınavda kullandıkları doğrulama şemaları belirlenmiş ve bu şemalara ilişkin frekans ve yüzde tabloları oluşturulmuştur. Tablo 3.27 ön çalışmada yer alan öğrencilerin, kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin frekans ve yüzde değerlerini göstermektedir.

Tablo 3.27.

Ön Çalışmada (I. Aşama) Yer Alan Öğrencilerin Yazılı Sınavda Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

Doğrulama Şemaları									
Dışsal		**Deneysel**		**Analitik**		**Boş**		**Toplam**	
f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
150	33.33	27	6	66	14.67	207	46	450	100

Tablo 3.27'de görüldüğü gibi, ön çalışmada yer alan 30 öğrenci ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak, %33.33 oranında dışsal şemayı (150

çözüm), % 6 oranında deneysel şemayı (27 çözüm) ve %14.67 oranında analitik şemayı (66 çözüm) kullanmış, % 46 oranında ise (207 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, öğrenciler en çok dışsal şemayı ve en az deneysel şemayı kullanmışlardır. Analitik şemaların kullanılma oranı ise, deneysel şemaya göre yüksek olmasına rağmen, dışsal şemaya göre oldukça düşüktür. Ayrıca, öğrenciler problemlere yönelik çözümlerinin yaklaşık yarısında (%46) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu durum, ön çalışmada yer alan öğrencilerin doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu ve problem çözme sürecinde buldukları çözümleri doğrulamakta zorlandıklarını göstermektedir.

3.5.1.3.5. Yarı Yapılandırılmış Mülakatların Yapılması

ADYDF'nin geliştirilmesi sürecindeki son aşamada, ön çalışma (I. aşama) sürecinde yer alan 30 öğrenciden ADYP'ye göre seçilen 5 tanesi ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar, öğrencilerin problemleri nasıl anladıklarını, çözüm sürecinde nasıl düşündüklerini ortaya çıkarmak ve kullandıkları doğrulama şemalarını derinlemesine incelemek amacıyla yapılmıştır. Böylece yazılı sınavda kullanılan doğrulama şemalarının, hangi düşünme yollarını yansıttığını belirlemeye yönelik ADYDF'de yer alacak kriterler tespit edilmiştir. Buna göre, öğrencilere araştırmacı tarafından hazırlanmış olan 4 tane görüşme sorusu yöneltilmiştir. Alanında uzman bir öğretim görevlisi ve 3 matematik öğretmeni, görüşme sorularının anlaşılır olup olmadığını incelemiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda genel olarak soruların amacına uygun olduğuna ve herhangi bir değişiklik yapılmasına gerek olmadığına karar verilmiştir. Böylece sorular için kapsam geçerliği sağlanmıştır. Tablo 3.28'de görüşme soruları ve özellikleri gösterilmiştir.

Tablo 3.28.

Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları

Sorular	Özellikler
Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?	Bu soru, öğrenciye işlem adımlarını açıklattırmaktan ziyade, onun bu işlemleri neden yaptığını sorgulamak ve böylece problemi doğru anlayıp anlamadığını ortaya çıkarmak amacıyla sorulmuştur.

Sorular	Özellikler
Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?	Bu soru, öğrencinin verdiği cevabı ve önerdiği çözümü yeniden gözden geçirmesini sağlamak amacıyla sorulmuştur.
Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?	Bu soru, öğrencinin yazılı sınavda aklına gelmemiş olan farklı çözüm yolları olup olmadığını belirlemek amacıyla sorulmuştur.
Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?	Bu soru, öğrencinin kullandığı doğrulama şemalarını ortaya çıkarmak amacıyla sorulmuştur.

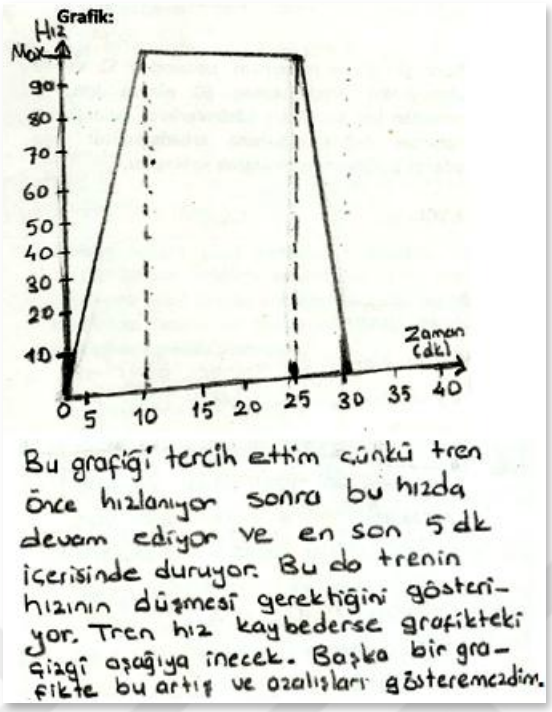
Tablo 3.28'de yer alan sorular, yapılan görüşmelerde ADYP'ye göre seçilen 5 öğrenciye yöneltilmiştir. Tablo 3.29 görüşme yapılan öğrencilerin ADYP'ye ilişkin puanlarını göstermektedir. Ön çalışma sürecinde, öğrencilerin gerçek isimleri yerine P_1, P_2, P_3, …. gibi kodlar kullanılmıştır.

Tablo 3.29.

Ön Çalışma (I. Aşama) Sürecinde Görüşme İçin Seçilen Öğrencilerin ADYP'ye İlişkin Puanları

Öğrenciler	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
ADYP Puanları	Çok İyi (54)	İyi (45)	Orta (32)	Yetersiz (22)	Geçersiz (10)

Tablo 3.29'de yer alan öğrencilerle yapılan mülakatlar, izin alınarak videoya kaydedilmiştir. Her görüşme yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Daha sonra bu video kayıtları sözel metne dönüştürülerek araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından ayrı ayrı değerlendirilmiş ve öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemaları dışsal, deneysel, analitik ve boş olarak kodlanmıştır. Kodlamalardaki uzlaşma yüzdesi 0.98 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda öğrencilerden P_1'in 1., 2. ve 5. problemlere ilişkin çözümlerine ve öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan bölümlere yer verilerek, araştırmada öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarının nasıl modellendiği gösterilmeye çalışılmıştır. Görüşmede araştırmacı A, öğrenci P_1 olarak kodlanmıştır. Şekil 3.4'te P_1'in yazılı sınavda grafik oluşturma ile ilgili birinci probleme ilişkin çözümü gösterilmiştir.



Şekil 3.4 P_1'in yazılı sınavda birinci probleme ilişkin çözümü

Şekil 3.4'te görüldüğü gibi P_1, problemin bağlamına uygun ve doğru bir grafik oluşturmuş, ayrıca neden bu grafiği tercih ettiğini detaylı bir şekilde açıklamıştır. Öğrencinin trenin hızıyla ilgili olarak yaptığı açıklamalar ve "*başka bir grafikte bu artış ve azalışları gösteremezdim*" şeklindeki ifadesi, mantıksal çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda P_1'in görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çizgi grafiğini neden tercih ettin?**

2 P_1: Tren 10 dakika içerisinde en yüksek hıza ulaşıyorsa, grafik çizgisi en yukarıda ve tam olarak 10 dakikanın hizasına gelmeli. 15 dakika en yüksek hızda devam ediyormuş. Bu da demektir ki, maksimum hızın hizasında 15 dakika düz bir çizgi devam edecek. En son 5 dakika içerisinde duracak diyor, bu da trenin hızının düşmesi gerektiğini gösteriyor. Tren hız kaybederse grafikteki çizgi aşağıya inecek. Böylece grafiği tamamlamış oldum.

3 **A: Peki, neden çizgi grafiğini tercih ettin? Başka bir grafik uygun olabilir miydi sence?**

4 P_1: Bence olamazdı çünkü bu soruda trenin hızı sürekli değişiyor. Önce hızlanıyor, sonra aynı devam ediyor sonra da yavaşlayıp duruyor. Bunu başka bir grafikte gösteremezdim.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

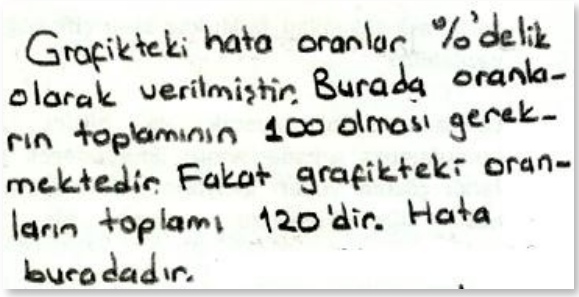
6 P_1: Evet, bence anlamlı. Çünkü dediğim gibi, başka bir grafik olmazdı yani mesela sütun grafiğinde gösteremezdim. Trenin maksimum hıza çıktığını nasıl gösterecektim? Ya da durduğunu? Birden bire yükselmiyor ki yavaş yavaş artıyor ve azalıyor. Olamazdı yani.

7 **A: Peki, en uygun grafiğin bu olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

8 P_1: Size anlattığım gibi anlatırdım. İkna olmazlarsa başka grafikleri deneyerek olamayacağını görürler zaten.

Görüldüğü gibi P_1, grafiği nasıl oluşturduğunu ayrıntılı bir şekilde açıklamış (2) ve hızın değişkenliğinden bahsederek, bu değişimi başka bir grafikte gösteremeyeceğini belirtmiştir (4 ve 6). Öğrencinin bu açıklamaları, onun muhakeme yaparak bir sonuca ulaştığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

P_1'in yazılı sınavda grafiklerle ilgili ikinci probleme ilişkin çözümü Şekil 3.5'te yer almaktadır.



Şekil 3.5 P_1'in yazılı sınavda ikinci probleme ilişkin çözümü

Şekil 3.5'te görüldüğü gibi P_1, soruda verilen daire grafiğinde yüzdelerin toplamının %100'ü geçtiğini ve bunun bir hata olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin grafikteki oranlar yüzde olarak verildiği için toplamlarının %100'ü geçemeyeceğini belirtmesi, onun bir akıl yürütmeden çok ezbere dayanan bir düşünme şekli ortaya koyduğunu

göstermektedir. Bu doğrultuda öğrencinin dışsal şemayı kullandığı söylenebilir. Yapılan görüşmede de öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan bir bölüm sunulmaktadır.

1 A: **Bu grafikte yüzdelerde hata olduğunu belirtmişsin. Neden bunun bir hata olduğunu düşünüyorsun, açıklayabilir misin?**

2 P_1: Burada da söylediğim gibi grafikte oranlar yüzde olarak verilmiş. Buna göre toplamları %100 olmalıdır. %100'ü geçemez, saçma olur. Zaten ben hiç öyle bir grafik görmedim.

3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

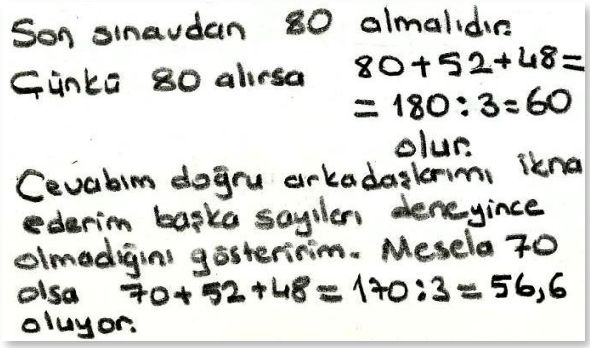
4 P_1: Cevabımın anlamlı olduğunu düşünüyorum. Çünkü yüzde olarak verildiyse en fazla %100 olmalıdır. Hatırladığım kadarıyla çözdüğüm bütün grafik sorularında hep böyleydi.

5 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

6 P_1: Bu şekilde açıklarım. Daire grafiğinde %100'ü geçmez. İkna olmazlarsa kitaplardaki sorulara bakabilirler.

Görüldüğü gibi P_1, grafiğin %100'ü geçmesinin neden bir hata olduğunu ezbere dayalı bilgilerini hatırlamaya çalışarak açıklamaktadır (2 ve 4). Öğrencinin cevabını doğrulamak için daha önce kitaplarda görmüş olduğu sorulara güvenmesi (6), onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

P_1'in yazılı sınavda merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümü Şekil 3.6'da yer almaktadır.



Şekil 3.6 P_1'in yazılı sınavda beşinci probleme ilişkin çözümü

Şekil 3.6'da görüldüğü gibi P_1, deneme-yanılma stratejisini kullanarak problemi doğru bir şekilde çözmüştür. Öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için örnek vererek cevabını doğrulamaya çalışması, onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan bir bölüm sunulmaktadır.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 P_1: Ortalamasının 60 olması için, kaç alması gerektiğini düşündüm. Aklımdan denedim. 80 alırsa 60 oluyordu, burada da gösterdiğim gibi. Böyle çözdüm.

3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

4 P_1: Evet düşünüyorum. Çünkü sınavlarını topladım, 3'e bölünce 60 oldu. Demek ki doğru buldum.

5 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

6 P_1: Olabilirdi aslında ama benim aklıma gelmedi. Unuttum bu konuları. O yüzden böyle deneyerek yaptım.

7 **A: Peki cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

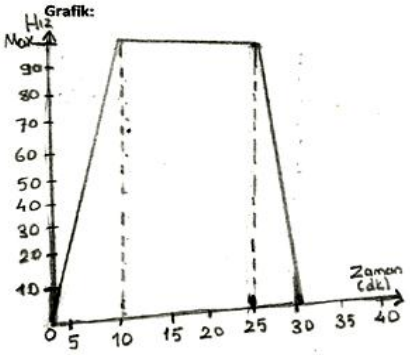
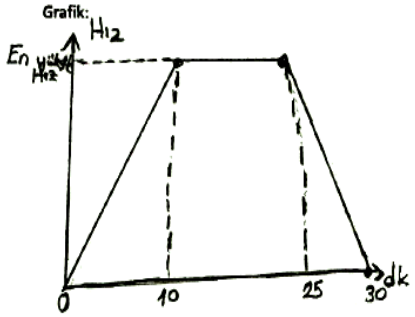
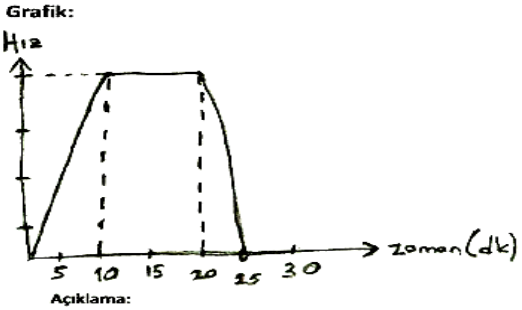
8 P_1: Burada da yazdığım gibi başka sayıları denerim, olmayacağını görürler. Çünkü sadece 80 alırsa notu 60 düşebilir.

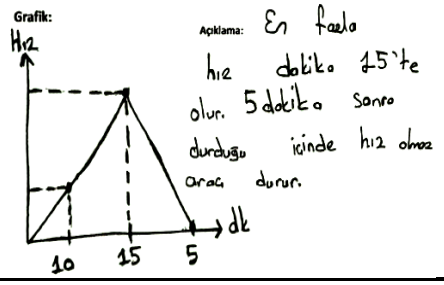
Görüldüğü gibi P_1, problemi çözme sürecinde deneme-yanılma stratejisini kullanmış (2 ve 4) ve başka bir çözüm önerememiştir (6). Burada öğrencinin çözüm stratejisine yansıyan düşünme yolunun, kullandığı doğrulama şemasını da etkilediği görülmektedir. Nitekim P_1'in cevabını doğrulamak için başka örnekler deneyeceğini ifade etmesi (8), deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

Yapılan bu görüşmeler doğrultusunda, öğrencilerin yazılı sınavda kullandıkları doğrulama şemalarının, hangi düşünme yollarını yansıttığını belirlemeye yönelik ADYDF'de yer alacak kriterler belirlenmiştir. Tablo 3.30'da yazılı sınavdaki birinci probleme yönelik belirlenen kriterler doğrultusunda, doğrulama şemalarının nasıl kodlandığı örnek olarak gösterilmiştir.

Tablo 3.30.

Birinci Problem İçin Belirlenen Kriterler Doğrultusunda Yapılan Kodlamalar

Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Yaptığı açıklamada, oluşturduğu grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ Artış ve azalışları göstermek için. ❖ İniş ve kalkışları göstermek için. ❖ Hızın değişkenliğini (aracın yavaşladığını, hızlandığını, durduğunu, sabit hızla gittiğini vb.) göstermek için.	 Bu grafiği tercih ettim çünkü tren önce hızlanıyor sonra bu hızda devam ediyor ve en son 5 dk içerisinde duruyor. Bu da trenin hızının düşmesi gerektiğini gösteriyor. Tren hız kaybederse grafikteki çizgi aşağıya inecek. Başka bir grafikte bu artış ve azalışları gösteremezdim.
Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci hangi grafiğin uygun olduğuna, diğer grafikleri oluşturup denedikten sonra veya sezgileriyle karar verir.	 Açıklama: Önce sütun grafiği çizmeye çalıştım. Olmayınca bunu denedim. Bence en uygunu bu.
Dışsal Şema (1 Puan) Bu şemada, öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin cevabını doğrulamak için sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ "Test kitaplarındaki sorularda bu grafik vardı", ❖ "Hız-zaman grafikleri böyle oluyor", ❖ "Öğretmen böyle sorularda bu grafiğin kullanılacağını söylemişti" vb.	 Bu grafiği kullandım çünkü hız/zaman grafiklerini çizgi grafiği ile gösterildiğini biliyodum o yüzden bu grafiği kullanarak böyle bir çizim yaptım.

Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	

Tablo 3.30'da görüldüğü gibi, birinci problemde cevaplarını doğrulamak için analitik şemayı kullanan öğrenciler, genel olarak hızın değişkenliğini vurgulayan açıklamalar yapmışlardır. Buna göre, bu şemayı kullanan öğrencilerin problemin bağlamına uygun olarak, "*sürekli olarak değişen niceliklerin çizgi grafiği ile gösterilmesi gerektiği*" şeklinde bir düşünme yoluna sahip oldukları söylenebilir. Bu problemde deneysel şemayı kullanan öğrenciler ise, genellikle başka grafikleri oluşturmayı denedikten sonra en uygun grafiğin çizgi grafiği olacağına karar vermişlerdir. Bu nedenle, daha çok sezgileriyle hareket eden bu öğrencilerin sahip oldukları düşünme yolları, analitik şemayı kullanan öğrenciler kadar açık değildir.

Son olarak, dışsal şemayı kullanan öğrenciler kitap ya da öğretmen gibi bir otoriteye ya da tamamen kendi alışkanlık edinilmiş düşüncelerine dayanan açıklamalar yapmışlardır. Bu öğrencilerin sahip oldukları düşünme yolları, ezbere dayalı bilgilere dayanmakta ve muhakeme içermemektedir.

3.5.1.3.6. Taslak Formun Uygulanması, Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmalarının Yapılması

Ön çalışma (I. aşama) sürecinde yer alan 30 öğrencinin ADYBT'ye yönelik cevaplarından ve yapılan mülakatlardan elde edilen veriler doğrultusunda oluşturulan ADYDF'nin taslak formu, araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından uygulanmıştır. Buna göre, 30 öğrenciden ADYP'ye göre seçilen birer tanesinin yazılı kağıtları (toplam 5 kağıt) ADYDF'ye göre değerlendirilmiştir. Yapılan bu değerlendirme sonucunda, formda yer alan bazı kriterlerin yeniden düzenlenmesi ve daha açık bir şekilde ifade edilmesi gerektiğine karar verilmiştir. Örneğin, 6. probleme ilişkin ADYDF'de yer alan "*birden fazla özelliğe göre karşılaştırma yapılmıştır ve geçerli bir açıklama içermektedir*" şeklindeki kriter "*uygun merkezi eğilim ve yayılma*

ölçüleri kullanılarak karşılaştırma yapılmıştır ve geçerli bir açıklama içermektedir" şeklinde yeniden düzenlenmiştir. Böylece formda yer alan kriterlerin tutarlılığı sağlanmıştır. Nihai halini alan form daha sonra araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından 30 öğrencinin yazılı kağıtlarının değerlendirilmesinde kullanılmıştır. Buna göre, uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği 0.99 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca yapılan farklı kodlamalar üzerinde tartışılarak ortak bir noktada uzlaşılmıştır. Böylece geçerlik ve güvenirliği sağlanan ADYDF, ana uygulamada deney ve kontrol gruplarının ADYBT'ye yönelik cevaplarının değerlendirilmesinde kullanılmıştır.

3.5.1.4. Etkinlik Çalışma Yapraklarının ve Grup Değerlendirme Formu'nun (GDF) Geliştirilmesi Süreci

Öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olmak amacıyla, araştırmacı tarafından 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak 8 etkinlik geliştirilmiştir. Etkinliklerde yer alan soruların öğrencilerin seviyesine uygun, ünite ile ilgili temel kavramları sorgulamaya yönelik ve farklı anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarabilecek nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Geliştirilen etkinlikler, alanında uzman 3 öğretim görevlisi ve 2 matematik öğretmeni tarafından "*kazanıma uygunluk*", "*sınıf seviyesine uygunluk*", "*ifadenin anlaşılır olması*", "*doğrulama becerilerini ölçmesi*" ve "*farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması*" kriterleri doğrultusunda "uygun", "kısmen uygun", "uygun değil" seçeneklerine göre değerlendirilmiştir. Her bir kritere ait uzlaşma yüzdeleri Tablo 3.31'de gösterilmiştir.

Tablo 3.31.

Uzmanların Etkinliklere Ait Uzlaşma Yüzdeleri

Etkinlik No	Sınıf Seviyesi	Kazanım	Anlaşılır Olma	Doğrulama Becerileri	Düşünme Yolları	Uzlaşma Ortalaması
1	1	1	0.80	1	1	0.96
2	1	0.80	1	1	1	0.96
3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1
5	1	1	0.80	1	1	0.96

Etkinlik No:	Sınıf Seviyesi	Kazanım	Anlaşılır Olma	Doğrulama Becerileri	Düşünme Yolları	Uzlaşma Ortalaması
6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1
Ortalama:	1	0.98	0.95	1	1	**0.99**

Tablo 3.31'e göre, uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği 0.99 olarak bulunmuş ve etkinlikler için kapsam geçerliği sağlanmıştır. Ayrıca uzman görüşleri doğrultusunda bazı soru ifadeleri yeniden düzenlenmiştir. Bu duruma ait örnekler aşağıda Tablo 3.32'de gösterilmiştir.

Tablo 3.32.

Uzman Görüşleri Doğrultusunda Düzenlenen Soru Örnekleri

Sorunun Eski Hali	Sorunun Yeni Hali
Yandaki daire grafiğine göre, yüzme ile ilgilenenler toplam kişi sayısının yüzde kaçıdır? Diğer spor dallarının, toplam kişi sayısının yüzde kaçı olduğunu hesaplayınız.	Yandaki daire grafiğine göre, **bu topluluktaki kişilerin yüzde kaçı yüzme ile ilgilenmektedir?** **Diğer spor dallarıyla ilgilenen kişi sayılarının yüzdelerini hesaplayınız.**
Üç öğrenci Esin, Sibel ve Eda üst yüzlerinde 1, 2, 2, 3, 3 ve 3 bulunan iki küple bir oyun oynayacaklardır. Küpleri atarak üst yüzlerine gelen sayıların toplamını yandaki tabloya kaydedeceklerdir. Tablodaki satırlardan biri doluncaya kadar küpleri atmaya devam edeceklerdir. Oyuna başlamadan önce bu öğrencilerin hangi satırın daha önce dolacağı hakkındaki fikirleri şöyledir: ……..	Üç öğrenci Esin, Sibel ve Eda **her birinin bir yüzünde 1, iki yüzünde 2 ve üç yüzünde 3 yazılı iki küple bir oyun oynayacaklardır.** Küpleri atarak üst yüzlerine gelen sayıların toplamını yandaki tabloya kaydedeceklerdir. Tablodaki satırlardan biri doluncaya kadar küpleri atmaya devam edeceklerdir. Oyuna başlamadan önce bu öğrencilerin hangi satırın daha önce dolacağı hakkındaki fikirleri şöyledir: ……..

Uzman görüşleri doğrultusunda yeniden düzenlenen etkinlikler, deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulanmıştır. Böylece etkinliklerde yer alan problemlerin öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı ve öğrencilere verilmesi gereken süre tespit

edilmiştir. Bu süreçte öncelikle, öğrenciler işbirlikli öğrenme tekniklerinden *birlikte öğrenme* tekniğine göre 4 ya da 5'er kişilik heterojen gruplara ayrılmıştır. Bu teknikte gruplar ortak bir konu üstünde çalışıp bir sonuç ortaya koyarlar. Her öğrenci sorumludur ve sürece katılmalıdır. Bunun için öğrenciler birbirleri ile malzemelerini ve düşüncelerini paylaşırlar (Açıkgöz, 2007). Bu doğrultuda, ön çalışma (I. aşama) sürecinde yer alan öğrenciler, oluşturulan gruplarda etkinlikte yer alan problemleri arkadaşlarıyla tartışmış ve bu problemleri çözmek için hem bireysel olarak kendi stratejilerini geliştirerek, hem de grup arkadaşlarıyla birlikte buldukları stratejileri tartışarak çalışmışlardır. Her etkinliğin sonunda gruplar yaptıkları çalışmaları sınıfa sunmuş ve yapılan sunumlar videoya kaydedilmiştir. Çalışma sonrasında bütün öğrencilere grup çalışmasına katılımları ve katkılarından dolayı başarı belgesi verilmiştir (Bkz. EK 12). Daha sonra araştırmacı video kayıtlarını ve öğrencilerin çalışma yapraklarını inceleyerek, grup çalışmalarını değerlendirmek amacıyla kullanılacak olan "Grup Değerlendirme Formu'nu (GDF)" geliştirmiştir. Colton (2010)'un çalışmasından uyarlanan bu forma göre, grupların yaptıkları sunumlar *çözüm, strateji* ve *sunum* kriterleri doğrultusunda en iyiden en yetersize doğru "çok iyi", "iyi", "orta", "yetersiz" ve "geçersiz" olarak kodlanmıştır. Formda yer alan bilgiler ve puanlamanın nasıl yapıldığı hakkındaki detaylar Tablo 3.33'te yer almaktadır.

Tablo 3.33.

Grup Değerlendirme Formu (GDF)

Seviyeler		Açıklamalar
1.Seviye (Geçersiz) 0 Puan	Çözüm	❖ Anlaşılmayan (görevle ilgisi olmayan) veya hiçbir çözüm içermeyen yanıtlar verilmiştir.
	Strateji	❖ Problemi çözmek için kullanılan belirli bir strateji yoktur ve yapılan işlemler tamamen anlamsızdır.
	Sunum	❖ Görevle ilgisi olmayan yanlış açıklamalar yapılmış ya da hiçbir açıklama yapılmamıştır.
2. Seviye (Yetersiz) 1 Puan	Çözüm	❖ Problemin çözümü için bazı adımlar atılmış fakat tamamlanamamıştır.
	Strateji	❖ Belirli bir stratejinin varlığından kesin olarak bahsetmek mümkün değildir.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yetersiz olmakla birlikte, sorulan sorulara cevap verme çabası vardır.

Seviyeler		Açıklamalar
3. Seviye (Orta) 2 Puan	Çözüm	❖ Problemin çözümü için anlamlı adımlar atılmış fakat tam bir çözüme ulaşılamamıştır.
	Strateji	❖ Belirli bir strateji izlenmiş ancak bu strateji doğru sonuca götürmede yetersiz kalmıştır.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yetersiz olmakla birlikte, sorulan sorulardan bazılarına doğru cevaplar verilebilmiştir.
4. Seviye (İyi) 3 Puan	Çözüm	❖ Tam ve doğru olan bir veya daha fazla çözüm önerilmiştir.
	Strateji	❖ Etkili bir ya da daha fazla strateji seçilmiş ve yapılan işlemler doğru sonuca götürmüştür.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yeterli görünmekle birlikte, uygulanan stratejiler derinlemesine sorgulandığında tam ve tatmin edici cevaplar alınamamıştır.
5. Seviye (Çok İyi) 4 Puan	Çözüm	❖ Tam ve doğru olan bir veya daha fazla çözüm önerilmiştir.
	Strateji	❖ Etkili bir ya da daha fazla strateji seçilmiş ve yapılan işlemler doğru sonuca götürmüştür.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yeterlidir ve uygulanan stratejiler derinlemesine sorgulandığında tam ve tatmin edici cevaplar alınmıştır. Ayrıca çözümleri doğrulamak için bazen birden fazla gerekçe sunulmuştur.

Tablo 3.33'te görüldüğü gibi *çok iyi* seviyesindeki grupları *iyi* seviyesindekilerden ayıran temel özellik, sunum sırasında yapılan açıklamaların niteliğidir. Buna göre, sorulan soruları yanıtlarken muhakeme yaparak mantıksal çıkarımlarda bulunan gruplar *çok iyi* seviyesinde değerlendirilirken; anlamını açıklamaksızın sadece belirli formül veya kurallara dayanarak sonuca ulaşan gruplar *iyi* seviyesinde değerlendirilmiştir. Diğer taraftan, bir grubun *orta* veya *yetersiz* seviyelerinden hangisinde yer alacağını belirleyen özellik, grubun probleme ilişkin bir çözüm stratejisinin olup olmamasıdır. Buna göre, doğru sonuca ulaşamasalar da, problem için belirli bir çözüm stratejisine sahip olan gruplar *orta* seviyesinde yer alırken; belirli bir çözüm stratejisi olmaksızın tesadüfi bazı işlemler yapan gruplar ise *yetersiz* seviyesinde yer almıştır.

Grup Değerlendirme Formu geliştirildikten sonra, gruplardan biri rastgele seçilmiş ve bu grubun etkinlik çalışma yaprakları araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından bu forma göre kodlanırken, yaptıkları sunumlara ilişkin video kayıtları da kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek üzere dışsal, deneysel, analitik ve boş

olarak kodlanmıştır. Yapılan kodlamalar için uzlaşma yüzdesi 0.97 olarak bulunmuştur. Böylece hem etkinlik çalışma yapraklarının, hem de GDF'nin güvenirliği sağlanmıştır.

3.5.1.5. Ödev Sorularının Geliştirilmesi Süreci

Öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine ve öğrendiklerini pekiştirmelerine yardım etmek amacıyla, araştırmacı tarafından 8. sınıf düzeyinde olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlara uygun olarak toplam 11 tane ödev sorusu hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular içerisinde, aynı kazanıma ait olanlardan bazıları elenerek soru sayısı 6'ya düşürülmüştür. Daha sonra bu sorular alanında uzman 3 öğretim görevlisi ve 2 matematik öğretmeni tarafından "*kazanıma uygunluk*", "*sınıf seviyesine uygunluk*", "*ifadenin anlaşılır olması*", "*doğrulama becerilerini ölçmesi*" ve "*farklı düşünme yollarını ortaya çıkarması*" kriterleri doğrultusunda" uygun", "kısmen uygun", "uygun değil" seçeneklerine göre değerlendirilmiştir. Her bir kritere ait uzlaşma yüzdeleri Tablo 3.34'te gösterilmiştir.

Tablo 3.34.

Uzmanların Ödev Sorularına Ait Uzlaşma Yüzdeleri

Soru No	Sınıf Seviyesi	Kazanım	Anlaşılır Olma	Doğrulama Becerileri	Düşünme Yolları	Uzlaşma Ortalaması
1	1	1	1	0.80	0.80	0.92
2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1
4	1	0.80	1	1	1	0.96
5	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1
Genel Ortalama	1	0.97	1	0.97	0.97	**0.98**

Tablo 3.34'e göre uzmanların değerlendirmelerindeki görüş birliği 0.98 olarak bulunmuş ve ödev soruları için kapsam geçerliği sağlanmıştır. Bu sorular daha sonra ön çalışma (I. aşama) sürecinde deney grubu ile aynı seviyedeki başka bir sınıfta uygulanmıştır. Bu süreçte öğrenciler, problemleri çözmek için evde geliştirdikleri stratejileri sınıfta grup arkadaşlarıyla paylaşmış ve bütün gruplar problemler için en uygun buldukları çözümü sınıfa sunmuştur. Öğrenciler tarafından yapılan sunumlar

videoya çekilmiş ve bu kayıtlar sözel metne dönüştürülmüştür. Daha sonra gruplardan rastgele seçilen bir tanesinin ödev sorularına ilişkin çalışma kağıtları araştırmacı ve alanında uzman öğretim görevlisi tarafından GDF'ye göre kodlanırken; sunumlarına ilişkin video kayıtları da Harel ve Sowder'in (1998) ispat şeması modeline göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmıştır. Yapılan kodlamalar için uzlaşma yüzdesi 0.98 olarak bulunmuştur. Böylece hem ödev sorularının güvenirliği sağlanmıştır hem de soruların öğrenciler için anlaşılır olup olmadığı da tespit edilmiştir.

3.5.2. Ana Uygulama (II. Aşama) Süreci

Araştırmanın ana uygulaması (II. aşama) 2013-2014 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde gerçekleştirilmiştir. DNR tabanlı öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisi incelenmiştir. Bu doğrultuda olasılık ve istatistik ünitesinin öğretimi deney grubunda DNR tabanlı öğretim ile gerçekleştirilirken, kontrol grubunda ise var olan normal öğretim süreci devam etmiştir. Öğretim süreci yaklaşık 6 hafta sürmüştür. Tablo 3.35 deney ve kontrol gruplarında olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili işlenen konuları göstermektedir.

Tablo 3.35.

Olasılık ve İstatistik Ünitesi ile İlgili Konular

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Önerilen Süre	Ayrılan Süre
Olasılık ve İstatistik	Tablo ve Grafikler	4	4
TEOG	Sınava Hazırlık Genel Tekrar	-	2
Olasılık ve İstatistik	Olasılık Çeşitleri	2	2
Olasılık ve İstatistik	Olay Çeşitleri	4	4
Olasılık ve İstatistik	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri	4	4
Olasılık ve İstatistik	Olası Durumları Belirleme	4	4
Olasılık ve İstatistik	Ünite Değerlendirme Genel Tekrar	-	2
Toplam		18	**22**

Tablo 3.35'te görüldüğü gibi, olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili kazanımlar için önerilen süre 18 ders saatidir. Ancak öğrenilen konuların pekiştirilmesi için yapılan genel tekrar çalışmaları nedeniyle, bu süre hem deney hem de kontrol grubu için 22 ders saatine çıkarılmıştır. Aşağıda deney ve kontrol grubunda yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

3.5.2.1. Deney Grubunda DNR Tabanlı Öğretimin Uygulanması Süreci

Araştırmanın ana uygulama (II. aşama) süreci 8 hafta (32 ders saati) sürmüştür. Ön testler, konuların öğretimine başlanmadan bir hafta önce deney ve kontrol gruplarına eş zamanlı olarak uygulanmıştır. Daha sonra, deney ve kontrol gruplarından ön test sonuçlarına göre seçilen 3'er öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte deney grubunda yapılacak öğretim için son hazırlıklar da tamamlanmıştır. Deney grubunda olasılık ve istatistik ünitesinde yer alan konuların öğretimi, DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Öğretim süreci yaklaşık 6 hafta (22 ders saati) sürmüştür. Ancak ön ve son testlerin uygulanması ve mülakatların yapılması ile bu süre 8 haftaya (32 ders saati) çıkmıştır. Tablo 3.36'da deney grubunda işlenen konular ve yapılan uygulamalara ilişkin bir çalışma takvimi verilmiştir.

Tablo 3.36.

Deney Grubunda İşlenen Konular ve Yapılan Uygulamalar

Tarih	Konu	Uygulama	Süre
4 Kasım 2013	Ön-Test Uygulaması	℘ ADYBT ön test olarak deney ve kontrol gruplarına uygulandı.	2 ders saati
6 - 13 Kasım 2013	Ön Mülakatlar	℘ ADYBT'nin sonuçlarına göre deney ve kontrol gruplarından seçilen 3'er öğrenci ile ön mülakatlar yapıldı.	3 ders saati
18 - 21 Kasım 2013	Histogram	℘ Konu ile ilgili etkinlikler uygulanarak öğretim tamamlandı.	4 ders saati
28 - 29 Kasım 2013	TEOG	℘ Konularla ilgili genel tekrar yapıldı.	2 ders saati
2 Aralık 2013	Olasılık Çeşitleri	℘ Konu ile ilgili etkinlikler uygulanarak öğretim tamamlandı.	2 ders saati
5 Aralık 2013	Bağımlı ve Bağımsız Olaylar	℘ Konu ile ilgili etkinlikler uygulanarak öğretim tamamlandı.	2 ders saati
9 - 12 Aralık 2013	Bağımlı ve Bağımsız Olayların Olasılığı	℘ Konu ile ilgili etkinlikler uygulanarak öğretim tamamlandı.	2 ders saati
16 - 19 Aralık 2013	Standart Sapma	℘ Konu ile ilgili etkinlikler uygulanarak öğretim tamamlandı.	4 ders saati
23 - 26 Aralık 2013	Kombinasyon	℘ Konu ile ilgili etkinlikler uygulanarak öğretim tamamlandı.	4 ders saati
30 Aralık 2013	Genel Tekrar	℘ "Ödev Soruları" ile ilgili grup çalışması yapıldı.	2 ders saati
2 - 6 Ocak 2014	Son Test Uygulaması	℘ ADYBT son test olarak deney ve kontrol gruplarına uygulandı.	2 ders saati
8 Ocak 2014	Son Mülakatlar	℘ Deney ve kontrol gruplarından daha önce görüşülmüş olan 3'er öğrenci ile son mülakatlar yapıldı.	3 ders saati

DNR tabanlı öğretim sürecinde öncelikle, öğrenciler derslerin nasıl işleneceği konusunda bilgilendirilmiştir. Derslerde sıklıkla işbirliğine dayalı küçük grup çalışmaları yapılacağı için öğrencilerden iyi anlaştıkları ve aynı grupta olmak istedikleri üç arkadaşının isimlerini bir kağıda yazmaları istenmiştir. Bu kağıtlar araştırmacı tarafından toplanmış ve her öğrencinin birlikte çalışmak istediği en az bir arkadaşı ile aynı grupta olmasına dikkat edilerek, 4 ya da 5'er kişilik heterojen gruplar oluşturulmuştur. Böylece öğrencilerin motivasyonları arttırılmış ve verimli çalışmaları sağlanmıştır. Grupların oluşturulması sürecinde ayrıca, farklı başarı düzeyi ve sosyal becerilere sahip öğrencilerin bir araya getirilmesine özen gösterilmiştir. Böylece öğrencilerin öğrenmeye motive olacakları, birbirlerinin öğrenmelerine katkıda bulunabilecekleri ve farklı anlama ve düşünme yolları geliştirebilecekleri bir tartışma ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır. Öğretim sürecinde konu ile ilgili temel kavramların keşfedilmesi ve özelliklerin açıklanmasının ardından, gruplar etkinlik çalışma yapraklarını tamamlamış ve sınıfta sunmuştur. Bu süreçte grup üyelerinin daha iyi iletişim kurmalarını ve daha verimli çalışmalarını sağlamak için sıralar yüz yüze oturma düzenine uygun olarak düzenlenmiştir. Aşağıda deney grubu öğrencileri ile yapılan grup çalışmalarına ve sunumlara ait görüntüler verilmiştir.

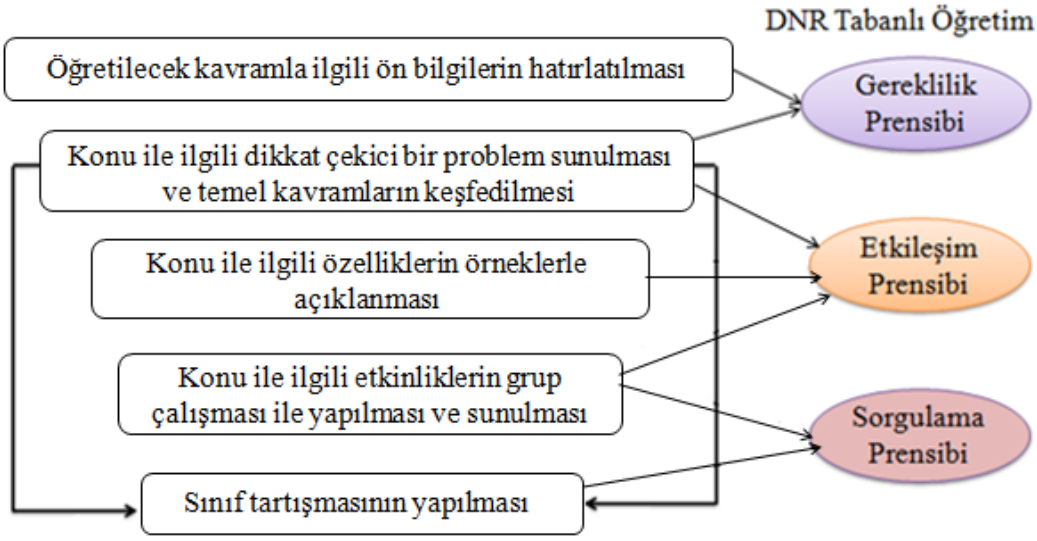


Fotoğraf 1. Deney Grubunun Çalışma Sürecindeki Oturma Düzeni



Fotoğraf 2. Deney Grubunun Sunum Sürecindeki Oturma Düzeni

Grup üyeleri, çalışma yapraklarında yer alan problemleri hem bireysel olarak kendi stratejilerini geliştirerek, hem de grup arkadaşlarıyla birlikte buldukları stratejileri tartışarak çözmeye çalışmışlardır. Yapılan grup tartışmaları sonucunda, her grup problem için en doğru bulduğu bir ya da daha fazla çözümü sınıfa sunmuştur. Böylece problemler değişik yönlerden ele alınmış, bir grubun eksik ya da yanlışları başka bir grubun yardımıyla ortaya çıkarılmıştır. Yapılan sınıf tartışmaları sonucunda, öğrenciler öğrendiklerini tekrar sorgulama fırsatı bulmuş, farklı anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkması sağlanmış ve gruplar genellikle ortak bir noktada anlaşabilmişlerdir. Bu süreçte araştırmacı gruplara rehberlik etmiş ve çalışmalarını yakından izlemiştir. Ayrıca sınıf tartışmalarında gruplar ortak bir noktada buluşamadığında, müdahale ederek öğrencileri doğru kaynaklara yönlendirmeye çalışmış ya da yeni bir problem ortaya atarak tartışmayı sürdürmüş ve konunun daha derinlemesine ele alınmasını sağlamıştır. Şekil 3.7 deney grubundaki DNR tabanlı öğretim sürecini özetlemektedir.



Şekil 3.7. Deney Grubundaki DNR Tabanlı Öğretim Süreci

Şekil 3.7'ye göre DNR tabanlı öğretim sürecinde derslerin işlenişi şu şekilde organize edilmiştir: İlk olarak öğretilecek kavramla ilgili ön bilgiler hatırlatılmıştır. Daha sonra, dikkat çekici ve önceki bilgilerle cevaplanamayacak ve böylece öğrenme ihtiyacı hissettirecek bir problem sunularak konuya giriş yapılmıştır. Konu ile ilgili temel kavramların bir problem içerisinde sunulmasındaki amaç, bu kavramların anlam ve özelliklerinin yapılan sınıf tartışmaları ile öğrenciler tarafından keşfedilmesini sağlamak ve böylece farklı anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasına yardımcı olmaktır. Sınıf tartışmasının ardından, konuyla ilgili öğrenilmesi gereken özellikler öğrencilere örnekler verilerek açıklanmıştır. Son olarak, öğrendiklerini pekiştirmeleri amacıyla öğrencilere grup çalışması ile etkinlikler yaptırılmıştır. Tablo 3.37'de deney grubunda uygulanan DNR tabanlı öğretim sürecinde konuların haftalara göre nasıl işlendiği hakkındaki detaylı bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.37.

Deney Grubunda DNR Tabanlı Öğretim Sürecinde Konuların İşlenişi

Haftalar	**1. Hafta**
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	Tablo ve Grafikler
Kazanım	Histogram oluşturur ve yorumlar.
Ders saati	4
Ön bilgi	Farklı temsil biçimleri (çizgi, sütun, daire grafikleri) ve kullanıldıkları yerlerin hatırlatılması
Materyaller	Mukavvaya hazırlanmış çizgi, sütun, daire grafikleri ve histogram, Etkinlik Çalışma Yaprakları
Açıklamalar	

Haftanın ilk dersinde, grafik türleri ve hangi grafiğin nerede kullanılabileceği hakkında kısa bir sınıf tartışması yapılarak öğrencilere ön bilgiler hatırlatılmıştır. Daha sonra, aşağıdaki problem öğrencilere sunularak tablodaki verileri hangi grafikle gösterilebilecekleri sorulmuş ve sınıf tartışması yapılmıştır.

Problem: Aşağıdaki tabloda, bir sınıftaki 40 öğrencinin matematik yazılı notları yer almaktadır. Bu verileri uygun bir grafikle göstererek yorumlayınız.

Tablo: 40 Kişilik Sınıfın Matematik Notları

54	35	53	37	59	42	48	52
53	49	58	45	56	49	40	56
54	51	47	55	52	50	59	62
59	40	54	49	42	56	38	61
54	60	46	47	48	63	61	51

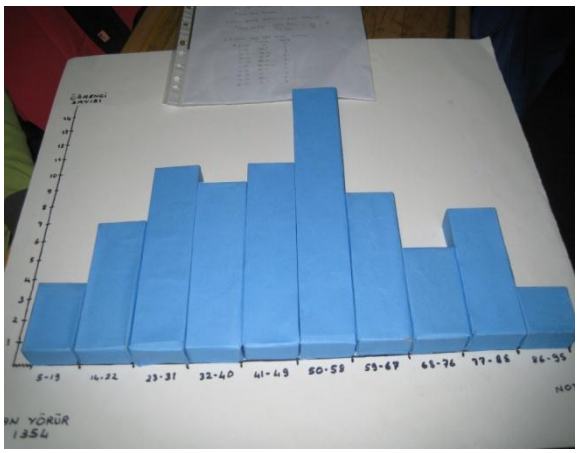
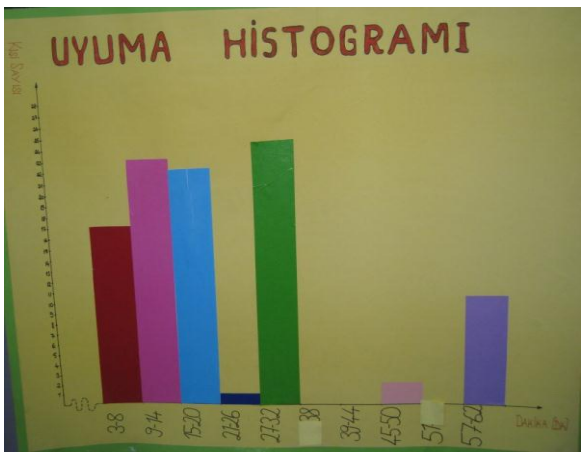
Öğrenciler ilk başta, bu problem için genellikle sütun grafiği oluşturmayı önermiş ancak bir süre sonra bunun çok uzun ve karmaşık bir grafik olacağı konusunda fikir birliğine varmışlardır. Daha sonra sayıları belli aralıklarda gruplandırarak azaltmaya çalışmışlar ve böyle bir grafiğin daha uygun olabileceğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin sayıları gruplandırmaya çalışması, problemin histograma uygun bir yapısı olduğunu keşfettiklerini göstermiştir. Bu doğrultuda histogramın nasıl oluşturulacağı hakkında teknik detaylar anlatılmış ve histogram öğrenciler tarafından oluşturulmuştur. Daha sonra grafik hakkında yorumlar yapılmış ve başka örnekler gösterilerek öğrenilenler pekiştirilmiştir.

Haftanın ikinci dersinde öğrencilere "Grafikleri Yorumlayalım" etkinliği ile grup çalışması yaptırılmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler kendilerine sunulan grafikleri grup arkadaşlarıyla değerlendirmiş ve bu grafiklerde yer alan bilgilerden sonuç çıkararak yorum yapmışlardır. Daha sonra her grup yaptığı çalışmayı sınıfta sunmuştur. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları sunumlara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.




Fotoğraf 3. Deney Grubu Öğrencilerinin "Grafikleri Yorumlayalım" Etkinliğine İlişkin Sunumları

Sunumlar sırasında tartışma ortamı yaratılmış, bir grubun hata veya eksikleri diğer gruplar tarafından düzeltilmiştir. Böylece hem öğrencilerin derse aktif olarak katılmaları sağlanmış hem de farklı anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmıştır. Son olarak, öğrencilere performans ödevi olarak "Araştırma Yapalım ve Grafik Oluşturalım" etkinliği verilmiştir. Bu etkinlik ile öğrencilerin, histogram oluşturmaya uygun problemlerin doğasını daha iyi kavramaları ve konu ile ilgili bilgilerini pekiştirmeleri sağlanmıştır. Ödevler bireysel olarak hazırlanmış ve sınıfta sunulmuştur. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları ödevlerden örnekler gösterilmiştir.

Fotoğraf 4. Deney Grubu Öğrencilerinin "Araştırma Yapalım ve Grafik Oluşturalım" Etkinliğine İlişkin Ödevleri

	2. Hafta
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık çeşitleri / Olay çeşitleri
Kazanım	1) Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar. 2) Bağımlı ve bağımsız olayları açıklar.
Ders saati	4
Ön bilgi	1) Olasılıkla ilgili temel kavramların (çıktı, olay, örnek uzay, eş olumlu örnek uzay) örneklerle hatırlatılması 2) Kesin olay, imkansız olay, ayrık ve ayrık olmayan olayların hatırlatılması
Materyaller	Dönen çark, madeni para, renkli plastik toplar, etkinlik çalışma yaprakları
Açıklamalar	

İkinci haftanın ilk dersinde, öğrencilere olasılığın temel kavramları ile ilgili sorular sorularak ön bilgiler hatırlatılmıştır. Sonrasında bir madeni para 10 kez atılarak paranın üst yüzüne gelen sonuçlar not edilmiş ve öğrencilerden bir sonraki atışla ilgili tahminlerini (öznel olasılık) ve nedenlerini açıklamaları istenmiştir. Böylece öznel olasılığın kişiden kişiye değişebileceği fikri ortaya çıkmıştır. Daha sonra, yapılan deney sonuçlarına göre bir sonraki atışta yazının veya turanın gelme olasılıkları (deneysel olasılık) hesaplanmıştır. Sonrasında bir deney daha yapılarak madeni para tekrar 10 kez atılmış ve bu defa yazı veya tura gelme olasılıklarının önceki deneyden farklı olmasının nedenleri tartışılmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler, az deneme sayısı ile elde ettikleri sonuçların çok çeşitli olabileceğini görmüşlerdir.

Daha sonra "Hangisi Şanslı?" isimli etkinlikte yer alan kırmızı ve mavi renklerden oluşan dönen çark öğrencilere sunulmuştur. Kırmızı ve mavi renklerin gelme olasılıklarının teorik olarak eşit olduğu bu çark, öğrenciler tarafından 100 kez döndürülmüş ve gelen sonuçlar bir tabloya kaydedilmiştir. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinlikte yaptıkları çalışmaları gösteren fotoğraflara yer verilmiştir.



Fotoğraf 5. Deney Grubu Öğrencilerinin "Hangisi Şanslı?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları

Bu etkinlikte öğrencilerin, deneme sayısı arttıkça 1/2 noktasına (teorik olasılığa) daha çok

yaklaşılacağını keşfetmesi sağlanmıştır. Son olarak olasılık çeşitleri ile ilgili bilgiler özetlenerek ders bitirilmiştir.

Haftanın ikinci dersinde olay çeşitleri ile ilgili ön bilgiler hatırlatıldıktan sonra, aşağıdaki problem öğrencilere sunularak hem konuya dikkat çekilmiş hem de tartışma ortamı yaratılmıştır.

Problem: Bir torbaya renkleri dışında bütün özellikleri aynı olan 2 kırmızı ve 4 mavi top konulmuştur. Bu torbadan art arda aynı renkte iki top çekerseniz bir ödül kazanacaksınız. Buna göre ilk çekilişten sonra 2. çekilişi, topu torbaya geri atmadan önce mi yoksa geri attıktan sonra mı yapmayı tercih edersiniz? Neden?

Öğrencilerin büyük bir kısmı çekilen topu torbaya geri atmayı tercih ederken, bir kısmı atmamayı tercih etmiştir. İki farklı görüşü destekleyen öğrencilerden, arkadaşlarını kendi görüşlerinin doğru olduğuna ikna etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden gönüllü olanlar kendi düşüncelerini sınıfla paylaşmış, bazı öğrenciler arkadaşlarını ikna etmek için torbadan top çekerek birkaç deneme yapmayı tercih etmiştir. Böylece öğrencilerin daha fazla akıl yürütmesi ve farklı düşüncelerin ortaya çıkması sağlanmıştır. Sınıf tartışmasından ardından, öğrencilere bağımlı ve bağımsız olay kavramları farklı örneklerle açıklanmış ve bu olayların nasıl hesaplanacağı öğretilmiştir. Daha sonra grup çalışması ile "Kim Kazanır ?" isimli etkinlik yapılmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler, bağımlı ve bağımsız olayların olasılık sonuçlarını nasıl etkilediğini görmüşlerdir. Gruplar çözümlerini sınıfla paylaşmıştır. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları sunumlara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.



Fotoğraf 6. Deney Grubu Öğrencilerinin "Kim Kazanır?" Etkinliğine İlişkin Sunumları

	3. Hafta
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	Olay çeşitleri
Kazanım	1) Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.
Ders saati	4
Materyaller	Özel olarak hazırlanmış renkli küçük küpler ve etkinlik çalışma yaprakları
Açıklamalar	

Üçüncü haftanın ilk dersinde "Kim Haklı ?" isimli etkinlik ile grup çalışması yapılmıştır. Etkinlikte yer alan oyunu oynamaları için her gruba, özel olarak hazırlanmış küplerden 2'şer tane verilmiştir. Öğrenciler oyunu oynarken, hem teorik olasılıkla deneysel olasılık arasındaki ilişkiyi yeniden keşfetmiş, hem de bağımlı veya bağımsız olayların olasılığını hesaplarken iki boyutlu bir örnek uzayın eleman sayısını nasıl bulabileceklerini öğrenmişlerdir. Grup sunumları sırasında sınıf tartışması yapılmıştır. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları grup çalışmasına ve sunumlara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.



Fotoğraf 7. Deney Grubu Öğrencilerinin "Kim Haklı ?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları

Haftanın ikinci dersinde "Adil mi Değil mi? isimli etkinlik ile grup çalışması yapılmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler iki boyutlu bir örnek uzayın eleman sayısını bularak, bağımlı ve bağımsız olaylar hakkındaki bilgilerini pekiştirmişlerdir. Ayrıca kendilerine sunulan oyunun adil olup olmadığını tartışmış, böylece adil olma kavramından ne anladıklarını sorgulamışlardır. Son olarak, bu etkinlikte öğrencilerden zar ile oynanan adil bir oyun tasarlamaları istenmiştir. Öğrenciler genellikle birbirine benzer oyunlar tasarlamışlardır. Bazı öğrenciler ise, diğerlerinden farklı özgün oyunlar tasarlamayı başarmışlardır. Ayrıca bir grubun tasarladığı oyundaki hata veya eksikler diğer grupların önerileriyle düzeltilmiş, böylece farklı anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkması sağlanmıştır. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları çalışmalara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.




Fotoğraf 8. Deney Grubu Öğrencilerinin "Adil mi Değil mi ?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları

	4. Hafta
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri
Kazanım	1) Standart sapmayı hesaplar. 2) Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.
Ders saati	4
Ön bilgi	Merkezi eğilim ölçüleri (ortalama, mod, medyan) ve merkezi yayılım ölçülerinin (açıklık, çeyrekler açıklığı) hatırlatılması
Materyaller	Renkli mıknatıslı taşlar, Etkinlik Çalışma Yaprakları
Açıklamalar	

Dördüncü haftanın ilk dersinde, öğrencilere öncelikle merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri örneklerle hatırlatılmıştır. Sonrasında ise, aşağıdaki problem sunularak konuya giriş yapılmıştır.

Problem: Aşağıdaki tablo, bir ürünün iki farklı mağazadaki bir haftalık satış sayılarını göstermektedir. Buna göre, hangi mağazanın satış fiyatları daha istikrarlı (tutarlı)dır? Siz hangi mağazanın sahibi olmak isterdiniz? Neden?

Mağazalar	Pts	Salı	Çar	Per	Cuma	Cts	Pazar
A	12	15	14	13	14	16	14
B	25	10	16	8	13	5	21

Bu problemde öğrencilerden, seçimlerinin doğru olduğuna arkadaşlarını ikna etmeleri istenmiştir. A mağazasını seçen öğrencilerin büyük bir kısmı, satış sayılarının birbirine yakın olmasından etkilendiklerini ifade etmişlerdir. Birkaç öğrenci ise, açıklık değerinin küçük olmasından dolayı A mağazasını tercih etmiş ancak açıklık değerinin küçük olmasının neden daha iyi olduğunu tam olarak açıklayamamıştır. B mağazasını tercih eden bazı öğrenciler, bu mağazada pazartesi günü 25 adet ve pazar günü 21 adet ürün satılmış olduğunu, A mağazasında ise bu sayılara hiçbir gün ulaşılamadığını ifade etmişlerdir. Böylece sınıfta istenen tartışma ortamı yaratılmış ve farklı anlama

Açıklamalar

ve düşünme yollarının ortaya çıkması sağlanmıştır. Problemin sınıfça tartışılmasının ardından, standart sapma kavramı ve ne işe yaradığı örneklerle açıklanmış ve standart sapmanın nasıl hesaplanacağı anlatılmıştır.

Haftanın ikinci dersinde "Hangisi Daha Tutarlı ?" etkinliği için grup çalışması yapılmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler, gerçek yaşam durumlarını doğru bir şekilde değerlendirmek için merkezi eğilim ve yayılma ölçülerinden nasıl yararlanacaklarını öğrenmişlerdir. Etkinlik tamamlandıktan sonra gruplar sunum yapmış ve önerilen çözümler sınıfça tartışılmıştır. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları sunumlara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.



Fotoğraf 9. Deney Grubu Öğrencilerinin "Hangisi Daha Tutarlı?" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları

	5. Hafta
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	Olası Durumları Belirleme
Kazanım	1) Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar. 2) Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.
Ders Saati	4
Ön Bilgi	Permütasyonun anlamının sıralama (diziliş) olduğunun ve nasıl hesaplanacağının hatırlatılması
Materyaller	Etkinlik Çalışma Yaprakları

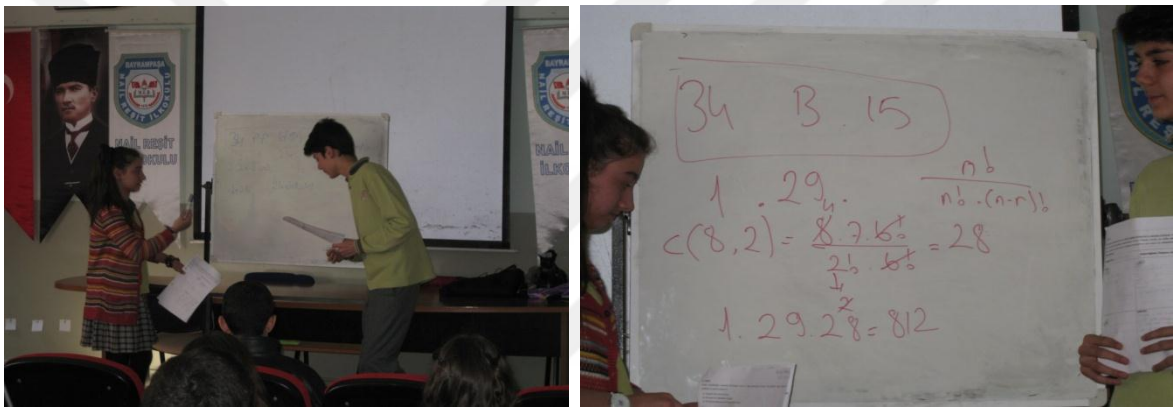
Açıklamalar

Beşinci haftanın ilk dersinde, öğrencilere ön bilgilerin hatırlatılması için küçük bir etkinlik yapılmıştır. Bu etkinlik için 3 öğrenci seçilmiş ve tahtanın önüne yerleştirilen bir sıraya oturmaları istenmiştir. Daha sonra sınıfa bu üç öğrenciden ikisinin fotoğraf çektirmek için sıraya kaç farklı şekilde oturabilecekleri sorulmuştur. Sınıftan gelen cevaplar doğrultusunda, öğrenciler yer değiştirerek sıraya oturmuş ve her farklı diziliş tahtaya not edilmiştir. Daha sonra, diziliş sayısını bulmanın daha kısa bir yolu olduğu söylenerek permütasyonun özellikleri hatırlatılmıştır. Sonrasında ise, bu 3 öğrenciden ikisinin bir yarışmaya gönderilmek üzere kaç farklı şekilde seçilebileceği sorulmuş ve yine yanıtlar tahtaya not edilmiştir. Öğrencilere sıralama için yazılan

Açıklamalar

seçenekler ile seçim için yazılan seçenekler arasında ne gibi farklılıklar olduğu sorulmuş ve kombinasyon konusuna giriş yapılmıştır. Daha sonra, öğrencilere kombinasyon kavramı açıklanarak kombinasyonun nasıl hesaplanacağı ve özellikleri örneklerle anlatılmıştır.

Haftanın ikinci dersinde, öğrencilere grup çalışması ile "Kendi Plakanı Tasarla!" isimli etkinlik yaptırılmıştır. Bu etkinlik ile öğrenciler permütasyon ve kombinasyon kavramları arasındaki farkı keşfetmiş ve öğrendiklerini pekiştirmişlerdir. Etkinlik sonunda her grup sunum yapmış ve bulunan çözümler sınıfça tartışılmıştır. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin bu etkinliğe yönelik yaptıkları sunumlara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.

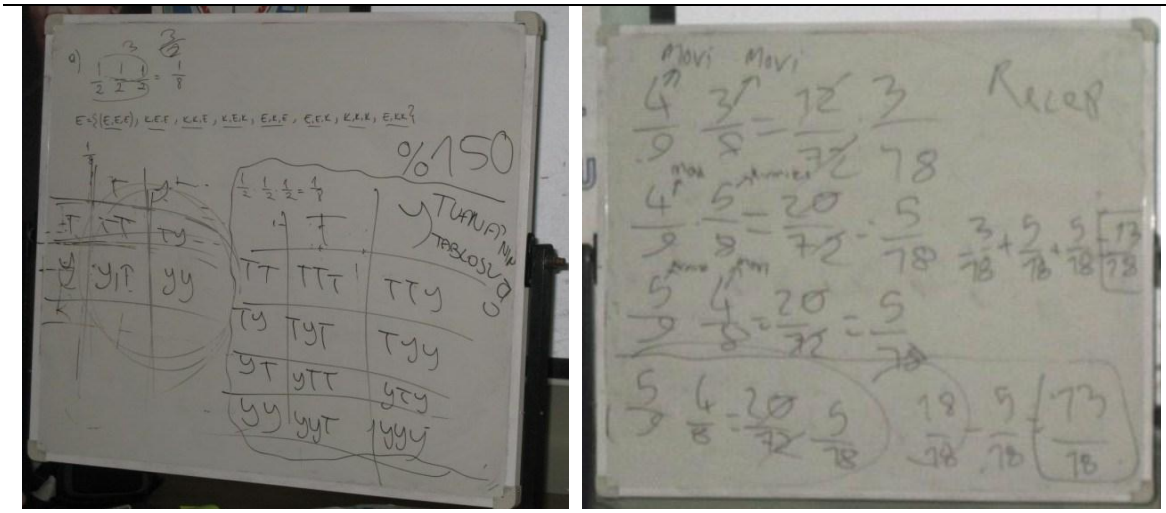


Fotoğraf 10. Deney Grubu Öğrencilerinin "Kendi Plakanı Tasarla!" Etkinliğine İlişkin Çalışmaları

	6. Hafta
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Konu	Ödev soruları
Ders Saati	2
Materyaller	Çalışma Yaprakları

Açıklamalar

Olasılık ve İstatistik ünitesinin öğretiminin tamamlanmasının ardından, ödev soruları ile ilgili grup sunumları yapılmıştır. Böylece ünite boyunca işlenen konular tekrar edilmiş ve öğrenciler öğretim süreci boyunca geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirmişlerdir. Aşağıda deney grubu öğrencilerinin ödev sorularına yönelik yaptıkları çalışmalara ilişkin fotoğraflara yer verilmiştir.

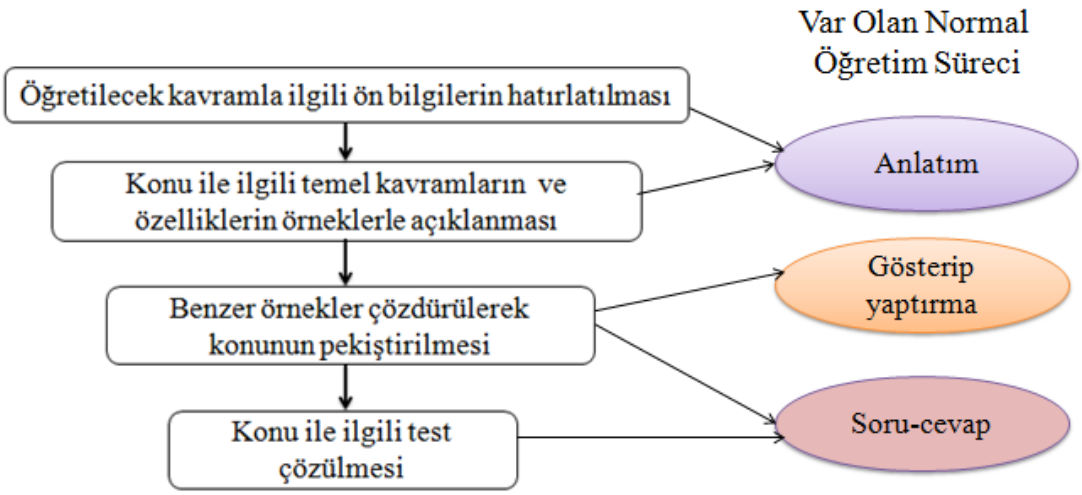


Fotoğraf 11. Deney Grubu Öğrencilerinin Ödev Sorularına İlişkin Çalışmaları

Olasılık ve istatistik ünitesinin öğretimi tamamlandıktan sonra, deney grubu öğrencilerine "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi" ikinci kez uygulanmış ve birinci uygulamadan sonra mülakat yapılan öğrenciler ile yeniden görüşülmüştür. Böylece öğrencilerin anlama ve düşünme yollarında bir farklılık olup olmadığı ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

3.5.2.2. Kontrol Grubunda Var Olan Normal Öğretim Sürecinde Yapılanlar

Araştırma sürecinde, kontrol grubunda var olan normal öğrenme ortamı devam etmiştir. Yani müfredat doğrultusunda ders kitaplarına bağlı olarak öğretim yapılmıştır. Kontrol grubunda, ünitede yer alan konuların öğretimi deney grubu ile aynı sırada ve eş zamanlı olarak, kendi öğretmenleri tarafından gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.8 kontrol grubundaki öğretim sürecini özetlemektedir.



Şekil 3.8. Kontrol Grubundaki Var Olan Normal Öğretim Süreci

Şekil 3.8'de görüldüğü gibi, kontrol grubunda ünite ile ilgili kavramlar öğretilmeden önce öğrencilere ön bilgiler hatırlatılmıştır. Sonrasında anlatım, soru-cevap, gösterip yaptırma gibi teknikler kullanılarak konu ile ilgili temel kavramlar ve özellikleri örneklerle açıklanmış ve benzer örnekler öğrencilere yaptırılarak öğrendiklerini pekiştirmeleri sağlanmıştır. Bu süreçte, öğrenciler sorulan soruları cevaplamak için derse aktif olarak katılmış olsalar da, dersler genellikle öğretmen merkezli olarak işlenmiştir. Öğretmen, öğrencilere problem çözme sürecinde kullanabilecekleri pratik yollar öğretmiş ve derslerde çok sayıda soru çözülmesine önem vermiştir. Buna göre, kontrol grubunda deney grubundan farklı olarak her konunun bitiminde öğrencilere test uygulanmış ve sorular sınıfta cevaplanmıştır. Bunun dışında, genel tekrar yapılan haftalarda öğrencileri TEOG sınavına hazırlamak amacıyla, deneme sınavları uygulanmıştır. Aşağıda, kontrol grubundaki öğretim ortamına ilişkin görüntüye yer verilmiştir.

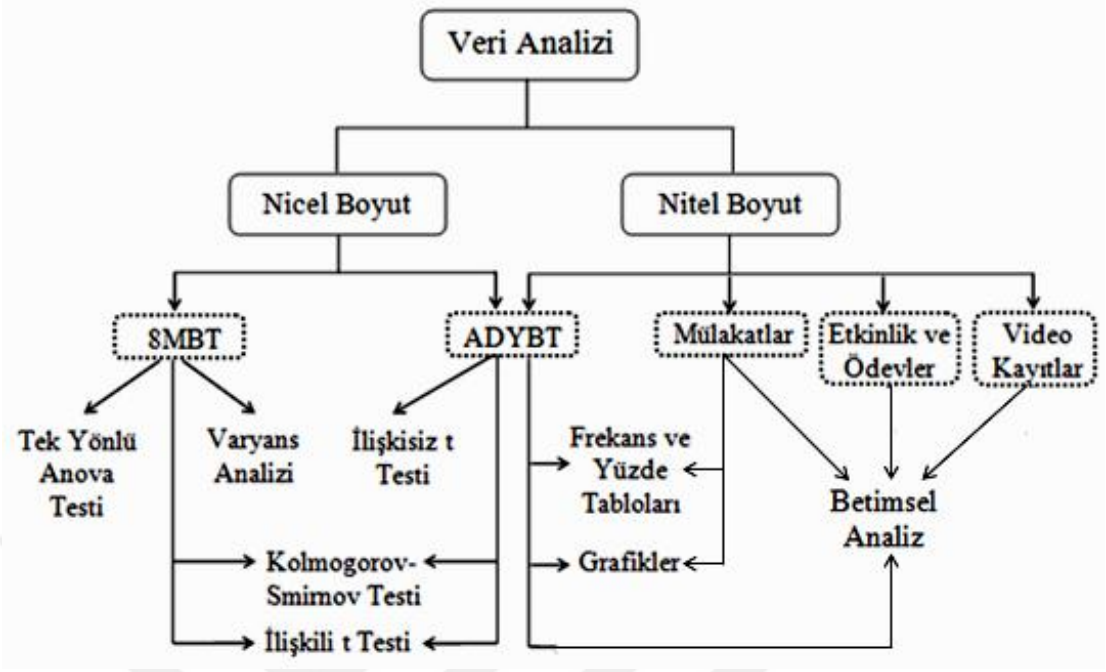


Fotoğraf 12. Kontrol Grubunun Uygulama Sürecindeki Oturma Düzeni

Olasılık ve istatistik ünitesinin öğretimi tamamlandıktan sonra, ADYBT kontrol grubuna ikinci kez uygulanmış ve birinci uygulamadan sonra mülakat yapılan öğrenciler ile yeniden görüşülmüştür. Böylece öğrencilerin anlama ve düşünme yollarında bir farklılık olup olmadığı ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Araştırmada hem nicel hem de nitel analiz yöntemlerinden yararlanılmıştır. Şekil 3.9'da veri toplama araçlarından elde edilen verilerin analizinde yararlanılan yöntemler gösterilmiştir.



Şekil 3.9. Veri Analizinde Yararlanılan Yöntemler

Aşağıda veri analizinde kullanılan yöntemlerden genel olarak bahsedildikten sonra, Şekil 3.9'da görülen veri toplama araçlarından elde edilen verilerin analiz edilmesi sürecinde yapılanlar ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

Araştırmada elde edilen nicel verilerin analizinde bir istatistiksel analiz programı kullanılmıştır. Bu süreçte öncelikle, verilerin parametrik ya da parametrik olmayan tekniklerden hangisi ile analiz edileceğine karar vermek amacıyla, normallik konusunda yapılan testlere başvurulmuştur. Veri sayısının 29'dan az olması durumunda Shapiro-Wilks, fazla olması durumunda ise Kolmogorov-Smirnov testi kullanılması önerildiğinden (Kalaycı ve diğ., 2005), bu araştırmadaki verilerin normalliği hakkında karar vermede Kolmogorov-Smirnov testinden yararlanılmıştır. Bu testte hesaplanan p değerinin 0.05'ten büyük çıkması, bu anlamlılık düzeyinde puanların normal dağılımdan anlamlı (aşırı) sapma göstermediği ve uygun olduğu şeklinde yorumlanır (Büyüköztürk, 2012). Buna göre, araştırmada kullanılan veri toplama araçlarına ilişkin ön test-son test sonuçlarından elde edilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu belirlenmiştir. Sonrasında ise, verilerin analizinde parametrik testlerden "ilişkisiz örneklemler t testi" ve "ilişkili örneklemler t testi" kullanılmıştır.

İlişkisiz örneklemler için t testi, iki ilişkisiz örneklem ortalamaları arasındaki farkın manidar olup olmadığını test etmek için; ilişkili örneklemler t testi ise, ilişkili iki örneklem ortalaması arasındaki farkın sıfırdan (birbirinden) anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test etmek için kullanılır (Büyüköztürk, 2012). Buna göre, araştırmada farklı gruplara ait ön testlerin ya da son testlerin değerlendirilmesinde "ilişkisiz örneklemler t testi" kullanılırken, aynı gruba ait ön test-son test puanları arasındaki ilişkilerin değerlendirilmesinde "ilişkili örneklemler t testi" kullanılmıştır. İkiden fazla ortalamanın karşılaştırılması gerektiği durumlarda ise, Tek Yönlü Anova testi kullanılmıştır. Anova testlerinde, ortalamalar arasında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak için F değerine bakılır. F değeri istenilen anlamlılık düzeyinde tablo değerinden küçük ise ortalamalar arasında anlamlı bir farkın olmadığı, tablo değerinden büyük ise ortalamalar arasında anlamlı bir farkın olduğu sonucuna ulaşılır. Ayrıca Anova testlerinden elde edilen sonuçların sağlıklı olması için varyansların homojen olması gerekmektedir (Kalaycı ve diğ., 2005). Bu doğrultuda araştırmada, grupların varyanslarının homojen olup olmadığı Levene testi ile kontrol edilmiştir.

Araştırmada elde edilen nitel verilerin analizinde ise, betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz, çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasını içeren bir nitel veri analiz türüdür. Betimsel analiz dört aşamada gerçekleşmektedir. Birinci aşamada, araştırmacı araştırma sorularından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ya da görüşme ve gözlemlerde yer alan boyutlardan hareket ederek veri analizi için bir çerçeve oluşturur. Böylece verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiş olur. Ardından, araştırmacı daha önce oluşturmuş olduğu çerçeveye dayalı olarak verileri okur ve düzenler. Bu süreçte verilerin anlamlı ve mantıklı bir biçimde bir araya getirilmesi önem taşımaktadır. Bu aşamadan sonra, araştırmacı düzenlemiş olduğu verileri tanımlar. Bunun için gerekli yerlerde doğrudan alıntılara da başvurmak zorunda kalabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Buna göre, öğrencilerin yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere yönelik verdikleri yanıtlar, araştırmada geliştirilen formlara ve Harel ve Sowder'in (1998) ispat şeması modeline göre, araştırmacı ve alanında uzman bir öğretim görevlisi tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. Daha sonra, yapılan kodlamalar karşılaştırılarak farklı kodlamalar üzerinde tartışılmıştır. Yapılan tartışmalar neticesinde ortak bir yargıya varılmış ve elde edilen kod listesinin güvenilir olması

sağlanmaya çalışılmıştır. Veriler daha önce belirlenmiş kavramlara göre kodlandığından, uzman görüşlerinde önemli farklılıklar ortaya çıkmamıştır. Araştırmacı ve alan uzmanının değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994) tarafından belirtilen; "Uzlaşma Yüzdesi = (Görüş Birliği/(Görüş Birliği+ Görüş Ayrılığı)) x 100" formülü ile hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda araştırmada kodlamalara ilişkin elde edilen uzlaşma yüzdelerinin 0.93 ile 0.99 arasında değiştiği belirlenmiştir. Buna göre, belirlenen kodların tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, çalışma içerisinde konuşma diyaloglarından doğrudan alıntılara yer verilerek, durum betimlenmiş ve inandırıcılık sağlanmaya çalışılmıştır.

Betimsel analiz sürecinin son aşamasında, öncelikle elde edilen veriler tablolaştırılmış ve yüzde ve frekans istatistiklerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Nitel verilerin bu şekilde sayısallaştırılmasındaki amaç, verilerin güvenirliğini arttırmak, yanlılığı azaltmak, veriler arasında karşılaştırma yapma olanağı sağlamak ve yapılan küçük ölçekli bir araştırmanın veya bir durum çalışmasının sonuçlarının, daha sonra anket gibi araçlarla daha geniş bir örnekleme ulaşılarak tekrar sınanmasına olanak vermesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Daha sonra araştırmacı tanımlamış olduğu bulguları açıklamak, ilişkilendirmek ve anlamlandırmak amacıyla yorumlamıştır. Ayrıca, yapmış olduğu yorumları daha da güçlendirmek için (Yıldırım ve Şimşek, 2003) bulgular arasındaki neden-sonuç ilişkilerini açıklamıştır.

3.6.1. Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi'nin (8MBT) Analizi

Öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ön bilgilerini ölçmek ve deney-kontrol gruplarını belirlemek amacıyla geliştirilmiş olan 8MBT'den elde edilen veriler, bir istatistik programıyla analiz edilmiştir. Bunun için öncelikle öğrencilerin test sorularına verdikleri doğru yanıtlar 1, yanlış yanıtlar ise 0 olarak kodlanmıştır. Yapılan Kolmogorov-Smirnov testi sonucunda normal dağılıma uygun olduğu tespit edilen 8MBT, uygulama okulundaki yedi tane 8. sınıfa uygulanmıştır. Yapılan Tek Yönlü ANOVA testi sonucunda grup varyanslarının homojen olduğu ve gruplar arasında başarı açısından anlamlı bir fark olmadığı tespit edilmiştir. Buna göre, sınıflardan ikisi rastgele seçimle deney ve kontrol grupları olarak belirlenmiştir.

3.6.2. Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi'nin (ADYBT) Analizi

Öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını belirlemek amacıyla geliştirilmiş olan ADYBT, deney ve kontrol gruplarına ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Testten elde edilen veriler, hem nitel hem nicel analiz yöntemleri kullanılarak değerlendirilmiştir. Yapılan nitel analizde öncelikle, öğrencilerin testte yer alan açık uçlu problemlere ilişkin yanıtları, araştırmacı tarafından geliştirilen ADYDF'ye göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin her bir problem için verdikleri yanıtlar *çok iyi* (4 puan), *iyi* (3 puan), *orta* (2 puan), *yetersiz* (1 puan) ve *geçersiz* (0 puan) kategorilerine göre kodlanmıştır. Daha sonra öğrencilerin bütün problemlerden aldıkları puanlar toplanarak, anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ortaya çıkarılmıştır. Benzer şekilde, öğrencilerin ADYBT'de yer alan problemlere yönelik yanıtlarında kullandıkları doğrulama şemaları, Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen modele göre *analitik şema* (3 puan), *deneysel şema* (2 puan), *dışsal şema* (1 puan) ve *boş* (0 puan) olarak kodlanmıştır. Daha sonra, öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profillerine ve kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin yüzde ve frekans tabloları yapılmış ve sütun grafikleri oluşturulmuştur.

ADYBT'den elde edilen nicel verilerin analizinde ise, öncelikle öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profillerine ve kullandıkları doğrulama şeması türlerine göre aldıkları puanların, normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov Testi ile analiz edilmiştir. Verilerin normal dağılıma uygun olduğunun anlaşılmasından sonra, deney ve kontrol gruplarının kendi içinde ADYP'ye ve kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin puanlarını karşılaştırmak için ilişkili t testi kullanılmıştır. Gruplar arasında ilk ve son ADYBT puanlarını ve doğrulama şeması türlerine ilişkin puanları karşılaştırmak için ise, ilişkisiz t testi kullanılmıştır.

3.6.3 Yarı Yapılandırılmış Mülakatların Analizi

Yarı yapılandırılmış mülakatlarda öğrencilerden yazılı sınavda yaptıkları çözümleri açıklamaları istenmiş ve onlara görüşme soruları yöneltilmiştir. Bu süreçte ayrıca öğrencilere kağıt kalem verilmiş ve onlardan önerdikleri yeni çözüm yollarını not etmeleri istenmiştir. Yapılan görüşmeler, öğrencilerden izin alınarak videoya kaydedilmiştir. Bu kayıtlar daha sonra sözel metne çevrilerek, Harel ve Sowder'in

(1998) ispat şeması modeline göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Daha sonra öğrencilerin ADYP'lerini ve kullandıkları doğrulama şeması türlerini gösteren yüzde ve frekans tabloları yapılmış ve grafikler oluşturulmuştur. Son olarak, elde edilen bulgular neden-sonuç ilişkileri açıklanarak yorumlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin veri toplama araçlarına verdikleri yanıtlar, onların anlama ve düşünme yollarını yansıtacak şekilde doğrudan alıntılar yapılarak sunulmuştur.

3.6.4. Etkinliklere ve Ödev Sorularına İlişkin Çalışma Yapraklarının Analizi

Öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine ve öğrendiklerini pekiştirmelerine yardımcı olmak amacıyla geliştirilen etkinlik çalışma yaprakları ile ödev sorularına yönelik yanıtları, araştırmacı tarafından geliştirilen "Grup Değerlendirme Formu'na (GDF)" göre *çok iyi* (4 puan), *iyi* (3 puan), *orta* (2 puan), *yetersiz* (1 puan) ve *geçersiz* (0 puan) olarak kodlanarak betimsel olarak analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Bu veriler, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılar yapılarak sunulmuştur.

3.6.5. Video Kayıtların Analizi

Araştırmada grup sunumları ve sınıf tartışmalarına ilişkin video kayıtlarından elde edilen veriler, betimsel olarak analiz edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin tartışma sürecinde ortaya koydukları düşünceler ve sorulan sorulara verdikleri yanıtlar, Harel ve Sowder'in (1998) ispat şeması modeli çerçevesinde değerlendirilmiş ve kullandıkları doğrulama şemaları ortaya çıkarılmıştır. Bu süreçte elde edilen bulgular, özetlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde sunulmuş ve öğrencilerin görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtabilmek amacıyla (Yıldırım ve Şimşek, 2003) sıklıkla doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

3.7. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Geçerlik, bulguların araştırılan konuyu ne kadar yansıttığını anlatmak için kullanılan bir terimdir. Bir araştırmanın geçerliliğinden bahsetmenin ön koşulu, araştırılan problemi tam olarak örtecek özellikte ölçüm araçları veya araştırma metotları geliştirmek olarak görülmektedir. Güvenirlik ise, bulguların ne kadar tekrarlanabileceğini açıklamak için

kullanılan bir kavramdır. Güvenirlik, bilimsel çalışmalarda sağlanması gereken ilk koşuldur. Bir araştırmada geçerlik ve güvenirlik iç içe düşünülmelidir. Çünkü güvenirlik olmadan iç geçerlik olmaz. Bununla birlikte, nitel araştırma türleri ile güvenirlik tam olarak uyuşmaz. Bu tür araştırmalarda sonuçların bağımlılığı ve tutarlılığı daha önemlidir. Bu tür çalışmalarda tutarlılığı geliştirmek için önerilen yöntemlerden birisi *üçgenleme* (triangulation) dir. Bu yöntemde, birçok veri kaynağı kullanılarak elde edilen bulgular karşılaştırılır, ortak ve farklı bulgular gruplandırılarak değerlendirilir (Çepni, 2005). Buna göre, araştırmada farklı veri toplama araçları ile farklı türde veriler (nicel ve nitel) toplanarak veri çeşitlemesi yapılmıştır. Geçerlik ve güvenirliği sağlamak için alınan diğer önlemler ise şunlardır:

1. Veri toplama araçlarının ve değerlendirme formlarının geliştirilmesi sürecinde, biri tez danışmanı olmak üzere alanında uzman 3 öğretim üyesi ve 2 matematik öğretmeninden oluşan 5 kişinin görüşlerine başvurulmuştur. Böylece veri toplama araçlarının kapsam geçerliği sağlanmıştır.
2. Çalışma sürecinde yapılan bütün grup sunumları ve sınıf tartışmaları video kaydına alınmıştır.
3. Veri analizinde kullanılacak kodlamalar, ön çalışma (I. aşama) sürecinde araştırmacı ve tez danışmanı tarafından birlikte geliştirilmiştir. Bu süreçte tüm sınav kağıtları araştırmacı ve tez danışmanı tarafından ayrı ayrı okunmuş ve öğrencilerin yanıtlarına yönelik yapılan kodlamalar birbiriyle karşılaştırılmıştır. Daha sonra, yapılan farklı kodlamalar üzerinde tartışma yürütülerek ortak bir noktada uzlaşma sağlanmıştır.
4. Araştırmanın her bir aşamasında yapılan işlemler ve elde edilen veriler, net ve ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.
5. Veri analizinde nicel ve nitel analiz yöntemleri birlikte kullanılmış ve nicel veriler, nitel verilerden elde edilen bulgularla desteklenmiştir. Buna göre, verilerin yorumlanması sürecinde sıklıkla, öğrencilerin düşüncelerini yansıtacak şekilde doğrudan alıntılar yapılmıştır.
6. Son olarak, farklı veri toplama araçlarından elde edilen sonuçlar birbiriyle ve literatürle ilişkilendirilerek raporlaştırılmıştır.

BÖLÜM IV: BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, araştırma bulguları 2 bölümde incelenmiştir. Birinci bölümde, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolları ile ilgili uygulama öncesi elde edilen veriler analiz edilmiştir. İkinci bölümde ise, uygulama sonrası elde edilen veriler analiz edilerek DNR tabanlı öğretimin, anlama ve düşünme yollarına etkisini test eden hipotezler incelenmiştir.

4.1. Uygulama Öncesi ile İlgili Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, araştırmanın alt problemleri doğrultusunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profilleri ile problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları belirlenmiş ve elde edilen veriler analiz edilerek yorumlanmıştır.

4.1.1. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine (ADYP) Ait Bulgular

"*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?*" şeklinde belirlenen birinci alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarına "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)" uygulanmış ve bu testten elde edilen veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu"na (ADYDF) göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin testte yer alan problemlere yönelik yanıtları *çok iyi* (4 puan), *iyi* (3 puan), *orta* (2 puan), *yetersiz* (1 puan) ve *geçersiz* (0 puan) olarak kodlanmıştır. Daha sonra her bir problem için aldıkları puanlar toplanarak deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ortaya çıkarılmış ve bu profillere ilişkin yüzde ve frekans tabloları oluşturularak sütun grafikleri elde edilmiştir. Tablo 4.1 deney grubu öğrencilerinin her bir problem için aldıkları puanları ve anlama ve düşünme yolu profillerini (ADYP) göstermektedir. Tabloda deney grubu öğrencileri D_1, D_2, D_3,….. şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 4.1.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

Sorular	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Puan	ADYP
D_1	4	3	2	2	3	1	3	2	2	3	3	4	4	0	0	36	Orta
D_2	2	3	4	3	3	2	2	1	2	3	2	0	0	1	0	28	Orta
D_3	4	3	2	2	3	1	3	0	0	3	2	0	4	1	0	28	Orta
D_4	4	2	2	2	2	1	2	1	3	1	3	0	0	4	0	27	Orta
D_5	3	3	1	0	3	4	0	1	2	2	3	0	2	1	0	25	Orta
D_6	3	3	0	2	3	1	1	0	0	4	3	0	4	0	0	24	Yetersiz
D_7	3	3	1	2	3	1	0	0	0	4	3	2	0	2	0	24	Yetersiz
D_8	0	3	4	0	0	2	3	2	0	3	4	0	0	1	0	22	Yetersiz
D_9	0	3	1	3	3	1	0	0	2	3	3	0	2	1	0	22	Yetersiz
D_{10}	0	3	0	1	3	0	3	1	2	3	2	0	0	1	2	21	Yetersiz
D_{11}	0	0	0	0	3	1	3	0	3	3	4	0	0	3	0	20	Yetersiz
D_{12}	0	3	0	0	3	2	0	0	0	4	4	2	0	2	0	20	Yetersiz
D_{13}	1	3	0	0	3	1	0	0	0	3	2	2	2	3	0	20	Yetersiz
D_{14}	0	3	0	2	2	1	0	2	2	1	3	0	0	3	0	19	Yetersiz
D_{15}	0	2	0	1	1	1	0	0	2	2	4	0	4	2	0	19	Yetersiz
D_{16}	0	3	0	2	2	1	0	2	2	3	4	0	0	0	0	19	Yetersiz
D_{17}	0	3	0	2	2	1	2	0	2	2	3	0	0	2	0	19	Yetersiz
D_{18}	0	0	0	2	3	1	2	0	2	3	3	0	0	2	0	18	Yetersiz
D_{19}	0	0	0	2	3	0	2	2	2	4	2	0	0	1	0	18	Yetersiz
D_{20}	0	3	0	0	3	1	3	0	0	3	3	0	0	1	0	17	Yetersiz
D_{21}	0	3	0	0	2	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	16	Yetersiz
D_{22}	0	3	0	0	2	1	2	2	0	2	2	0	0	2	0	16	Yetersiz
D_{23}	0	3	0	2	0	1	0	0	2	3	3	0	0	2	0	16	Yetersiz
D_{24}	0	0	0	2	3	1	0	0	2	2	3	0	0	2	0	15	Yetersiz
D_{25}	0	0	0	2	3	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	15	Yetersiz
D_{26}	0	0	0	2	2	1	2	1	0	3	2	0	0	2	0	15	Yetersiz
D_{27}	0	0	0	2	2	1	1	1	0	2	3	0	0	2	0	14	Yetersiz
D_{28}	0	3	0	0	0	1	2	0	0	2	3	0	2	0	0	13	Yetersiz
D_{29}	0	0	0	2	3	1	0	0	2	2	3	0	0	0	0	13	Yetersiz
D_{30}	0	0	0	2	0	1	0	0	2	2	3	1	1	0	0	12	Geçersiz
D_{31}	0	0	0	2	3	0	0	0	0	2	3	0	0	2	0	12	Geçersiz
D_{32}	0	0	0	0	0	0	2	2	1	2	3	0	0	2	0	12	Geçersiz
D_{33}	0	0	0	0	1	1	2	0	0	3	2	0	0	1	0	10	Geçersiz
D_{34}	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1	2	0	0	0	2	8	Geçersiz
D_{35}	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	3	0	0	1	0	7	Geçersiz
D_{36}	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	6	Geçersiz
D_{37}	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	2	0	0	0	0	6	Geçersiz
D_{38}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	5	Geçersiz
D_{39}	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	5	Geçersiz
D_{40}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	Geçersiz

Tablo 4.1'de yer alan anlama ve düşünme yolu profillerine göre, deney grubu öğrencilerinin %12.5'i (5 kişi) *orta*, % 60'ı (24 kişi) *yetersiz ve* %27.5'i (11 kişi) *geçersiz* kategorisinde yer almaktadır.

Tablo 4.2 kontrol grubu öğrencilerinin testte yer alan her bir problem için aldıkları puanları ve anlama ve düşünme yolu profillerini göstermektedir. Kontrol grubu öğrencileri tabloda K_1, K_2, K_3,….. şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 4.2.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

Sorular	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Puan	ADYP
K_1	4	3	3	2	3	1	0	0	2	3	3	2	3	2	0	31	Orta
K_2	0	3	1	2	3	1	2	2	0	4	3	0	2	4	0	27	Orta
K_3	2	3	3	2	3	1	0	0	0	4	3	0	3	2	0	26	Orta
K_4	4	3	0	2	3	1	2	0	3	3	3	0	0	2	0	26	Orta
K_5	1	3	2	4	3	2	2	0	2	3	2	0	0	2	0	26	Orta
K_6	2	3	2	2	2	1	0	0	3	3	3	0	0	4	0	25	Orta
K_7	1	3	3	2	3	0	0	0	0	3	3	2	3	2	0	25	Orta
K_8	0	3	0	2	2	1	2	0	3	3	3	0	2	2	0	23	Yetersiz
K_9	4	3	0	2	3	1	0	0	0	3	3	2	0	2	0	23	Yetersiz
K_{10}	3	0	1	2	3	1	1	0	0	3	3	2	2	1	0	22	Yetersiz
K_{11}	1	3	1	2	0	0	2	1	3	2	3	0	0	3	0	21	Yetersiz
K_{12}	2	3	1	2	2	1	0	0	2	3	3	0	0	2	0	21	Yetersiz
K_{13}	1	3	1	2	3	1	1	0	0	3	3	0	0	2	0	20	Yetersiz
K_{14}	0	3	0	2	3	1	2	1	1	3	2	0	0	2	0	20	Yetersiz
K_{15}	0	3	0	2	3	2	0	0	0	3	3	2	0	2	0	20	Yetersiz
K_{16}	2	0	1	2	3	1	2	0	0	3	3	0	0	2	0	19	Yetersiz
K_{17}	4	0	0	0	1	2	0	0	0	3	4	0	3	2	0	19	Yetersiz
K_{18}	0	3	0	2	3	1	0	0	0	2	4	0	2	2	0	19	Yetersiz
K_{19}	0	3	0	2	3	0	0	1	2	3	3	0	0	2	0	19	Yetersiz
K_{20}	2	3	0	2	2	1	0	0	0	3	2	0	0	3	0	18	Yetersiz
K_{21}	2	3	1	0	1	0	0	1	0	1	3	0	0	3	3	18	Yetersiz
K_{22}	0	0	3	2	3	1	0	0	0	3	3	0	0	2	0	17	Yetersiz
K_{23}	2	3	1	2	2	1	0	1	0	0	3	0	0	1	0	16	Yetersiz
K_{24}	2	0	0	0	3	1	0	1	2	3	2	0	0	2	0	16	Yetersiz
K_{25}	0	3	1	2	0	0	2	2	0	2	2	0	0	1	0	15	Yetersiz
K_{26}	0	3	0	2	0	1	2	0	0	2	2	0	0	3	0	15	Yetersiz
K_{27}	0	3	1	0	0	0	2	1	0	3	3	0	0	2	0	15	Yetersiz
K_{28}	3	0	1	2	0	1	0	0	1	3	2	0	0	1	0	14	Yetersiz
K_{29}	0	3	0	2	0	1	1	0	1	2	2	0	0	2	0	14	Yetersiz
K_{30}	0	0	0	2	2	0	0	0	0	3	2	0	0	2	2	13	Yetersiz
K_{31}	0	0	0	2	2	1	0	0	1	2	2	0	0	3	0	13	Yetersiz
K_{32}	1	3	0	2	2	0	0	1	0	1	2	0	0	1	0	13	Yetersiz
K_{33}	2	0	0	0	3	0	0	0	0	3	3	0	0	2	0	13	Yetersiz
K_{34}	1	0	0	2	3	0	0	2	0	0	2	0	0	2	0	12	Geçersiz
K_{35}	0	3	0	2	0	0	0	0	0	2	3	0	0	0	0	10	Geçersiz
K_{36}	0	0	0	2	0	2	0	0	0	3	2	0	0	1	0	10	Geçersiz
K_{37}	1	3	0	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	8	Geçersiz
K_{38}	0	3	0	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	Geçersiz
K_{39}	0	1	0	2	0	0	0	0	0	2	1	0	0	2	0	8	Geçersiz
K_{40}	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	6	Geçersiz

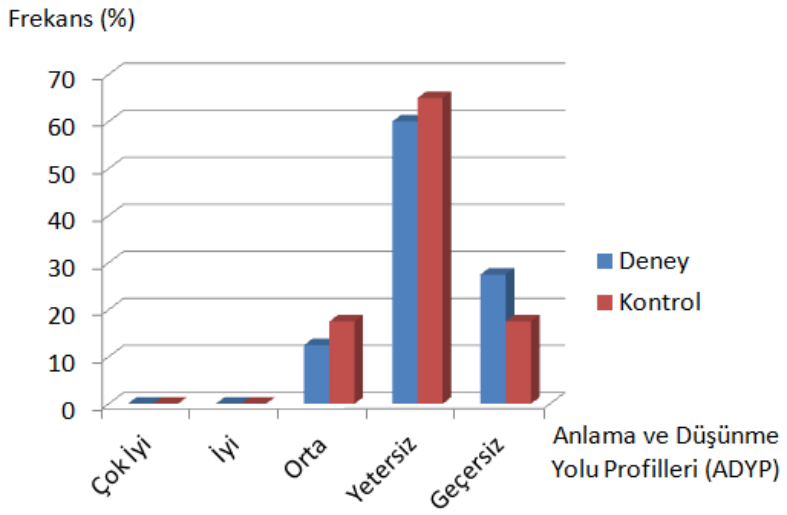
Tablo 4.2'de yer alan anlama ve düşünme profillerine göre, kontrol grubu öğrencilerinin %17.5'i (7 kişi) *orta*, % 65'i (26 kişi) *yetersiz* ve %17.5'i (7 kişi) *geçersiz* kategorisinde yer almaktadır. Tablo 4.3 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profillerine (ADYP) ilişkin yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.3.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYP'ye İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
	Çok İyi		**İyi**		**Orta**		**Yetersiz**		**Geçersiz**	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney Grubu	_	_	_	_	**5**	12.5	**25**	60	**11**	27.5
Kontrol Grubu	_	_	_	_	**7**	17.5	**26**	65	**7**	17.5

Tablo 4.3'e göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profillerine ait frekansların birbirine çok yakın olduğu, ayrıca her iki grupta da *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde bir öğrenci bulunmadığı görülmektedir. Şekil 4.1'de bu durum açık bir şekilde gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYP'ye İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.1'e göre, deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin yarısından fazlasının *(deney %60, kontrol %65)* ADYP'ye göre yetersiz kategorisinde yer alması, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama seviyelerinin ve problem çözme

becerilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında, öğrencilerin olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili 8. sınıf matematik programında yer alan konuları henüz öğrenmemiş olmaları ve önceki yıllarda bu konu ile ilgili öğrenmiş oldukları bilgileri hatırlamamaları etkili olmuş olabilir.

Deney ve kontrol gruplarının, uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profillerinde anlamlı bir fark olup olmadığını incelemek amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Bunun için öncelikle, iki grubun uygulama öncesi verilerinin normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov Testi ile analiz edilmiştir. Tablo 4.4' te bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.4.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi ADYBT Puanlarına İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

Grup	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov Smirnov-Z	P
Deney Grubu	40	16.65	7.454	0.484	0.973
Kontrol Grubu	40	17.60	6.012	0.426	0.994

Tablo 4.4'e göre, One Sample Kolmogorov-Smirnov Testi sonucunda deney ve kontrol grupları için bulunan p değerleri sırasıyla 0.973 ve 0.994 olup, bu değerler 0.05'ten büyüktür. Buna göre, deney ve kontrol gruplarına ait uygulama öncesi verilerin normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir.

Uygulama öncesi veriler normal dağılıma uygun olduğundan, deney ve kontrol grupları arasında ADYP'ye göre anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmak amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Bu testin sonuçları Tablo 4.5'te yer almaktadır.

Tablo 4.5.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi ADYP'ye Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Deney Grubu	40	16.65	7.454	78	-0.627	0.532
Kontrol Grubu	40	17.60	6.012			

Tablo 4.5'e göre p değeri 0.532 olup, bu değer 0.05'ten büyüktür. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında anlama ve düşünme yolu profilleri açısından anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir.

4.1.2. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular

"*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarını belirlemeye yönelik geliştirilen ölçme aracına yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemaları arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?*" şeklinde belirlenen ikinci alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek üzere, ADYBT'de yer alan problemlere ilişkin çözümleri analitik şema 3 puan, deneysel şema 2 puan, dışsal şema 1 puan ve boş 0 puan olarak kodlanmıştır. Daha sonra, bu veriler doğrultusunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans tabloları oluşturulmuş ve sütun grafikleri elde edilmiştir. Son olarak, deney ve kontrol grupları arasında kullandıkları doğrulama şemaları açısından anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için ilişkisiz t testi yapılmıştır.

Tablo 4.6 deney grubu öğrencilerinin ADYBT'de yer alan her bir probleme yönelik kullandıkları doğrulama şeması türlerini ve bu şemalara ait yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.6.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Sorular															Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	f	%	f	%	f	%	f	%
D_1	3	1	1	1	2	1	2	2	2	1	3	3	3	0	0	5	33.33	4	26.67	4	26.67	2	13.33
D_2	1	1	3	1	1	1	2	2	2	1	2	0	0	2	0	6	40	5	33.33	1	6.67	3	20
D_3	3	1	0	1	1	1	2	0	0	1	2	0	3	0	0	5	33.33	2	13.33	2	13.33	6	40
D_4	3	1	1	1	2	1	2	0	2	1	3	0	0	3	0	5	33.33	3	20	3	20	4	26.67
D_5	0	1	0	0	2	3	0	2	1	1	1	0	3	1	0	5	33.33	2	13.33	2	13.33	6	40
D_6	0	1	0	1	0	2	0	0	0	3	3	0	3	0	0	2	13.33	1	6.67	3	20	9	60
D_7	0	1	0	1	1	2	0	0	0	3	3	1	0	1	0	5	33.33	1	6.67	2	13.33	7	46.67
D_8	0	1	3	0	0	1	2	2	0	1	3	0	0	2	0	3	20	3	20	2	13.33	7	46.67
D_9	0	1	0	1	1	1	0	0	2	1	3	0	3	0	0	5	33.33	1	6.67	2	13.33	7	46.67
D_{10}	0	1	0	0	2	0	2	2	2	1	2	0	0	0	2	2	13.33	6	40	0	0	7	46.67

	Sorular															Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	f	%	f	%	f	%	f	%
D_{11}	0	0	0	0	1	1	2	0	2	1	3	0	0	1	0	4	26.67	2	13.33	1	6.67	8	53.33
D_{12}	0	1	0	0	2	1	0	0	0	3	3	1	0	1	0	4	26.67	1	6.67	2	13.33	8	53.33
D_{13}	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	2	1	3	1	0	6	40	1	6.67	1	6.67	7	46.67
D_{14}	0	1	0	2	2	1	0	2	2	1	3	0	0	3	0	3	20	4	26.67	2	13.33	6	40
D_{15}	0	2	0	1	2	1	0	0	1	1	3	0	3	1	0	5	33.33	2	13.33	2	13.33	6	40
D_{16}	0	1	0	1	3	2	0	2	2	1	3	0	0	0	0	3	20	3	20	2	13.33	7	46,67
D_{17}	0	1	0	1	2	1	2	0	2	1	3	0	0	1	0	5	33.33	3	20	1	6.67	6	40
D_{18}	0	0	0	2	2	1	3	0	2	1	3	0	0	1	0	3	20	3	20	2	13.33	7	46.67
D_{19}	0	0	0	1	2	0	3	2	1	3	2	0	0	1	0	3	20	3	20	2	13.33	7	46.67
D_{20}	0	1	0	0	1	1	2	0	0	1	3	0	0	0	0	4	26.67	1	6.67	1	6.67	9	60
D_{21}	0	1	0	0	1	1	2	2	2	1	1	0	0	0	0	5	33.33	3	20	0	0	7	46.67
D_{22}	0	1	0	0	1	1	2	2	0	1	1	0	0	2	0	5	33.33	3	20	0	0	7	46.67
D_{23}	0	1	0	1	0	1	0	0	2	1	3	0	0	2	0	4	26.67	2	13.33	1	6.67	8	53.33
D_{24}	0	0	0	1	2	1	0	0	1	1	2	0	0	1	0	5	33.33	2	13.33	0	0	8	53.33
D_{25}	0	0	0	1	2	0	2	2	2	1	2	0	0	0	0	2	13.33	5	33.33	0	0	8	53.33
D_{26}	0	0	0	1	1	1	2	2	0	3	2	0	0	1	0	4	26.67	3	20	1	6.67	7	46.67
D_{27}	0	0	0	1	2	1	2	2	0	1	3	0	0	1	0	4	26.67	3	20	1	6.67	7	46.67
D_{28}	0	1	0	0	0	2	2	0	0	1	2	0	2	0	0	2	13.33	4	26.67	0	0	9	60
D_{29}	0	0	0	1	2	1	0	0	2	1	3	0	0	0	0	3	20	2	13.33	1	6.67	9	60
D_{30}	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	2	1	1	0	0	6	40	1	6.67	0	0	8	53.33
D_{31}	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	3	0	0	2	0	2	13.33	2	13.33	1	6.67	10	66.67
D_{32}	0	0	0	0	0	0	2	2	2	1	3	0	0	1	0	2	13.33	3	20	1	6.67	9	60
D_{33}	0	0	0	0	0	1	2	0	0	1	2	0	0	0	0	2	13.33	2	13.33	0	0	11	73.33
D_{34}	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	2	1	6.67	2	13.33	0	0	12	80
D_{35}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	1	6.67	0	0	1	6.67	13	86.67
D_{36}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	13.33	0	0	0	0	13	86.67
D_{37}	0	0	0	0	0	1	0	2	2	1	3	0	0	0	0	2	13.33	2	13.33	1	6.67	10	66.67
D_{38}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	6.67	1	6.67	0	0	13	86.67
D_{39}	0	0	0	2	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	13.33	2	13.33	0	0	11	73.33
D_{40}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	100
Toplam																138	**23**	94	**15.67**	45	**7.50**	323	**53.83**

Tablo 4.6'ya göre, deney grubu öğrencileri ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %23 oranında dışsal şemayı (138 çözüm), %15.67 oranında deneysel şemayı (94 çözüm) ve %7.50 oranında analitik şemayı (45 çözüm) kullanmışlardır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinde %53.83 oranında (323 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmadıkları görülmektedir. Bu veriler doğrultusunda, deney grubu öğrencilerinin en çok dışsal şemayı ve en az analitik şemayı kullandıkları söylenebilir.

Tablo 4.7 kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT'de yer alan her bir probleme yönelik kullandıkları doğrulama şeması türlerini ve bu şemalara ait yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.7.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Sorular															Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	f	%	f	%	f	%	f	%
K_1	3	1	1	1	1	2	0	0	1	1	3	3	1	1	0	8	53.33	1	6.67	3	20	3	20
K_2	0	1	0	1	1	1	2	1	0	3	3	0	1	3	0	6	40	1	6.67	3	20	5	33.33
K_3	0	1	2	1	1	1	0	0	0	3	3	0	3	1	0	5	33.33	1	6.67	3	20	6	40
K_4	3	1	0	1	2	1	2	0	2	1	3	0	0	1	0	5	33.33	3	20	2	13.33	5	33.33
K_5	0	1	3	3	1	1	2	0	3	1	2	0	0	1	0	5	33.33	2	13.33	3	20	5	33.33
K_6	1	1	1	1	2	1	0	0	1	1	3	0	0	3	0	7	46.67	1	6.67	2	13.33	5	33.33
K_7	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	2	2	0	1	0	2	13.33	4	26.67	0	0	9	60
K_8	0	1	0	1	2	2	2	0	3	1	3	0	3	1	0	4	26.67	3	20	3	20	5	33.33
K_9	3	1	0	1	1	1	0	0	0	1	2	1	0	1	0	7	46.67	1	6.67	1	6.67	6	40
K_{10}	1	0	0	0	3	2	2	0	0	0	2	1	2	0	0	2	13.33	4	26.67	1	6.67	8	53.33
K_{11}	0	1	0	1	0	0	0	0	2	1	2	0	0	1	0	4	26.67	2	13.33	0	0	9	60
K_{12}	0	1	0	1	1	2	0	0	2	1	2	0	0	1	0	5	33.33	3	20	0	0	7	46.67
K_{13}	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	3	0	0	1	0	6	40	0	0	1	6.67	8	53.33
K_{14}	0	1	0	1	2	2	2	0	0	1	2	0	0	1	0	4	26.67	4	26.67	0	0	7	46.67
K_{15}	0	1	0	0	2	2	0	0	0	1	2	2	0	1	0	3	20	4	26.67	0	0	8	53.33
K_{16}	2	0	0	1	2	2	2	0	0	3	3	0	0	1	0	2	13.33	4	26.67	2	13.33	7	46.67
K_{17}	3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	3	0	3	1	0	3	20	0	0	3	20	9	60
K_{18}	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	3	0	3	1	0	6	40	0	0	2	13.33	7	46.67
K_{19}	0	1	0	1	2	0	0	0	2	1	2	0	0	1	0	4	26.67	3	20	0	0	8	53.33
K_{20}	3	1	0	1	2	1	0	0	0	1	1	0	0	3	0	5	33.33	1	6.67	2	13.33	7	46.67
K_{21}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	2	2	1	6.67	2	13.33	1	6.67	11	73.33
K_{22}	0	0	1	1	2	1	0	0	0	2	2	0	0	2	0	3	20	4	26.67	0	0	8	53.33
K_{23}	3	1	1	1	2	1	0	2	0	0	3	0	0	1	0	5	33.33	2	13.33	2	13.33	6	40
K_{24}	1	0	0	0	2	1	0	0	2	1	2	0	0	1	0	4	26.67	3	20	0	0	8	53.33
K_{25}	0	1	3	1	0	0	2	2	0	1	3	0	0	1	0	4	26.67	2	13.33	2	13.33	7	46.67
K_{26}	0	1	0	1	0	2	2	0	0	1	3	0	0	3	0	3	20	2	13.33	2	13.33	8	53.33
K_{27}	0	1	0	0	0	0	2	0	0	1	3	0	0	1	0	3	20	1	6.67	1	6.67	10	66.67
K_{28}	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	13.33	1	6.67	0	0	12	80
K_{29}	0	1	0	1	0	1	2	0	1	1	3	0	0	2	0	5	33.33	2	13.33	1	6.67	7	46.67
K_{30}	0	0	0	1	1	0	0	0	0	3	2	0	0	1	2	3	20	2	13.33	1	6.67	9	60
K_{31}	0	0	0	1	1	1	0	0	2	2	2	0	0	3	0	3	20	3	20	1	6.67	8	53.33
K_{32}	1	1	0	2	2	0	0	2	0	1	3	0	0	3	0	3	20	3	20	2	13.33	7	46.67
K_{33}	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	3	0	0	1	0	3	20	1	6.67	1	6.67	10	66.67
K_{34}	1	0	0	2	2	0	0	2	0	0	2	0	0	1	0	2	13.33	4	26.67	0	0	9	60
K_{35}	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	13.33	0	0	2	13.33	11	73.33
K_{36}	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3	20	0	0	0	0	12	80
K_{37}	3	1	0	1	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	2	13.33	1	6.67	10	66.67
K_{38}	0	1	0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	2	13.33	0	0	11	73.33
K_{39}	0	2	0	1	0	0	0	0	0	2	2	0	0	3	0	1	6.67	3	20	1	6.67	10	66.67
K_{40}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	13.33	0	0	0	0	13	86.67
Toplam																149	**24.83**	81	**13.50**	49	**8.17**	321	**53.50**

Tablo 4.7'ye göre, kontrol grubu öğrencileri ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %24.83 oranında dışsal şemayı (149 çözüm), %13.50 oranında deneysel şemayı (81 çözüm) ve %8.17 oranında analitik şemayı (49 çözüm) kullanmışlardır. Ayrıca öğrenciler problemlere yönelik çözümlerinde %53.50 oranında (321 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu veriler

doğrultusunda, kontrol grubu öğrencilerinin en çok dışsal şemayı ve en az analitik şemayı kullandıkları söylenebilir.

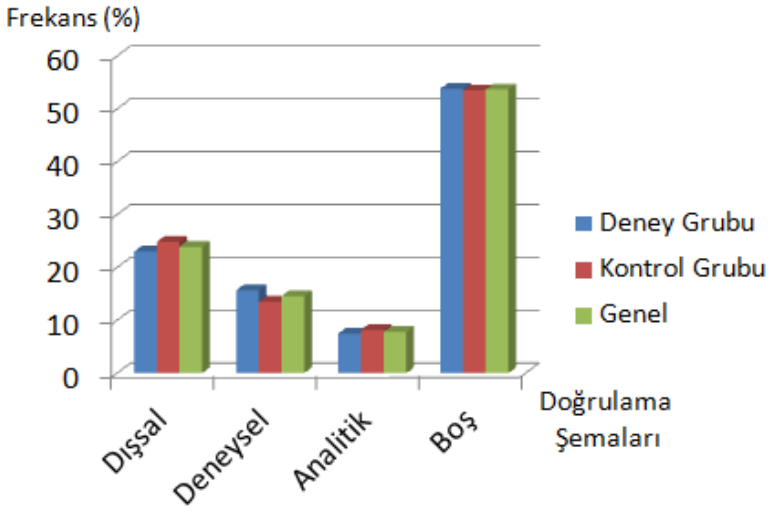
Tablo 4.8 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ADYBT'de kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.8.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		**Deneysel**		**Analitik**		**Boş**		Toplam	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney Grubu	138	23	94	15.67	45	7.50	323	53.83	600	100
Kontrol Grubu	149	24.83	81	13.50	49	8.17	321	53.50	600	100
Genel	287	23.92	175	14.58	94	7.83	644	53.67	1200	100

Tablo 4.8'de görüldüğü gibi, deney grubu öğrencileri problemlere ilişkin çözümlerinde %23 oranında dışsal şemayı, %15.67 oranında deneysel şemayı ve %7.50 oranında analitik şemayı kullanmış, %53.83 oranında ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Kontrol grubu öğrencileri ise %24.83 oranında dışsal şemayı, %13.50 oranında deneysel şemayı ve %8.17 oranında analitik şemayı kullanmış, %53.50 oranında ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri birbirine çok yakındır. Ayrıca her iki grupta da en çok dışsal şemanın, en az analitik şemanın kullanıldığı görülmektedir. Şekil 4.2'de bu durum açıkça görülmektedir.



Şekil 4.2. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.2'de görüldüğü gibi, deney ve kontrol gruplarındaki toplam 80 öğrenci ADYBT'deki 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %23.92 (287 çözüm) oranında dışsal şemayı, %14.58 (175 çözüm) oranında deneysel şemayı ve %7.83 (94 çözüm) oranında analitik şemayı kullanmış, %53.67 (644 çözüm) oranında ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinde analitik şemalara göre daha zayıf ve yetersiz olan (Harel ve Sowder, 1998) dışsal ve deneysel şemaları daha yoğun olarak kullanmaları ve %53.67 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmamaları, her iki grubun uygulama öncesi doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir.

Deney grubu ile kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ADYBT'de kullandıkları doğrulama şemaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını daha yakından incelemek amacıyla, ilişkisiz t testi yapılmıştır. Bunun için ilk olarak, iki grubun uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şeması türlerine (dışsal, deneysel, analitik ve boş) ilişkin verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov Testi ile analiz edilmiştir. Bu testin sonuçlarına Tablo 4.9'da yer verilmiştir.

Tablo 4.9.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

Şemalar	**Gruplar**	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov-Z	P
Dışsal	Deney	40	3.45	1.600	1.161	0.135
	Kontrol	40	3.73	1.710	1.197	0.114
Deneysel	Deney	40	2.33	1.366	1.069	0.203
	Kontrol	40	2.03	1.330	0.978	0.295
Analitik	Deney	40	1.13	1.017	1.258	0.084
	Kontrol	40	1.23	1.074	1.252	0.087
Boş	Deney	40	8.10	2.678	1.043	0.227
	Kontrol	40	8.03	2.236	0.819	0.514

Tablo 4.9'da görüldüğü gibi, yapılan Kolmogorov-Smirnov Testi sonucunda deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin p değerlerinin 0.05'ten büyük olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol gruplarına ait uygulama öncesi verilerin normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir.

Uygulama öncesi veriler normal dağılıma uygun olduğundan, iki grup arasında kullandıkları doğrulama şemaları açısından anlamlı bir fark olup olmadığı ilişkisiz t testi ile kontrol edilmiştir. Tablo 4.10'da bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.10.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Öncesi Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Şemalar	**Gruplar**	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Deney	40	3.45	1.600			
	Kontrol	40	3.73	1.710	78	-0.743	0.460
Deneysel	Deney	40	2.33	1.366			
	Kontrol	40	2.03	1.330	78	0.995	0.323
Analitik	Deney	40	1.13	1.017			
	Kontrol	40	1.23	1.074	78	-0.428	0.670
Boş	Deney	40	8.10	2.678			
	Kontrol	40	8.03	2.236	78	0.136	0.892

Tablo 4.10'a göre, yapılan t testi sonucunda deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesi kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalara ilişkin p değerleri sırasıyla 0.460, 0.323 ve 0.670 olarak hesaplanmış olup, bu değerler 0.05 anlamlılık değerinden büyüktür. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama öncesi kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık yoktur. Ayrıca her iki

grup arasında, doğrulama şeması kullanılmayan çözümler açısından da anlamlı bir farklılık ($p = 0.892 > 0.05$) olmadığı tespit edilmiştir.

4.1.3. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yapılan Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, "*deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenen üçüncü alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

Araştırmada deney ve kontrol gruplarından uygulama öncesi sahip oldukları anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen 3'er öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere önceden hazırlanmış sorular yöneltilmiş ve onlardan yazılı sınavda verdikleri yanıtları detaylı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Böylece, öğrencilerin problemleri nasıl anladıkları ve çözüm sürecinde nasıl düşündükleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ayrıca görüşmelerde yaptıkları açıklamalara yer verilerek, her bir öğrencinin doğrulama şemaları modellenmiştir. Son olarak, yüzde ve frekans tabloları ve sütun grafikleri oluşturularak, ADYP'ye göre aynı kategorilerde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şeması türleri karşılaştırılmıştır.

4.1.3.1. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular

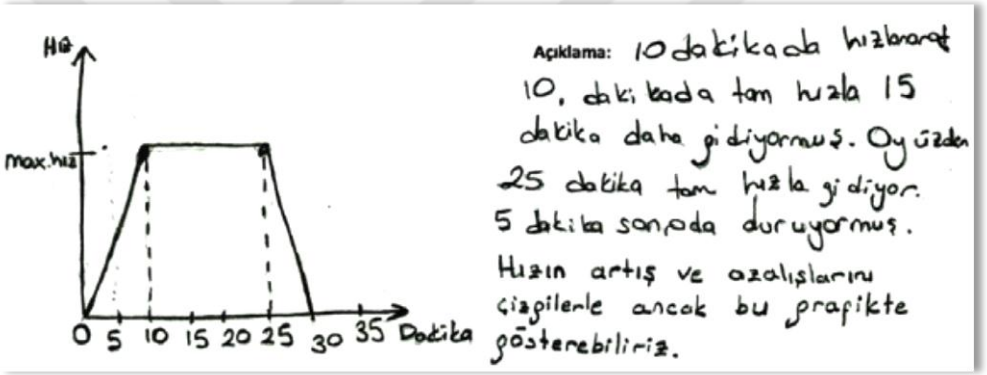
Bu bölümde, deney grubu öğrencilerinden anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen üç öğrenci D_4 (*orta*), D_{13} (*yetersiz*) ve D_{38}'in (*geçersiz*) problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları doğrulama şemalarını ortaya koyabilmek amacıyla, yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere getirdikleri çözüm örneklerine ve görüşme diyaloglarına yer verilmiştir. Görüşmelerde araştırmacı A olarak kodlanmıştır.

4.1.3.1.1. Birinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan ve sınıfın %12.5'ini temsil eden D_4, yazılı sınavda problemlerin %33.33'ünde dışsal şemayı (5 çözüm), %26.67'sinde deneysel

şemayı (4 çözüm), %20'sinde analitik şemayı (3 çözüm) kullanmış ve %20 oranında (3 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede, D_4'ün yazılı sınavda yer alan problemlere yönelik çözümlerini açıklama sürecinde genellikle kendinden emin bir tavır sergilediği gözlenmiştir. Öğrenci akıl yürüterek sonuca ulaştığı bazı problemlerde analitik şemayı kullanırken, sadece hatırladığı kurallara veya sezgilerine güvenerek hareket ettiği durumlarda ise dışsal ve deneysel şemaları kullanmıştır.

Aşağıda D_4'ün sırasıyla 1., 4. ve 13. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.3'te D_4'ün grafiklerle ilgili birinci probleme ilişkin çözümü gösterilmiştir.



Şekil 4.3. D_4'ün Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.3'e göre, D_4'ün yazılı sınavda yaptığı çözüm *çok iyi* kategorisinde yer almaktadır. Çünkü öğrenci doğru bir grafik oluşturmuş ve neden bu grafiği tercih ettiğine ilişkin geçerli bir açıklama yapmıştır. Hızın artış ve azalışlarını göstermek için çizgi grafiğini tercih ettiğini belirtmesi, öğrencinin mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çizgi grafiğini neden tercih ettin?**

2 Ö: Çizgi grafiğinde artışlar net gösterilebiliyor. Mesela sütun grafiğinde hep ayrı bir sütunda ilerleme gösterebiliriz. Ama çizgi grafiğinde birkaç çizgi

ile nerede ne kadar gittiğini, ne zaman arttığını, ne zaman azaldığını gözleyebildiğimiz için onu tercih ettim.

3 **A: Yani artış ve azalışlar olduğu için mi bu grafiği tercih ettin? Başka bir grafik uygun olabilir miydi sence?**

4 Ö: Düşündüm mesela sütun grafiği yapsak, böyle çok yakın olması lazım yani yakın yakın yükselmesi lazım. O yüzden olmazdı bence. Ama çizgi grafiğinde direkt yükselip, düz gidip sonra alçalabiliyor.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

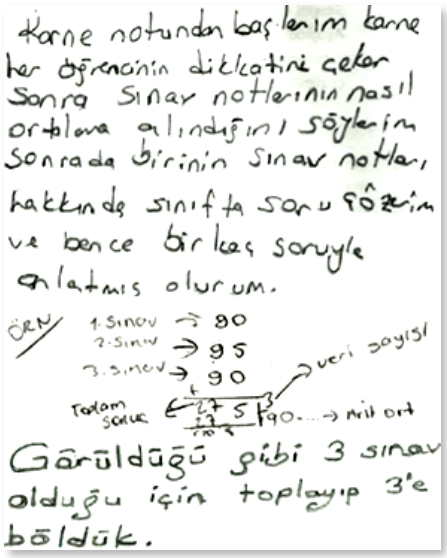
6 Ö: Evet, bence anlamlı. Çünkü dediğim gibi başka bir grafik olmazdı. Yükselip alçaldığını ancak böyle gösterebiliriz.

7 **A: Peki, en uygun grafiğin bu olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

8 Ö: Başka bir grafiğin olamayacağını anlatırım size anlattığım gibi. Sütun grafiği olamaz mesela. Yani bence en uygun grafik çizgi grafiğidir.

Görüldüğü gibi D_4 artış ve azalışları göstermek için çizgi grafiğini tercih ettiğini belirtmiş (2) ve başka bir grafiğin neden uygun olmayacağını akıl yürüterek açıklamaya çalışmıştır (4). Ayrıca cevabını anlamlı bulduğunu (6) ve arkadaşlarını ikna etmek için de benzer açıklamalar yapacağını ifade etmiştir (8). Bu doğrultuda D_4'ün analitik şemayı kullandığı söylenebilir.

D_4'ün yazılı sınavda aritmetik ortalama ile ilgili dördüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 4.4'te yer almaktadır.



Şekil 4.4. D_4'ün Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.4'e göre, D_4'ün dördüncü probleme ilişkin çözümü *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Çünkü öğrencinin cevabında aritmetik ortalama kavramının anlamına yönelik herhangi bir açıklama bulunmamaktadır. D_4'ün sadece aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağını gösteren bir örnek vermesi ve bu örneğe ilişkin kuralı açıklaması, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Bir öğrencinin aritmetik ortalamayı en rahat anlama şekli karne notlarının hesaplanmasıdır bence. Karne her öğrencinin dikkatini çeker zaten. O yüzden ben sınav notlarıyla anlatırdım. Burada sınav notlarından örnek vermişim. Tüm verileri toplayıp kaç veri varsa ona bölersek ortalamalarını bulmuş oluruz.

3 **A: Peki, aritmetik ortalama bulunurken neden sayılar toplanır ve veri sayısına bölünür? Bulduğumuz sayının anlamı nedir?**

4 Ö: Yani karneye düşecek notu bulmuş oluyoruz. Bulduğumuz sayı, mesela bir sınıfın sınav sonuçlarını hesaplıyorsak, sınıfın başarı derecesini verir. Aynı şey mesela okullar için de geçerli. Okulların işte sınıf puanlarını hesaplayıp, ortalamalarını bularak başarı derecesini bulabiliriz. Ama hiç düşünmemiştim neden toplayıp böldüğümüzü. Hep böyle yapıyoruz, alışmışız ama neden yaptığımızı bilmiyorum.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü aritmetik ortalama böyle hesaplanır, başka yolu yok.

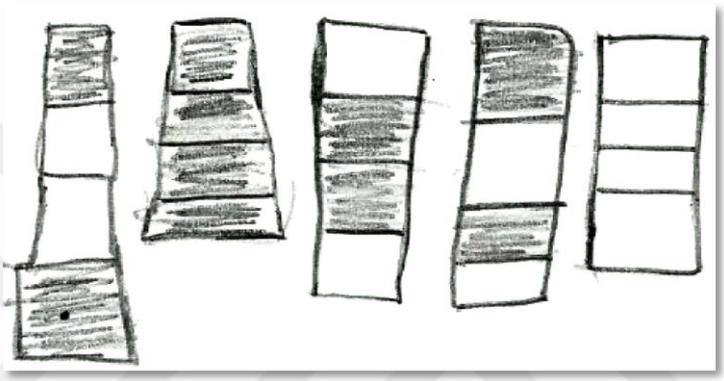
7 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

8 Ö: Yani ben ortalamayı böyle anlatırım, dediğim gibi sınav notlarından bahsederim. Mesela 3 sınav varsa o sınavları toplayıp 3'e böleriz. Zaten anlayacaklardır. Çünkü hep böyle yapıyoruz.

Görüldüğü gibi D_4 aritmetik ortalama kavramının anlamından çok, nasıl hesaplandığına ilişkin açıklamalar yapmıştır (2 ve 8). Aritmetik ortalama hesaplanırken yapılan işlemlerin anlamı sorulduğunda ise, daha önce bunu hiç düşünmediğini ve bilmediğini

ifade etmiştir (4). Buna göre, öğrencinin aritmetik ortalama kavramının anlamına yönelik yaptığı açıklamaların yüzeysel olduğu ve ezbere dayandığı söylenebilir. Ayrıca verdiği cevabın doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edeceği sorusu üzerine, "*zaten anlayacaklardır, çünkü hep böyle yapıyoruz*"(8) şeklindeki ifadesi de öğrencinin dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.5'te D_4'ün yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili sekizinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 4.5. D_4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.5'te görüldüğü gibi D_4 sekizinci probleme ilişkin çözümünde, oluşturulabilecek kuleleri modelleyerek bulmaya çalışmıştır. Ancak çözümü eksiktir ve belirli bir strateji izlediğine dair herhangi bir açıklama içermemektedir. Buna göre, öğrencinin çözümü *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır ve herhangi bir doğrulama şeması içermemektedir. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Bu soruda bize demiş ki, küplerden 4 küp yüksekliğinde kuleler oluşturulacakmış. İki tanesini de örnek vermiş renklere göre. Burada deneme-yanılma yapabiliriz. Ben zaten öyle tercih etmişim. Mesela en üst ile en alt siyah olabilir, ortalar beyaz olabilir. Hepsi siyah olabilir. Sonra üst ile en alt beyaz olup, ortadakiler siyah olabilir. Sonra böyle böyle tercihler yapmışım.

3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

4 Ö: Emin olamıyorum şimdi. 3 siyah kullanabilirdim ama burada yapmamışım. 3 siyah kullanırız farklı farklı. Mesela bu dolar, son ikisi dolar. O kadar, başka da seçenek kalmaz bence.

5 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

6 Ö: Şu anda aklıma başka bir çözüm gelmiyor.

7 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

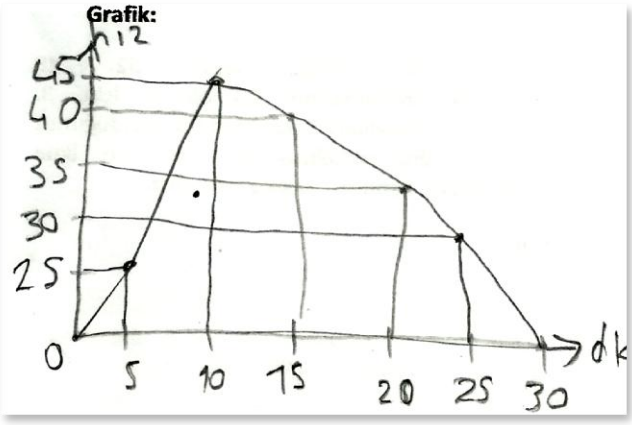
8 Ö: Çizerek gösteririm burada yaptığım gibi. Deneyerek hepsini bulabilirler bence.

Yapılan görüşmede D_4 problemin çözümü için deneme-yanılma stratejisini kullandığını (2) ancak cevabının doğruluğundan emin olamadığını (4) ifade etmiştir. Ayrıca çözümünün eksik olduğunu fark etmiş ve oluşturulabilecek birkaç kule daha olduğunu belirtmiştir (4). Arkadaşlarını cevabının doğru olduğuna ikna etmek için yaptığı "*Çizerek gösteririm burada yaptığım gibi. Deneyerek hepsini bulabilirler*" (8) şeklindeki açıklama ise, öğrencinin deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

4.1.3.1.2. İkinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan ve sınıfın % 60'ını temsil eden D_{13}, yazılı sınavda problemlerin % 40'ında dışsal şemayı (6 çözüm), % 6.67'sinde deneysel şemayı (1 çözüm) ve % 6.67'sinde analitik şemayı (1 çözüm) kullanırken, % 46.67'sinde (7 çözüm) ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede D_{13} genellikle, önerdiği çözümlerin doğruluğundan emin değilmiş gibi görünmüş ve sıklıkla araştırmacının onayını alma ihtiyacı hissetmiştir. Bu durum, öğrencinin doğrulama şemalarına da yansımış ve problemlere ilişkin çözümlerini doğrularken genellikle dışsal şemayı kullanmıştır. Sadece bir problemde analitik şemayı kullanan öğrenci, iddialarını geçerli kılmak için genellikle hatırladığı formüllere veya matematik kitabında gördüğü örneklere başvurmuştur.

Aşağıda D_{13}'ün sırasıyla 1., 8. ve 10. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.6 D_{13}'ün grafiklerle ilgili birinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.6. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.6'da görüldüğü gibi D_{13} problemin bağlamına uygun bir grafik tercih etmiş olmakla birlikte, grafiği doğru bir şekilde oluşturamamıştır. Ayrıca neden bu grafiği tercih ettiğine ilişkin herhangi bir açıklama yapmamıştır. Bu nedenle, öğrencinin çözümü *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır ve herhangi bir doğrulama şeması içermemektedir. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{13}'ün yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çizgi grafiğini neden tercih ettin?**

2 Ö: Bunun daha uygun olacağını düşündüm. O yüzden.

3 **A:** Ne açıdan uygun? Biraz daha açıklayabilir misin?

4 Ö: Yani sütun grafiği çizseydim, buna tam olmazdı. Hız-dakika şeyi bu, o yüzden. Bu geldi aklıma. Doğru mu peki çizgi grafiği?

5 **A:** Ben aslında senin bu grafiği çizmeye nasıl karar verdiğini merak ediyorum. Çünkü açıklama yapmamışsın burada. Hız-zaman dedin. Hız-zaman olunca hep böyle mi olur? Ne düşünüyorsun?

6 Ö: Dakika var işte hıza göre, burada ne zaman kaçıncı dakikada ne kadar hız yaptığını söylemiş. Bence sütun grafiği pek uygun olmazdı burada, daha düzgün olur diye bunu yaptım.

7 **A:** Peki, neden sütun grafiğinin uygun olmadığını düşünüyorsun?

8 Ö: Bir şey düşünemiyorum şu anda. O zaman bu aklıma gelmiş, bunu yapmışım.

9 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

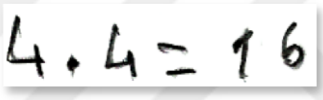
10 Ö: Emin değilim. Çünkü ilk aklıma o geldi, onu yaptım.

11 **A: Peki en uygun grafiğin bu olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Bence en uygunu budur. Matematik kitabında vardı böyle sorular ama değerleri farklıydı. Oradan aklımda kaldı benim de.

Görüldüğü gibi, D_{13}'ün çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalar (4 ve 6) yetersizdir ve öğrenci yaptığı çözümün doğruluğundan emin değildir (10). Bir iddia ortaya attıktan hemen sonra araştırmacının onayını beklemesi (4), bu durumu doğrular niteliktedir. Araştırmacının, arkadaşlarını nasıl ikna edeceğine yönelik sorusu üzerine (11) matematik kitabında böyle sorular gördüğünü belirtmesi (12), öğrencinin dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

D_{13}'ün olası durumları belirleme ile ilgili sekizinci probleme ilişkin çözümü Şekil 4.7' de yer almaktadır.



Şekil 4.7. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.7' de görüldüğü gibi, D_{13} problemin cevabını 16 olarak bulmuş ancak çözümüne ilişkin herhangi bir açıklama yapmamıştır. Öğrencinin herhangi bir doğrulama şeması içermeyen bu çözümü, *geçersiz* kategorisinde değerlendirilmiştir. Yapılan görüşmede ise, öğrenci probleme ilişkin farklı çözüm yolları önermiş ve bu süreçte dışsal ve deneysel şemaları kullanmıştır. Aşağıda D_{13}'ün yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Kutu yöntemi ile yaptım. 4 tane küp olduğu için 4'ü yazdım, sonrada her birine 4 tane gelebildiği için diğer 4'ü yazdım. Dört kere dört çarptım ve 16 buldum.

3 **A:** Birinci 4'ü, dört tane küp olduğu için yazdığını söyledin. Peki, ikinci 4'ün anlamı nedir, biraz daha açıklayabilir misin?

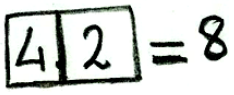
4 Ö: Şuraya ya siyah ya beyaz gelir, diğerlerine de aynı şekilde. Hani 4 tane olduğu için 4 yazdım. Yani kutu yöntemi gibi yaptım aslında.

5 **A:** Kutu yöntemi nedir? Bu yöntemde sayılar neye göre yazılır?

6 Ö: Permütasyon demektir. Bir tanesinde, toplam kaç tane veri olduğunu yazıyorduk, ikincisinde bilmiyorum hocam galiba yanlış yapmışım. Galiba 4'e 2 olacaktı. Çünkü 2 tane renk var. Bir tanesine 2 tane renk gelebilir, o zaman 2 olacaktı.

7 **A:** Yeni bir çözüm önerdiğine göre bunu kağıda yazar mısın?

8 Ö: Evet, 8 oluyor cevap.



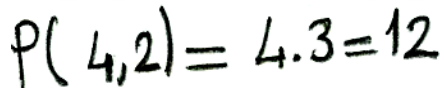
Şekil 4.8. D_{13}'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği Birinci Çözüm

9 **A:** Bu problemde neden kutu yöntemini kullanma gereği duydun?

10 Ö: Sıralama var burada, sıralama önemli olduğu için yani permütasyon olmalı.

11 **A:** Peki, bu problemde neyi sıralıyoruz?

12 Ö: Renkleri sıralıyoruz, ilki beyaz ve ikincisi siyah. Permütasyon formülü ile de çözebilirdik. P(4,2) oluyor. (*Kağıda yazar*)



Şekil 4.9. D_{13}'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği İkinci Çözüm

13 **A:** Peki, hangi cevabın doğru?

14 Ö: 12, yani bence permütasyon daha doğru.

15 **A:** **Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

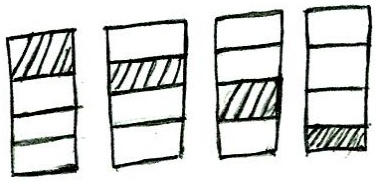
16 Ö: 12'nin anlamlı olduğunu düşünüyorum. Çünkü permütasyon formülü doğru.

17 **A:** **Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

18 Ö: Tek tek yazabilirdim.

19 **A:** Nasıl yapardın? Biraz daha açıklayabilir misin?

20 Ö: Mesela hepsini tek tek yazarım. Birincisine siyah gelir ikincisine beyaz, sonrakiler de beyaz-beyaz olur. Hani öyle tek tek yazarak 12 tane bulabilirdim. (*Kağıda yazar*).



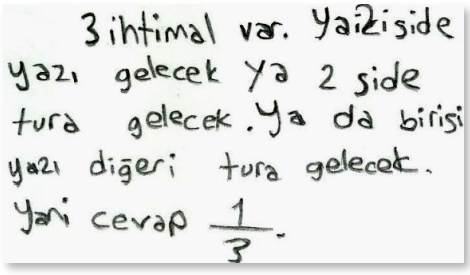
Şekil 4.10. D_{13}'ün Görüşmede Sekizinci Probleme İlişkin Önerdiği Üçüncü Çözüm

21 **A: Peki, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

22 Ö: İkna ederim. Hepsini tek tek yazarsam daha iyi ikna olurlar. Öyle yaparım. Hepsini görürlerse ikna olurlar.

Görüldüğü gibi D_{13} problemi daha önce öğrenmiş olduğu stratejilerle çözmeye çalışmış ancak bilgi eksikliği nedeniyle başarısız olmuştur. Öğrencinin mülakat boyunca yaptığı açıklamalar genellikle yetersizdir. Öğrenci yazılı sınavda yaptığı çözümde kutu yöntemini kullanmıştır. Ancak yazdığı sayıların anlamı sorgulandığında (3 ve 5), tatmin edici bir yanıt verememiş ve cevabını değiştirmiştir (6). Daha sonra problemi permütasyonla çözmenin uygun olacağına karar vermiş ve cevabı 12 olarak bulmuştur (12). Araştırmacının hangi cevabın doğru olduğu sorusu üzerine (13), permütasyon ile bulduğu cevabı tercih ettiğini, çünkü bu formülün doğru olduğunu ifade etmiştir (14 ve 16). Burada öğrencinin sadece hatırladığı formüle dayanarak cevabının doğru olduğunu düşünmesi, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Araştırmacının başka bir çözüm yolu önerip öneremeyeceği sorusu üzerine (17), öğrenci yeni bir çözüm yolu olarak, kuleleri tek tek çizmeyi önermiştir (18 ve 20). Ayrıca, bulduğu cevabın doğru olduğuna arkadaşlarını ikna etmek için bütün seçenekleri tek tek yazacağını ifade etmiştir (22). Buna göre, D_{13}'ün aynı zamanda deneysel şemayı kullandığı söylenebilir.

D_{13}'ün olasılık ile ilgili on üçüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 4.11' de yer almaktadır.



Şekil 4.11. D_{13}'ün Yazılı Sınavda On Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.11' de görüldüğü gibi, D_{13} probleme ilişkin çözümünde belirli bir strateji izlemesine rağmen, doğru sonuca ulaşamamıştır. Bu nedenle öğrencinin çözümü *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bununla birlikte öğrencinin, çözüm stratejisinde iki para için gelebilecek bütün olasılıkları bulmaya çalışması, onun mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede, D_{13} problemi aynı stratejiyi kullanarak doğru şekilde çözmeyi başarmış ve analitik şemayı kullanmıştır. Aşağıda öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: İki para atılıyor diyor. Ben de gelebilecek seçenekleri düşündüm. İkisi de yazı, ikisi de tura ya da biri yazı, biri tura gelebilir dedim. Cevabım doğu mu peki?

3 **A: Ben yorum yapamam. Peki, sen cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

4 Ö: Bana doğru gibi geldi ama bilmiyorum yine de.

5 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi peki?**

6 Ö: Başka yol bilmiyorum. Ama çok kararsız kaldım şu anda.

7 **A: Neden kararsız kaldın? Ne düşündüğünü açıklayabilir misin?**

8 Ö: Şimdi iki para olarak düşünürsek 1.para ve 2. para olarak, yazı-tura olursa tura-yazı da olabilirdi. Yanlış yapmışım galiba.

9 **A: Peki, şimdi cevabın ne olacağını düşünüyorsun? Önerdiğin yeni çözümü yazabilir misin?**

10 Ö: Şimdi bu seçenekleri yazarsam tura-tura, tura-yazı, yazı-yazı, yazı-tura olur. Bizden yazı-yazı gelmesini istediğine göre 4 seçenek var. O zaman olasılık ¼ oluyor.



Şekil 4.12. D_{13}'ün Görüşmede On Üçüncü Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm

11 **A: Peki cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

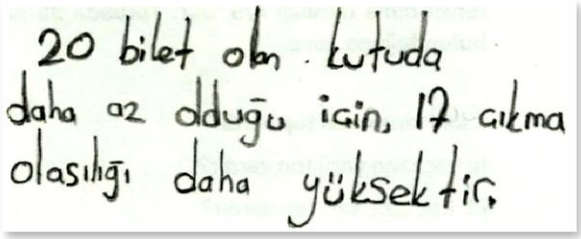
12 Ö: Böyle anlatırım yine, başka yol bilmiyorum zaten. Ama sonuçta mantıklı yani. Bütün seçenekleri bulduk. Başka seçenek olmadığına göre, ikna olacaklardır bence.

Görüldüğü gibi, D_{13} görüşmenin başında yazılı sınavda yaptığı çözümün doğruluğundan emin olamamış ve bir önceki görüşmede olduğu gibi, bu konuda araştırmacının onayını beklemiştir (2 ve 4). Problemin çözümü için başka bir yol bilmediğini ifade eden öğrenci (6), daha sonra çözümünün eksik olduğunu fark etmiş (8) ve hatasını düzelterek doğru sonuca ulaşmayı başarmıştır (10). Araştırmacının, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edeceği sorusu üzerine (11), akıl yürüterek bulduğu bu çözümü arkadaşlarına açıklayacağını belirtmiştir (12). Burada öğrencinin tamamen kendi muhakemesine dayanarak bir strateji geliştirmesi ve doğu sonuca ulaşması, onun analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

4.1.3.1.3. Üçüncü Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan ve sınıfın % 27.5'ini temsil eden D_{38}, yazılı sınavda problemlerin % 6.67'sinde dışsal şemayı (1 çözüm), % 6.67'sinde deneysel şemayı (1 çözüm) kullanırken, %86.67'sinde ise (13 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yazılı sınavda sadece iki problemden puan alabilen D_{38}, yapılan görüşmede cevapladığı problemlerin doğruluğundan emin olamamış ve zaman zaman araştırmacının onayına başvurma ihtiyacı hissetmiştir. Bu süreçte genellikle dışsal şemayı kullanan öğrenci, sadece bir problemde analitik şemayı kullanmıştır.

Aşağıda D_{38}'in sırasıyla 10. ve 11. problemlere ilişkin çözümlerine ve öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan diyaloglara yer verilerek, öğrencinin kullandığı doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.13 D_{38}'in olasılık ile ilgili onuncu probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.13. D_{38}'in Yazılı Sınavda Onuncu Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.13'te görüldüğü gibi D_{38} onuncu probleme ilişkin çözümünde, küçük kutuda daha az bilet olduğu için 17 numaralı biletin çıkma olasılığının daha yüksek olduğunu belirtmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Ancak bu düşüncesini destekleyecek detaylı bir açıklama ya da herhangi bir işlem yapmadığı için, öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca D_{38}'in sadece bilet sayısına odaklanarak yapığı bu açıklama, bir muhakeme içermekten çok alışkanlık edinilmiş bir düşünceye *(örnek uzayın eleman sayısı artarsa olasılık değeri azalır, eleman sayısı azalırsa olasılık değeri artar)* dayanıyor gibi görünmektedir. Bu nedenle öğrencinin dışsal şemayı kullandığı söylenebilir. Yapılan görüşmede de öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{38}'in yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Küçük kutu demişim. Çünkü onda 20 tane bilet var. Daha az bilet olduğu için olasılık daha yüksek olur dedim.

3 **A:** Peki, daha az bilet olunca neden olasılık daha yüksek olur?

4 Ö: Yani öyle olur bilmiyorum ki. Daha az olunca olasılık yüksek oluyor.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Bence anlamlı çünkü çok bilet olunca zor buluruz, sayı az olunca daha iyi. Doğru mu peki bu cevap?

7 **A:** Ben aslında senin bu düşünceye nasıl ulaştığını merak ediyorum. Neden böyle düşündüğünü biraz daha açıklayabilir misin?

8 Ö: Hocam hani geçen sene olasılıkla ilgili torbadan bilye çekmiştik. Orada da bilyeler az olunca daha çok şansımız olmuştu. Ben onu düşündüm aslında tam hatırlamıyorum şu anda. Bu da ona benziyor.

9 A: **Peki, bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi sence?**

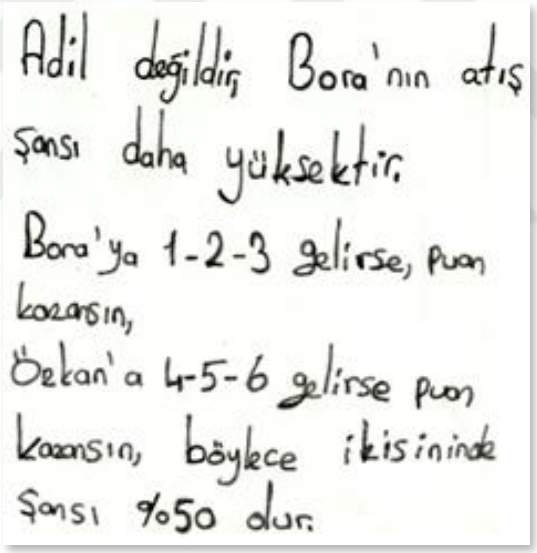
10 Ö: Aklıma başka bir yol gelmiyor şu anda.

11 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Yani yine böyle anlatırım. Az bilet olunca olasılık yükselir, çok bilet olunca azalır. Anlattığım örneği söylerim, onlar da hatırlar bence.

Görüldüğü gibi D_{38}'in problemin çözümüne yönelik yaptığı açıklamalar yetersizdir ve öğrenci cevabının doğruluğundan emin değildir (2, 4 ve 6). Araştırmacının, öğrencinin nasıl düşündüğünü ortaya çıkarmak amacıyla sorduğu soru (7), öğrencinin tam olarak hatırlayamadığı bir takım bilgilere dayanarak sonuca ulaştığını göstermiştir (8). Öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için sadece geçen seneki matematik derslerinden hatırladığı bir bilgiye güvenmesi (12), onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.14 D_{38}'in olasılıkla ilgili on birinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.14. D_{38}'in Yazılı Sınavda On Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.14'te görüldüğü gibi, D_{38} oyunun adil olmadığını ve Bora'nın kazanma şansının daha yüksek olduğunu belirtmiş, ancak neden böyle düşündüğünü açıklamamıştır. Bununla birlikte, öğrencinin oyunun adil olması için önerdiği yol, onun adil olma kavramını doğru anladığını göstermektedir. Bu nedenle öğrencinin cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin oyunun neden adil olmadığını örnek vererek göstermiş olması, onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin oyunun neden adil olmadığını daha detaylı bir şekilde açıklayarak analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{38}'in yarı

yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalardan alınan bir bölüm sunulmuştur.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Adil değil demişim. Çünkü hocam zarda 6 tane sayı olduğu için Bora'ya 1, 2, 3 veya 4 gelirse kazanıyor. Özkan'a 5-6 gelirse kazanıyor. Bora'ya daha fazla zar gelme sayısı var hocam.

3 **A:** Peki, adil olması için nasıl olması gerekiyor?

4 Ö: İkisinin de eşit şartlarda oynaması, yani sayıları eşit olarak paylaşmaları gerekiyor. Mesela Bora'ya 1, 2, 3 gelirse 1 puan, Özkan'a 4, 5, 6 gelirse 1 puan alsın. Böylece eşitleniyor 3-3 diye.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet, düşünüyorum çünkü başka türlü adil olmuyor hocam. Birisinde daha fazla sayı varsa adil olmaz. Aldıkları sayılar eşit olmalıdır.

7 **A: Peki, oyunun adil olmadığını başka nasıl gösterebilirdin?**

8 Ö: Benim aklıma başka bir şey gelmiyor.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Böyle açıklarım hocam, Bora'nın daha çok sayısı var, onun için şansı daha çok. Adil olması için, verdiğim örnekteki gibi şanslarının eşit olması gerekir.

Görüldüğü gibi, D_{38} düşüncelerini yazılı sınava göre daha açık bir şekilde ifade etmiş ve oyunun adil olmadığını, çünkü oyunculardan birinin daha fazla sayısı olduğunu belirtmiştir (2). Araştırmacının oyunun adil olması için nasıl olması gerektiği sorusu üzerine (3), öğrenci iki oyuncunun sayıları eşit olarak paylaşmaları gerektiğini belirtmiş ve bir örnek vermiştir (4). Öğrencinin, oyunun adil olması için oyuncuların aldıkları sayıların eşit olması gerektiğini vurgulaması (6) ve arkadaşlarını ikna etmek için yaptığı açıklamalar (10), onun analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

4.1.3.2. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, kontrol grubu öğrencilerinden anlama ve düşünme yolu profillerine göre seçilen üç öğrenci K_1 (*orta*), K_{12} (*yetersiz*) ve K_{38}'in (*geçersiz*), problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları doğrulama şemalarını ortaya koyabilmek amacıyla, yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere getirdikleri çözümlere ve görüşme diyaloglarına yer verilmiştir.

4.1.3.2.1. Birinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan ve sınıfın % 17.5'ini temsil eden K_1, yazılı sınavda problemlerin %53.33'ünde dışsal şemayı (8 çözüm), % 6.67'sinde deneysel şemayı (1 çözüm) ve % 20'sinde analitik şemayı (3 çözüm) kullanırken, % 20 oranında (3 çözüm) ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede, K_1'in yazılı sınavda yer alan problemlere yönelik çözümlerini açıklama sürecinde zaman zaman akıl yürüterek mantıksal çıkarımlar yaptığı ve analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Öğrenci muhakeme yapamadığı durumlarda çoğu zaman kitaplardan veya derslerden hatırladığı bilgilere dayanarak dışsal şemayı kullanmıştır. Bilgilerinin yetersiz olduğu ve konuya ilişkin kuralları pek fazla hatırlayamadığı bazı durumlarda ise, sezgileriyle hareket ederek deneysel şemayı kullanmıştır.

Aşağıda K_1'in sırasıyla 1., 3. ve 6. problemlere ilişkin çözümlerine ve öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan diyaloglara yer verilerek, öğrencinin doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.15'te K_1'in grafiklerle ilgili birinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 4.15. K_1'in Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.15'te görüldüğü gibi, K_1 problemle ilgili doğru bir grafik oluşturmuş ve trenin hızındaki artış ve azalışları göstermek için bu grafiği tercih ettiğini belirtmiştir. Buna göre, öğrencinin cevabı *çok iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca neden başka bir grafiğin (sütun grafiği) uygun olmayacağını örnekler vererek açıklamaya çalışması, öğrencinin mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Bu soruda çizgi grafiğini tercih ettim. Çünkü diğer grafik türlerini kullanamayacağımı düşündüm, o yüzden.
3 **A:** Peki, neden diğer grafikleri kullanamayacağını düşündün? Yani neden bu grafiğin en uygun olduğunu düşünüyorsun?
4 Ö: Yani hani yükseliş ve alçalışlar falan var, onları belirtmek için çizgi grafiği daha uygun bence.
5 **A: Peki, bu yükseliş ve alçalışları başka bir grafikte gösteremez miydin?**

Yani bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi sence?

6 Ö: Yani gösteremeyiz bence. Çizgi grafiği daha kullanışlı, daha iyi görmemizi sağlar. Hızın hangi noktalarda başladığı, hangi noktalarda bittiği daha net görülüyor çizgi grafiğinde.

7 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

8 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü başka bir grafikte mesela sütun grafiğinde daha zor görürüz artıp azaldığını, uygun olmaz bence.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Yine bu şekilde açıklardım. Mesela sütun yapsaydık, hızın 0'dan başladığını ve yavaş yavaş arttığını gösteremezdik. Yani nasıl olacaktı? Saçma olurdu, bence en uygun grafik bu, böyle açıklarım.

Görüldüğü gibi K_1, yükseliş ve alçalışları göstermek için çizgi grafiğini tercih ettiğini belirtmiş (4) ve başka bir grafiğin neden uygun olmayacağını detaylı bir şekilde açıklamıştır (6 ve 8). Arkadaşlarını ikna etmek için örnek vererek sütun grafiğinin neden uygun olmayacağını açıklaması (10), öğrencinin akıl yürüterek bir sonuca ulaştığını ve bu nedenle analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

K_1'in yazılı sınavda grafiklerle ilgili üçüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 4.16'da yer almaktadır.



Şekil 4.16. K_1'in Yazılı Sınavda Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü

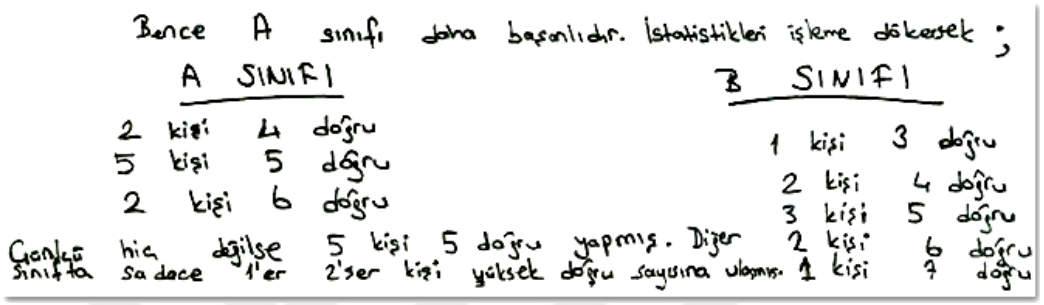
Şekil 4.16'da görüldüğü gibi, K_1 problemin bağlamına uygun olarak doğru bir grafik tercih etmiştir. Ancak bu grafiğin, problem için neden uygun olduğuna ilişkin yaptığı açıklama yetersiz olduğundan, öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin histogram konusunu daha önce öğrenmediğini ve sadece kitaplarda gördüğü bilgilere göre bu grafiği oluşturduğunu belirtmesi, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de, öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Bu soruda histogram yapmaya çalıştım. Diğer grafikler daha uzun süreceği için, uygun olmayacağını düşünüm. Ama grafikte hatalarımın olabileceğini düşünüyorum çünkü bu konuyu daha öğrenmedik.
3 **A: Peki, bu soru için başka bir grafik olabilir miydi sence?**
4 Ö: Burada sütun grafiği ya da çizgi grafiği kullansaydık, çok uzun sürerdi. Zaten ben onu yapamazdım, karıştırırdım. Bu yüzden bu şekilde yaptım. Bunu cevapladığımda daha histogramı öğrenmemiştik, o yüzden hatalı olabilir.
5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
6 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü dediğim gibi matematik kitabında bu konuyu görmüştüm, bu tarz sorularda hep bu grafik kullanılıyor. Bence en uygunu bu.
7 **A:** Bu tarz dediğin sorular nasıl oluyor? Biraz daha açıklayabilir misin?
8 Ö: Yani böyle tablo falan veriyorlar, çok sayı oluyor. O zaman hep bu grafik yapılıyor.
9 **A: Peki, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
10 Ö: Yine bu şekilde açıklardım. Bu grafiğin en uygun olduğunu söylerim. Zaten bu konuyu öğrenince onlar da anlayacaklardır.

Görüldüğü gibi, K_1 konuyu bilmemesine rağmen histogram yapmayı tercih ettiğini (2), diğer grafikleri ise uzun süreceği için tercih etmediğini belirtmiştir (4). Öğrencinin neden histogramı tercih ettiği daha derinlemesine sorgulandığında (5 ve 7) öğrenci, matematik kitabında tablo verilen ve çok sayı olan sorularda histogram

kullanılmasından etkilendiğini ifade etmiştir (6 ve 8). Yaptığı bu açıklamalar doğrultusunda, öğrencinin muhakeme yapmaksızın sadece hatırladığı bilgilere dayanarak grafiği oluşturduğu ve dışsal şemayı kullandığı söylenebilir.

K_1'in yazılı sınavda merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili altıncı probleme ilişkin çözümü Şekil 4.17'de yer almaktadır.



Şekil 4.17. K_1'in Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.17'de görüldüğü gibi K_1, problemde verilen iki sınıfa ait doğru sayılarını tek tek karşılaştırmış, fakat sadece 5 doğru yapanların sayısını göz önünde bulundurarak A sınıfının daha başarılı olduğunu ifade etmiştir. İki sınıfın başarısı hakkında, herhangi bir merkezi eğilim ya da yayılma ölçüsüne başvurmadan sadece tek bir değeri dikkate alarak yorum yaptığı için, öğrencinin cevabı *yetersiz* kategorisinde değerlendirilmiştir. Cevabını doğrulamak için, iki sınıfa ait verilerden sadece tek bir örneği dikkate alması ve bunun yeterli olacağını düşünmesi, öğrencinin daha çok grafiklerin görünümünden etkilendiğini ve deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin deneysel ve analitik şemaları bir arada kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Ben A sınıfı daha başarılı dedim. Çünkü B sınıfında çok düşükler de var, yüksek de var. Ama A sınıfında bir istikrar var. Çoğu kişi, 5 doğru cevap vermiş.
3 **A:** A sınıfının neden daha istikrarlı olduğunu düşünüyorsun? Biraz daha açıklayabilir misin?

4 Ö: Çünkü herkes birbirine yakın. Bir de çoğu kişi belli bir sayı verdiği için, yani belli sayıda doğru yaptığı için. B sınıfında çok düşükler de var, bunun yanı sıra yüksek de var. A sınıfında ise bir tutarlılık var.

5 **A:** Yazılı sınavda düşüncelerini bu kadar detaylı açıklamamışsın. Burada yazdıklarınla anlatmak istediklerin bunlar mıydı?

6 Ö: Aslında o zaman bu kadar detaylı düşünmemiştim. A sınıfında 5 alanlar daha fazla diye daha başarılıdır gibi bir şey yazmışım. Ama şimdi düşününce A sınıfı B'ye göre daha tutarlı.

7 **A:** **Peki, cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

8 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü dediğim gibi A sınıfı bence daha tutarlı.

9 **A:** Peki, sence tutarlı olması daha başarılı olduğu anlamına mı geliyor?

10 Ö: Yani bence öyle çünkü burada notlar birbirine daha yakın ve 5 alanların sayısı daha çok.

11 **A:** **Peki, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

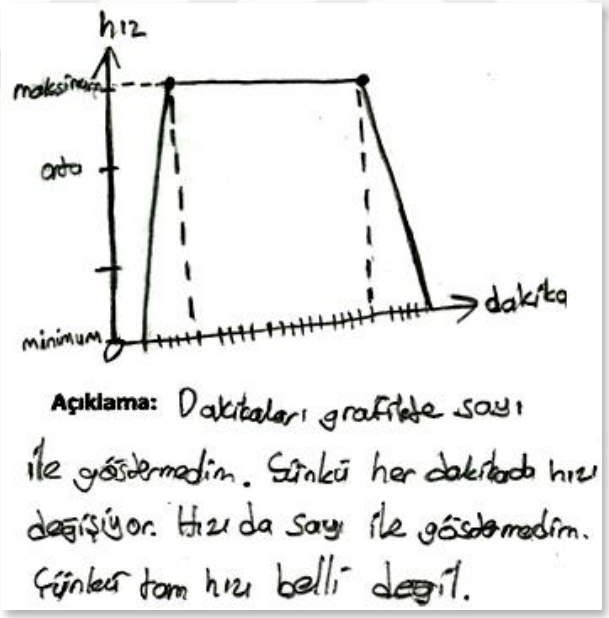
12 Ö: Böyle anlatırım. Grafiğe dikkatli bakmalarını söylerim. B sınıfı daha dağınık, yüksek alanlar da var ama düşük alanlar da var. Ama A sınıfı hem birbirine daha yakın hem de 5 alanlar daha çok. Bu yüzden A sınıfı daha tutarlı derim.

Görüldüğü gibi, K_1 düşüncelerinin yazılı sınavda olduğundan biraz daha farklı olduğunu, sınavda sadece 5 doğru yapanların sayısına odaklandığını, şimdi ise tutarlılıktan dolayı A sınıfını daha başarılı bulduğunu ifade etmiştir (6). Öğrencinin tutarlılık ile ne anlatmak istediği sorgulandığında (3), B sınıfında düşük alanlar kadar yüksek alanların da olduğunu, A sınıfının doğru sayılarının ise birbirine yakın olmasından dolayı daha tutarlı olduğunu ifade etmiştir (4). Bu açıklamaları doğrultusunda öğrencinin mantısal bir çıkarım yaptığı ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte, arkadaşlarını ikna etmek için tutarlılığın yanı sıra, A sınıfında daha fazla olduğu için 5 doğru yapanların sayısına odaklanması (12) ve bunun ne ifade ettiği hakkında muhakeme yapmaması, öğrencinin sadece grafiğin görünümünden etkilendiğini göstermektedir. Buna göre, öğrencinin aynı zamanda deneysel şemayı kullandığı söylenebilir.

4.1.3.2.2. İkinci Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan ve sınıfın % 65'ini temsil eden K_{12}, yazılı sınavda problemlerin % 33.33'ünde dışsal şemayı (5 çözüm) ve % 20'sinde deneysel şemayı (3 çözüm) kullanırken, % 46.67'sinde (7 çözüm) ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. K_{12} problemlere ilişkin çözümlerini doğrularken genellikle ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak dışsal şemayı kullanırken, bilgilerinin yetersiz olduğu bazı durumlarda ise sezgileriyle hareket etmiş ve deneysel şemayı kullanmıştır. Ayrıca yazılı sınavda analitik şemayı kullanmayan öğrencinin, yapılan görüşmede bazı problemlere ilişkin çözümlerinde analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir.

Aşağıda K_{12}'nin sırasıyla 1., 2. ve 9. problemlere ilişkin çözümlerine ve öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan diyaloglara yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.18 K_{12}'nin grafiklerle ilgili birinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.18 K_{12}'nin Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.18'de görüldüğü gibi, K_{12}'nin tercih ettiği grafik problemin bağlamına uygun olmakla birlikte, hızın sıfırdan başlamaması ve dakikaların gösterilmemesi nedeniyle hatalı ve eksiktir. Öğrenci, hız her dakika değiştiği için grafikte dakikaları sayı ile göstermediğini belirtmiş, ancak neden bu grafiği tercih ettiğine ilişkin herhangi bir

açıklama yapmamıştır. Buna göre, öğrencinin çözümünün *orta* kategorisinde yer aldığı ve herhangi bir doğrulama şeması içermediği söylenebilir. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Ben çizgi grafiğini tercih ettim. Çünkü dakikaları soruyor, böyle dakikaları sıralıyoruz. Maksimum hızı falan diyor hocam, dakikaları burada sayılarla göstermeyi unuttum galiba. Sayı ile göstermeme nedenim, tam böyle kesin bir hız yok. Kesin bir hız olmadığı için maksimum-orta- minimum hızları yaptım.

3 **A:** Peki, neden bu grafiği tercih ettiğini biraz daha açıklayabilir misin?

4 Ö: Çünkü hocam bu bir karşılaştırma değil. İlk baştaki hız, sonraki hız, sonra duruyor. Hem artıyor hem azalıyor, sürekli değişiyor hızları. O yüzden bunu en iyi çizgi grafiğinde gösterebiliriz.

5 **A:** Bu bir karşılaştırma değil derken ne demek istedin? Biraz daha açıklayabilir misin?

6 Ö: Şöyle demek istedim aslında, karşılaştırma olsaydı yani mesela iki şeyi karşılaştırmak isteseydik, iki öğrencinin notlarını mesela, sütun grafiği kullanabilirdik. Ama burada öyle bir şey yok. Burada sadece tek bir hız var.

7 **A: Bu soru için farklı bir grafik oluşturulabilir miydi sence?**

8 Ö: Bilmiyorum yani nasıl desem benim aklıma hep çizgi grafiği geliyor. Dediğim gibi, ben bu soru için çizgi grafiğini uygun buldum. Başka grafik olmazdı bence.

9 **A: Peki, cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

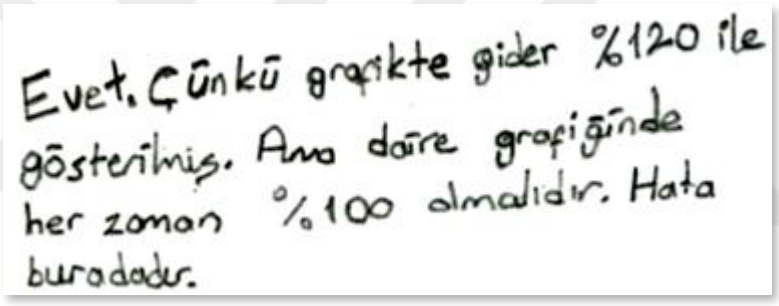
10 Ö: Düşünüyorum çünkü şöyle bir şey var. Burada hız yükselecek, sonra aynı hızla gidecek ve sonra hız yine sıfır olacağı için, burada yani en baştaki hızı, sondaki hızını çizgi grafiğinde gösterebiliriz. Başka bir grafikte hızın bu ilerleyişini gösteremeyebiliriz. Çünkü sürekli değişiyor. Bir de ben burada hata yapmışım hızı sıfırdan başlamalıydı, neden öyle yapmışım hatırlamıyorum.

11 **A: Peki, cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Size söylediklerimi söylerim. Hız artıyor, sonra aynı kalıyor, sonra yine azalıyor. Bunları en iyi çizgi grafiğinde gösteririz.

Görüldüğü gibi K_{12}, çizgi grafiğini tercih ettiğini çünkü bu problemde karşılaştırma olmadığını ve hızın artıp azalarak sürekli değiştiğini ifade etmiştir (4). Burada karşılaştırma sözcüğü ile ne anlatmak istediği sorgulandığında (5), öğrenci örnek vererek problemin karşılaştırma yapmak için neden uygun olmadığını açıklamaya çalışmıştır (6). Öğrencinin yaptığı açıklamalarda genel olarak hızın değişkenliğinden bahsetmesi ve bu değişkenliği sadece çizgi grafiğinde gösterebileceğini vurgulaması (10 ve 12), mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

K_{12}'nin yazılı sınavda grafiklerle ilgili ikinci probleme ilişkin çözümü Şekil 4.19'da yer almaktadır.



Şekil 4.19. K_{12}'nin Yazılı Sınavda İkinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.19'da görüldüğü gibi, K_{12} problemde yüzdelerin %120 olmasının hata olduğunu belirtmiştir. Öğrenci grafikteki hatayı doğru olarak tespit etmiştir ancak bunun neden bir hata olduğuna ilişkin yaptığı açıklama yetersizdir. Bu nedenle öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin "*daire grafiğinde her zaman %100 olmalıdır*" şeklindeki ifadesi, muhakeme yaparak ulaştığı bir sonuçtan çok alışkanlık edindiği bir düşünceye dayandığını ve bu nedenle dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de, öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Burada hata var dedim hocam. Çünkü bu ailenin giderlerine bakarsak,

giderleri %100'ün üstünde. %100'ün üstünde olursa hata olur dedim. Yani aile zarardadır.

3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

4 Ö: Anlamlı buluyorum hocam çünkü bir ailenin geçinmesi için giderleri ya tam maaşa göre yani gelire göre ayarlanmalı ya da gelirden az olmalı.

5 **A: Bu problemde başka bir hata olduğunu düşünüyor musun?**

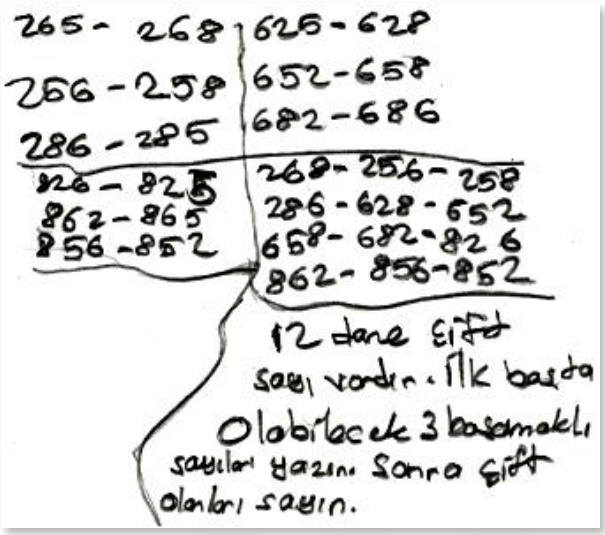
6 Ö: Başka hata görmedim, yüzdelerle ilgilidir diye düşünüyorum.

7 **A: Cevabının doğru olduğuna yani grafiğin %100 olması gerektiğine arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

8 Ö: Hocam bu grafikte hep %100 olur diye biliyorum ben. Nasıl desem hep böyle gördüm, bu grafiğin tamamı %100. Başka bir şey aklıma gelmiyor. Bu nedenle aile zararda derim.

Görüldüğü gibi, K_{12} grafikteki hatanın yüzdelerde olduğunu ve yüzdelerin %100'ü geçmesinin, ailenin zararda olduğu anlamına geldiğini vurgulamıştır (2 ve 4). Burada öğrencinin sadece problemin bağlamına odaklanarak, hatayı ailenin zararda olduğu şeklinde açıklamaya çalıştığı ve %100'ün ifade ettiği matematiksel anlamdan bir çıkarım yapamadığı görülmektedir. Ayrıca, öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için daire grafiklerini hep %100 olarak gördüğünü ifade etmesi (8) ve bunun nedenini açıklayamaması, onun bu konuyu daha önce hiç sorgulamadığını ve bu nedenle yaptığı açıklamanın da yüzeysel bir bilgi olmaktan öteye geçemediğini göstermektedir. Bu doğrultuda, öğrencinin dışsal şemayı kullandığı söylenebilir.

K_{12}'nin yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili dokuzuncu probleme ilişkin çözümü Şekil 4.20'de yer almaktadır.



Şekil 4.20. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Dokuzuncu Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.20'de görüldüğü gibi, K_{12} çözümünde problemde verilen şartlara uygun olarak yazılabilecek 3 basamaklı sayıların tamamını bulduktan sonra, bu sayılardan çift olanları saymıştır. Öğrencinin cevabı doğru olmamakla birlikte, belirli bir çözüm stratejisi içerdiğinden *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin yazılabilecek sayıları örneklendirerek bir sonuca ulaşmış olması, onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**

2 Ö: Burada rakamları farklı çift sayı olma olasılıklarını tek tek denemişim. Bütün sayıları denemişim 2'den başlamışım 6 ve 8, öyle gitmişim. 12 tane sayı bulmuşum.

3 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

4 Ö: Emin değilim sanki bu soruda biraz eksiğim var. 5' i hiç kullanmadığımı fark ettim şu anda.

5 **A:** Burada 5'i kullandığın sayılar görüyorum. Neden 5'i kullanmadığını düşünüyorsun?

6 Ö: Öyle değil. Yani 5 ile başlayan sayıları yazmamışım. Onları da eklersem daha fazla sayı olur.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

8 Ö: Ben burada bütün sayıları tek tek deneyerek yaptım. Başka yollar düşündüm de işlemleri unuttum. Permütasyon yapılabilirdi diye düşündüm ama işlemleri unuttuğum için yapamadım, hala da hatırlamıyorum.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

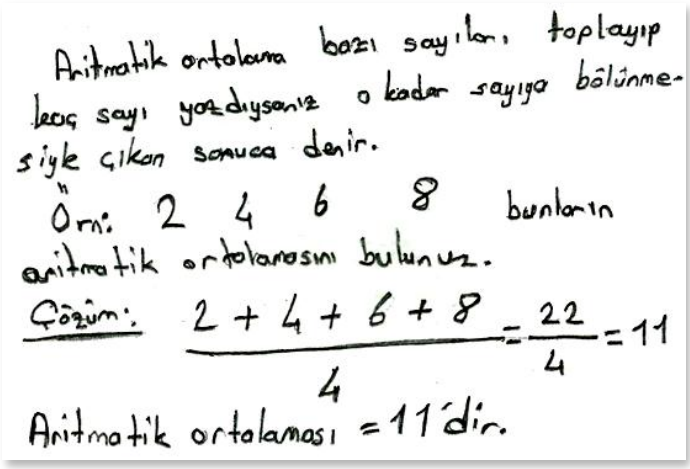
10 Ö: Şu an cevabımın doğru olmadığını fark ettim ama yine de aynı yoldan yapardım. Yani sayıları tek tek yazarak gösterirdim. Bence en ikna edici yol bu. Çünkü başka sayı yazılamayacağını görünce anlayacaklardır. Ben başka bir yol bilmiyorum zaten.

Görüldüğü gibi K_{12} her rakamı başa getirerek, yazılabilecek bütün sayıları bulduğunu ifade etmiş ve izlediği stratejiyi açıklamıştır (2). Ayrıca çözümünün eksik olduğunu fark etmiş (4) ve 5 ile başlayan sayıları ekleyerek hatasını düzeltebileceğini ifade etmiştir (6). Başka bir çözüm yolu bilmediğini belirten öğrenci (8), arkadaşlarını ikna etmenin en iyi yolunun sayıları tek tek yazmak ve başka sayı yazılamayacağını göstermek olduğunu söylemiştir (10). Bu açıklamaları doğrultusunda öğrencinin, deneysel şemayı kullandığı söylenebilir.

4.1.3.2.3. Üçüncü Öğrencinin Ön Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan ve sınıfın %17.5'ini temsil eden $K_{38,}$ problemlerin %13.33'ünde dışsal şemayı (2 çözüm) ve %13.33'ünde deneysel şemayı (2 çözüm) kullanırken, %73.33'ünde ise (11 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yazılı sınavda sadece dört problemden puan alabilen $K_{38,}$ yapılan görüşmede problemlere yönelik çözümlerini açıklarken kendinden emin olmayan bir tavır sergilemiş ve zaman zaman araştırmacının onayına başvurma ihtiyacı hissetmiştir. Bu süreçte öğrenci, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak dışsal şemayı veya tamamen sezgilerine dayanarak deneysel şemayı kullanmıştır.

Aşağıda K_{38}'in sırasıyla 4. ve 6. problemlere ilişkin çözümlerine ve öğrenci ile yapılan görüşmeden alınan diyaloglara yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.21 K_{38}'in merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili dördüncü probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.21. K_{38}'in Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü

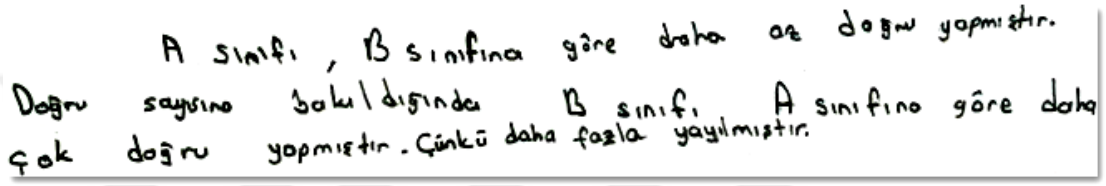
Şekil 4.21'de görüldüğü gibi K_{38} aritmetik ortalama kavramının anlamına yönelik bir açıklama yapmamış, sadece nasıl hesaplanacağını anlatarak sayısal bir örnek vermiştir. Buna göre, öğrencinin cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin sadece aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağına yönelik kuralı açıklaması, dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de, öğrencinin dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{38}'in yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: Burada söylediğim gibi aritmetik ortalama, sayıları toplayıp kaç sayı topladıysak o sayıya bölmemiz sonucunda çıkan sayıdır. Örnek de vermişim.
3 **A: Peki, aritmetik ortalama bulunurken neden sayılar toplanır ve veri sayısına bölünür? Bulduğumuz sayının anlamı nedir?**
4 Ö: Bilmiyorum, hiç düşünmemiştim. Hep böyle hesaplıyoruz notlarımızı..
5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**
6 Ö: Evet, bence cevabım doğru. Çünkü kural böyle zaten.
7 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**
8 Ö: Ben yine kuralı açıklardım. Ortalamayı herkes hesaplayabilir. Onlar da anlar, çünkü derste böyle öğrendik.

Görüldüğü gibi K_{38} aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağını açıklamış (2), ancak bu hesaplama sonucunda elde ettiği sonucun ne anlama geldiğini açıklayamamıştır (4).

Öğrencinin aritmetik ortalama kavramının anlamını daha önce hiç düşünmediğini belirtmesi (4), bu kavramla ilgili yüzeysel bir bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca arkadaşlarını ikna etmek için aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağına ilişkin kuralı açıklayacağını ifade etmesi (6 ve 8), öğrencinin dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

K_{38}'in yazılı sınavda merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili altıncı probleme ilişkin çözümü Şekil 4.22'de yer almaktadır.



Şekil 4.22. K_{38}'in Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.22'de görüldüğü gibi, K_{38} iki sınıfı doğru sayılarına göre karşılaştırdığını belirtmiş ancak bununla ilgili herhangi bir işlem yapmamıştır. Bu doğrultuda öğrencinin cevabı *yetersiz* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin B sınıfının daha başarılı olduğunu çünkü daha çok yayıldığını belirtmesi, sadece grafiklerin görünümünden etkilenerek bir sonuca ulaştığını ve deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Yapılan görüşmede de öğrencinin deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{38}'in yarı yapılandırılmış görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 **A: Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?**
2 Ö: B sınıfını başarılı bulmuşum. Doğru sayısı daha fazla gibi geldi bana, yani daha çok yayılmış.
3 **A: Daha çok yayıldığına nasıl karar verdin? Biraz daha açıklayabilir misin?**
4 Ö: B sınıfında doğru cevap verenler, 3-4-5-6-7 diye yayılmış. Ama A sınıfında sadece üç sayı 4-5-6 var.
5 **A: Daha çok yayılması daha başarılı olduğu anlamına mı geliyor sence?**
6 Ö: Evet, yani dediğim gibi daha çok gözüküyor sanki gözümüze. Ben öyle düşünüyorum.
7 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

8 Ö: Evet, bence anlamlı. Baktığımızda da görebiliyoruz zaten.

9 **A: Hangi sınıfın daha başarılı olduğunu anlamanın başka bir yolu olabilir miydi sence?**

10 Ö: Başka bir yol aklıma gelmiyor. Benim cevabım doğru mu peki?

11 **A: Sen cevabının doğru olduğunu düşündüğüne göre arkadaşlarını buna nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Ben yine böyle açıklarım, başka bir şey söylemem.

Görüldüğü gibi K_{38} iki sınıfı karşılaştırırken, verilen grafiklerdeki yatay eksenleri dikkate almış ve doğru cevap sayılarının yayılımına bakmıştır (2). Buna göre, B sınıfının daha başarılı olduğunu çünkü daha fazla yayıldığını belirtmiştir (4). Araştırmacı yayılma ile başarının aynı şey olup olmadığı sorusunu yönelttiğinde (5), öğrenci daha çok yayıldığı için B sınıfının daha başarılı olduğu şeklindeki açıklamasını tekrar etmiştir (6). Buna göre, öğrencinin muhakeme yapmaksızın tamamen grafiklerin görünümünden etkilendiği ve bu doğrultuda deneysel şemayı kullandığı söylenebilir.

4.1.3.3. Uygulama Öncesi Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerden Elde Edilen Verilere İlişkin Yorumlar

Uygulama öncesi yapılan ön görüşmeler genel olarak değerlendirildiğinde, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problemlere yönelik çözümlerini doğrulamak için genellikle ezberlemiş oldukları yüzeysel bilgilere dayanan açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler bu bilgileri kullanarak doğru cevaba ulaşsalar bile, yaptıkları işlemlerin anlamı sorgulandığında genellikle muhakeme yapamamış ve cevaplarını dışsal şemayı kullanarak doğrulamaya çalışmışlardır. Kullanacakları herhangi bir formül ya da bilgiyi tam olarak hatırlayamadıklarında ise, ya örnekler vererek ya da o anda doğru olduğunu hissettikleri işlemleri yaparak sonuca ulaşmaya çalışmış ve deneysel şemayı kullanmışlardır.

Çok sık olmamakla birlikte, bazı durumlarda öğrencilerin akıl yürüterek bir sonuca ulaştıkları ve düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde açıklayarak analitik şemayı kullandıkları görülmüştür. Böyle durumlarda çoğu zaman öğrencilerin birden fazla şemayı aynı anda kullandıkları tespit edilmiştir. Örneğin, öğrenciler bazen cevaplarını doğrulamak için mantıksal çıkarım yapmaya çalışmışlar ancak sonuca ulaşamadıklarında dışsal veya

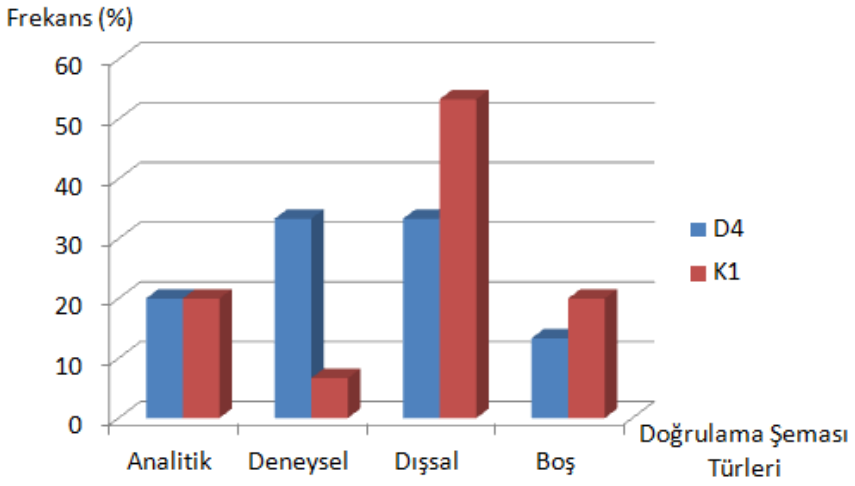
deneysel şemalara yönelmişlerdir. Ya da tam tersi ezberlemiş oldukları yüzeysel bilgilere veya sezgilerine dayanarak sonuca ulaştıkları bazı durumlarda, akıl yürüterek mantıksal çıkarım yapabildikleri görülmüştür. Tablo 4.11 ADYP'ye göre aynı kategorilerde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin, ön görüşmelerde kullandıkları doğrulama şeması türlerini göstermektedir.

Tablo 4.11.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şeması Türleri

	Uygulama Öncesi Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri													
	Orta				**Yetersiz**				**Geçersiz**					
Öğrenciler	**D_4**		**K_1**		**D_{13}**		**K_{12}**		**D_{38}**		**K_{38}**		**Genel**	
Şemalar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Analitik	3	20	3	20	1	6.67	1	6.67	1	6.67	-	-	9	10
Deneysel	5	33.33	1	6.67	2	13.33	3	20	-	-	2	13.33	13	14.44
Dışsal	5	33.33	8	53.33	7	46.67	5	33.33	1	6.67	2	13.33	28	31.11
Boş	2	13.33	3	20	5	33.33	6	40	13	86.67	11	73.33	40	44.44
Toplam	15	%100	15	%100	15	%100	15	%100	15	%100	15	%100	90	%100

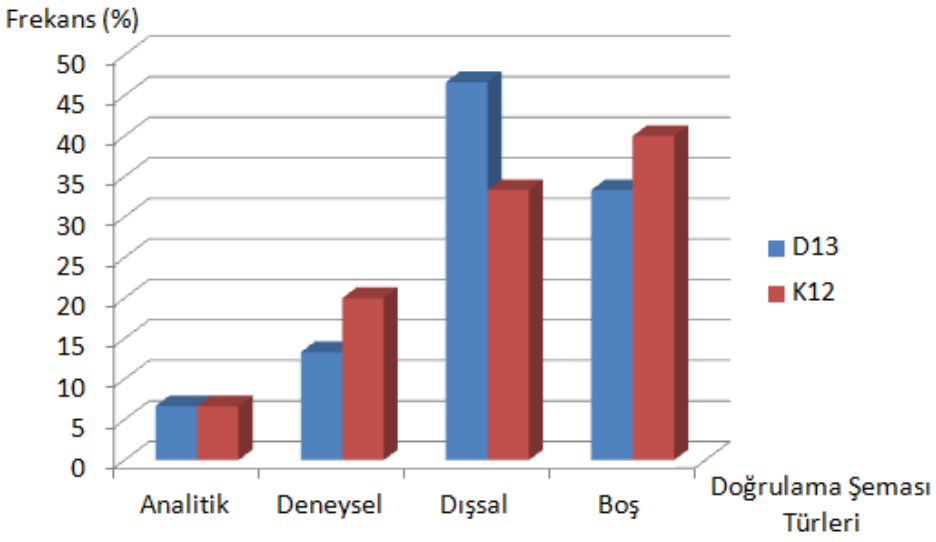
Tablo 4.11'de görüldüğü gibi, ADYP'ye göre aynı kategorilerde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi yapılan görüşmelerde analitik şemayı kullanma oranları birbirine oldukça yakın iken, deneysel ve dışsal şemaları kullanma oranları değişebilmektedir. Örneğin, ADYP'ye göre orta kategorisinde yer alan öğrencilerden D_4, K_1'e göre deneysel şemayı daha fazla kullanırken, dışsal şemayı daha az kullanmıştır. Buna karşılık her iki öğrenci de analitik şemayı aynı oranda kullanmışlardır. Bu durum Şekil 4.23'te açık bir şekilde görülmektedir.



Şekil 4.23. D_4 ve K_1'in Uygulama Öncesi Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.23'te görüldüğü gibi D_4 dışsal ve deneysel şemaları, analitik şemaya göre daha fazla kullanırken, K_1 dışsal ve analitik şemaları, deneysel şemaya göre daha fazla kullanmıştır.

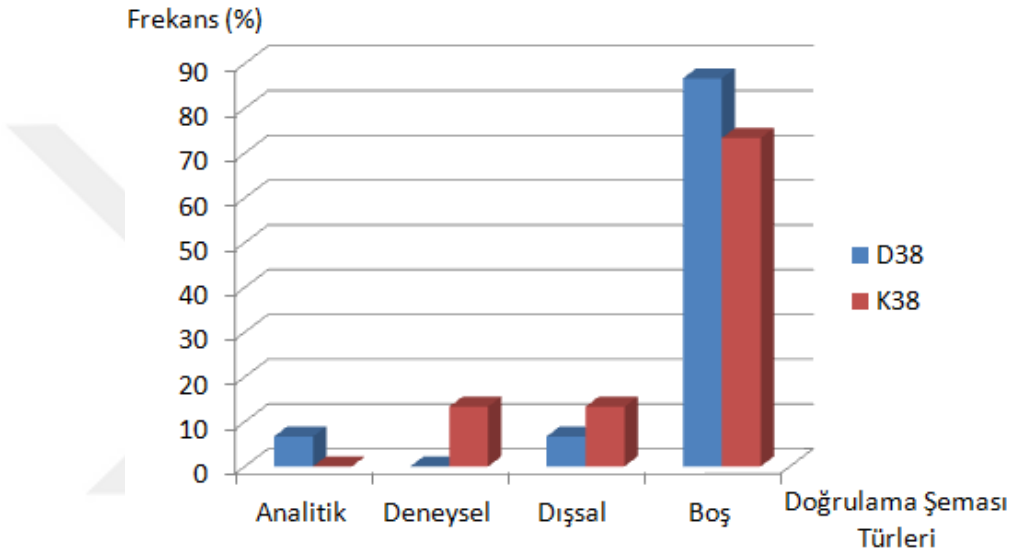
ADYP'ye göre yetersiz kategorisinde yer alan D_{13} ve K_{12} ise dışsal şemayı, deneysel ve analitik şemalara göre daha fazla kullanmışlardır. Şekil 4.24'te bu durum açıkça görülmektedir.



Şekil 4.24. D_{13} ve K_{12}'nin Uygulama Öncesi Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.24'te görüldüğü gibi D_{13}, K_{12}'ye göre dışsal şemayı daha fazla kullanırken, deneysel şemayı daha az kullanmıştır. Bunun yanı sıra, her iki öğrencinin analitik şemayı kullanma oranları aynıdır.

Son olarak, ADYP'ye göre geçersiz kategorisinde yer alan D_{38} ve K_{38} problemlerin tamamına yakınında herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu durum Şekil 4.25'te açıkça görülmektedir.



Şekil 4.25. D_{38} ve K_{38}'in Uygulama Öncesi Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.25'e göre D_{38} dışsal ve analitik şemaları aynı oranda kullanırken, K_{38} ise dışsal ve deneysel şemaları aynı oranda kullanmıştır. Ayrıca K_{38} dışsal ve deneysel şemaları, D_{38}'e göre daha fazla kullanırken, analitik şemayı hiç kullanmamıştır.

Sonuç olarak, uygulama öncesi görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencileri genel olarak en çok dışsal ve deneysel şemaları kullanırken, en az analitik şemayı kullanmışlardır. Buna göre, her iki grupta yer alan öğrencilerin uygulama öncesi doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Bu bulgu, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin elde edilen nicel verileri destekler niteliktedir.

4.2. Uygulama Sonrası Elde Edilen Verilere Ait Bulgular

Bu bölümde, araştırmanın alt problemleri doğrultusunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri ile problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları belirlenmiş ve elde edilen veriler analiz edilerek yorumlanmıştır.

4.2.1. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine (ADYP) Ait Bulgular

"*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır*?" şeklinde belirlenen birinci alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

Uygulama sonrası deney ve kontrol gruplarına ADYBT bir kez daha uygulanmış ve testten elde edilen veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen ADYDF'ye göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri belirlenmiştir. Tablo 4.12 deney grubu öğrencilerinin her bir problem için aldıkları puanları ve anlama ve düşünme yolu profillerini (ADYP) göstermektedir.

Tablo 4.12.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

Sorular	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Puan	ADYP
D_1	4	3	4	3	3	3	3	3	3	4	4	4	3	3	0	47	İyi
D_2	4	3	3	4	4	4	3	4	2	4	4	3	3	4	4	53	Çok İyi
D_3	4	3	3	2	4	4	3	3	3	4	4	4	3	2	4	50	Çok İyi
D_4	4	3	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	2	4	55	Çok İyi
D_5	4	3	4	2	4	3	4	2	3	4	4	4	3	4	4	52	Çok İyi
D_6	4	3	4	2	4	4	3	4	2	4	4	4	3	4	4	53	Çok İyi
D_7	4	3	3	2	4	3	3	3	3	4	4	4	3	2	4	49	Çok İyi
D_8	3	3	3	3	3	1	3	2	2	4	4	3	3	4	0	41	İyi
D_9	3	3	4	4	3	3	3	3	2	3	4	3	3	2	4	47	İyi
D_{10}	3	3	4	4	4	3	3	3	3	4	4	3	3	2	0	46	İyi
D_{11}	4	3	3	2	3	3	3	2	3	3	4	3	3	2	3	44	İyi
D_{12}	4	3	3	2	4	4	3	3	3	4	4	4	3	4	4	52	Çok İyi
D_{13}	3	3	4	2	4	3	3	3	3	4	4	4	3	2	4	49	Çok İyi
D_{14}	4	3	3	2	4	3	3	3	2	2	4	4	3	2	2	44	İyi
D_{15}	4	2	3	3	3	3	3	4	2	4	3	3	3	2	3	45	İyi
D_{16}	3	3	3	2	4	3	0	2	1	3	3	1	0	2	0	30	Orta
D_{17}	3	3	3	2	3	4	3	2	2	2	3	3	3	2	0	38	İyi

Sorular	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Puan	ADYP
D_{18}	4	0	3	3	4	3	3	3	3	4	2	3	4	2	0	41	İyi
D_{19}	4	3	4	4	4	3	3	4	3	4	4	4	4	4	4	56	Çok İyi
D_{20}	3	3	4	3	4	4	3	2	2	1	3	3	3	2	3	43	İyi
D_{21}	4	3	3	4	4	4	3	3	3	4	3	4	3	2	1	48	İyi
D_{22}	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	4	3	3	2	0	40	İyi
D_{23}	3	3	3	2	3	4	3	2	3	4	4	3	0	2	1	40	İyi
D_{24}	3	3	4	2	4	4	4	3	3	4	4	3	4	2	3	50	Çok İyi
D_{25}	0	3	3	2	4	4	0	3	2	3	4	4	3	0	1	36	Orta
D_{26}	1	3	3	2	4	1	3	2	2	1	3	3	3	2	1	34	Orta
D_{27}	2	0	3	2	3	3	3	2	2	4	2	3	2	2	0	33	Orta
D_{28}	3	3	3	4	4	3	3	2	2	4	4	4	3	2	3	47	İyi
D_{29}	2	0	3	2	4	3	3	3	1	3	4	3	3	2	2	38	İyi
D_{30}	3	3	3	2	4	3	3	2	2	4	4	3	3	2	1	42	İyi
D_{31}	2	3	4	2	3	0	2	1	1	3	3	3	3	2	0	32	Orta
D_{32}	4	2	3	2	3	4	3	2	2	3	3	3	3	2	1	40	İyi
D_{33}	3	0	0	2	3	1	3	3	2	4	3	3	3	2	0	32	Orta
D_{34}	0	0	0	2	4	2	2	1	1	2	3	3	3	2	1	26	Orta
D_{35}	1	3	1	2	3	1	0	3	2	3	3	3	3	2	1	31	Orta
D_{36}	3	3	3	2	3	2	3	2	0	1	2	3	3	2	0	32	Orta
D_{37}	2	1	3	2	3	1	1	2	1	1	3	1	3	2	1	27	Orta
D_{38}	4	3	0	4	3	2	2	1	3	4	4	3	3	2	0	38	İyi
D_{39}	1	0	3	3	0	1	3	3	0	1	3	3	3	2	0	26	Orta
D_{40}	2	0	0	2	3	1	1	1	1	1	0	3	3	1	1	20	Yetersiz

Tablo 4.12'ye göre deney grubu öğrencilerinin %25'i (10 kişi) *çok iyi*, % 45'i (18 kişi) *iyi*, %27.5'i (11 kişi) *orta ve %* 2.5'i (1 kişi) *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır.

Tablo 4.13 kontrol grubu öğrencilerinin testte yer alan her bir problem için aldıkları puanları ve anlama ve düşünme yolu profillerini (ADYP) göstermektedir.

Tablo 4.13.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

Sorular	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Puan	ADYP
K_1	4	3	4	2	4	2	3	3	3	2	3	3	3	4	2	45	İyi
K_2	1	3	3	3	3	2	3	3	3	3	4	2	3	3	2	41	İyi
K_3	3	3	3	2	3	1	3	3	3	3	3	2	3	3	0	38	İyi
K_4	4	3	3	2	3	1	2	0	3	4	3	0	3	0	0	31	Orta
K_5	4	3	2	3	3	2	3	1	3	2	4	3	1	3	2	39	İyi
K_6	3	3	3	2	3	0	3	2	2	3	3	2	3	4	0	36	Orta
K_7	3	1	1	2	3	2	3	2	2	4	3	2	4	4	1	37	İyi
K_8	1	3	1	2	2	1	3	1	3	4	4	2	0	2	0	29	Orta
K_9	4	3	3	2	3	1	2	1	2	4	2	3	3	0	0	33	Orta
K_{10}	2	3	2	2	3	0	3	2	2	3	4	0	3	2	2	33	Orta
K_{11}	1	3	1	3	2	2	3	2	2	4	4	2	3	4	2	38	İyi
K_{12}	3	3	3	2	3	2	3	3	3	4	4	3	1	2	1	40	İyi
K_{13}	3	3	1	2	3	2	3	3	3	4	2	0	0	2	0	31	Orta
K_{14}	3	3	3	2	3	1	3	2	2	4	3	2	3	2	2	38	İyi

Sorular	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Puan	ADYP
K_{15}	3	3	3	2	3	2	3	3	3	4	4	2	3	1	0	39	İyi
K_{16}	3	3	3	2	3	1	3	2	3	4	3	0	0	2	0	32	Orta
K_{17}	4	3	2	3	3	2	3	2	2	3	3	2	4	2	2	40	İyi
K_{18}	3	3	3	2	3	2	3	3	2	4	4	0	4	4	1	41	İyi
K_{19}	0	3	2	2	3	2	3	3	2	4	2	2	3	1	2	34	Orta
K_{20}	4	3	2	2	3	1	3	3	3	4	3	2	2	2	1	38	İyi
K_{21}	2	3	1	2	3	1	2	2	0	4	2	2	3	1	1	29	Orta
K_{22}	2	3	1	2	3	2	3	2	3	4	3	1	3	2	0	34	Orta
K_{23}	1	3	3	2	3	1	2	2	3	3	3	2	0	2	0	30	Orta
K_{24}	1	0	2	2	1	2	3	3	3	3	2	1	3	2	0	28	Orta
K_{25}	0	3	2	2	3	0	3	3	3	2	2	1	0	2	0	26	Orta
K_{26}	3	3	4	2	3	1	3	2	3	4	2	3	3	3	1	40	İyi
K_{27}	0	3	1	2	3	1	3	3	3	3	0	1	3	2	1	29	Orta
K_{28}	0	3	4	2	3	0	3	3	3	2	2	0	0	2	1	28	Orta
K_{29}	2	3	3	2	3	1	3	2	2	4	2	1	2	0	1	31	Orta
K_{30}	1	2	2	2	3	2	3	3	3	3	3	1	3	0	1	32	Orta
K_{31}	2	0	3	2	3	1	3	3	3	3	2	0	0	2	1	28	Orta
K_{32}	3	0	3	2	3	2	3	0	2	3	2	2	3	2	1	31	Orta
K_{33}	3	3	3	2	3	1	3	0	2	2	2	1	3	2	0	30	Orta
K_{34}	2	3	1	2	3	1	3	3	2	2	2	0	0	0	0	24	Yetersiz
K_{35}	4	0	3	2	2	1	3	1	0	4	3	0	0	2	0	25	Orta
K_{36}	3	3	3	2	3	0	3	3	2	3	2	1	3	2	0	33	Orta
K_{37}	3	3	0	2	3	1	0	0	2	3	3	0	0	2	0	22	Yetersiz
K_{38}	1	0	4	2	3	0	3	3	3	3	3	1	3	2	1	32	Orta
K_{39}	0	1	1	2	3	1	2	2	2	2	2	0	0	2	0	20	Yetersiz
K_{40}	3	3	3	2	0	1	2	0	3	3	1	0	0	1	1	23	Yetersiz

Tablo 4.13'e göre kontrol grubu öğrencilerinin % 32.5'i (13 kişi) *iyi*, % 57.5'i (23 kişi) *orta* ve %10'u (4 kişi) *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır.

Tablo 4.14 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine ilişkin yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

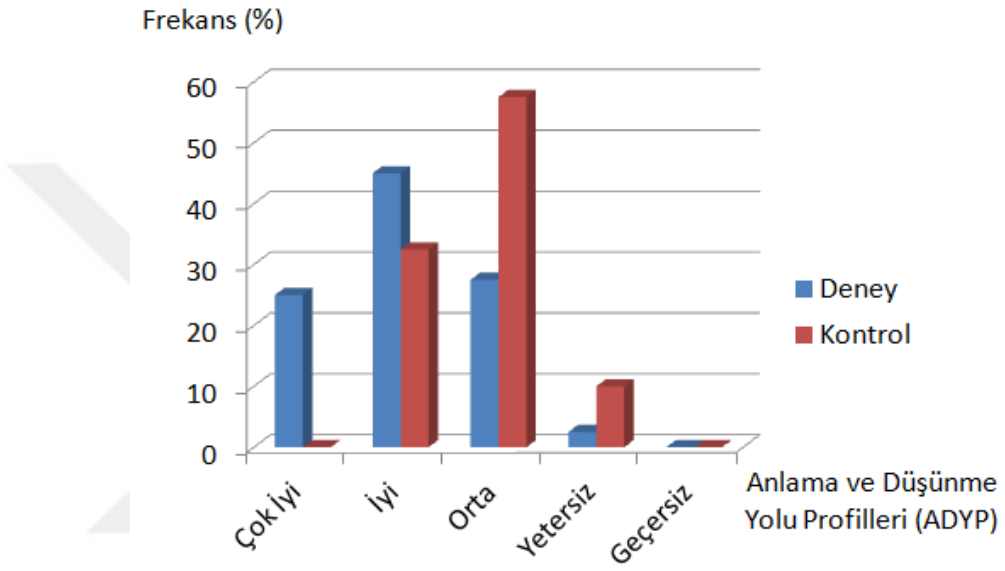
Tablo 4.14.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri (ADYP)									
	Çok İyi		İyi		Orta		Yetersiz		Geçersiz	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney Grubu	10	25	18	45	11	27.5	1	2.5	-	-
Kontrol Grubu	-	-	13	32.5	23	57.5	4	10	-	-

Tablo 4.14'e göre, deney grubu öğrencilerinin yarısından fazlası (%70) anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer almaktadır. Kontrol grubu öğrencilerinin ise, sadece %32.5'i *iyi* kategorisinde yer alırken, %57.5'i *orta*

kategorisinde yer almakta ve *çok iyi* kategorisinde hiç öğrenci bulunmamaktadır. Ayrıca her iki grupta da, *geçersiz* kategorisinde hiç öğrenci bulunmamakla birlikte, kontrol grubunun %10'u, deney grubunun ise sadece %2.5'i *yetersiz* kategorisinde yer almaktadır. Buna göre, deney grubu ile kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerinin birbirinden oldukça farklı olduğu söylenebilir. Bu durum Şekil 4.26'da da açıkça görülmektedir.



Şekil 4.26. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası ADYP'ye İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.26'ya göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine ait frekanslar arasındaki farkın oldukça fazla olduğu görülmektedir. Bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını incelemek amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Bu doğrultuda ilk olarak, iki grubun uygulama sonrası verilerinin normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov Testi ile analiz edilmiştir. Tablo 4.15'te bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.15.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası ADYP Puanlarına İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov Smirnov-Z	P
Deney Grubu	40	41.18	9.030	0.573	0.898
Kontrol Grubu	40	32.70	5.902	0.730	0.661

Tablo 4.15'e göre, One Sample Kolmogorov-Smirnov Testi sonucunda deney ve kontrol grupları için bulunan p değerleri sırasıyla 0.898 ve 0.661 olup, bu değerler 0.05'ten büyüktür. Buna göre, deney ve kontrol gruplarına ait uygulama sonrası verilerin normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir.

Uygulama sonrası veriler normal dağılıma uygun olduğundan, deney grubu ile kontrol grubu arasında anlama ve düşünme yolu profilleri açısından anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmak amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Bu testin sonuçları Tablo 4.16'da yer almaktadır.

Tablo 4.16.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Deney Grubu	40	41.18	9.030	78	4.969	0.000
Kontrol Grubu	40	32.70	5.902			

Tablo 4.16'ya göre p değeri 0.000 olup bu değer 0.05'ten küçüktür. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri açısından anlamlı bir fark olduğu söylenebilir. İki grubun sınav ortalamalarına bakıldığında deney grubunun ortalamasının 41.18, kontrol grubunun ortalamasının ise 32.70 olması, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin kontrol grubuna göre daha yüksek olduğunu göstermektedir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırmada, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu söylenebilir.

4.2.2. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Bulgular

"Deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?" şeklinde belirlenen ikinci alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

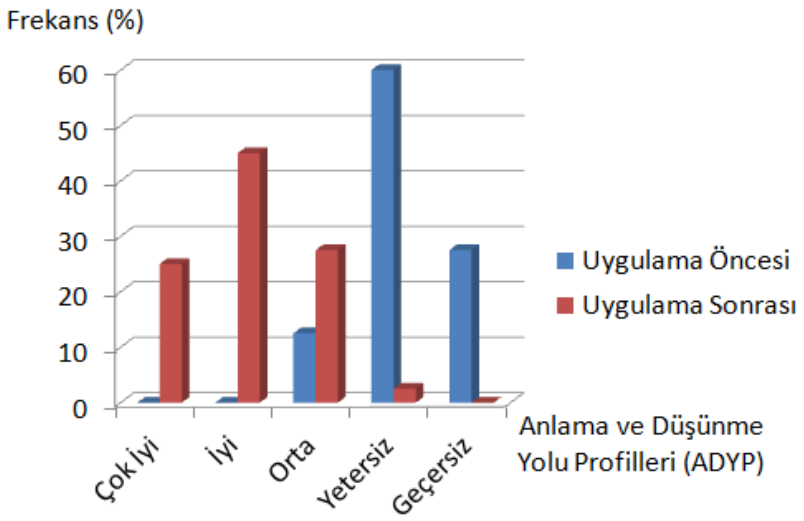
DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini test etmek amacıyla, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası ADYBT puanları karşılaştırılmıştır. Tablo 4.17'de deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine ilişkin yüzde ve frekans değerleri gösterilmiştir.

Tablo 4.17.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolları Profillerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
	Çok İyi		İyi		Orta		Yetersiz		Geçersiz	
Deney Grubu	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	-	-	-	-	5	12.5	24	60	11	27.5
Uygulama Sonrası	10	25	18	45	11	27.5	1	2.5	-	-

Tablo 4.17'de görüldüğü gibi, uygulama öncesi deney grubu öğrencilerinin neredeyse tamamı (%87.5) anlama ve düşünme yolu profillerine göre yetersiz ve geçersiz kategorilerinde yer alırken, uygulama sonrası sınıfın yarısından fazlası (%70) iyi ve çok iyi kategorilerinde yer almaktadır. Bu durum, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerinin uygulama öncesine göre oldukça farklı olduğunu göstermektedir. Şekil 4.27'de deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin anlama ve düşünme yolu profilleri gösterilmiştir.



Şekil 4.27. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrasına İlişkin Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

Şekil 4.27'de görüldüğü gibi, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri arasında oldukça büyük bir fark olduğu söylenebilir. Bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 4.18'de bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.18.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkili t Testi Sonuçları

Gruplar	N	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	sd	t	P
Uygulama Öncesi	40	16.65	7.454	39	-57.685	0.000
Uygulama Sonrası	40	41.18	9.030			

Tablo 4.18'de yer alan ilişkili t testi sonucuna göre p değeri 0.000 olup, bu değer 0.05 anlamlılık değerinden küçüktür. Buna göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme profilleri arasında anlamlı bir fark olduğu söylenebilir. Bu farkın yönünü belirlemek için uygulama öncesi ve uygulama sonrası puan ortalamalarına bakıldığında, deney grubunun 16.65 olan ortalamasının uygulama sonrası 41.18'e yükseldiği görülmektedir. Bu durum, DNR tabanlı öğretimin deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırdığını göstermektedir.

4.2.3. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine İlişkin Bulgular

"*Kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?"*şeklinde belirlenen üçüncü alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

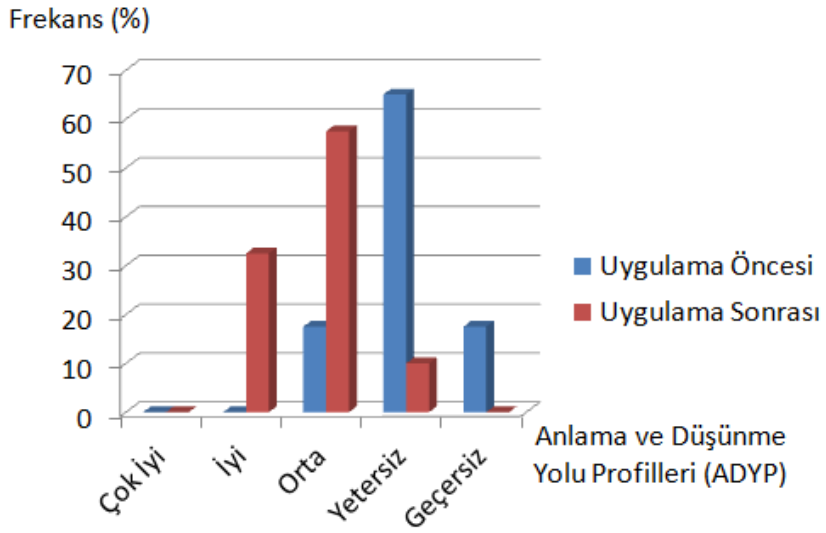
Kontrol grubunda yapılan öğretimin, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini test etmek amacıyla, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası ADYBT puanları karşılaştırılmıştır. Tablo 4.19 kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine ilişkin yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.19.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolları Profillerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Anlama ve Düşünme Yolları Profilleri									
	Çok İyi		İyi		Orta		Yetersiz		Geçersiz	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	-	-	-	-	7	17.5	26	65	7	17.5
Uygulama Sonrası	-	-	13	32.5	23	57.5	4	10	-	-

Tablo 4.19'da görüldüğü gibi, uygulama öncesi kontrol grubunda iyi ve çok iyi kategorilerinde bir öğrenci bulunmazken, uygulama sonrası sınıfın %32.5'i iyi kategorisinde yer almaktadır. Ayrıca uygulama öncesi sınıfın %17.5'i orta kategorisinde yer alırken, uygulama sonrası bu oranın %57.5'e yükseldiği görülmektedir. Şekil 4.28'de kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin anlama ve düşünme yolu profilleri gösterilmiştir.



Şekil 4.28. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrasına İlişkin Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri

Şekil 4.28'e göre, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerinin, uygulama öncesine göre oldukça farklı olduğu görülmektedir. Bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 4.20'de bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.20.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Anlama ve Düşünme Yolu Profillerine Ait İlişkili t Testi Sonuçları

Gruplar	N	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	sd	t	P
Uygulama Öncesi	40	17.60	6.012	39	-99.957	0.000
Uygulama Sonrası	40	32.70	5.902			

Tablo 4.20'ye göre p değeri 0.000 olup, bu değer 0.05 anlamlılık değerinden küçüktür. Buna göre, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme profilleri arasında anlamlı bir fark olduğu söylenebilir. Bu farkın yönünü belirlemek için uygulama öncesi ve sonrası puan ortalamalarına bakıldığında, kontrol grubunun 17.60 olan ortalamasının uygulama sonrası 32.70'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, var olan normal öğretim sürecinin devam ettiği kontrol grubunda, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin arttığı söylenebilir.

4.2.4. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Mülakatlarda Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular

"*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?*" şeklinde belirlenen dördüncü alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek üzere, ADYBT'de yer alan problemlere ilişkin çözümleri *analitik şema* 3 puan, *deneysel şema* 2 puan, *dışsal şema* 1 puan ve *boş* 0 puan olarak kodlanmıştır. Daha sonra, bu veriler doğrultusunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans tabloları oluşturulmuş ve sütun grafikleri elde edilmiştir. Son olarak, deney ve kontrol grupları arasında kullandıkları doğrulama şemaları açısından anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır.

Tablo 4.21 deney grubu öğrencilerinin ADYBT'de yer alan her bir probleme yönelik kullandıkları doğrulama şeması türlerini ve bu şemalara ait yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.21.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Sorular															**Dışsal**		**Deneysel**		**Analitik**		**Boş**	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	f	%	f	%	f	%	f	%
D_1	3	1	3	1	1	1	2	2	2	3	3	3	2	1	0	5	33.33	4	26.67	5	33.33	1	6.67
D_2	3	1	1	3	3	3	2	3	1	3	3	3	2	3	3	3	20	2	13.33	10	66.67	0	0
D_3	3	1	1	1	3	3	1	2	1	3	3	3	2	1	3	6	40	2	13.33	7	46.67	0	0
D_4	3	1	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	1	3	3	20	0	0	12	80	0	0
D_5	3	1	3	1	3	1	3	2	2	3	3	3	2	3	3	3	20	3	20	9	60	0	0
D_6	3	1	3	1	3	3	2	3	2	3	3	3	2	3	3	2	13.33	3	20	10	66.67	0	0
D_7	3	1	1	1	3	1	2	2	2	3	3	3	2	1	3	5	33.33	4	26.67	6	40	0	0
D_8	3	0	1	1	3	1	2	2	2	3	2	2	3	1	0	4	26.67	5	33.33	4	26.67	2	13.33
D_9	1	1	3	3	2	1	2	1	2	1	3	2	2	1	3	7	46.67	4	26.67	4	26.67	0	0
D_{10}	1	1	3	3	3	1	2	2	2	3	3	2	2	1	0	5	33.33	4	26.67	5	33.33	1	6.67
D_{11}	3	1	1	1	1	1	2	2	2	1	3	2	2	1	1	8	53.33	5	33.33	2	13.33	0	0
D_{12}	3	1	1	1	3	3	3	2	1	3	3	3	2	3	3	4	26.67	2	13.33	9	60	0	0
D_{13}	0	1	3	1	3	1	2	2	1	3	3	3	2	1	3	5	33.33	3	20	6	40	1	6.67
D_{14}	3	1	0	1	3	1	2	2	2	1	3	3	2	1	2	5	33.33	5	33.33	4	26.67	1	6.67
D_{15}	3	2	1	1	1	1	2	3	2	3	1	2	2	1	1	8	53.33	4	26.67	3	20	0	0
D_{16}	1	1	0	1	3	1	0	2	2	1	2	0	0	1	0	6	40	3	20	1	6.67	5	33.33
D_{17}	1	1	0	1	1	3	2	2	2	1	1	2	2	1	0	7	46.67	5	33.33	1	6.67	2	13.33
D_{18}	3	1	3	3	3	1	1	3	2	3	3	3	3	3	3	3	20	1	6.67	11	73.33	0	0
D_{19}	0	1	3	1	3	3	2	2	2	0	1	2	2	1	1	5	33.33	5	33.33	3	20	2	13.33
D_{20}	3	1	0	3	3	3	2	1	1	3	1	3	2	1	0	5	33.33	2	13.33	6	40	2	13.33
D_{21}	1	1	0	1	1	1	2	1	2	1	3	2	2	1	0	8	53.33	4	26.67	1	6.67	2	13.33
D_{22}	1	1	0	1	2	3	1	2	1	3	3	2	0	1	0	6	40	3	20	3	20	3	20
D_{23}	1	1	3	1	3	3	3	1	3	3	3	2	3	1	1	6	40	1	6.67	8	53.33	0	0
D_{24}	0	1	1	1	3	3	0	1	2	1	3	3	2	0	0	5	33.33	2	13.33	4	26.67	4	26.67
D_{25}	0	1	1	1	3	3	0	1	2	1	3	3	2	0	0	5	33.33	2	13.33	4	26.67	4	26.67
D_{26}	0	0	1	1	2	1	2	2	2	3	2	2	0	1	0	4	26.67	6	40	1	6.67	4	26.67
D_{27}	0	1	0	3	3	1	2	2	2	3	3	3	2	1	1	4	26.67	4	26.67	5	33.33	2	13.33
D_{28}	1	0	0	1	3	1	2	2	2	1	3	2	2	1	1	6	40	5	33.33	2	13.33	2	13.33
D_{29}	1	1	0	1	3	1	2	2	2	3	3	2	2	1	0	5	33.33	5	33.33	3	20	2	13.33
D_{30}	3	1	3	1	2	0	1	0	0	1	2	2	2	1	0	5	33.33	4	26.67	2	13.33	4	26.67
D_{31}	3	2	0	1	1	3	2	2	2	1	2	2	2	1	0	4	26.67	7	46.67	2	13.33	2	13.33
D_{32}	0	0	0	1	1	2	2	1	2	3	3	2	2	1	0	4	26.67	5	33.33	2	13.33	4	26.67
D_{33}	0	0	0	1	3	1	0	0	0	1	3	2	2	1	0	4	26.67	2	13.33	2	13.33	7	46.67
D_{34}	0	1	0	1	1	2	0	1	2	1	2	2	2	1	0	6	40	5	33.33	0	0	4	26.67
D_{35}	1	1	1	1	2	1	1	2	0	0	2	2	2	1	0	7	46.67	5	33.33	0	0	3	20
D_{36}	1	0	0	1	1	2	0	2	0	0	1	0	2	1	0	5	33.33	3	20	0	0	7	46.67
D_{37}	1	1	1	1	3	2	2	2	2	3	3	3	2	3	0	4	26.67	5	33.33	5	33.33	1	6.67
D_{38}	3	1	0	3	2	1	2	0	2	3	3	2	2	1	0	3	20	5	33.33	4	26.67	3	20
D_{39}	0	0	1	1	0	2	2	2	0	0	2	2	2	1	0	3	20	6	40	0	0	6	40
D_{40}	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	0	2	2	0	0	2	13.33	3	20	0	0	10	66.67
Toplam																194	**32.33**	151	**25.17**	163	**27.17**	92	**15.33**

Tablo 4.21'e göre, deney grubu öğrencileri uygulama sonrası ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %32.33 oranında dışsal şemayı (194 çözüm), %25.17 oranında deneysel şemayı (151 çözüm) ve %27.17 oranında analitik

şemayı (163 çözüm) kullanırken, %15.33 oranında (92 çözüm) ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu veriler doğrultusunda deney grubu öğrencilerinin en çok dışsal ve analitik şemaları kullanırken, en az deneysel şemayı kullandıkları söylenebilir.

Tablo 4.22 kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası ADYBT'de yer alan her bir probleme yönelik kullandıkları doğrulama şeması türlerini ve bu şemalara ait yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.22.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası ADYBT'de Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Sorular															**Dışsal**		**Deneysel**		**Analitik**		**Boş**	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	f	%	f	%	f	%	f	%
K_1	3	1	1	1	3	1	1	1	3	3	3	1	1	3	1	9	60	0	0	6	40	0	0
K_2	3	1	1	1	3	1	2	2	2	1	3	2	1	2	1	7	46.67	5	33.33	3	20	0	0
K_3	1	1	1	1	3	2	2	2	2	1	2	2	1	2	0	6	40	7	46.67	1	6.67	1	6.67
K_4	3	1	1	1	1	2	1	0	2	3	3	0	1	0	0	6	40	2	13.33	3	20	4	26.67
K_5	3	1	0	2	1	1	1	0	2	1	3	1	0	3	1	7	46.67	2	13.33	3	20	3	20
K_6	0	1	0	1	1	0	2	2	1	1	2	2	1	3	0	6	40	4	26.67	1	6.67	4	26.67
K_7	1	0	0	1	3	1	1	2	1	3	3	2	3	3	0	5	33.33	2	13.33	5	33.33	3	20
K_8	0	1	0	1	1	2	1	0	1	3	3	2	0	1	0	6	40	2	13.33	2	13.33	5	33.33
K_9	3	1	0	1	2	2	2	0	1	3	2	3	1	0	0	4	26.67	4	26.67	3	20	4	26.67
K_{10}	0	0	0	1	0	0	2	2	2	1	3	0	1	1	1	5	33.33	3	20	1	6.67	6	40
K_{11}	0	1	0	1	2	1	2	2	2	3	3	2	1	3	1	5	33.33	5	33.33	3	20	2	13.33
K_{12}	0	1	0	1	0	1	2	2	2	3	3	2	0	1	0	4	26.67	4	26.67	2	13.33	5	33.33
K_{13}	0	1	0	1	3	1	2	2	2	3	2	0	0	1	0	4	26.67	4	26.67	2	13.33	5	33.33
K_{14}	0	1	0	1	3	2	2	2	2	3	3	2	1	1	1	5	33.33	5	33.33	3	20	2	13.33
K_{15}	1	1	0	1	2	1	3	2	2	3	3	2	1	0	0	5	33.33	4	26.67	3	20	3	20
K_{16}	0	1	0	1	2	0	1	2	2	3	3	0	0	1	0	4	26.67	3	20	2	13.33	6	40
K_{17}	3	1	1	1	3	1	3	2	2	1	2	2	3	1	1	7	46.67	4	26.67	4	26.67	0	0
K_{18}	1	1	0	1	3	1	2	2	2	3	3	0	3	3	0	4	26.67	3	20	5	33.33	3	20
K_{19}	0	1	0	1	2	1	2	2	2	3	2	2	1	0	1	5	33.33	6	40	1	6.67	3	20
K_{20}	3	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	2	1	1	0	5	33.33	6	40	3	20	1	6.67
K_{21}	1	1	0	1	2	2	0	2	0	3	2	0	1	0	0	4	26.67	4	26.67	1	6.67	6	40
K_{22}	1	1	0	1	1	2	1	0	1	3	3	0	1	1	0	8	53.33	1	6.67	2	13.33	4	26.67
K_{23}	0	1	0	1	2	2	2	2	2	1	3	2	0	1	0	4	26.67	6	40	1	6.67	4	26.67
K_{24}	0	0	0	1	0	1	2	2	2	1	2	0	2	1	0	4	26.67	5	33.33	0	0	6	40
K_{25}	0	1	0	1	0	0	2	2	2	0	2	0	0	1	0	3	20	4	26.67	0	0	8	53.33
K_{26}	0	1	3	1	2	2	2	2	2	3	2	2	1	1	0	4	26.67	7	46.67	2	13.33	2	13.33
K_{27}	0	1	0	1	2	2	2	2	2	1	0	0	1	1	0	5	33.33	5	33.33	0	0	5	33.33
K_{28}	0	1	3	1	2	0	2	2	2	1	3	0	0	1	0	4	26.67	4	26.67	2	13.33	5	33.33
K_{29}	0	1	0	1	2	2	3	2	2	3	2	0	1	0	0	3	20	5	33.33	2	13.33	5	33.33
K_{30}	1	2	0	1	2	1	2	2	2	1	2	0	1	0	0	5	33.33	6	40	0	0	4	26.67
K_{31}	0	0	0	1	1	1	2	2	2	1	2	0	0	1	0	5	33.33	4	26.67	0	0	6	40
K_{32}	0	0	0	1	2	1	2	0	1	1	2	2	1	1	0	6	40	4	26.67	0	0	5	33.33
K_{33}	0	1	1	1	2	1	2	0	2	1	2	0	1	1	0	7	46.67	4	26.67	0	0	4	26.67
K_{34}	0	1	0	1	2	2	2	2	2	1	2	0	0	0	0	3	20	6	40	0	0	6	40
K_{35}	3	0	0	1	0	1	2	0	0	3	3	0	0	1	0	3	20	1	6.67	3	20	8	53.33
K_{36}	0	1	1	1	0	0	2	2	2	1	2	0	1	1	0	6	40	4	26.67	0	0	5	33.33

	Sorular															Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	f	%	f	%	f	%	f	%
K_{37}	0	1	0	1	2	1	0	0	2	1	3	0	0	1	0	5	33.33	2	13.33	1	6.67	7	46.67
K_{38}	0	0	3	1	2	0	1	2	2	1	1	0	1	1	0	6	40	3	20	1	6.67	5	33.33
K_{39}	0	0	0	1	2	1	1	2	2	1	2	0	0	1	0	5	33.33	4	26.67	0	0	6	40
K_{40}	0	1	0	2	0	1	0	0	2	1	0	0	0	0	0	3	20	2	13.33	0	0	10	66.67
Toplam																202	**33.67**	156	**26**	71	**11.83**	171	**28.50**

Tablo 4.22'ye göre, kontrol grubu öğrencileri uygulama sonrası ADYBT'de yer alan 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %33.67 oranında dışsal şemayı (202 çözüm), %26 oranında deneysel şemayı (156 çözüm) ve %11.83 oranında analitik şemayı (71 çözüm) kullanırken, %28.50 oranında (171 çözüm) ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu veriler doğrultusunda, kontrol grubu öğrencilerinin en çok dışsal ve deneysel şemaları kullanırken, en az analitik şemayı kullandıkları söylenebilir.

Tablo 4.23 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası ADYBT'de kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerlerini göstermektedir.

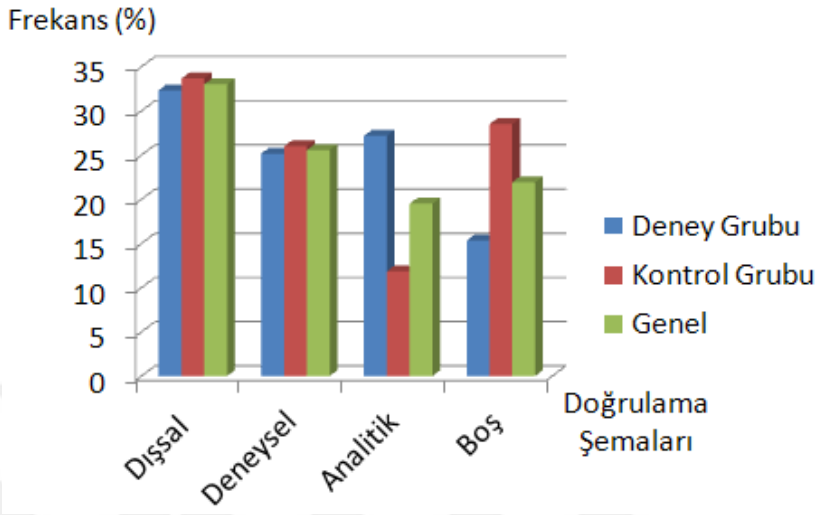
Tablo 4.23.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş		Toplam	
Gruplar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney Grubu	194	32.33	151	25.17	163	27.17	92	15.33	600	100
Kontrol Grubu	202	33.67	156	26	71	11.83	171	28.50	600	100
Genel	396	33	307	25.58	234	19.50	263	21.92	1200	100

Tablo 4.23'te görüldüğü gibi, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin dışsal şema ile deneysel şemayı kullanma oranları birbirine çok yakındır. Buna göre, deney grubu öğrencileri problemlere ilişkin çözümlerinde %32.33 oranında dışsal şemayı ve %25.17 oranında deneysel şemayı kullanırken; kontrol grubu öğrencileri %33.67 oranında dışsal şemayı ve %26 oranında deneysel şemayı kullanmışlardır. Bununla birlikte, deney grubu öğrencilerinin analitik şemayı kullanma oranlarının (%27.17), kontrol grubu öğrencilerine (%11.83) göre çok daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca deney grubu öğrencileri problemlere ilişkin çözümlerinde %15.33 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmazken, kontrol grubu öğrencilerinde bu oran %28.50'dir.

Şekil 4.29'da deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri gösterilmiştir.



Şekil 4.29. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.29'da görüldüğü gibi, deney ve kontrol gruplarındaki toplam 80 öğrenci uygulama sonrası ADYBT'deki 15 probleme ilişkin çözümlerinde genel olarak %33 (396 çözüm) oranında dışsal şemayı, %25.58 (307 çözüm) oranında deneysel şemayı ve %19.50 (234 çözüm) oranında analitik şemayı kullanmış, %21.92 (263 çözüm) oranında ise herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinde genel olarak en çok dışsal ve deneysel şemaları kullanırken, en az analitik şemayı kullandıkları söylenebilir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını daha yakından incelemek amacıyla ilişkisiz t testi yapılmıştır. Bunun için ilk olarak, iki grubun uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şeması türlerine (dışsal, deneysel, analitik ve boş) ilişkin verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov Testi ile analiz edilmiştir. Bu testin sonuçlarına Tablo 4.24'te yer verilmiştir.

Tablo 4.24.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

Şemalar	**Gruplar**	N	Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov-Z	P
Dışsal	Deney	40	4.85	1.562	1.023	0.246
	Kontrol	40	5.05	1.413	1.196	0.114
Deneysel	Deney	40	3.78	1.544	1.178	0.125
	Kontrol	40	3.90	1.646	1.260	0.084
Analitik	Deney	40	4.08	3.316	0.849	0.466
	Kontrol	40	1.78	1.577	1.034	0.236
Boş	Deney	40	2.30	2.377	1.266	0.081
	Kontrol	40	4.28	2.230	0.806	0.534

Tablo 4.24'te görüldüğü gibi, yapılan Kolmogorov-Smirnov Testi sonucunda deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesi kullandıkları doğrulama şeması türlerine ilişkin p değerlerinin 0.05'ten büyük olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol gruplarına ait uygulama sonrası verilerin normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir.

Uygulama sonrası veriler normal dağılıma uygun olduğundan, iki grup arasında kullandıkları doğrulama şemaları açısından anlamlı bir fark olup olmadığı ilişkisiz t testi ile kontrol edilmiştir. Tablo 4.25'te bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.25.

Deney ve Kontrol Gruplarının Uygulama Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şeması Türlerine Ait İlişkisiz t Testi Sonuçları

Şemalar	**Gruplar**	N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Deney	40	4.85	1.562			
	Kontrol	40	5.05	1.413	78	-0.601	0.550
Deneysel	Deney	40	3.78	1.544			
	Kontrol	40	3.90	1.646	78	-0.350	0.727
Analitik	Deney	40	4.08	3.316			
	Kontrol	40	1.78	1.577	78	3.962	0.000
Boş	Deney	40	2.30	2.377			
	Kontrol	40	4.28	2.230	78	-3.832	0.000

Tablo 4.25'e göre, yapılan t testi sonucunda deney ve kontrol gruplarının uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranlarına ilişkin bulunan p değerleri sırasıyla 0.550 ve 0.727 olup, bu değerler 0.05 anlamlılık değerinden büyüktür. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları açısından anlamlı bir farklılık olmadığı söylenebilir. İki grubun

uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranlarına ilişkin bulunan p değeri ise 0.000 olup, bu değer 0.05 anlamlılık değerinden küçüktür. Bu durum, deney ve kontrol grupları arasında uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranı açısından anlamlı bir farklılık olduğunu göstermektedir. Buna göre iki grubun ortalamaları karşılaştırıldığında, deney grubunun ortalaması 4.08 ve kontrol grubunun ortalaması 1.78 olduğundan, bu farkın deney grubu lehine olduğu ve deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı daha fazla kullandıkları söylenebilir.

Ayrıca, deney ve kontrol grupları arasında doğrulama şeması kullanılmayan çözümler açısından da anlamlı bir farklılık olduğu ($p = 0.000 < 0.05$) tespit edilmiştir. İki grubun ortalamaları karşılaştırıldığında deney grubunun ortalaması 2.30 ve kontrol grubunun ortalaması 4.28 olduğundan, bu farkın deney grubu lehine olduğu görülmektedir. Buna göre, doğrulama şeması kullanımı açısından deney grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerine göre problemleri daha az boş bırakmışlardır. Bu bulgular ışığında, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin doğrulama becerilerini geliştirmede ve problemlere yönelik çözümlerinde analitik şemayı kullanmalarında, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu söylenebilir.

4.2.5. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular

"*Deney grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?*" şeklinde belirlenen beşinci alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

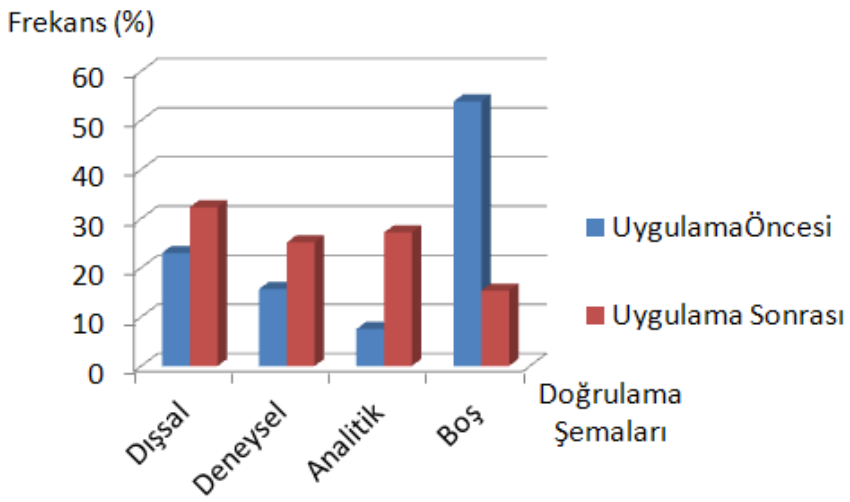
DNR tabanlı öğretimin, öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini test etmek amacıyla, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası ADYBT'ye yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin ortalamalar karşılaştırılmıştır. Tablo 4.26'da deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri gösterilmiştir.

Tablo 4.26.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	138	23	94	15.67	45	7.50	323	53.83	600	100
Uygulama Sonrası	194	32.33	151	25.17	163	27.17	92	15.33	600	100

Tablo 4.26'da görüldüğü gibi, deney grubu öğrencileri uygulama öncesi problemlere yönelik cevaplarında %53.83 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmazken, uygulama sonrası bu oran %15.33'e düşmüştür. Bu durum, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığını göstermektedir. Buna göre, dışsal şemanın kullanım oranı %23'ten %32.33'e, deneysel şemanın kullanım oranı %15.67'den %25.17'ye ve analitik şemanın kullanım oranı %7.50'den %27.17'ye yükselmiştir. Şekil 4.30 deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde değerlerini göstermektedir.



Şekil 4.30. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.30'da görüldüğü gibi, uygulama sonrası deney grubu öğrencilerinin analitik şemayı kullanma oranları uygulama öncesine göre daha çok artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları ise daha az artmıştır. Deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin puanları istatistiksel olarak

karşılaştırmak amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 4.27'de bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.27.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına Ait İlişkili t Testi Sonuçları

Şemalar		N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Uygulama Öncesi	40	3.45	1.600			
	Uygulama Sonrası	40	4.85	1.562	39	-4.857	0.000
Deneysel	Uygulama Öncesi	40	2.33	1.366			
	Uygulama Sonrası	40	3.78	1.544	39	-4.294	0.000
Analitik	Uygulama Öncesi	40	1.13	1.017			
	Uygulama Sonrası	40	4.08	3.316	39	-6.211	0.000
Boş	Uygulama Öncesi	40	8.10	2.678			
	Uygulama Sonrası	40	2.30	2.377	39	17.447	0.000

Tablo 4.27'ye göre, yapılan t testi sonucunda deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalara ilişkin bulunan p değerleri 0.000 olup, bu değer 0.05 anlamlılık değerinden küçüktür. Buna göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemaları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık vardır. Bu farkın yönünü belirlemek amacıyla doğrulama şemalarının uygulama öncesi ve sonrası ortalamaları karşılaştırıldığında; dışsal şemanın uygulama öncesi 3.45 olan ortalamasının uygulama sonrası 4.85'e yükseldiği, deneysel şemanın 2.33'ten 3.78'e yükseldiği, analitik şemanın ise 1.13'ten 4.08'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları uygulama öncesine göre daha fazla kullandıkları söylenebilir.

Benzer şekilde, deney grubu öğrencilerinin problemlere yönelik çözümlerinde uygulama öncesi ve sonrası doğrulama şeması kullanmama oranları arasında anlamlı bir farklılık olduğu ($p = 0.000 < 0.05$) tespit edilmiştir. Uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin ortalamalar karşılaştırıldığında, uygulama öncesi 8.10 olan ortalamanın uygulama sonrası 2.30'a düşmesi, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bıraktıklarını göstermektedir. Bu bulgular doğrultusunda, DNR tabanlı öğretimin deney grubu

öğrencilerinin doğrulama becerilerini geliştirdiği ve analitik şemayı kullanma oranlarını arttırdığı söylenebilir.

4.2.6. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular

"*Kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?*" şeklinde belirlenen altıncı alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

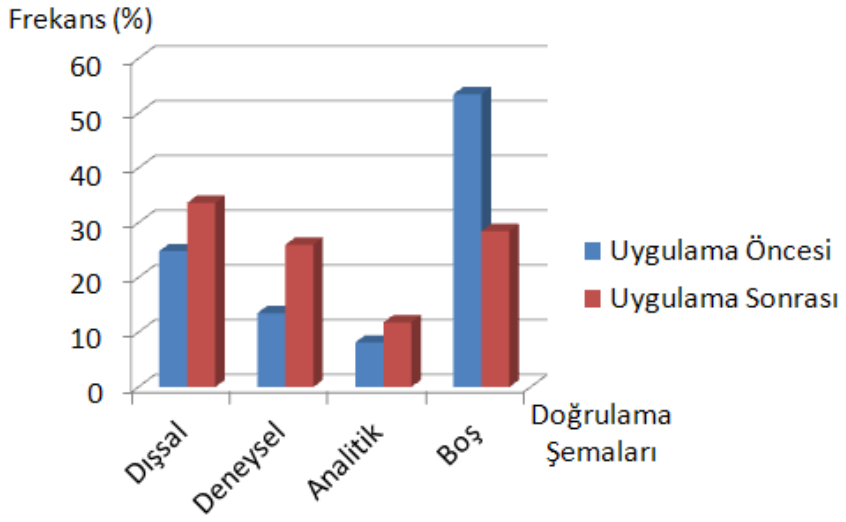
Uygulanan normal öğretim sürecinin öğrencilerin kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini test etmek amacıyla, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası ADYBT'ye yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin ortalamalar karşılaştırılmıştır. Tablo 4.28'de kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri gösterilmiştir.

Tablo 4.28.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde ve Frekans Değerleri

	Doğrulama Şemaları									
	Dışsal		Deneysel		Analitik		Boş		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Uygulama Öncesi	149	24.83	81	13.50	49	8.17	321	53.50	600	100
Uygulama Sonrası	202	33.67	156	26	71	11.83	171	28.50	600	100

Tablo 4.28'de görüldüğü gibi kontrol grubu öğrencileri uygulama öncesi problemlere yönelik cevaplarında %53.50 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmazken, uygulama sonrası bu oran %28.50'ye düşmüştür. Bu doğrultuda, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığı söylenebilir. Buna göre, kullanım oranları açısından dışsal şema %24.83'ten %33.67'ye, deneysel şema %13.50'den %26'ya ve analitik şema %8.17'den %11.83'e yükselmiştir. Şekil 4.31 kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde değerlerini göstermektedir.



Şekil 4.31. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.31'de görüldüğü gibi, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları uygulama öncesine göre daha çok artarken, analitik şemayı kullanma oranları ise daha az artmıştır. Kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin puanları istatistiksel olarak karşılaştırmak amacıyla ilişkili t testi yapılmıştır. Tablo 4.29'da bu testin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.29.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemalarına Ait İlişkili t Testi Sonuçları

Şemalar		N	Ortalama	Standart Sapma	Sd	t	p
Dışsal	Uygulama Öncesi	40	3.73	1.710			
	Uygulama Sonrası	40	5.05	1.413	39	-4.411	0.000
Deneysel	Uygulama Öncesi	40	2.03	1.330			
	Uygulama Sonrası	40	3.90	1.646	39	-5.641	0.000
Analitik	Uygulama Öncesi	40	1.23	1.074			
	Uygulama Sonrası	40	1.78	1.577	39	-2.152	0.038
Boş	Uygulama Öncesi	40	8.03	2.236			
	Uygulama Sonrası	40	4.28	2.230	39	10.817	0.000

Tablo 4.29'da görüldüğü gibi, yapılan t testi sonucunda kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalara ilişkin bulunan p değerleri 0.05 anlamlılık değerinden küçüktür. Buna göre, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemaları arasında

dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık vardır. Bu farkın yönünü belirlemek amacıyla, kullanılan doğrulama şemalarının uygulama öncesi ve sonrası ortalamaları karşılaştırıldığında; dışsal şema için uygulama öncesi 3.73 olan ortalamanın uygulama sonrası 5.05'e yükseldiği, deneysel şemanın ortalamasının 2.03'ten 3.90'a yükseldiği ve analitik şemanın ortalamasının 1.23'ten 1.78'e yükseldiği görülmektedir. Buna göre, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları uygulama öncesine göre daha fazla kullandıkları söylenebilir.

Benzer şekilde, kontrol grubu öğrencilerinin problemlere yönelik çözümlerinde uygulama öncesi ve sonrası doğrulama şeması kullanmama oranları arasında anlamlı bir farklılık olduğu ($p = 0.000 < 0.05$) tespit edilmiştir. Uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin ortalamalar karşılaştırıldığında, uygulama öncesi 8.03 olan ortalamanın uygulama sonrası 4.28'e düşmesi, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bıraktıklarını göstermektedir. Bu bulgular doğrultusunda, var olan normal öğretim sürecinin kontrol grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerini genel olarak geliştirdiği ve analitik şemayı kullanma oranlarını arttırdığı söylenebilir.

4.2.7. Uygulama Sonrası Yapılan Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenen yedinci alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

Uygulama öncesi görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencileri ile uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemalarında bir farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla yeniden görüşülmüştür. Bu doğrultuda öğrencilere birinci görüşmede yöneltilen sorular tekrar sorularak, problem çözme sürecinde nasıl düşündükleri ve yanıtlarını nasıl doğruladıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ayrıca görüşmelerde yaptıkları açıklamalara yer verilerek, her bir öğrencinin doğrulama şemaları modellenmiştir. Son olarak, yüzde ve frekans tabloları ile sütun grafikleri oluşturularak,

ADYP'ye göre aynı kategorilerde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şeması türleri karşılaştırılmıştır.

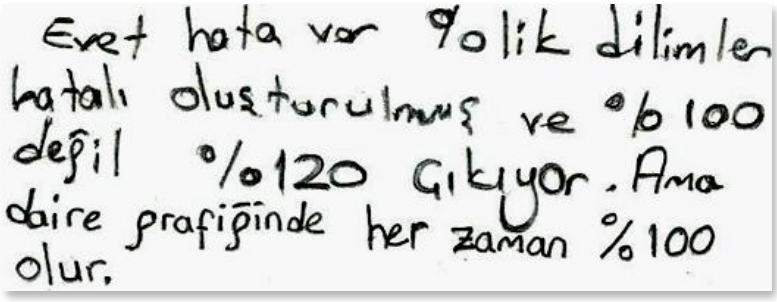
4.2.7.1. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular

Deney grubunda uygulama öncesi görüşme yapılan üç öğrenci ile uygulama sonrası yeniden görüşülmüştür. Öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları doğrulama şemalarını ortaya koyabilmek amacıyla, yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere getirdiği çözüm örneklerine ve görüşme diyaloglarına yer verilmiştir. Bu doğrultuda elde edilen bulgular aşağıda açıklanmıştır.

4.2.7.1.1 Birinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

Uygulama öncesi ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan D_4'ün, uygulama sonrası yapılan yazılı sınava göre *çok iyi* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Buna göre sınıfın %25'ini temsil eden D_4, uygulama sonrası yazılı sınavda problemlerin %80'inde analitik şemayı (12 çözüm) ve %20'sinde ise dışsal şemayı (3 çözüm) kullanmıştır. Yapılan görüşmede öğrenci problemlere yönelik çözümlerini açıklama sürecinde kendinden çok emin bir tavır sergilemiş, neredeyse problemlerin tamamında akıl yürüterek mantıksal çıkarımlar yapmış ve analitik şemayı kullanmıştır. Birkaç problemde ise analitik şema ile birlikte dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. D_4'ün genellikle problemlere birden fazla çözüm yolu önermesi ve cevaplarını analitik şemayı kullanarak doğrulaması, olasılık ve istatistik ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduğunu göstermektedir.

Aşağıda D_4'ün sırasıyla 2., 4. ve 8. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.32 D_4'ün grafiklerle ilgili ikinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.32. D_4'ün Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili İkinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.32'ye göre, D_4 problemde verilen grafikle ilgili yüzdelerde hata olduğunu belirtmiş ancak bunun neden bir hata olduğunu yeterince açıklamamıştır. Bu nedenle öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca yüzdelerin daire grafiğinde her zaman %100 olması gerektiğini belirtmesi, öğrencinin dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede dışsal şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal ve analitik şemaları bir arada kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: %100 olması gerekirken %120 olmuş. Bu bir hatadır dedim.

3 **A: Neden %100 olması gerektiğini düşünüyorsun? Biraz daha açıklayabilir misin?**

4 Ö: Çünkü bu bir daire grafiği ve daire grafiklerinde yüzdelerin toplamı %100'ü geçemez. Yani ben öyle biliyorum.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü daire grafiğinde zaten %100'ün açılarla ilişkisi var. O yüzden %120 olursa daire grafiğindeki açıların da 360^0 değil, 380^0 gibi bir şey olması lazım. Yani mantıklı olmaz. Bu yüzden kesinlikle %100'ü geçmemesi gerekir.

7 **A: Peki, %100 olması gerektiğine arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

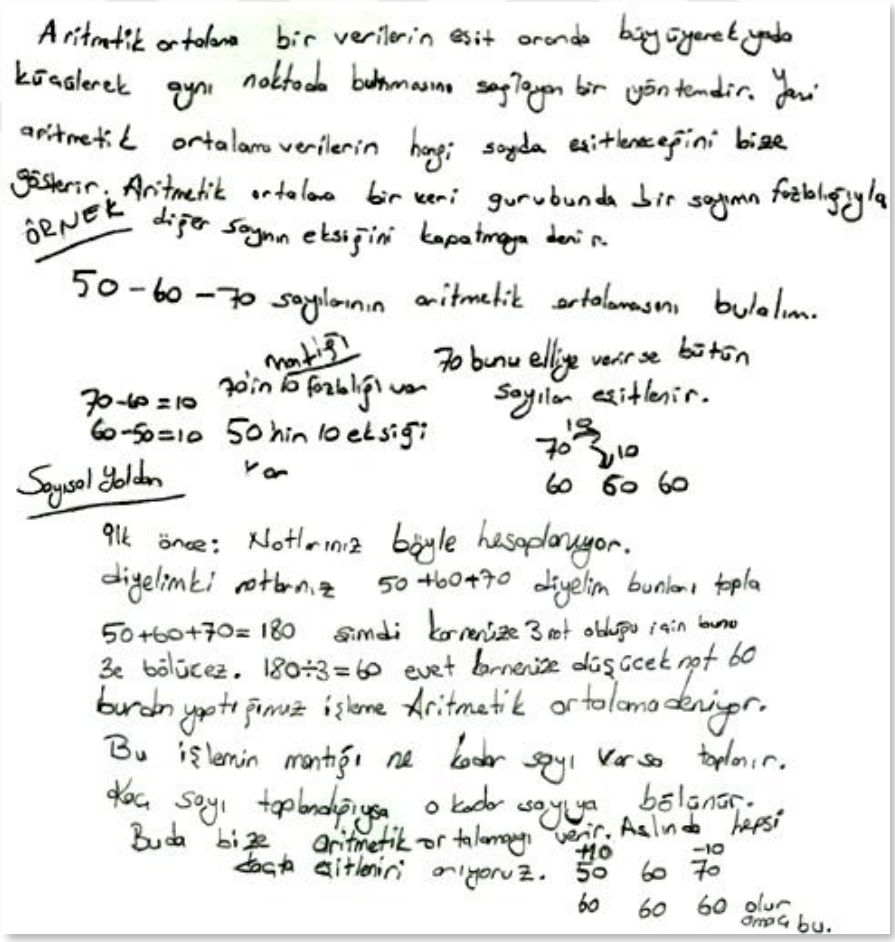
8 Ö: Böyle olduğunu biliyorum. Dediğim gibi ben cevabımdan eminim. Zaten kitaplarda gördüğüm bütün daire grafikleri %100 oluyordu. Kitapları açıp bakabilirler.

9 **A: Peki, grafikte dikkatini çeken başka bir hata var mı?**

10 Ö: Hayır, yok. Bunun dışında bir hata göremedim.

Görüldüğü gibi, araştırmacının daire grafiğinin neden %100'ü geçemeyeceği sorusu üzerine (3), D_4 önce yazılı sınavda verdiği cevabı tekrar etmiş (4) daha sonra ise yüzdelerle açılar arasında ilişki kurarak grafiğin açılardan dolayı %100'ü geçemeyeceğini belirtmiştir (6). Öğrencinin bu şekilde akıl yürüterek cevabını doğrulamaya çalışması, mantıksal bir çıkarım olarak değerlendirilebilir ve öğrencinin analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte arkadaşlarını ikna etmek için kitaptaki örneklere güvendiğini belirtmesi (8), D_4'ün aynı zamanda dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

D_4'ün yazılı sınavda aritmetik ortalama ile ilgili dördüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 4.33'te yer almaktadır.



Şekil 4.33. D_4'ün Yazılı Sınavda Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.33'te görüldüğü gibi, D_4 aritmetik ortalama kavramının hem ne anlama geldiğini hem de nasıl hesaplanacağını açıklamıştır. Öğrenci aritmetik ortalamanın "sayıların eşitlenmesi" anlamına geldiğini belirtmiş ve bu düşüncesini bir örnekle desteklemiştir. Buna göre, öğrencinin cevabı *çok iyi* kategorisinde yer almaktadır. Ayrıca, yaptığı açıklamalar doğrultusunda öğrencinin akıl yürüterek mantıksal çıkarım yaptığı ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede dışsal şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Şimdi burada karne notlarıyla ilgili örnek vermişim. Diyelim ki notlar 50, 60, 70. Bunları topladığımızda 180 ediyor. Karnemizde 3 not olduğu için, bu 3 notun ortalaması asıl not olarak alındığı için bunları 3'e bölüyoruz. Karnemize düşecek not 60 oluyor. Bu yaptığımız işleme de aritmetik ortalama deniyor.

3 **A: Peki, aritmetik ortalama bulunurken neden sayılar toplanır ve veri sayısına bölünür? Bulduğumuz sayının anlamı nedir?**

4 Ö: Aritmetik ortalama verilerin eşit olmasını ya da küçülerek aynı noktada bulunmasını sağlayan bir yöntemdir. Yani verilerin hangi sayıda eşitleneceğini bize gösterir. Birkaç sayı var, mesela 52, 48, 80 diyelim. Bunların kaçta eşitleneceğini yani, aritmetik ortalamayı bulurken aslında bir sayının mesela 3. terimin 2. terime ne kadar sayı verirse hepsinin eşitleneceğini bulacağız. Yani aritmetik ortalama bize bunu anlatmak istiyor aslında. Bu sayılar da 60'ta eşitlendiği için ortalamaları 60 olur.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet düşünüyorum. Zaten burada örnek vermişim, önce toplayıp bölmüşüm 60 çıkmış. Sonra eşitleme mantığı ile yapmışım yine 60'ı bulmuşum.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

8 Ö: Bu iki yoldan biriyle yapılabilir bence. Başka yol bilmiyorum.

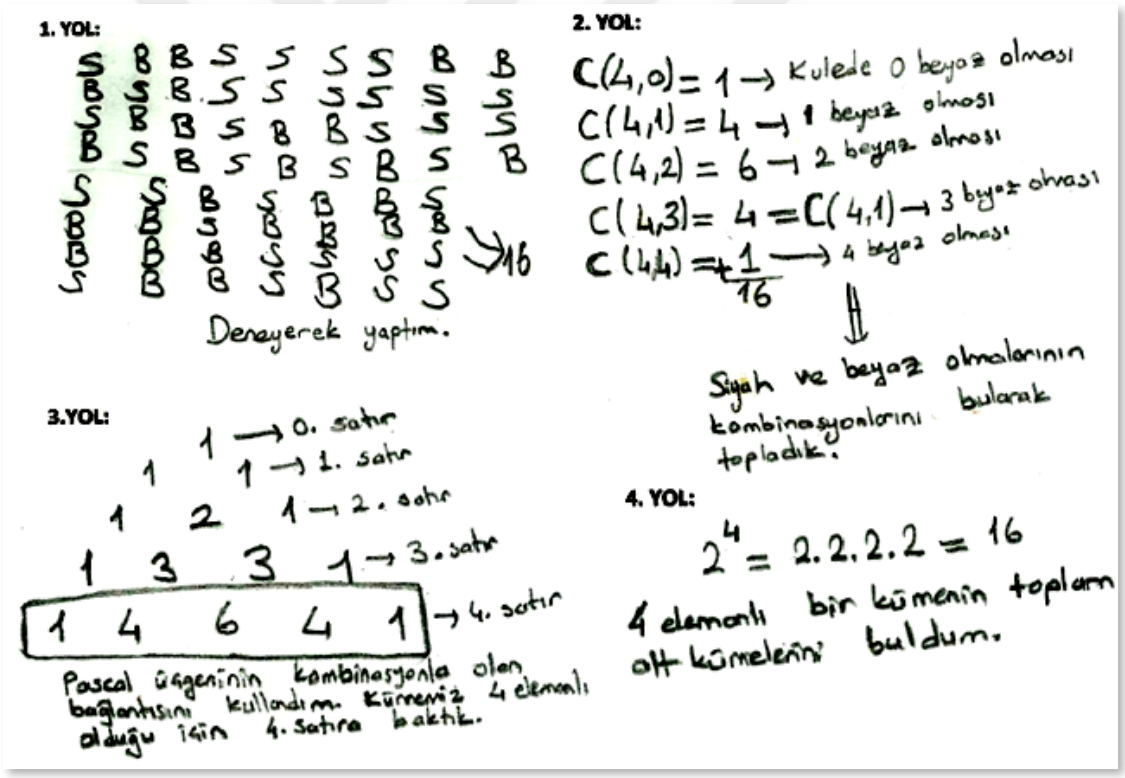
9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Bu şekilde açıklarım onlara da. Bir terazi çizip gösteririm. Terazide eşitleme

yapabiliriz sayıları hareket ettirerek.

Görüldüğü gibi D_4 yapılan görüşmede önce aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağını açıklamış (2), daha sonra araştırmacının aritmetik ortalamanın ne ifade ettiğine ilişkin sorusu üzerine (3), "*verileri eşitleme*" mantığını ortaya atmıştır (4). Buna göre, D_4'ün aritmetik ortalama kavramı ile ilgili "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" şeklindeki algoritmanın dışında farklı bir anlama yoluna daha sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca, verdiği örnekte cevabını iki farklı anlama yolunu kullanarak doğrulamaya çalışması (6), öğrencinin muhakeme yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

D_4'ün yazılı sınavda olası durumları belirleme ile ilgili yedinci probleme ilişkin çözümü Şekil 4.34'te yer almaktadır.



Şekil 4.34. D4'ün Yazılı Sınavda Sekizinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.34'te görüldüğü gibi, D_4 probleme ilişkin 4 farklı çözüm yolu önermiş ve doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır. Birinci yolda *deneme-yanılma* stratejisini, diğer yollarda ise kombinasyonu kullanmıştır. Öğrencinin kombinasyonu formül, alt küme sayısı ve Pascal üçgeninden yararlanarak 3 farklı şekilde yorumlaması, kavramla ilgili farklı

anlama yollarına sahip olduğunu göstermektedir. Buna göre, öğrencinin cevabı *çok iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca, bulduğu cevabı farklı çözüm yolları ile doğrulaması ve yaptığı işlemlerin anlamını açıklaması, öğrencinin analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_4'ün uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, bütün çözüm yollarını açıklar mısın?**

2 Ö: Birinci yolda kuleleri tek tek çizmişim. Burada 16 tane bulmuşum.

3 **A: Bu kuleleri çizerken belirli bir yol izledin mi? Bütün kuleleri bulduğuna nasıl emin oldun?**

4 Ö: Aslında şu anda hatırlamıyorum nasıl bir yol izlediğimi. O anda kafama göre yazmışım herhalde. Şimdi baktığımda siyah sayılarını arttırarak yazmış olabilirim gibi geldi ama emin değilim.

5 **A: Peki, 2. yolda ne yaptın?**

6 Ö: İkinci yolda kombinasyonu kullandım. Kombinasyonları sırasıyla yazmışım. Kulede 0 beyaz olması, 1 beyaz olması, 2 beyaz olması, böyle devam etmişim. Bütün olasılıkları bulup toplamışım. Yine 16'yı bulmuşum.

7 **A: Bu problemde kombinasyonu kullanmaya nasıl karar verdin?**

8 Ö: Kombinasyon seçim yapmak demekti. Aynı zamanda bir kümenin alt kümelerini bulmak diye öğrenmiştik. Derste çözdüğümüz problemler aklıma geldi. Mesela etkinlikte bir problem vardı, hani 5 kişilik ekipte en çok 3 kız öğrenci olmasını istiyordu. Kızların sayısını 3, 2, 1, … diye azaltarak bütün olasılıkları bulmuştuk. Bu da ona benziyor. Beyazların sayısını arttırarak gittim. Kulede 4 küp olacağı için 4 elemanımız var. Bunların siyah ve beyaz olma olasılıklarını buldum. Sonra hepsini topladım.

9 **A: Üçüncü yolda ne yaptın?**

10 Ö: Aslında bu ikinci yolla aynı. Yine kombinasyonu kullandım. Pascal üçgeni

kombinasyonların hesaplanmış halini veriyordu bize. Daha pratik hem. Kümemiz 4 elemanlı olduğu için 4. satıra bakmamız yeterli. Buradaki sayıları topladım, 16'yı buldum.

11 **A: Bu üçgen kombinasyonların hesaplanmış halini nasıl veriyor? Biraz daha açıklayabilir misin?**

12 Ö: Hocam şöyle mesela bu satırda 1- 4- 6- 4 -1 var. En baştaki 1, C(4,0) yani 4 elemandan hiç birinin beyaz olmamasını gösterir. Diğeri C(4,1) yani 4 elemandan birisinin beyaz olması, C(4,2) iki beyaz olması, böyle devam ediyor. Aslında tam tersi de düşünülebilir. Hiç siyah olmaması, bir siyah olması o zaman da aynı sonuç çıkar.

13 **A: Dördüncü yolunu da açıklayabilir misin?**

14 Ö: O da bunun devamı gibi aslında. Bu satırdaki sayıların toplamını bulmak için 2'nin kuvvetini alabiliyorduk. Her satır 2'nin bir kuvveti. Mesela 0. satır 2'nin 0. kuvveti yani 1'dir. Birinci satır 2'nin birinci kuvvetini verir, 4. satır da 2'nin 4. kuvveti yani 16 olur.

15 **A: Yazılı kağıdında 4 elemanlı bir kümenin toplam alt kümelerini buldum demişsin. Ne demek istediğini biraz daha açıklayabilir misin?**

16 Ö: Daha önce de söylediğim gibi kombinasyon hem seçim yapmak, hem de alt küme sayısını bulmak demektir. Hani hocam 6. sınıfta bir kuralımız vardı 2 üssü n diye. Kümemiz kaç elemanlı ise n yerine onu yazıyorduk. Bütün alt kümelerinin sayısını buluyorduk. Bu yılda gördük zaten, yapmıştık derste. Aslında onu anlatmaya çalışmışım burada.

17 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

18 Ö: Düşünüyorum. Çünkü mantıklı geldi bana. Zaten bütün yollarımda sonuç aynı çıktı. Doğru olmasaydı böyle çıkması olanaksızdı bence.

19 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

20 Ö: Benim bildiğim yollar bunlar. Şimdilik aklıma başka yol gelmiyor. Ama düşünürsem daha sonra başka yollar da bulabilirim belki.

21 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

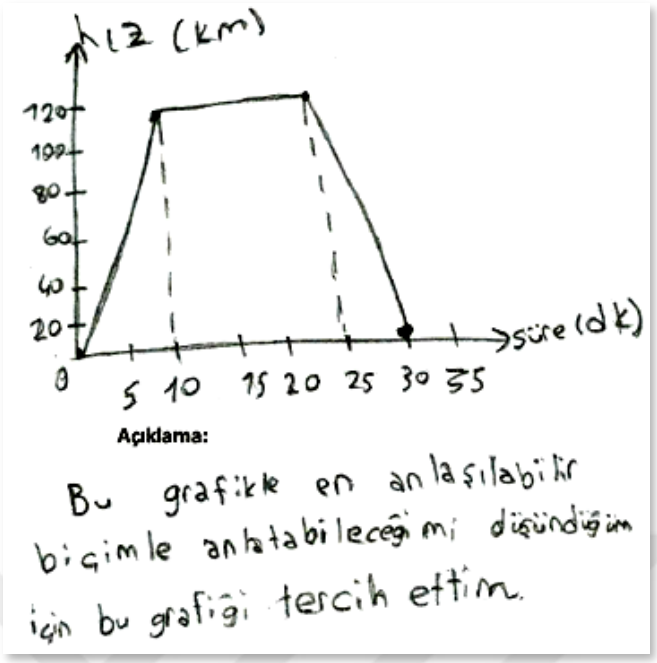
22 Ö: Bence mutlaka birinden birine ikna olurlar. Yolların hepsi mantıklı. Önce kombinasyonla anlatırım. Anlamazlarsa tek tek çizerek gösteririm buradaki gibi.

Görüldüğü gibi D_4 bütün çözüm yollarını ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Birinci çözümde belirli bir strateji izlemediğini belirtirken (4), ikinci çözümde kombinasyonu nasıl kullandığını açıklamıştır (6). Öğrencinin kombinasyonun *seçim yapma* ve *alt küme sayısını bulma* anlamlarını kullanarak farklı çözüm yolları üretmesi ve derste daha önce öğrendiği stratejileri, karşılaştığı yeni bir problemde kullanabilmesi (8, 10 ve 16), öğrendiklerini içselleştirdiğini ve kombinasyon kavramı ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduğunu göstermektedir. Bu nedenle öğrencinin çok yönlü düşünebildiği söylenebilir. Ayrıca, verdiği cevapların mantıklı ve ikna edici olduğunu düşünmesi (18 ve 22) ve başka çözüm yolları da bulabileceğini belirtmesi (20), öğrencinin kendinden oldukça emin olduğunu göstermektedir. Buna göre, yaptığı açıklamalar doğrultusunda D_4'ün analitik şemayı kullandığı söylenebilir.

4.2.7.1.2. İkinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

Uygulama öncesi ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan D_{13}'ün, uygulama sonrası yapılan yazılı sınava göre *iyi* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Buna göre sınıfın %45'ini temsil eden D_{13}, yazılı sınavda problemlerin %40'ında analitik şemayı (6 çözüm), %20'sinde deneysel şemayı (3 çözüm) ve %33.33'ünde dışsal şemayı (5 çözüm) kullanırken, %6.67'sinde ise (1 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede uygulama öncesine göre analitik şemayı daha fazla kullanan D_{13}, bazı problemlerde birden fazla çözüm yolu önermiştir. Öğrencinin muhakeme yapamadığı durumlarda cevabını doğrulamak için daha çok hatırladığı formüllere başvurarak dışsal şemayı kullandığı, bazen de örnek vererek veya sezgileriyle hareket ederek deneysel şemayı kullandığı tespit edilmiştir.

Aşağıda D_{13}'ün sırasıyla 1., 5. ve 7. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.35 D_{13}'ün grafiklerle ilgili birinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.35. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.35'te görüldüğü gibi, D_{13} problemin bağlamına uygun doğru bir grafik oluşturmuş ancak neden bu grafiği tercih ettiğini yeteri kadar açıklamamıştır. Buna göre, öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde yer almaktadır ve herhangi bir doğrulama şeması içermemektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{13}'ün uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çizgi grafiğini neden tercih ettin?**

2 Ö: Bu soruda çizgi grafiğini tercih ettim çünkü gittikçe değişiyor. Ama histogramda veya başka bir grafikte bunu gösteremeyiz.

3 **A: Gittikçe değişen nedir, biraz daha açıklayabilir misin?**

4 Ö: Burada süre arttıkça hız da artıyor. Bu artış ve azalmaları çizgi grafiğinde daha iyi gösterebiliriz.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Düşünüyorum. Çünkü dediğim gibi süre arttıkça hız da artıyor. Bunu en iyi böyle gözlemleyebiliriz.

7 **A: Bu problem için farklı bir grafik oluşturulabilir miydi?**

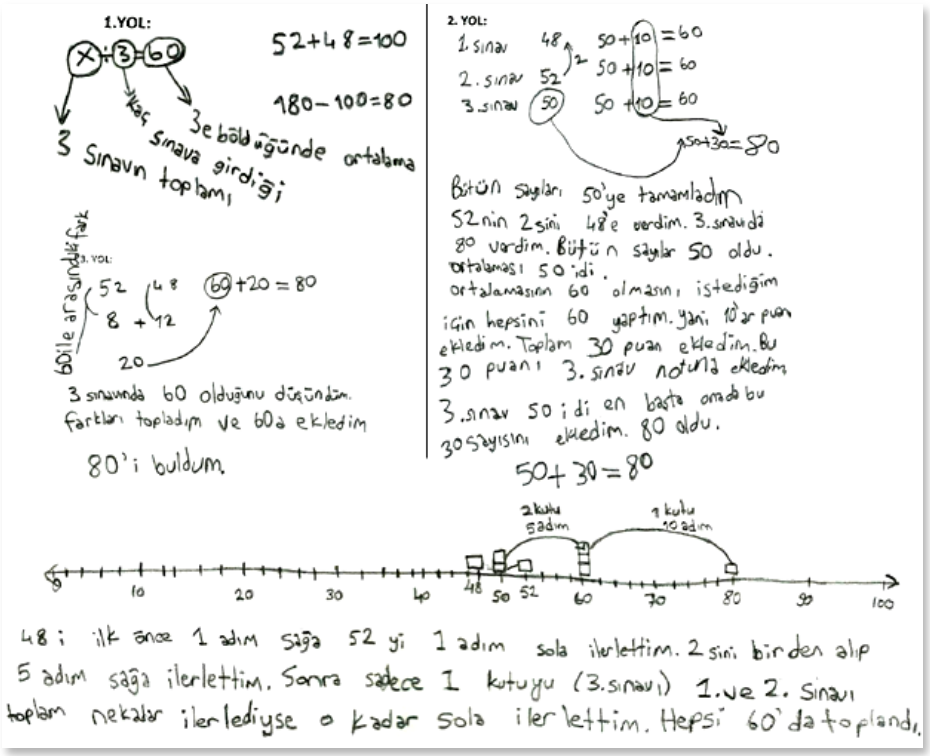
8 Ö: Bence en uygunu bu, başka grafik olamazdı. Çünkü dediğim gibi sürenin ve hızın değiştiğini başka bir grafikte nasıl gösterecektik? Sütun grafiğinde mesela, arttığını ve azaldığını gösteremezdik. Ama çizgilerle çok rahat gösterebiliriz.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Bu şekilde açıklarım. Süre arttıkça hızın arttığını veya azaldığını anlatırım, bunu en iyi bu grafikte gözlemleriz derim.

Görüldüğü gibi, D_{13} çizgi grafiğini neden tercih ettiğini açıklarken süre ve hızın değişkenliğinden bahsetmiştir (2 ve 4). Bu değişkenliği başka bir grafikte gösteremeyeceğini, artış ve azalışları ancak çizgilerle gösterebileceğini belirtmiştir (6 ve 8). Yaptığı bu açıklamalar doğrultusunda, öğrencinin muhakeme yaptığı ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir.

D_{13}'ün merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümü Şekil 4.36'da yer almaktadır.



Şekil 4.36. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.36'da görüldüğü gibi, D_{13} probleme yönelik 4 farklı çözüm yolu önermiştir. Birinci yolda *ters işlem*, ikinci ve üçüncü yolda *ortalamaya olan uzaklıklardan yararlanma* ve dördüncü yolda *denge noktasını bulma* stratejilerini kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Buna göre, öğrencinin cevabı *çok iyi* kategorisinde yer almaktadır. Ayrıca öğrencinin yaptığı çözümleri detaylı bir şekilde açıklaması ve farklı anlama yollarını kullanarak bulduğu cevabı doğrulamaya çalışması, analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede dışsal şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede deneysel ve analitik şemaları bir arada kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{13}'ün uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümlerini açıklayabilir misin?**

2 Ö: Birinci yolda şöyle yaptım: 3'e bölündüğünde zaten alınan ortalama bu. Buna göre, 3 sınavın toplamı 180 olmalı ve ilk iki sınavın toplamını çıkarırsak üçüncü sınavı 80 buluruz. İkinci yolda, üç sınavın da 60 olduğunu düşündüm. 52'yi 60'a tamamlamak için 52'ye 8 değer verdim. 48'i de 60'a tamamlamak için 12 verdim. Bunları da 60 ile topladım yani 60 ile 20'yi topladım ve 80 buldum.

3 **A: Neden hepsini 60 kabul ettin ve 60'a tamamlamaya çalıştın? Biraz daha açıklayabilir misin?**

4 Ö: Üç sınavın da 60 olduğunu düşünürsek, ortalama 60 olur. Çünkü not ortalamasını 60 yapmaya çalışıyoruz. Yani en ideal böyle olur. Ortalamayı bulurken sayıları toplayıp böldüğümüzde zaten hepsini aynıymış gibi kabul etmiş oluyoruz yani hepsini aynı yapıyoruz. Yani üçünü toplayınca 180 olur. 180'i de 3'e bölersek yine 60'ı buluruz.

5 **A: Peki, 60 ile 20'yi neden topladın?**

6 Ö: Çünkü ortalama 60 olacak, ortalamayı 60 yapmak için ekledim. Üçüncü sınavı da 60 gibi düşünmüştük başta. Ama aslında 60 değil, 80 olması gerek eksikleri tamamlamak için. Onun için, topladığım o eksikleri 60'a ekledim ve üçüncü sınavın kaç olması gerektiğini buldum.

7 **A: Peki, 3. ve 4. yollarda ne yaptığını açıklayabilir misin?**

8 Ö: Üçüncü yolda önce hepsini 50'ye tamamladım. 52'nin 2'sini 48'e verdim. Burada 50 kaldı, burada da 50 kaldı. Bu ikisi 50'yi tamamladı, üçüncü sınava da ben 50 verdim. Sonra 60'a tamamlamak için, yine üçünü de 60 yapmak için 10 ekledim. Sonra hepsini topladım. Sonra 50'ye 30 ekledim. 80 buldum.

9 **A: Peki, burada neden hepsini 50 yapmaya çalıştın?**

10 Ö: İlk iki sınav belli zaten. Bunların ortalaması 50 oluyor. Üçüncüyü de 50 kabul edersek üçünün ortalaması 50 olur. Ama biz 60 olmasını istiyoruz. 60'a ulaşması için hepsini 10 arttırırız. Böylece toplam 30 eksiğimiz olur. Bunu üçüncü sınavdan telafi edebiliriz. 50 ile 30'u toplarsak 80'i buluruz.

11 **A: Dördüncü yolda ne yaptın?**

12 Ö: Dördüncü yolda yine sayıları 60'ta toplamaya çalıştım. Önce 48 ile 52'yi 50'de topladım. Sonra ikisini alıp 5 adım götürerek 60'a ulaştırdım. Üçüncü sınavı da birinci ve ikinci sınavı ne kadar ilerlettiysem o kadar sola ilerlettim. İki kutu 5'er adım ilerlediği için, bu kutuyu 10 adım ilerlettim. Ona göre yaptım. Üçüncü sınavı 80 buldum.

13 **A: Burada sayıları neye göre ilerlettin? Biraz daha açıklayabilir misin?**

14 Ö: Aslında ben burada şeyi yapmaya çalıştım. Hani derste bir etkinlikte farklı dağılımlar buluyorduk, ortalama değişmiyordu. Onun gibi yapmaya çalıştım. Şimdi ortalama 60 olacak, o değişemez. Diğer sınavları 60'ta toplamamız gerek ama dengeyi bozmadan. Onun için sağa ne kadar gidersek, sola da o kadar gitmeliyiz. Tam anlatamıyorum şimdi ama böyle buldum yani.

15 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

16 Ö: Anlamlı olduğunu düşünüyorum. Sağlamasını yaparsak da doğru olduğu anlaşılır zaten. Üç sınavı toplayıp 3'e böldüğümüzde ortalama yine 60 çıkar.

17 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

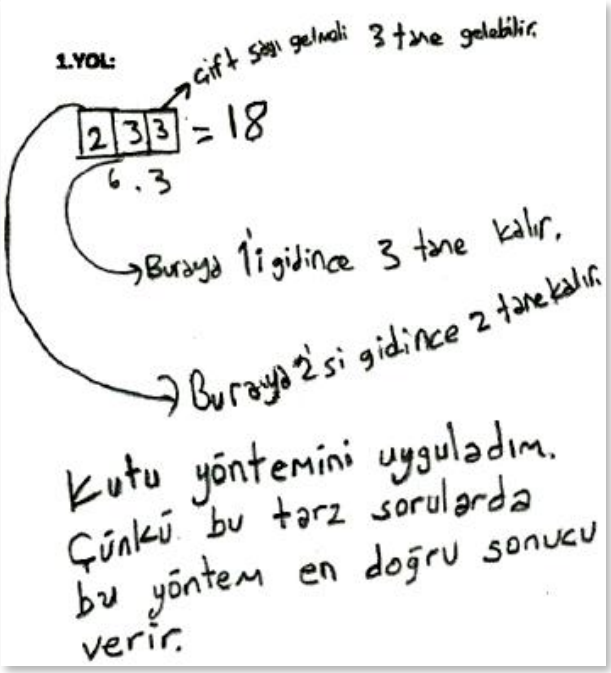
18 Ö: Benim bildiğim yollar bunlar. Başka olabilir belki ama ben bilmiyorum.

19 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

20 Ö: Yaptığım yolları anlatırım. İkna olmazlarsa sağlamasını yapar kanıtlarım.

Görüldüğü gibi D_{13} önerdiği çözüm yollarını detaylı bir şekilde anlatmış ve yaptığı işlemlerin anlamını açıklayabilmiştir (4, 6, 10 ve 14). Öğrencinin farklı çözüm yolları sunması, aritmetik ortalama kavramı ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduğunu göstermektedir. Bu anlama yollarının ortak özelliği ise, *sayıları eşitleme* mantığına dayanmalarıdır ve bu özellik aynı zamanda öğrencinin ortalama kavramı ile ilgili sahip olduğu düşünme yolunu yansıtmaktadır. Araştırmacının neden bütün sayıları 60 kabul ettiği sorusu üzerine (3), öğrencinin "*ortalamayı bulurken sayıları toplayıp böldüğümüzde zaten hepsini aynıymış gibi kabul etmiş oluyoruz yani hepsini aynı yapıyoruz*" şeklindeki ifadesi (4), bu durumu doğrular niteliktedir. Yaptığı bu açıklamalar doğrultusunda, öğrencinin muhakeme yaptığı ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte, araştırmacının arkadaşlarını nasıl ikna edeceği sorusu üzerine (19), öğrencinin işlem yaparak bulduğu sonucun sağlamasını yapabileceğini ifade etmesi (20) onun aynı zamanda deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

D_{13}'ün olası durumları belirleme ile ilgili dokuzuncu probleme ilişkin çözümü Şekil 4.37'de yer almaktadır.



Şekil 4.37. D_{13}'ün Yazılı Sınavda Dokuzuncu Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.37'de görüldüğü gibi, D_{13} *kutu yöntemi* olarak isimlendirdiği yöntem ile doğru sonuca ulaşmayı başarmıştır. Öğrenci sadece bir doğru çözüm yolu önerebildiği için

cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin çözümünü yeterince açıklamaması ve "*bu tarz sorularda bu yöntem en doğru sonucu verir*" şeklindeki ifadesi, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal ve deneysel şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{13}'ün uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: 3 basamaklı sayı dediği için önce 3 tane kutu çizdim. Bunlar sayının basamakları oluyor. En son basamağa çift sayı gelmesi gerekir çünkü çift doğal sayı diyor. Çift sayılar yani 2, 6 ve 8. Diğerine, 4 tane sayı olduğu için 3 tane kalıyor. Yani ortadakine çift sayılardan bir tanesini aldığımız için 3 tane sayı gelme ihtimali oluyor. En başa da 2 tane sayı kaldığı için, 2 tane sayıdan birisi geliyor. Kutu yönteminde buraya yazdıklarımızı çarpıyorduk. Bunları da çarptığımızda 18 yapıyor.

3 **A: Peki, bu seçenekleri neden çarptın?**

4 Ö: Bilmiyorum hocam. Bunları çarptığımızda kaç farklı sayı yazabiliriz onun sayısını veriyordu, yani toplam sayısını veriyor.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

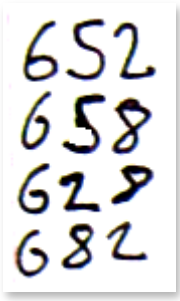
6 Ö: Anlamlı olduğunu düşünüyorum. Ama neden çarptığımızı tam olarak açıklayamam. Derslerden hatırladığım kadarıyla eşleştirme olunca çarpıyorduk galiba ama unuttum şimdi. O yüzden açıklayamayacağım.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

8 Ö: Deneyerek yapabilirdik. Sayıları tek tek bulup yazardık ama uzun sürerdi.

9 **A: Sayıları tek tek yazsaydın nasıl bir yol izlerdin? Bütün sayıları bulduğuna nasıl emin olurdun?**

10 Ö: Mesela önce 6 ile başlayanları bulurdum (*kağıda yazar*). Sonra diğerlerini denerdim. 2 ile başlayanlar, 5 ile başlayanlar diye, böyle devam ederim. Hepsini bulurdum, atladığım seçenek olmazdı bence.



Şekil 4.38. D_{13}'ün Görüşmede Dokuzuncu Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm

11 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

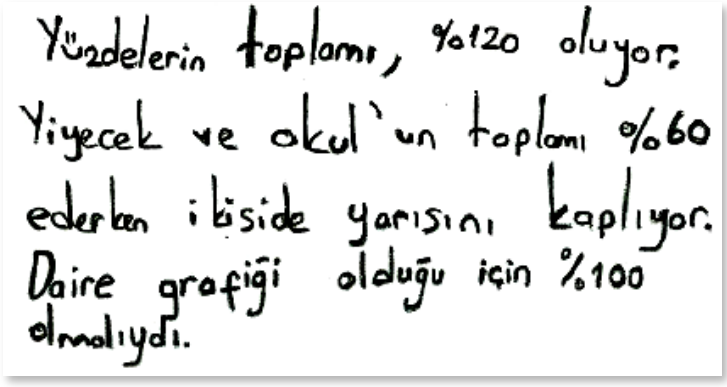
12 Ö: Eğer kutu yöntemini tam olarak açıklayabilseydim, kutu yöntemini baştan sona kadar anlatıp öyle açıklardım. Ancak kutu yönteminde neden çarpıldığını bilmediğim için sayıları tek tek yazarak gösterirdim.

Görüldüğü gibi, D_{13} çözümünü detaylı bir şekilde anlatmış (2), ancak yazdığı seçenekleri neden çarptığını açıklayamamıştır (4). Öğrencinin sadece derslerden hatırladığı kadarıyla seçenekleri çarptığını ifade etmesi (6), dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Bununla birlikte, cevabını doğrulamak için farklı bir çözüm yolu olarak, sayıları tek tek yazmayı önermesi (8 ve 11) ve bunu yaparken belirli bir strateji izlemesi (10), öğrencinin aynı zamanda deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

4.2.7.1.3. Üçüncü Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

Uygulama öncesi ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan D_{38}'in, uygulama sonrası yapılan ikinci yazılı sınava göre *orta* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Buna göre sınıfın %27.5'ini temsil eden $D_{38,}$ yazılı sınavda problemlerin %26.67'sinde analitik şemayı (4 çözüm), %20'sinde deneysel şemayı (3 çözüm) ve %33.33'ünde dışsal şemayı (5 çözüm) kullanmış, %20'sinde ise (3 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede uygulama öncesine göre kendinden daha emin bir tavır sergileyen $D_{38,}$ cevaplarını doğrulama sürecinde en çok analitik ve dışsal şemaları kullanırken, en az deneysel şemayı kullanmıştır.

Aşağıda D_{38}'in sırasıyla 2., 6. ve 7. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.39 D_{38}'in grafiklerle ilgili ikinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.39. D_{38}'in Yazılı Sınavda İkinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.39'da görüldüğü gibi, D_{38} yüzdelerde hata olduğunu belirtmiş ancak bunun neden bir hata olduğunu tam olarak açıklamamıştır. Bu doğrultuda öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin, yüzdelerin daire grafiği olduğu için %100 olması gerektiğini belirtmesi, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmamış olan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{38}'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Hocam burada yüzdelerin toplamı, normalde %100 olması gerekirken %120 oluyor. Orada hata var. Yiyecekle okulun toplamı %60 oluyor ama normalde yarısını kaplıyor. Yani %50 olması gerekirdi. O aklıma geldi.

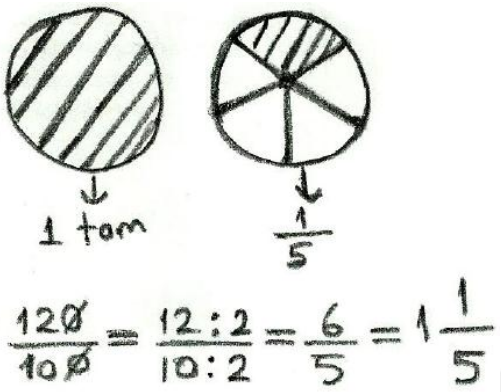
3 **A: Daire grafiği olduğu için %100 olmalı demişsin. Neden %100 olması gerektiğini düşünüyorsun? Biraz daha açıklayabilir misin?**

4 Ö: Hocam şimdi %100 bir tam yani bir bütündür. Oradan aklıma geldi benim. Normalde şimdi eğer mesela %120 olacaksa yanına bir tane daha çizip göstermeliydik devamı olarak.

5 **A: Nasıl olacağını gösterebilir misin?**

6 Ö: Yani hocam %100 bir tam, yani bu dairenin tamamıdır. Eğer %120 diyorsa bir tane daha yuvarlak yapmalıydı çünkü tamı geçmiş (*kağıda çizer*). Hani

kesirleri gösterirken yapıyorduk ya ben öyle düşündüm. Kesir olarak yaptım. Sadeleştirdim. Bir tam, bir bölü 5 oluyor. Yani bir bütünü geçmiş. Ben böyle düşündüm.



Şekil 4.40. D_{38}'in Görüşmede İkinci Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm

7 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

8 Ö: Evet, düşünüyorum çünkü bir tamı geçmiş. Bu tek bir dairede gösterilemez.

9 **A: Grafikte dikkatini çeken başka bir hata var mı?**

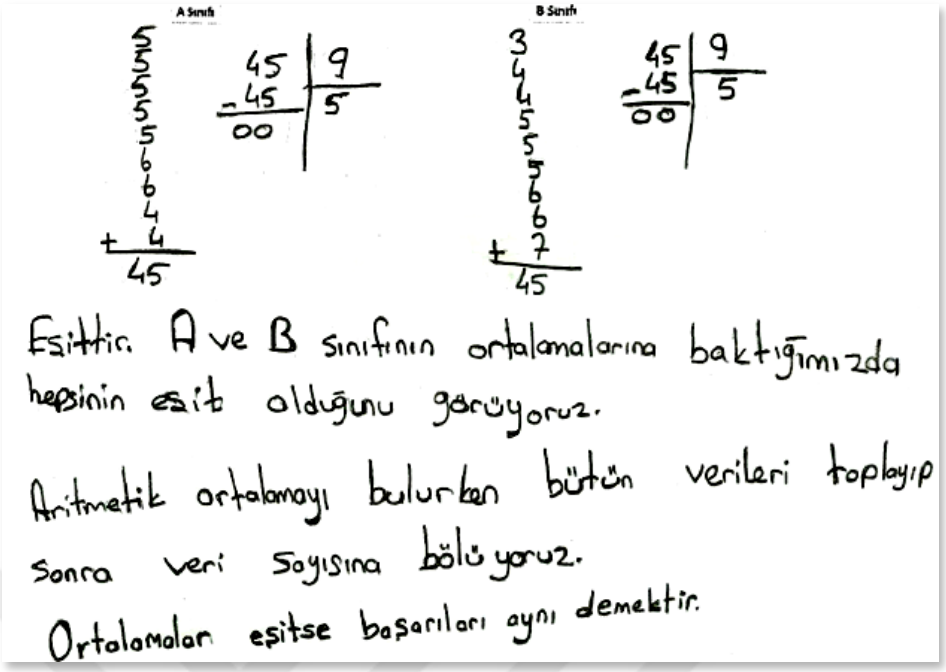
10 Ö: Başka bir hata görmedim.

11 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Ben böyle anlatırım hocam. Aklıma başka bir şey gelmiyor.

Görüldüğü gibi, D_{38} grafiğin neden %100 olması gerektiğini açıklarken %100'ü bir kesir olarak yorumlamış ve onun 1 tam'a (bir daireye) eşit olduğunu ve bu nedenle %120'yi göstermek için ikinci bir daireye daha ihtiyaç olduğunu ifade etmiştir (4 ve 6). Buna göre, öğrencinin cevabını doğrulamak için daha önce öğrenmiş olduğu kesirler konusu ile ilişki kurması ve bu ilişkiyi açık ve net bir şekilde göstermesi, onun akıl yürüterek mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.41 D_{38}'in merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili altıncı probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.41. D_{38}'in Yazılı Sınavda Altıncı Probleme İlişkin Çözümü

Görüldüğü gibi, D_{38} iki sınıfın başarısını sadece ortalamalarına bakarak karşılaştırmış ve herhangi bir yayılım ölçüsüne bakma gereği duymamıştır. Bu doğrultuda öğrencinin cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. D_{38}'in "*iki sınıfın ortalamaları eşit olduğu için başarılarının da aynı olacağı*" iddiası, öğrencilerin çoğu zaman başvurduğu alışkanlık edinilmiş bir düşünce gibi görünmektedir. Bu nedenle öğrencinin dışsal şemayı kullandığı söylenebilir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{38}'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Ben burada iki sınıfı eşit bulmuşum. Doğru cevap sayılarını toplamışım sonra 9'a bölmüşüm ve ortalamalarını bulmuşum. Aynı çıktığı için iki sınıf eşit dedim.

3 **A: Ortalamalarının aynı olması, başarılarının aynı olduğunu mu gösterir?**

4 Ö: Evet, bence öyle çünkü başarı için hep ortalamaya bakıyorduk. Ortalamaları aynı ise başarıları aynıdır bence.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet, bence anlamlı çünkü kimin daha başarılı olduğunu anlamak için not ortalamasına bakılır. Mesela ders notlarımızı hesaplarken de ortalamaya bakıyoruz. Ben öyle düşündüm.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi? Ortalama dışında başka bir şeye bakabilir miydin sence?**

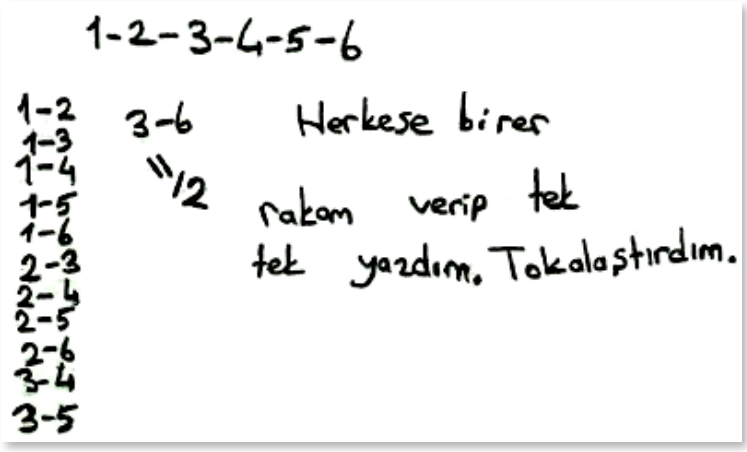
8 Ö: Bilemiyorum benim aklıma ortalamalarına bakmak geldi.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Ortalamalarına baktığımı söylerim. Dediğim gibi başarı için ortalamaya bakılır. Aklıma başka bir şey gelmiyor.

Görüldüğü gibi, D_{38}'in açıklamalarındaki temel fikir, "*başarı için ortalamaya bakılması gerektiği"* şeklindedir (2 ve 4). Öğrenci, iki sınıfın ortalamasını aynı bulduğu için başka bir eğilim veya yayılma ölçüsüne başvurma gereği duymamış, ortalamaya bakmanın yeterli olacağını düşünmüştür. Öğrencinin kendi ders notlarını hesaplarken de aynı yöntemi kullandığını ve bu nedenle cevabının anlamlı olduğunu belirtmesi (6), onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.42'de D_{38}'in olası durumları belirleme ile ilgili yedinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 4.42. D_{38}'in Yazılı Sınavda Yedinci Probleme İlişkin Çözümü

Görüldüğü gibi, D_{38} probleme yönelik çözümünde belirli bir strateji izlemiş ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Bu nedenle cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir.

Öğrencinin kişileri tek tek eşleştirerek tokalaşma sayılarını bulmaya çalışması, onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede deneysel ve analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda D_{38}'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

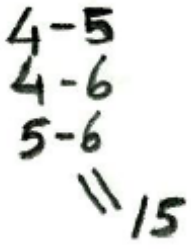
2 Ö: Ben burada kendi kafamdan rakamlar yazdım. Partiye 5 arkadaşı katılıyormuş. Dilek ile birlikte 6 kişi oluyor. 1'den 6'ya kadar rakamları yazdım. Sonra bunları tokalaştırdım. Mesela 1. kişi 2. kişiyle, 3. kişiyle, 4. kişiyle yani böyle hepsiyle tokalaştı. Sonra 2'ye geçtim. 2. kişi de 3. kişiyle, 4. kişiyle, 5. ve 6. kişilerle tokalaştı. Böyle devam ederek 12 tokalaşma buldum.

3 **A: Peki, 2. kişi neden 1. kişi ile tokalaşmadı veya 3. kişi neden 1. ve 2. kişiler ile tokalaşmadı?**

4 Ö: Çünkü hocam onlar daha önce tokalaştığı için tekrar yazmadım. Ama galiba yanlış yapmışım. 4., 5. ve 6. kişileri tokalaştırmayı unutmuşum. Şimdi bakınca fark ettim.

5 **A: Nasıl olması gerektiğini şimdi gösterir misin?**

6 Ö: Burada 4. kişi 5. ile ve 6. ile tokalaşmalıydı (*kağıda yazar*). Çünkü diğerleri ile zaten tokalaşmıştı. O zaman 5. kişi de 6. kişi ile tokalaşır, sonuç 15 olur.



Şekil 4.43. D_{38}'in Görüşmede Yedinci Probleme İlişkin Önerdiği Çözüm

7 **A: Peki, 6. kişi ne olacak?**

8 Ö: Hocam o hepsiyle tokalaşmış oluyor zaten. 1. ile, 2. ile, 3. ile yani hepsiyle

tokalaştı. Onun için tekrar yazmamız gerekmez. Zaten tokalaşmalar azalarak gidiyor. Ona kimse kalmıyor.

9 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

10 Ö: Şu anda bulduğum cevabın anlamlı olduğunu düşünüyorum. Bütün tokalaşmaları bulup saydım. Başka bir tokalaşma olmayacağına göre doğrudur.

11 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

12 Ö: Aklıma başka yol gelmiyor şu anda.

13 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

14 Ö: Böyle anlatırım. Böyle hepsini yazarak bütün ihtimalleri deniyorum. Böyle daha açık görüyorum bakınca, daha kolay oluyor. Ya da sınıfta 6 kişi belirleyip tokalaştırabiliriz. Böylece daha çabuk ikna olurlar.

Görüldüğü gibi, D_{38}'in çözüm için izlediği stratejiyi detaylı bir şekilde açıklaması (2) ve araştırmacının sorularını (3 ve 5) mantıklı bir şekilde cevaplaması (4 ve 6), çözüm sürecinde muhakeme yaptığını ve bu nedenle analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Bunun yanı sıra, öğrencinin cevabını doğrulamak için bütün ihtimalleri denemeyi tercih etmesi ve arkadaşlarını ikna etmek için sınıfta örnek bir uygulama yapmayı önermesi (10 ve 14), onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Buna göre, öğrencinin izlediği çözüm stratejisinin (*deneme-yanılma*) aynı zamanda, kullandığı doğrulama şemasını da yansıttığı söylenebilir.

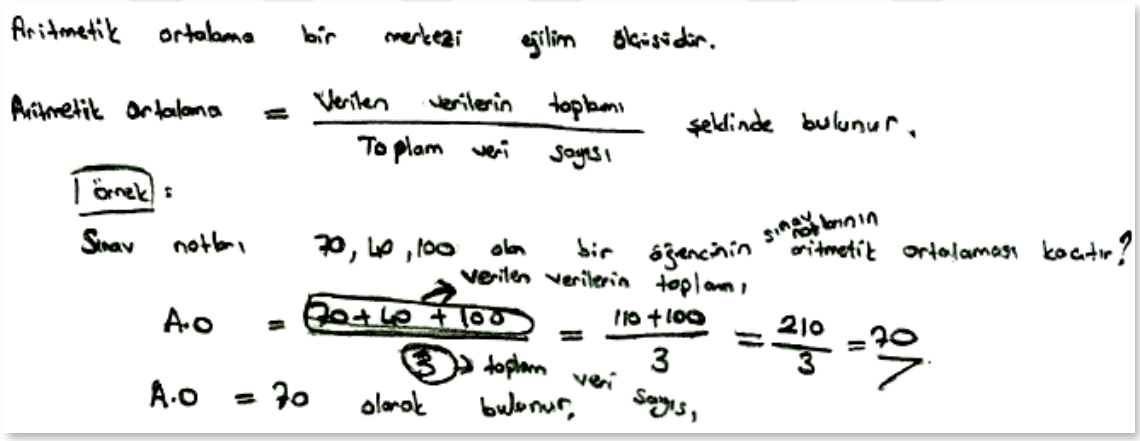
4.2.7.2. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular

Kontrol grubunda uygulama öncesi görüşme yapılan üç öğrenci ile uygulama sonrası yeniden görüşülmüştür. Kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları doğrulama şemalarını ortaya koyabilmek amacıyla, yazılı sınavda ve görüşmelerde problemlere getirdiği çözüm örneklerine ve görüşme diyaloglarına yer verilmiştir. Bu doğrultuda elde edilen bulgular aşağıda açıklanmıştır.

4.2.7.2.1. Birinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

Uygulama öncesi ADYP'ye göre *orta* kategorisinde yer alan K_1'in, uygulama sonrası yapılan yazılı sınava göre *iyi* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Buna göre sınıfın %32.5'ini temsil eden K_1, yazılı sınavda problemlerin %40'ında (6 çözüm) analitik şemayı ve %60'ında (9 çözüm) dışsal şemayı kullanmıştır. Yapılan görüşmede K_1'in yazılı sınavda yer alan problemlere yönelik çözümlerini doğrulamak için genellikle kitaplardan veya derslerden hatırladığı bilgilere dayanarak dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Öğrenci mantıksal çıkarım yapabildiği sorularda analitik şemayı kullanmış ancak problemlere genellikle tek bir çözüm yolu önerebilmiştir. Buna göre, öğrencinin olasılık ve istatistik ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olmadığı ve çok yönlü düşünemediği söylenebilir.

Aşağıda K_1'in sırasıyla 4., 5. ve 11. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.44 K_1'in ortalama ile ilgili dördüncü probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.44. K_1'in Yazılı Sınavda Ortalama İle İlgili Dördüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.44'te görüldüğü gibi, K_1 aritmetik ortalama kavramının anlamına ilişkin herhangi bir açıklama yapmamış, sadece ortalamanın nasıl hesaplanacağını açıklayarak bir örnek vermiştir. Bu doğrultuda öğrencinin cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin sadece ortalamanın nasıl hesaplanacağına ilişkin formülü belirtmesi, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede dışsal şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan

görüşmede dışsal ve analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Burada da söylediğim gibi aritmetik ortalama bulunurken tüm veriler toplanır ve toplam veri sayısına bölünür. Bulduğumuz bu değer, ortalamadır.

3 **A: Peki, aritmetik ortalama bulunurken neden sayılar toplanır ve veri sayısına bölünür? Bulduğumuz sayının anlamı nedir?**

4 Ö: Verilen sayıların ortak yeri olarak sayılabilir. Tam olarak açıklayamam ama örneğin, sınav notlarımızın ortalamasını aldığımızda bizim başarımızı belirler. Ya da mesela bir hafta içinde tüm günlerin hava sıcaklıklarının aritmetik ortalaması hesaplanabilir. Bu gibi şeylerde kullanıyoruz. Ama neden öyle hesapladığımızı hiç düşünmedim. Bilmiyorum.

5 **A: Verilen sayıların ortak yeri olabileceğini söyledin. Ne demek istediğini biraz daha açıklayabilir misin?**

6 Ö: Yani ortalama hesaplayarak tek bir veriye ulaşırız ve böylece tüm verilere bakmadan tek bir veri bize kolaylık sağlayabilir. Hepsine tek tek bakacağımıza tek bir veriye baktığımız zaman daha avantajlı.

7 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

8 Ö: Anlamlı olduğunu düşünüyorum çünkü ortalama böyle hesaplanır, hep böyle öğrendik ama işlemlerin anlamını açıklayamıyorum.

9 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

10 Ö: Benim bilgim bu kadar. Başka bir şey söyleyemiyorum.

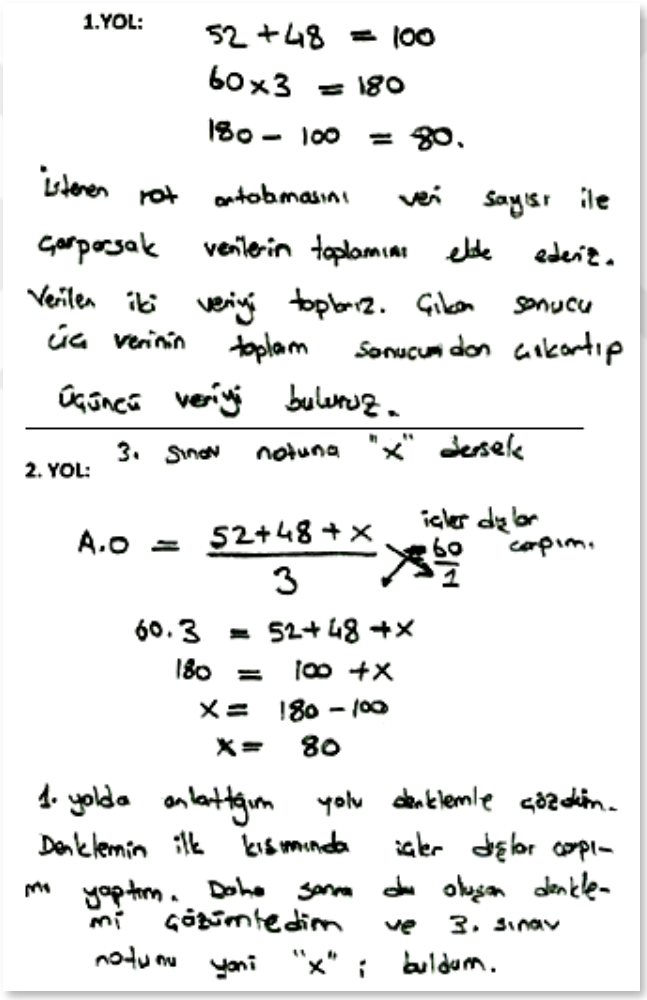
11 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Nasıl hesaplanacağını yine bu şekilde anlatırım ve örnek veririm. Bence onlar anlayacaktır çünkü biz hep böyle öğrendik.

Görüldüğü gibi, K_1 öncelikle aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağını açıklamış (2), daha sonra araştırmacının sorusu üzerine (3), kavramın anlamına yönelik açıklamalar yapmaya çalışmıştır. Öğrencinin ortalama kavramı için "*sayıların ortak yeri, tek bir*

veriye dönüşümü" gibi ifadeleri kullanması ve bu doğrultuda örnekler vermesi (4 ve 6), mantıksal bir çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Bununla birlikte, ortalama bulunurken yapılan işlemlerin anlamını açıklayamaması ve sıklıkla "*derste hep böyle öğrendik*" ifadesini kullanması (8, 10 ve 12), öğrencinin ortalama kavramı ile ilgili yetersiz anlama yollarına sahip olduğunu ve dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

K_1'in yazılı sınavda ortalama ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümü Şekil 4.45'te yer almaktadır.



Şekil 4.45. K_1'in Yazılı Sınavda Ortalama İle İlgili Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.45'te görüldüğü gibi, K_1 problemi iki farklı yoldan çözerek doğru sonuca ulaşmayı başarmıştır. Birinci yolda *ters işlem*, ikinci yolda ise *denklem kurma* stratejilerini kullanmış ve çözümlerini ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Buna göre,

öğrencinin cevabı *çok iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin bulduğu cevabı iki farklı yoldan doğrulaması ve yaptığı işlemlerin anlamını açıklaması, onun analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede dışsal şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede deneysel ve analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Birinci yolda ters işlem yaptım. 60 ile 3'ü çarptım, 180 buldum. Yani sınavların toplamını elde ettim. Sonra ilk iki sınavı toplayıp çıkardığımızda 3. sınavı buluyoruz. 80 alması gerekiyormuş yani. İkinci yol aslında birinci yolla aynı gibi. Burada oran-orantıdan bulmuşum. İçler dışlar çarpımı yapmışım. Önce aritmetik ortalama formülünü yazmışım, bilinmeyene x demişim. Sonra hani aritmetik ortalama 60 olduğuna göre, içer dışlar çarpımı yaparak cevabı bulmuşum. Denklem kurmuşum yani.

3 **A: Birinci yolda neden 60 ile 3'ü çarptın? Biraz daha açıklayabilir misin?**

4 Ö: Üç sınavın toplamını bulmak için çarptım. Ters işlem yaptım yani. Bir sayı varmış 3'e bölününce 60 çıkmış. Bu sayı kaçtır? Bunu bulmak için çarparız. Zaten ortalamayı bulurken verileri toplayıp, veri sayısına bölüyorduk. İşte tam tersi, çarpınca verilerin toplamına geri dönmüş oluruz.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü sağlamasını yaparsak da ortalama 60 çıkıyor.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

8 Ö: Ben başka bir yol bilmiyorum ama belki vardır.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

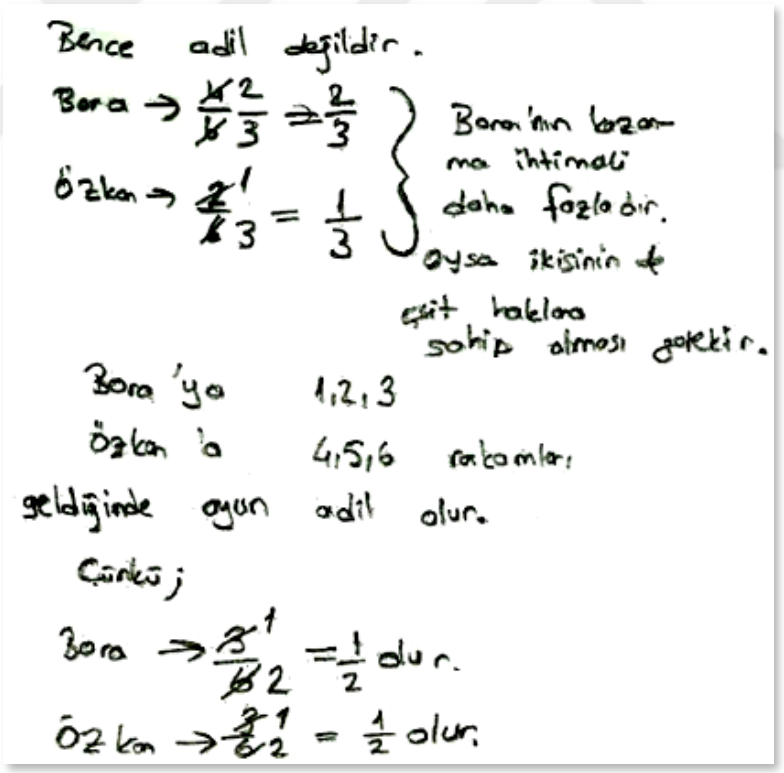
10 Ö: Birinci yoldan daha iyi anlayabilirler. Bilinmeyen olduğu için, ikinci yol karmaşık gelebilir. O yüzden birinci yoldaki gibi anlatırdım. İkna olmazlarsa bulduğumuz sonucun sağlamasını yapar, ispatlardım.

11 **A: Sağlamasını nasıl yapardın?**

12 Ö: Bulduğumuz sayıyla diğer sınavları toplayıp 3'e bölerdik. Yine 60 çıkardı.

Görüldüğü gibi, K_1 önerdiği çözüm yollarını ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Öğrenci iki farklı çözüm yolu önermiş olsa da, ikinci çözüm yolunda birincisine benzer bir mantık kullandığını ifade etmiştir (2). Buna göre, öğrencinin ortalama kavramı ile ilgili "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" mantığına dayalı bir düşünme yoluna sahip olduğu (4) ve bu düşünme yolunun, ortaya koyduğu anlama yolları ile uyumlu olduğu söylenebilir. Öğrencinin daha farklı bir çözüm yolu önerememesi (8), ortalama kavramı ile ilgili anlama yollarının yetersiz olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, yaptığı işlemlerin anlamını açıklayabilmesi, öğrencinin muhakeme yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Arkadaşlarını ikna etmek için birinci çözüm yolunu tercih etmesi ve bulduğu cevabın sağlamasını yapmayı önermesi (10 ve 12) ise, öğrencinin aynı zamanda deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.46'da K_1'in olasılıkla ilgili on birinci probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 4.46. K_1'in Yazılı Sınavda Olasılık İle İlgili On Birinci Probleme İlişkin Çözümü

Görüldüğü gibi, K_1 problemde verilen oyunun adil olmadığını belirtmiş ve neden adil olmadığını matematiksel olarak açıklamaya çalışmıştır. Oyunu adil yapmak için sadece bir yol önerdiği için öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bununla

birlikte, cevabını hem matematiksel olarak hem de mantıksal açıklama yaparak doğrulamaya çalışması, öğrencinin analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede analitik şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede de analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_1'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Ben bu oyunun adil olmadığını düşünüyorum. Çünkü Bora 4 tane sayı geldiği zaman puan kazanıyor yani olasılığı 4/6, Özkan ise 2 tane sayı gelince kazanıyor ve olasılığı 2/6'dır. Bora'nın olasılığı Özkan'dan fazla olduğu için birbirlerine eşit değiller. O yüzden adil değil.

3 **A: Peki, adil olması için ne olması gerekirdi?**

4 Ö: Her birine 3'er tane sayı verilmeli. Bora'ya 1-2-3, Özkan'a da 4-5-6 verilirse ya da birbirlerinin tam tersi olacak şekilde yaparsak, olasılıkları 3/6 yani ½ ye eşit olur. İkisi de birbirine eşit olacağı için, o şekilde oyun adil olur.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü adil olması için her birinin 3'er tane seçeneği olursa, olasılıkları ½ olur ikisinin de. Bu şekilde adil olur.

7 **A: Peki, oyunu adil yapmanın başka bir yolu olabilir mi?**

8 Ö: Bence 3'er tane sayı verilmesi gerekir. Başka yöntem olamaz.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Böyle, yaptığım gibi anlatırım. Olasılıklarını yazıp eşit olmadığını gösteririm.

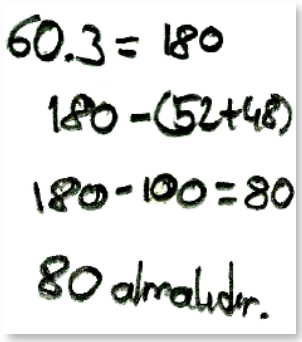
Görüldüğü gibi, K_1 oyuncuların olasılıklarını karşılaştırarak oyunun adil olmadığını göstermeye çalışmış (2) ve oyunun adil olması için oyuncuların olasılıklarının eşit olması gerektiğini belirtmiştir (4 ve 6). Yaptığı bu açıklamalar doğrultusunda, öğrencinin analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte, öğrenci oyunculara sadece 3'er sayı verilmesi durumunda oyunun adil olacağını belirtmiş ve başka bir

yöntem önerememiştir (8). Buna göre, K_1'in adil olma kavramı ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olmadığı ve çok yönlü düşünemediği söylenebilir.

4.2.7.2.2. İkinci Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

Uygulama öncesi ADYP'ye göre *yetersiz* kategorisinde yer alan K_{12}'nin, uygulama sonrası yapılan yazılı sınava göre *iyi* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Buna göre, sınıfın %32.5'ini temsil eden K_{12}, yazılı sınavda problemlerin %13.33'ünde analitik şemayı (2 çözüm), %26.67'sinde deneysel şemayı (4 çözüm) ve %26.67'sinde dışsal şemayı (4 çözüm) kullanırken, %33.33'ünde ise (5 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede K_{12} problemlere ilişkin çözümlerini doğrularken sıklıkla dışsal ve deneysel şemaları kullanmıştır. Akıl yürüterek mantıksal çıkarımlar yaptığı bazı problemlerde ise analitik şemayı kullandığı tespit edilmiştir.

Aşağıda K_{12}'nin sırasıyla 5., 6. ve 11. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.47 K_{12}'nin ortalama ile ilgili beşinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.47. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Ortalama İle İlgili Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.47'de görüldüğü gibi, K_{12} problemi ters işlem stratejisini kullanarak çözmüş ve doğru cevaba ulaşmıştır. Ancak çözümüne ilişkin herhangi bir açıklama yapmamıştır. Bu doğrultuda öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiş ve herhangi bir doğrulama şeması kullanmadığı tespit edilmiştir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede dışsal şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede deneysel ve

analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Burada üç sınav olduğu için ortalamanın 60 olmasını istiyor, 60 ile 3'ü çarptım. Üç sınavın toplamı 180 oldu. İki sınavı belliydi zaten, onları toplayıp 180'den çıkardım ve 80 buldum. Üçüncü sınav 80 olmalıdır.

3 **A: 60 ile 3'ü neden çarptın? Biraz daha açıklayabilir misin?**

4 Ö: Üç sınavın toplamını bulmak için çarptım. Sınavlar toplanıp 3'e bölündüğünde 60 çıkıyormuş. O zaman biz de ters işlem yaparız ve sınavların toplamını bulmuş oluruz.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Düşünüyorum çünkü yaptığım işlemler doğru. 80 alırsa ortalaması 60 oluyor.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

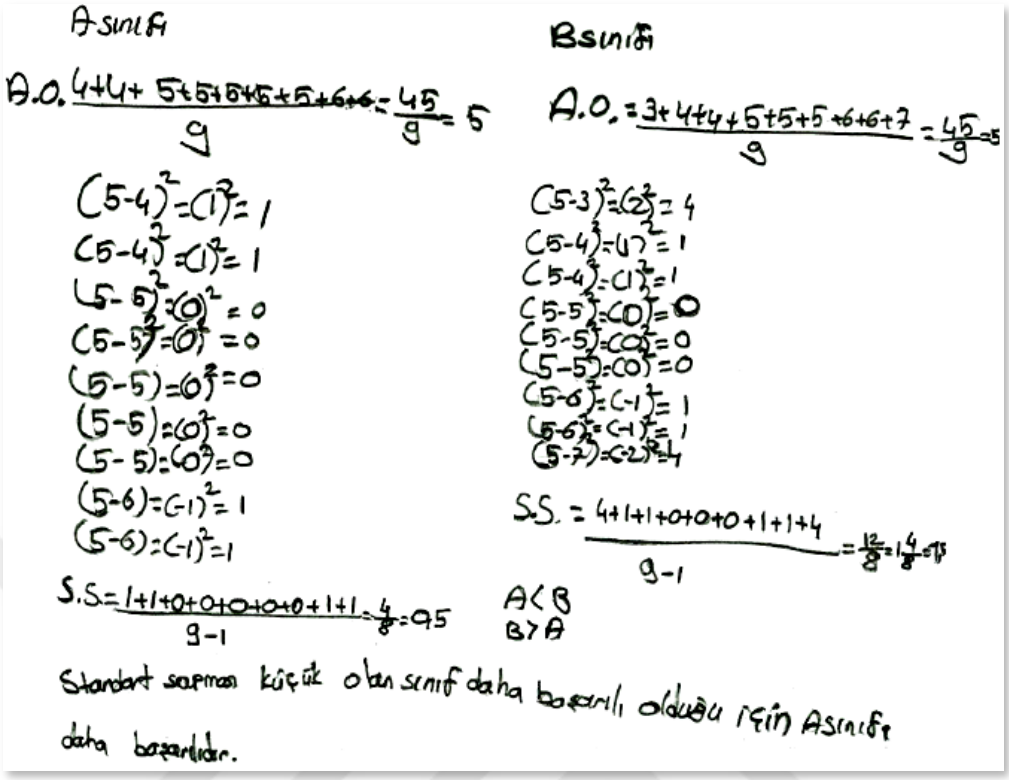
8 Ö: Olabilir aslında ama şu anda aklıma gelmiyor.

9 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

10 Ö: Böyle anlatırım, işlemleri tek tek açıklarım. İkna olmazlarsa işlemleri yaparak gösteririm, sağlamasını yaparım. 80 ile diğer sınavları toplarız. 180 olur. Sonra 3'e böldüğümüzde yine 60 olur. Böylece ispatlamış oluruz.

Görüldüğü gibi, K_{12} yaptığı işlemlerin anlamını mantıklı bir şekilde açıklayarak (2 ve 4), analitik şemayı kullanmıştır. Bununla birlikte, öğrencinin farklı bir çözüm yolu önerememesi (8), aritmetik ortalama kavramı ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olmadığını göstermektedir. Öğrencinin problemi çözmek için kullandığı strateji, onun ortalama kavramı ile ilgili "*sayıları topla ve veri sayısına böl*" mantığına dayanan bir düşünme yoluna sahip olduğunu göstermektedir. Son olarak, öğrencinin arkadaşlarını ikna etmek için işlemlerin sağlamasını yapacağını belirtmesi (10), deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.48'de K_{12}'nin merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri ile ilgili altıncı probleme ilişkin çözümü yer almaktadır.



Şekil 4.48. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri İle İlgili Altıncı Probleme İlişkin Çözümü

Görüldüğü gibi, K_{12} iki sınıfı sadece standart sapmalarına bakarak karşılaştırmıştır. Buna göre öğrencinin cevabı *orta* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin standart sapması küçük olan sınıfın daha başarılı olduğunu belirtmesi ve başka herhangi bir açıklama yapmaması, dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede deneysel şemayı kullanan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal şemayı kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Burada iki sınıfın standart sapmalarını buldum. Aritmetik ortalamaları aynı olduğu için standart sapmaya baktım. Standart sapması küçük olan daha başarılıdır dedim.

3 **A: Yazılı sınavda önce ortalamalarına baktığını belirtmemişsin? Neden önce ortalamalarına bakma gereği duydun?**

4 Ö: Çünkü başarı için önce ortalamaya bakılır. Sonra ortalamalar eşitse standart sapmaya bakılır. Öyle öğrendik. Standart sapması küçük olan daha başarılı olur.

5 **A: Peki, neden standart sapması küçük olan daha başarılıdır?**

6 Ö: Çünkü daha tutarlı olur, o yüzden daha başarılıdır.

7 **A: Tutarlılık ne demek? Nasıl daha tutarlı oluyor? Biraz daha açıklayabilir misin?**

8 Ö: Tutarlılık düzendir, yani nasıl desem anlatamıyorum. Ortalamaları aynı olan gruplar için kimin daha tutarlı, başarılı olduğunu anlamak için standart sapmaya bakıyoruz. Standart sapma risk diye biliyorum. Onun için az olunca da iyi oluyor. Öyle öğrendim. O yüzden A sınıfı daha başarılı çıktı.

9 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

10 Ö: Evet, düşünüyorum çünkü yaptığım hesaplamalar A sınıfının daha başarılı olduğunu gösteriyor.

11 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

12 Ö: Başka yol bilmiyorum.

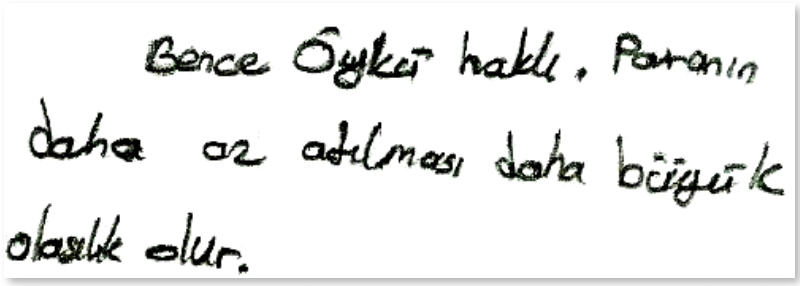
13 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

14 Ö: Önce ortalamalarına bakıyoruz. Aynı çıkarsa standart sapmalarına bakarız. Küçük olan daha başarılı oluyor. Derslerde böyle öğrenmiştik. Böyle anlatırdım.

Görüldüğü gibi, K_{12} iki sınıfı karşılaştırmak için önce ortalamalarına, sonra standart sapmalarına baktığını belirtmiştir (2). Neden önce ortalamaya baktığı sorulduğunda (3) öğrenci, başarı için önce ortalamaya bakılması gerektiğini derste öğrendiğini ifade etmiştir (4). Öğrenci, araştırmacının standart sapmanın anlamına yönelik sorduğu sorulara da (5 ve 7) tatmin edici cevaplar verememiştir. Örneğin, önce standart sapması küçük olan sınıfın daha tutarlı olduğunu belirtmiş (6), fakat daha sonra tutarlılığın anlamını tam olarak açıklayamadığı için standart sapmanın risk anlamına geldiğini ve bu nedenle az olmasının, sınıfı daha başarılı yapacağını ifade etmiştir (8). Bu durum, öğrencinin standart sapma kavramı için kullandığı tutarlılık ve risk sözcüklerinin anlamını tam olarak kavrayamadığını ve bu kavramlara ilişkin bilgisinin yüzeysel yani ezbere dayalı olduğunu göstermektedir. Öğrencinin verdiği cevaplarda sıklıkla "*derste*

böyle öğrenmiştik" ifadesini kullanması da, bu durumu destekler niteliktedir ve onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.49 K_{12}'nin olasılıkla ilgili on beşinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.49. K_{12}'nin Yazılı Sınavda Olasılık İle İlgili On Beşinci Probleme İlişkin Çözümü

Görüldüğü gibi, K_{12} problemde verilen durum için az atış yapmanın daha iyi olacağını ifade etmiştir. Ancak neden böyle düşündüğünü açıklamamıştır. Buna göre öğrencinin cevabı *yetersiz* kategorisinde değerlendirilmiş ve herhangi bir doğrulama şeması kullanmadığı tespit edilmiştir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede deneysel ve analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{12}'nin uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Burada %60'dan fazla yazı gelirse kazanacak diyor. %60'ında yazı gelmesi için tek sayıda atış yapılması lazım. Çünkü 4 tane ya da 6 tane atış olursa 3 yazı 3 tura gelebilir. Kesin bir karar verilemeyeceği için, tek sayıda atış yapmak daha mantıklı geldi bana. Çünkü mesela 6, 8 ya da 2 olsa, eşit sayıda yazı veya tura gelirse ikisi de %50 olur ve %60 olmadığı için bir kazananı olmaz. Yani kesin olacağı için Öykü demişim, 5 atış yapmanın hem olasılığı daha fazla olur hem de tek sayıda atış olduğu için kazananı belli olur.

3 **A: Peki, çift sayılı atışlarda yazı ve turanın yarı yarıya geleceğinden nasıl emin oluyorsun?**

4 Ö: Yani emin değilim ama gelebilir. O yüzden kesin olması için, bence 5 daha

mantıklı ya da tek sayılı herhangi bir atış. 5 atış ya da 5001 atış yapıldığında kesin bir kazanan olacak. Yani oyunun sonunda kazanan kesin bilinir. Ama ben yine 5 derdim çünkü oyun daha kısa sürede biter. Bir de 5 atış yaptığında mesela 3 tane yazı geldi, 2 tane tura geldi diyelim. 100 beşe bölündüğü için %20 olur. Mesela 3 tane yazı geldiği zaman %60 olur. %60'ı sorduğu için 5 daha mantıklı geldi bana.

5 **A: Tek sayılı herhangi bir atış olabilir dedin. Peki, problemde 5001 atış seçeneği olsaydı onu tercih eder miydin?**

6 Ö: O da olabilirdi. Bence atış sayısı fark etmez, tek sayıyla atış yapmak daha mantıklı burada. Onun için, tek sayılı herhangi bir atış olabilir.

7 **A: Bu söylediğin 5000 atışta gerçekleşemez mi?**

8 Ö: 5000 atışta da 3000'i yazı gelse olur. Ama 5000 atış yaptığında oyunun sonuna kadar gitmesi lazım. Yani normalde de sonuna kadar gitmesi lazım ama mesela 2500-2500 çıktığında kazanan olmaz.

9 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

10 Ö: Evet, düşünüyorum çünkü 5 atışta ikisinin de eşit gelme olasılığı yok. Elbette bir kazanan olacak. Mesela 3 yazı ya da 3 tura gelebilir. Ya da 4 tura 1 yazı gelebilir. Burada zaten en az %60'ında diyor yani %60'tan fazla da olabilir. Belki 5'i de yazı gelebilir, biraz fazla olasılığımız var. Ben o yüzden Öykü'ye hak verdim.

11 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

12 Ö: Yani benim başka düşüncem yok, tek sayıda atış yapılmasını tercih ederdim.

13 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

14 Ö: Yani hocam bu söylediklerimi anlatırım. Bir de oynayarak deneyebiliriz aslında yani 5 atışı deneyebiliriz.

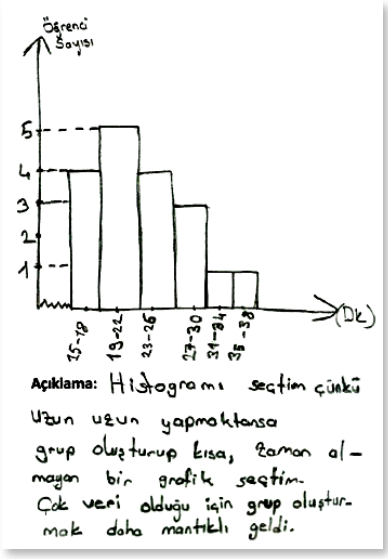
Görüldüğü gibi, K_{12}'nin problemde verilen seçeneklerden 5 atışı tercih etmesinin nedeni 5'in tek sayı olmasıdır (2). Öğrenci çift sayılı atışlarda yazı veya turanın eşit sayıda gelebileceği ihtimali üzerinde durmakta ve tek sayıdaki atışlarda yazı veya turadan birisinin daha fazla geleceğinin kesin olduğunu ifade etmektedir (4). Öğrencinin bu düşüncesi mantıksal bir çıkarım olarak değerlendirilebilir ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte, araştırmacının problemde 5001 atış seçeneği olsaydı, bu

seçeneği tercih edip etmeyeceğini sorması üzerine (5), öğrencinin atış sayısının önemi olmadığını ve tek sayıda olan herhangi bir atışı tercih edebileceğini belirtmesi (6), deneysel olasılık ile teorik olasılık arasındaki ilişkiyi dikkate almadığını göstermektedir. Ayrıca tek sayılı atış yapmanın daha avantajlı olduğu iddiasını destekleyecek örnekler bulmaya çalışması (10) ve arkadaşlarını ikna etmek için oyunu oynamayı önermesi (14), öğrencinin deneysel şemayı kullandığını göstermektedir.

4.2.7.2.3. Üçüncü Öğrencinin Son Mülakatlarda Kullandığı Doğrulama Şemaları

Uygulama öncesi ADYP'ye göre *geçersiz* kategorisinde yer alan K_{38}'in, uygulama sonrası yapılan yazılı sınava göre *orta* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Buna göre sınıfın %57.5'ini temsil eden K_{38}, yazılı sınavda problemlerin %6.67'sinde analitik şemayı (1 çözüm), %20'sinde deneysel şemayı (3 çözüm) ve %40'ında dışsal şemayı (6 çözüm) kullanırken, %46.67'sinde ise (5 çözüm) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır. Yapılan görüşmede ise, öğrencinin dışsal ve deneysel şemaları analitik şemaya göre daha fazla kullandığı tespit edilmiştir. Ayrıca bazı problemlerde birden fazla şemayı bir arada kullandığı görülmüştür.

Aşağıda K_{38}'in sırasıyla 3., 7. ve 9. problemlere ilişkin çözümlerine ve görüşme diyaloglarına yer verilerek, doğrulama şemaları modellenmiştir. Şekil 4.50 K_{38}'in grafiklerle ilgili üçüncü probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.50. K_{38}'in Yazılı Sınavda Grafiklerle İlgili Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü

Görüldüğü gibi, K_{38} problemin bağlamına uygun bir grafik oluşturmuş ve neden bu grafiği tercih ettiğine ilişkin geçerli bir açıklama yapmıştır. Buna göre, öğrencinin cevabı *çok iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin çok veri olduğu için grup oluşturmayı ve histogramı tercih ettiğini belirtmesi, analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal ve analitik şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{38}'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Histogram yapmayı tercih ettim. Daha kolayıma geldi, çünkü burada gruplara ayırırsam fazla uzun sürmeyecekti, yoksa çok uzun sürerdi.

3 **A: Bu grafiği tercih etmendeki tek neden kısa sürmesi miydi?**

4 Ö: Yani zamanım fazla kalmamıştı. Onun için böyle kısa bir yol tercih ettim. Bir de çok veri vardı, bunları tek tek gösterirsem çok karışık olabilirdi. O yüzden gruplandırmak daha mantıklı geldi.

5 **A: Bu soru için başka bir grafik olabilir miydi sence?**

6 Ö: Sütun grafiği olabilirdi ama dediğim gibi tek tek göstermek uzun sürerdi. Çizgi grafiği olmaz. Çünkü o hız-zaman grafiklerinde kullanılıyor. Böyle çok veri olduğunda histogram en mantıklısı. Biz böyle öğrendik.

7 **A: Peki, burada grup yapmanın mantığı nedir sence?**

8 Ö: Böyle grup yaparak daha derli toplu gözüküyor. Daha iyi anlaşılıyor bence. Sayılar karışmıyor. Her şey daha net görülebiliyor.

9 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

10 Ö: Düşünüyorum çünkü en kısa yol buydu.

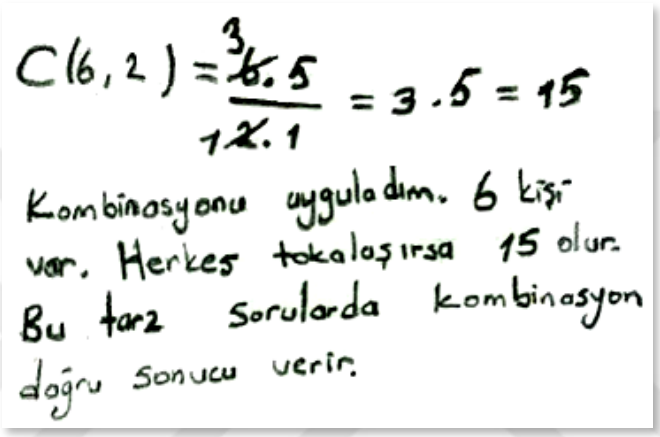
11 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Çok veri olduğu zaman bunu tercih etmelerini söylerim. Zaten derste de böyle öğrendik.

Görüldüğü gibi, K_{38} ilk başta daha az zaman aldığı için histogram yapmayı tercih ettiğini belirtmiş olsa da (2), daha sonra verileri tek tek göstermek yerine gruplandırmanın daha mantıklı olduğunu (4) ve grup yapmanın verileri daha anlaşılır

hale getirdiğini ifade etmiştir (8). Buna göre, öğrencinin karar verme sürecinde muhakeme yaptığı ve bu nedenle analitik şemayı kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte, öğrencinin diğer grafiklerin neden uygun olmayacağını açıklarken ve arkadaşlarını ikna etmek için "*derste böyle öğrendik*" ifadesini kullanması (6 ve 12), onun aynı zamanda dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

Şekil 4.51 K_{38}'in olası durumları belirleme ile ilgili yedinci probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.51. K_{38}'in Yazılı Sınavda Olası Durumları Belirleme İle İlgili Yedinci Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.51'de görüldüğü gibi, K_{38} problemi kombinasyonu kullanarak çözmüş ve doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır. Ancak tek bir çözüm yolu önerdiği ve yaptığı işlemlerin anlamını yeterince açıklamadığı için cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin "*bu tarz sorularda kombinasyon doğru sonucu verir*" şeklindeki ifadesi, onun dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal ve deneysel şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{38}'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Kombinasyon yapmışım. 6'nın 2'lisini almışım. Cevabı 15 bulmuşum.

3 **A: Kombinasyon ne anlama geliyor?**

4 Ö: Tam hatırlayamıyorum ama seçim yapmaktı galiba.

5 **A: Peki, bu problemde neyi seçtiğini açıklayabilir misin?**

6 Ö: Tokalaşma sayılarını bulmuş olduk ama bilemiyorum. Şu anda aklıma bir şey gelmiyor.

7 **A: Peki, burada 6'nın 2'lisi ne anlama geliyor? Açıklayabilir misin?**

8 Ö: Bilemiyorum ki şimdi. 6 toplam kişi sayısı, 2 de iki kez tokalaşacakları anlamına geliyor olabilir mi?

9 **A: Neden iki kez tokalaştıklarını düşünüyorsun?**

10 Ö: Hani hocam mesela Dilek arkadaşı ile tokalaşıyor. Sonra arkadaşı da Dilek ile tokalaşacak. Ben öyle düşündüm.

11 **A: Peki bu soruda kombinasyon kullanmaya nasıl karar verdin?**

12 Ö: Derste böyle bir soru çözmüştük oradan aklıma geldi.

13 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

14 Ö: Başka bir yol aklıma gelmiyor hocam.

15 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

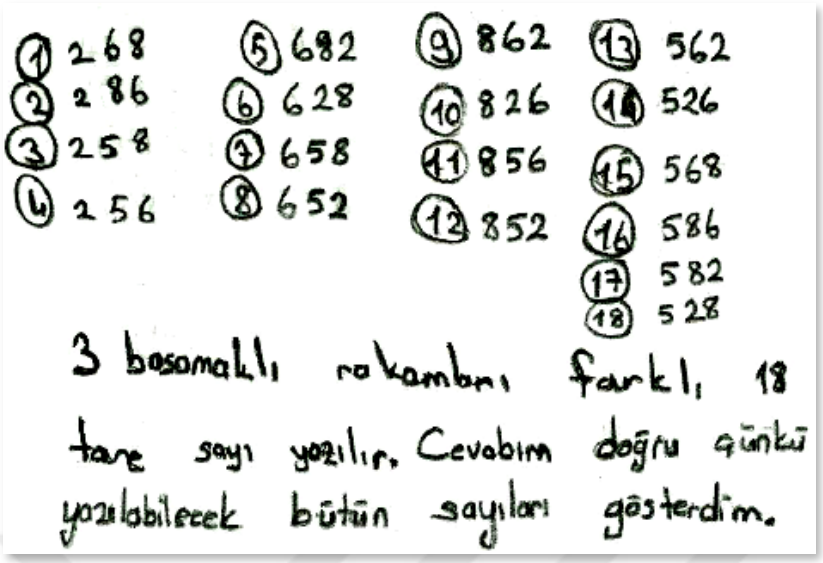
16 Ö: Düşünüyorum çünkü derste de böyle yapıyorduk.

17 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

18 Ö: Yine böyle anlatırım. Başka bir şey söylemem.

Görüldüğü gibi, K_{38} çözümünde yaptığı işlemlerin anlamını tam olarak açıklayamamıştır. Öğrenci kombinasyonun seçim yapmak anlamına geldiğini belirtmiş (4), ancak problemde neyi seçtiğini ve 6'nın 2'lisi ifadesinin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde açıklayamamıştır (6, 8 ve 10). Buna göre, öğrencinin kombinasyon kavramını anlamlı bir şekilde öğrenemediği ve bilgilerinin yüzeysel olduğu söylenebilir. Öğrencinin sadece derste benzer bir problem çözüldüğü için kombinasyon kullanmaya karar vermesi (12) ve aynı gerekçeyle cevabının doğru olduğunu düşünmesi (16), dışsal şemayı kullandığını göstermektedir. Ayrıca öğrencinin problem için başka bir çözüm yolu önerememesi (14), çok yönlü düşünemediğini ve kombinasyon ile ilgili anlama yollarının yetersiz olduğunu göstermektedir.

Şekil 4.52 K_{38}'in olası durumları belirleme ile ilgili dokuzuncu probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.52. K_{38}'in Yazılı Sınavda Olası Durumları Belirleme İle İlgili Dokuzuncu Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.52'de görüldüğü gibi, K_{38} deneme-yanılma stratejisini kullanarak problemi çözmüş ve doğu cevaba ulaşmıştır. Tek bir çözüm yolu önerdiği ve çözümüne ilişkin yaptığı açıklama yetersiz olduğu için, öğrencinin cevabı *iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin, sayıları tek tek yazarak gösterdiği için cevabının doğru olduğunu düşünmesi deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Uygulama öncesi yapılan görüşmede herhangi bir doğrulama şeması kullanmayan öğrencinin, uygulama sonrası yapılan görüşmede dışsal ve deneysel şemaları kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda K_{38}'in uygulama sonrası yapılan görüşmede çözümüne ilişkin yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

1 A: **Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklayabilir misin?**

2 Ö: Hocam önce kafam karıştı, tam olarak bulamamıştım. Sonra hepsini denedim tek tek. 18 tane çift doğal sayı buldum.

3 **A: Bütün sayıları bulduğundan nasıl emin oldun?**

4 Ö: Sırayla yazdım, sonra bunların yerlerini değiştirdim. Önce 2 ile olanları, 6 ile olanları, 8 ile ve 5 ile başlayanları yazdım. Sonra bulduğum sayıların toplamını yazdım.

5 **A: Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?**

6 Ö: Evet düşünüyorum. Çünkü bütün sayıları tek tek yazdım ve kontrol ettim.

Bence doğru.

7 **A: Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?**

8 Ö: Permütasyon olabilir diye düşünmüştüm ama formülü unuttuğum için yapamadım.

9 **A: Permütasyon ne anlama geliyor? Bu soruda neden permütasyon kullanılabileceğini düşündün?**

10 Ö: Permütasyon sıralama demekti sanırım, emin değilim. Bu tarz sorularda onu kullanıyorduk diye hatırlıyorum derslerden. Ama unuttuğum için yapamadım.

11 **A: Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?**

12 Ö: Yine böyle yaparım, baştan tek tek yazarak gösteririm.

Görüldüğü gibi, K_{38} sayıları tek tek yazarak doğru cevaba ulaşmıştır (2). Araştırmacının bütün sayıları bulduğundan nasıl emin olduğunu sorması üzerine (3), çözüm için izlediği stratejiyi açıklamış ve rakamları sırayla başa alarak, yerlerini değiştirdiğini ifade etmiştir (4). Öğrencinin sayıları tek tek yazıp kontrol ettiği için cevabının doğru olduğunu düşünmesi (6) ve arkadaşlarını da aynı şekilde ikna edeceğine inanması (12), onun deneysel şemayı kullandığını göstermektedir. Diğer taraftan, öğrenci farklı bir çözüm yolu olarak permütasyon kullanılabileceğini ancak formülünü hatırlamadığı için bu yolu kullanamadığını ifade etmiştir (8). Permütasyonun sıralama anlamına geldiğini belirtmesine rağmen, problemin permütasyon ile ilişkisini kuramaması ve sadece derslerde bu tarz sorularda permütasyon kullanıldığı için bu yolu önerdiğini ifade etmesi (10), öğrencinin muhakeme yapamadığını ve dışsal şemayı kullandığını göstermektedir.

4.2.7.3. Uygulama Sonrası Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerden Elde Edilen Verilere İlişkin Yorumlar

Uygulama sonrası yapılan görüşmeler genel olarak değerlendirildiğinde, deney grubu öğrencileri problemler için genellikle birden fazla çözüm yolu önererek yaptıkları işlemlerin anlamını açıklarken, kontrol grubu öğrencileri ise genellikle tek bir çözüm yolu önerebilmişlerdir. Bu durum, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili farklı anlama yollarına sahip olduklarını ve kontrol grubu öğrencilerine göre öğrendiklerini daha fazla içselleştirerek yeni durumlarda kullanabildiklerini göstermektedir.

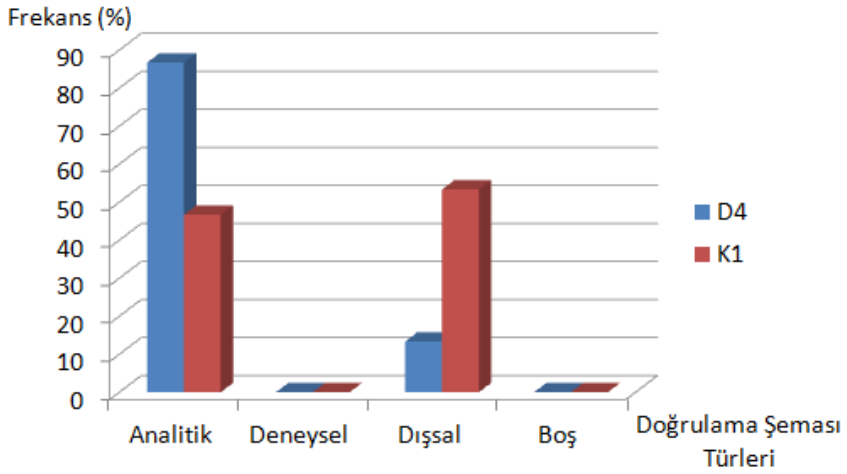
Ayrıca deney grubu öğrencileri sahip oldukları anlama yolları ile uyumlu olarak, analitik şemaları kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla kullanmış ve iddialarını doğrulamak için mantıksal çıkarımlara dayanan açıklamalar yapmışlardır. Kontrol grubu öğrencileri ise genellikle derste öğrendikleri kurallara ya da sezgilerine dayanan açıklamalar yaparak dışsal veya deneysel şemaları kullanmışlardır. Tablo 4.30 uygulama öncesi ADYP'ye göre aynı seviyelerde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin, uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemalarını göstermektedir.

Tablo 4.30.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

	Anlama ve Düşünme Yolu Profilleri											
	Çok İyi		**İyi**		**İyi**		**İyi**		**Orta**		**Orta**	
Öğrenciler	**D_4**		**K_1**		**D_{13}**		**K_{12}**		**D_{38}**		**K_{38}**	
Şemalar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Analitik	13	86.67	7	46.67	7	46.67	4	26.67	6	40	1	6.67
Deneysel	-	-	-	-	3	20	4	26.67	2	13.33	3	20
Dışsal	2	13.33	8	53.33	5	33.33	4	26.67	4	26.67	6	40
Boş	-	-	-	-	-	-	3	20	3	20	5	46.67
Toplam	15	%100	15	%100	15	%100	15	%100	15	%100	15	%100

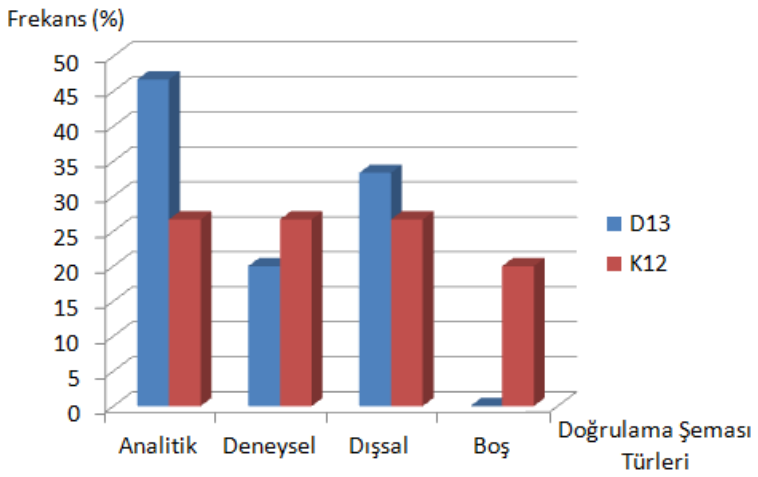
Tablo 4.30'a göre, uygulama öncesi ADYP'ye göre aynı seviyelerde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin, uygulama sonrası yapılan görüşmelerde analitik şemayı kullanma oranları karşılaştırıldığında, her üç seviyede de deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre analitik şemayı daha fazla kullandıkları görülmektedir. Örneğin, uygulama öncesi ADYP'ye göre orta kategorisinde yer alan öğrencilerden D_4, uygulama sonrası yapılan görüşmede problemlerin neredeyse tamamında (%86.67) analitik şemayı kullanırken, aynı kategoride yer alan K_1 ise, problemlerin yaklaşık yarısında (%46.67) analitik şemayı kullanmıştır. Şekil 4.53'te bu iki öğrencinin uygulama sonrası görüşmede kullandıkları doğrulama şeması türleri yer almaktadır.



Şekil 4.53. D_4 ve K_1'in Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.53'te görüldüğü gibi, D_4 uygulama sonrası yapılan görüşmede en çok analitik şemayı kullanırken, en az dışsal şemayı kullanmıştır. K_1 ise en çok dışsal şemayı kullanırken, en az analitik şemayı kullanmıştır. Ayrıca her iki öğrencinin de uygulama sonrası yapılan görüşmelerde deneysel şemayı hiç kullanmadıkları görülmektedir.

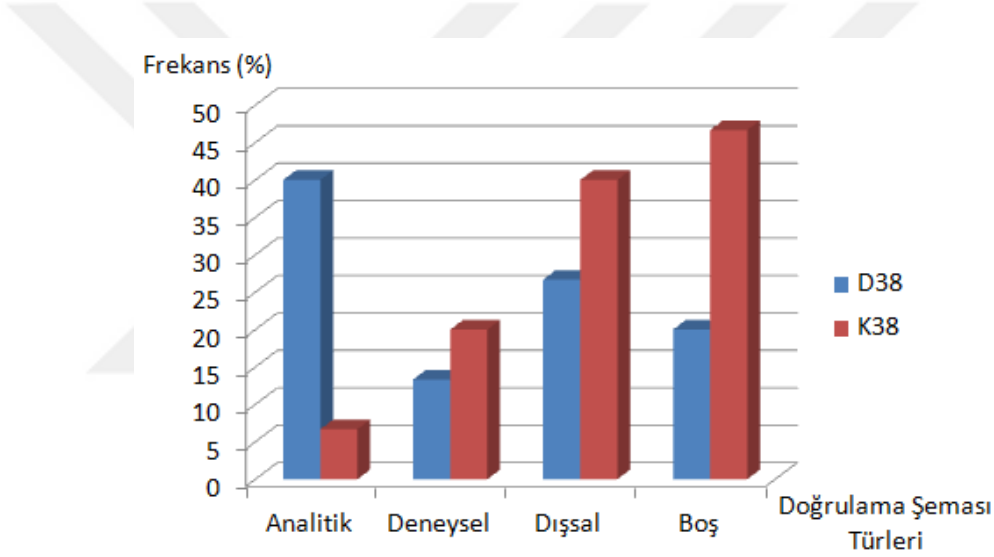
Uygulama öncesi ADYP'ye göre yetersiz kategorisinde yer alan öğrencilerden D_{13} ise, uygulama sonrası yapılan görüşmede en çok analitik şemayı (%46.67) kullanırken, en az deneysel şemayı (%20) kullanmıştır. Aynı kategoride yer alan K_{12} ise, uygulama sonrası her üç şema türünü de aynı oranda (%26.67) kullanmıştır. Şekil 4.54'te bu durum açıkça görülmektedir.



Şekil 4.54. D_{13} ve K_{12}'nin Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.54'te görüldüğü gibi, D_{13} analitik ve dışsal şemaları K_{12}'ye göre daha fazla kullanırken, deneysel şemayı daha az kullanmıştır. Bunun yanı sıra, D_{13} doğrulama şeması kullanımı açısından hiçbir problemi boş bırakmazken, K_{12} problemlere yönelik çözümlerinde %20 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmamıştır.

Son olarak, uygulama öncesi ADYP'ye göre geçersiz kategorisinde yer alan öğrencilerden D_{38} uygulama sonrası yapılan görüşmede en fazla analitik şemayı kullanırken, en az deneysel şemayı kullanmıştır. Aynı kategoride yer alan K_{38} ise en çok dışsal şemayı kullanırken, en az analitik şemayı kullanmıştır. Bu durum Şekil 4.55'te görülmektedir.



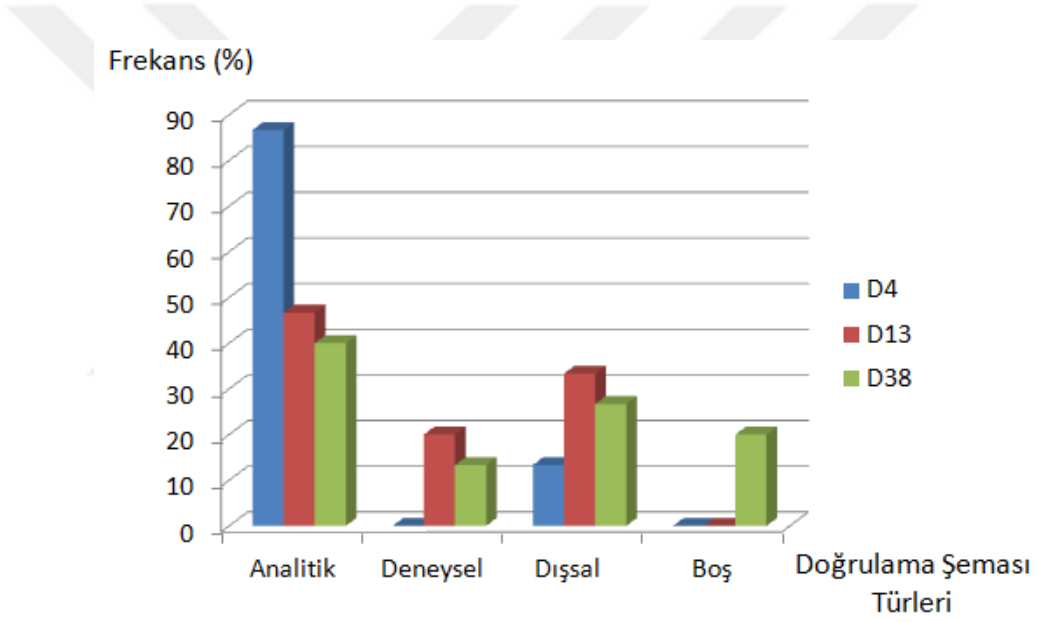
Şekil 4.55. D_{38} ve K_{38}'in Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.55'te görüldüğü gibi, D_{38} uygulama sonrası yapılan görüşmede K_{38}'e göre analitik şemayı daha fazla kullanırken, dışsal ve deneysel şemaları daha az kullanmıştır. Ayrıca D_{38} problemlere yönelik çözümlerinde %20 oranında, K_{38} ise %46.67 oranında herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, D_{38} doğrulama şeması kullanımı açısından K_{38}'e göre problemleri daha az boş bırakmıştır.

Görüldüğü gibi, uygulama sonrası görüşme yapılan deney grubu öğrencileri en çok analitik şemayı kullanırken, en az deneysel şemayı kullanmışlardır. Kontrol grubu öğrencileri ise en çok dışsal şemayı kullanırken, en az analitik şemayı kullanmışlardır. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında, normal

öğretim sürecine göre daha etkili olduğu söylenebilir. Bu bulgu, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin elde edilen nicel verileri destekler niteliktedir.

Uygulama sonrası yapılan görüşmelerde elde edilen bir diğer bulguya göre, deney ve kontrol gruplarından ADYP'ye göre daha üst seviyelerde yer alan öğrenciler diğerlerine göre analitik şemayı daha fazla kullanmış ve doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bırakmışlardır. Şekil 4.56 ADYP'ye göre farklı kategorilerde yer alan deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şeması türlerini göstermektedir.

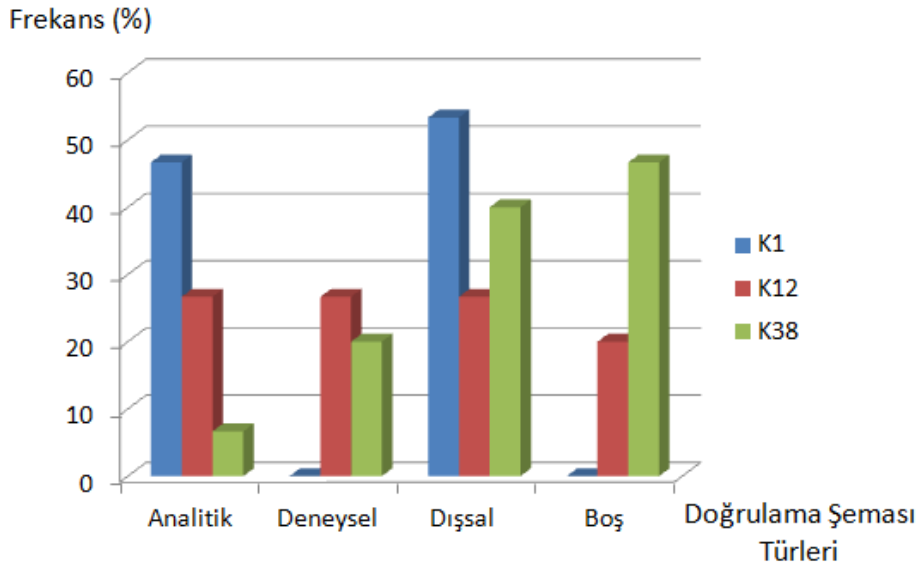


Şekil 4.56. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.56'da görüldüğü gibi, deney grubu öğrencilerinden uygulama sonrası ADYP'ye göre çok iyi kategorisinde yer alan D_4, problemlere yönelik çözümlerinde analitik şemayı %86.67 oranında kullanırken, iyi seviyesinde yer alan D_{13} %46.67 oranında ve orta seviyesinde yer alan D_{38} %40 oranında kullanmışlardır.

Benzer şekilde, ADYP'ye göre üst seviyelerde yer alan kontrol grubu öğrencileri diğerlerine göre uygulama sonrası analitik şemayı daha fazla kullanmış ve doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bırakmışlardır. Şekil 4.57 ADYP'ye

göre farklı kategorilerde yer alan kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası kullandıkları doğrulama şeması türlerini göstermektedir.



Şekil 4.57. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Sonrası Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.57'de görüldüğü gibi, ADYP'ye göre iyi kategorisinde yer alan K_1 ve K_{12} analitik şemayı sırasıyla %46.67 ve %26.67 oranlarında kullanırken, orta kategorisinde yer alan K_{38} ise %6.67 oranında kullanmıştır.

Bu bulgular doğrultusunda, görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profilleri ile analitik şemayı kullanma oranları arasında pozitif bir ilişki olduğu söylenebilir.

4.2.8. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, "*deney grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?*" şeklinde belirlenen sekizinci alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

Deney grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemalarında bir farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla, uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri karşılaştırılmıştır.

Tablo 4.31 deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve uygulama sonrası yapılan görüşmelerde kullandıkları doğrulama şemalarını göstermektedir.

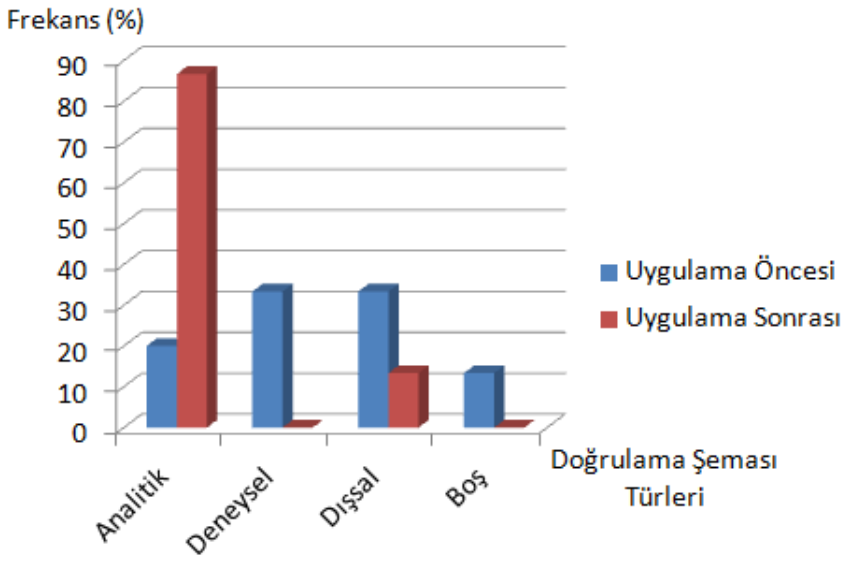
Tablo 4.31.

Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Öğrenciler	**D_4**				**D_{13}**				**D_{38}**				**Genel**			
ADYP	**Orta**		**Çok İyi**		**Yetersiz**		**İyi**		**Geçersiz**		**Orta**					
	Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test	
Şemalar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Analitik	3	20	13	86.67	1	6.67	7	46.67	1	6.67	6	40	5	11	26	58
Deneysel	5	33.33	-	-	2	13.33	3	20	-	-	2	13.33	7	16	5	11
Dışsal	5	33.33	2	13.33	7	46.67	5	33.33	1	6.67	4	26.67	13	29	11	24
Boş	2	13.33	-	-	5	33.33	-	-	13	86.67	3	20	20	44	3	7
Toplam	15	100	15	100	15	100	15	100	15	100	15	100	45	100	45	100

Tablo 4.31'de görüldüğü gibi, ADYP'ye göre farklı kategorilerde yer alan deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranlarının, uygulama öncesine göre büyük oranda arttığı görülmektedir. Örneğin, D_4'ün uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranı %20'den %86.67'ye yükselirken, D_{13}'ün %6.67'den %46.67'ye yükselmiştir. Benzer şekilde D_{38}'in analitik şemayı kullanma oranı %6.67'den %40'a yükselmiştir.

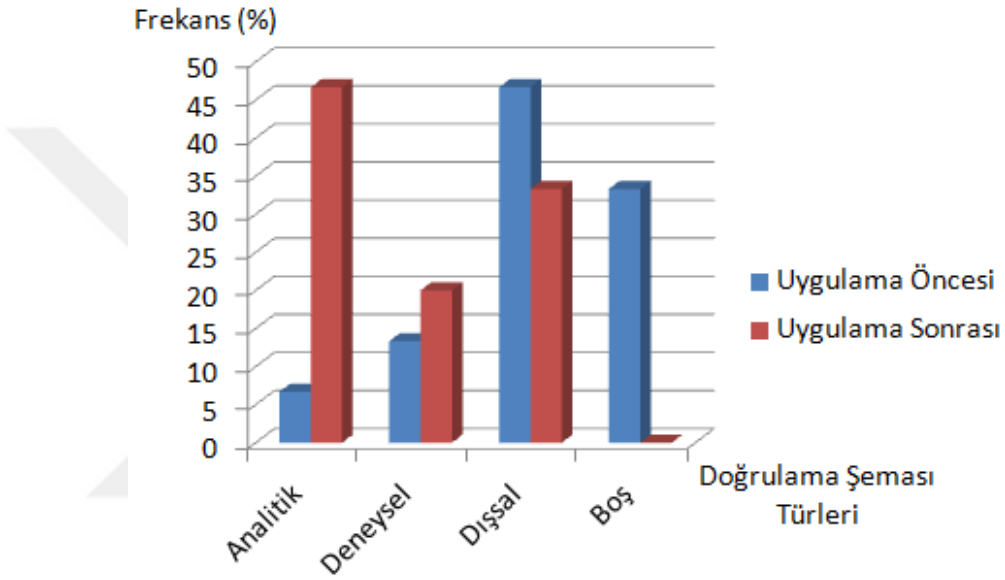
Şekil 4.58 D_4'ün uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandığı doğrulama şemalarını göstermektedir.



Şekil 4.58. D_4'ün Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları

Şekil 4.58'de görüldüğü gibi, uygulama sonrası yapılan görüşmede D_4'ün dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranı azalırken, analitik şemayı kullanma oranı artmıştır. Buna göre, öğrenci en çok analitik şemayı kullanırken, en az deneysel şemayı kullanmıştır.

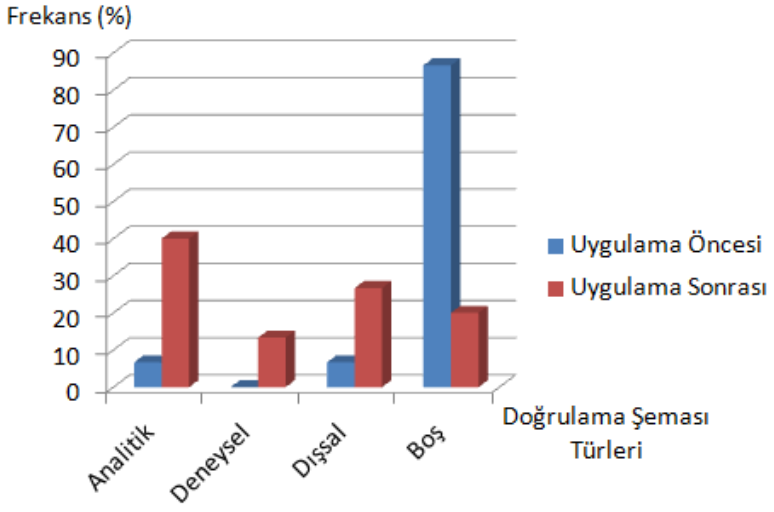
Şekil 4.59 D_{13}'ün uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandığı doğrulama şemalarını göstermektedir.



Şekil 4.59. D_{13}'ün Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları

Şekil 4.59'da görüldüğü gibi, D_{13}'ün uygulama sonrası dışsal şemayı kullanma oranı azalırken, analitik ve deneysel şemaları kullanma oranı artmıştır. Ayrıca analitik şemanın kullanılma oranının, deneysel şemaya göre çok daha fazla arttığı görülmektedir. Sonuç olarak, öğrenci uygulama sonrası en çok analitik şemayı (%46.67) kullanırken, en az deneysel şemayı (%20) kullanmıştır. Bunun yanı sıra, öğrencinin uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemlerin hiçbirini boş bırakmadığı görülmektedir.

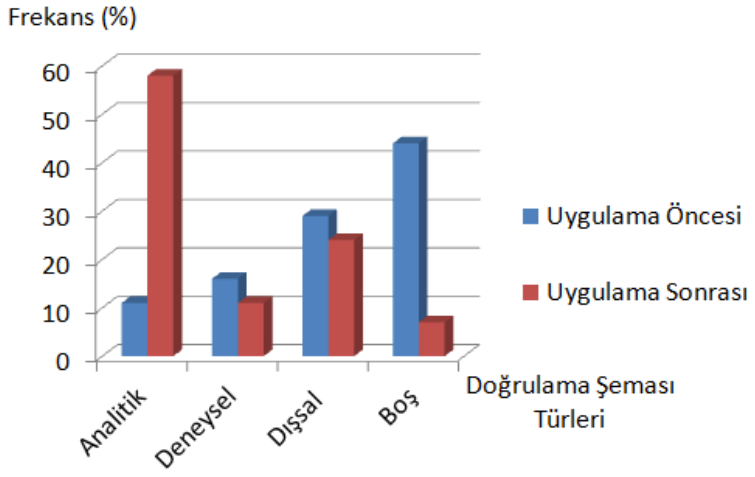
Şekil 4.60 D_{38}'in uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandığı doğrulama şemalarını göstermektedir.



Şekil 4.60. D_{38}'in Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları

Şekil 4.60'da görüldüğü gibi, D_{38}'in uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranı düşerken; dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranı artmıştır. Uygulama öncesi dışsal ve analitik şemaları aynı oranda kullanan öğrenci, uygulama sonrası en çok analitik şemayı (%40) kullanırken, en az deneysel şemayı (%13.33) kullanmıştır.

Sonuç olarak, deney grubu öğrencilerinin genel olarak uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları azalmıştır. Bu durum Şekil 4.61'de açıkça görülmektedir.



Şekil 4.61. Deney Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.61'de görüldüğü gibi, görüşme yapılan deney grubu öğrencileri uygulama sonrası analitik şemaları uygulama öncesine göre çok daha fazla kullanmışlardır. Bu durum, DNR tabanlı öğretimin görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerini geliştirmede ve analitik şemayı daha fazla kullanmalarında etkili olduğunu göstermektedir.

4.2.9. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, "*Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?*" şeklinde belirlenen dokuzuncu alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

Kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemalarında bir farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla, uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.32 kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve uygulama sonrası yapılan görüşmelerde kullandıkları doğrulama şemalarını göstermektedir.

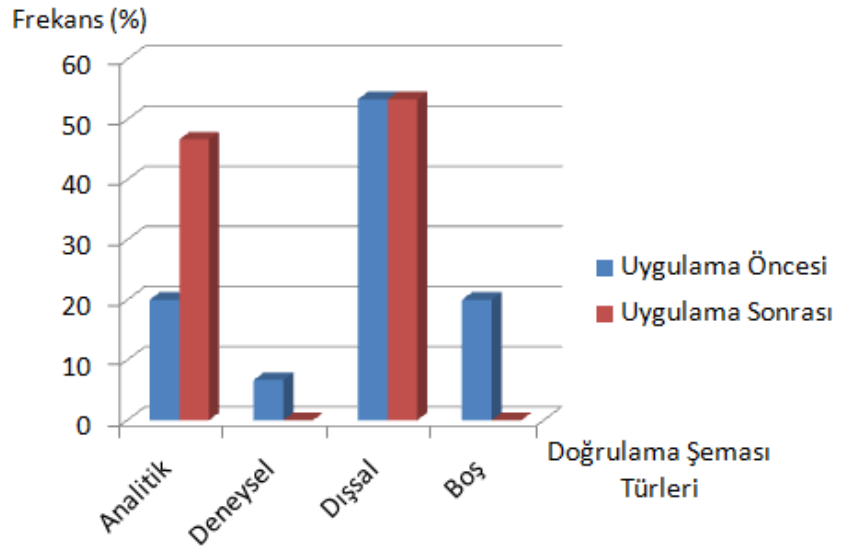
Tablo 4.32.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Öğrenciler	**K_1**				**K_{12}**				**K_{38}**				**Genel**			
ADYP	**Orta**		**İyi**		**Yetersiz**		**İyi**		**Geçersiz**		**Orta**					
	Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test	
Şemalar	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Analitik	3	20	7	46.67	1	6.67	4	26.67	-	-	1	6.67	4	9	12	27
Deneysel	1	6.67	-	-	3	20	4	26.67	2	13.33	3	20	6	13	7	15
Dışsal	8	53.33	8	53.33	5	33.33	4	26.67	2	13.33	6	40	15	33	18	40
Boş	3	20	-	-	6	40	3	20	11	73.33	5	46.67	20	44	8	18
Toplam	15	100	15	100	15	100	15	100	15	100	15	100	45	100	45	100

Tablo 4.32'de görüldüğü gibi, ADYP'ye göre farklı kategorilerde yer alan öğrencilerin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığı görülmektedir. Örneğin, K_1'in uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranı %20'den %46.67'ye yükselirken, K_{12}'nin %6.67'den %26.67'ye yükselmiştir. Uygulama öncesi analitik şemayı hiç kullanmamış olan K_{38} ise, uygulama sonrası yapılan görüşmelerde analitik şemayı %6.67 oranında kullanmıştır.

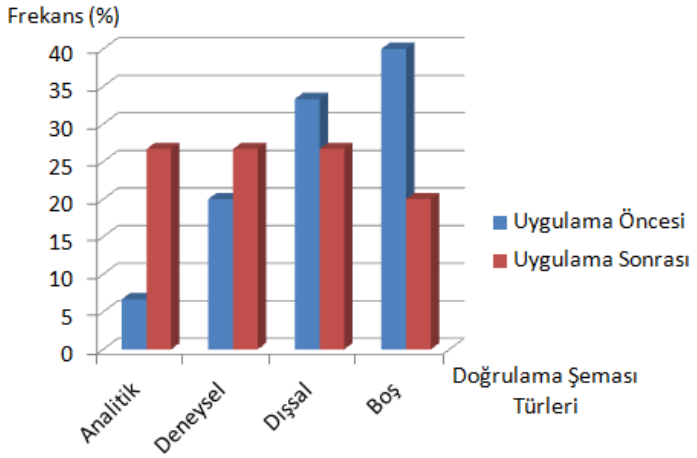
Şekil 4.62'de K_1'in uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandığı doğrulama şemaları gösterilmiştir.



Şekil 4.62. K_1'in Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları

Şekil 4.62'de görüldüğü gibi, K_1'in uygulama sonrası yapılan görüşmede analitik şemayı kullanma oranı %26.67 artarken, deneysel şemayı kullanma oranı %6.67 azalmış ve dışsal şemayı kullanma oranı değişmemiştir. Buna göre, öğrenci uygulama öncesinde olduğu gibi uygulama sonrasında da en çok dışsal şemayı kullanırken, en az deneysel şemayı kullanmıştır.

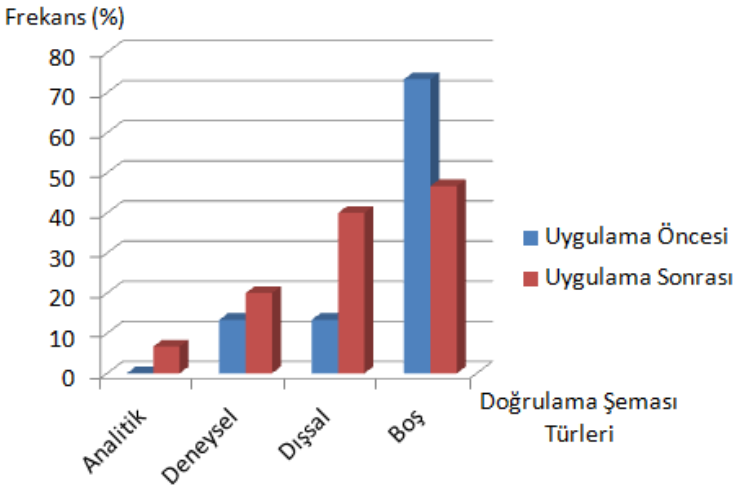
Şekil 4.63 K_{12}'nin uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandığı doğrulama şemalarını göstermektedir.



Şekil 4.63. K_{12}'nin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları

Şekil 4.63'de görüldüğü gibi, K_{12}'nin uygulama sonrası dışsal şemayı kullanma oranı %6.66 azalırken, analitik ve deneysel şemaları kullanma oranları sırasıyla %20 ve %6.67 artmıştır. Buna göre, K_{12}'nin analitik şemayı kullanma oranının deneysel şemaya göre daha fazla arttığı söylenebilir. Ayrıca uygulama sonrası öğrencinin üç şema türünü de aynı oranda (%26.67) kullandığı görülmektedir. Son olarak, uygulama sonrası öğrenci, doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri uygulama öncesine göre daha az boş bırakmıştır.

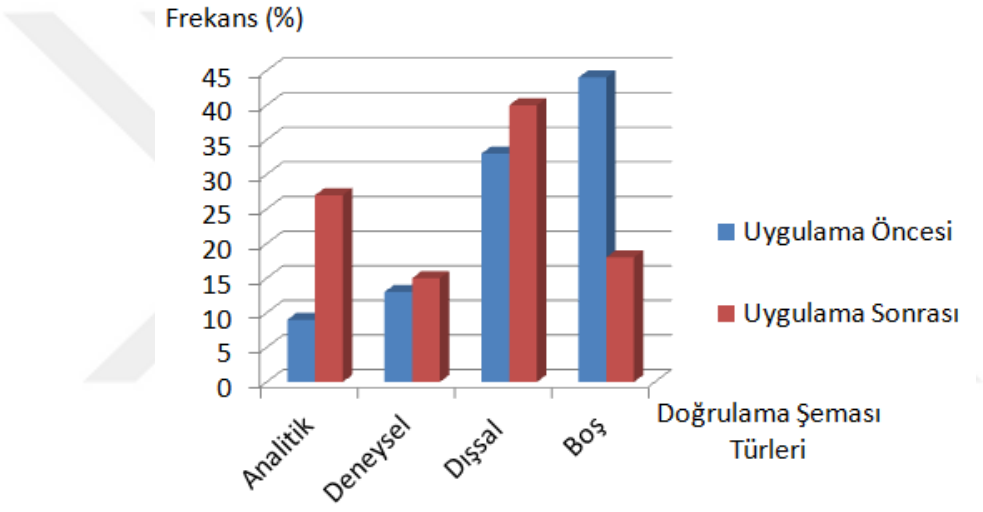
Şekil 4.64 K_{38}'in uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandığı doğrulama şemalarını göstermektedir.



Şekil 4.64. K_{38}'in Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandığı Doğrulama Şemaları

Şekil 4.64'de görüldüğü gibi, K_{38}'in uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranı düşerken, dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranı artmıştır. Uygulama öncesi dışsal ve deneysel şemaları aynı oranda kullanan öğrenci, uygulama sonrası en çok dışsal şemayı (%40) kullanırken, en az analitik şemayı (%6.67) kullanmıştır.

Sonuç olarak, kontrol grubu öğrencilerinin genel olarak uygulama sonrası dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranları artmıştır. Bu durum Şekil 4.65'de açıkça görülmektedir.



Şekil 4.65. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemaları

Şekil 4.65'de görüldüğü gibi, görüşme yapılan kontrol grubu öğrencileri, uygulama sonrası analitik şemayı uygulama öncesine göre daha fazla kullanmışlardır. Buna göre, yapılan öğretim ile birlikte bilgi seviyeleri artan öğrencilerin uygulama öncesine göre daha fazla akıl yürüterek mantıksal çıkarım yapabildikleri söylenebilir.

4.2.10. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Doğrulama Şemalarına İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?*" şeklinde belirlenen onuncu alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

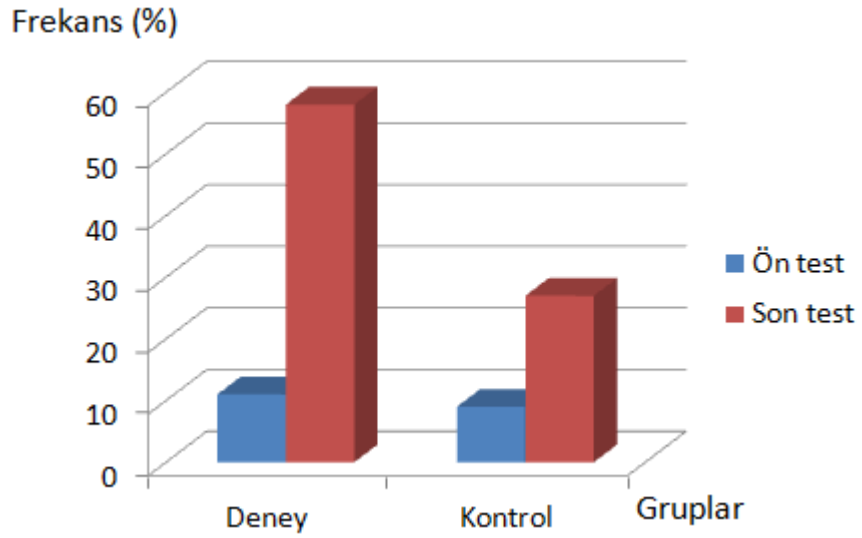
Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandıkları doğrulama şemaları arasında bir farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla, görüşme yapılan öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası kullandıkları doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.33 deney ve kontrol grubu öğrencilerinin genel olarak uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmelerde kullandıkları doğrulama şeması türlerini göstermektedir.

Tablo 4.33.

Görüşme Yapılan Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Kullandıkları Doğrulama Şemaları

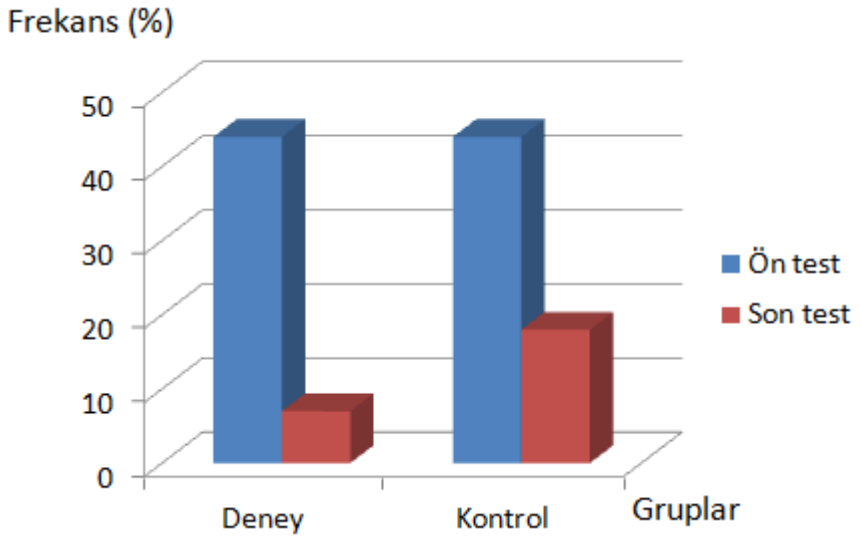
Gruplar	**Deney Grubu**				**Kontrol Grubu**			
	Ön Test		Son Test		Ön Test		Son Test	
Doğrulama Şemaları	f	%	f	%	f	%	f	%
Analitik	5	11	26	58	4	9	12	27
Deneysel	7	16	5	11	6	13	7	15
Dışsal	13	29	11	24	15	33	18	40
Boş	20	44	3	7	20	44	8	18
Toplam	45	100	45	100	45	100	45	100

Tablo 4.33'de görüldüğü gibi, görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları uygulama öncesine göre azalırken, kontrol grubu öğrencilerinin ise artmıştır. Ayrıca her iki grubun analitik şemayı kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığı görülmektedir. Buna göre, deney grubu öğrencilerinin analitik şemayı kullanma oranları %11'den %58'e yükselirken; kontrol grubu öğrencilerinin ise, %9'dan %27'ye yükselmiştir. Bu durum Şekil 4.66'da açıkça görülmektedir.



Şekil 4.66. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Kullandıkları Analitik Şemaya İlişkin Yüzde Değerleri

Şekil 4.66'da görüldüğü gibi, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesine göre analitik şemayı kullanma oranlarındaki artış, kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazladır. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranı, kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla düşmüştür. Bu durum Şekil 4.67'de açıkça görülmektedir.



Şekil 4.67. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Uygulama Öncesi ve Sonrası Yapılan Görüşmelerde Doğrulama Şeması Kullanımı Açısından Problemleri Boş Bırakma Yüzdeleri

Şekil 4.67'de görüldüğü gibi, deney grubu öğrencilerinin doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranı %44'ten %7'ye düşerken, kontrol grubu öğrencilerinin ise %44'ten %18'e düşmüştür.

Bu bulgular doğrultusunda, görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla arttığı söylenebilir. Bu durum, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin doğrulama becerilerini arttırmada, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğunu göstermektedir.

4.2.11. DNR Tabanlı Öğretime Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlikler ve Ödev Soruları İlgili Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, "*DNR tabanlı öğretime uygun olarak geliştirilen etkinlik çalışma yaprakları ve ödev sorularının, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisi var mıdır?"* şeklinde belirlenen on birinci alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

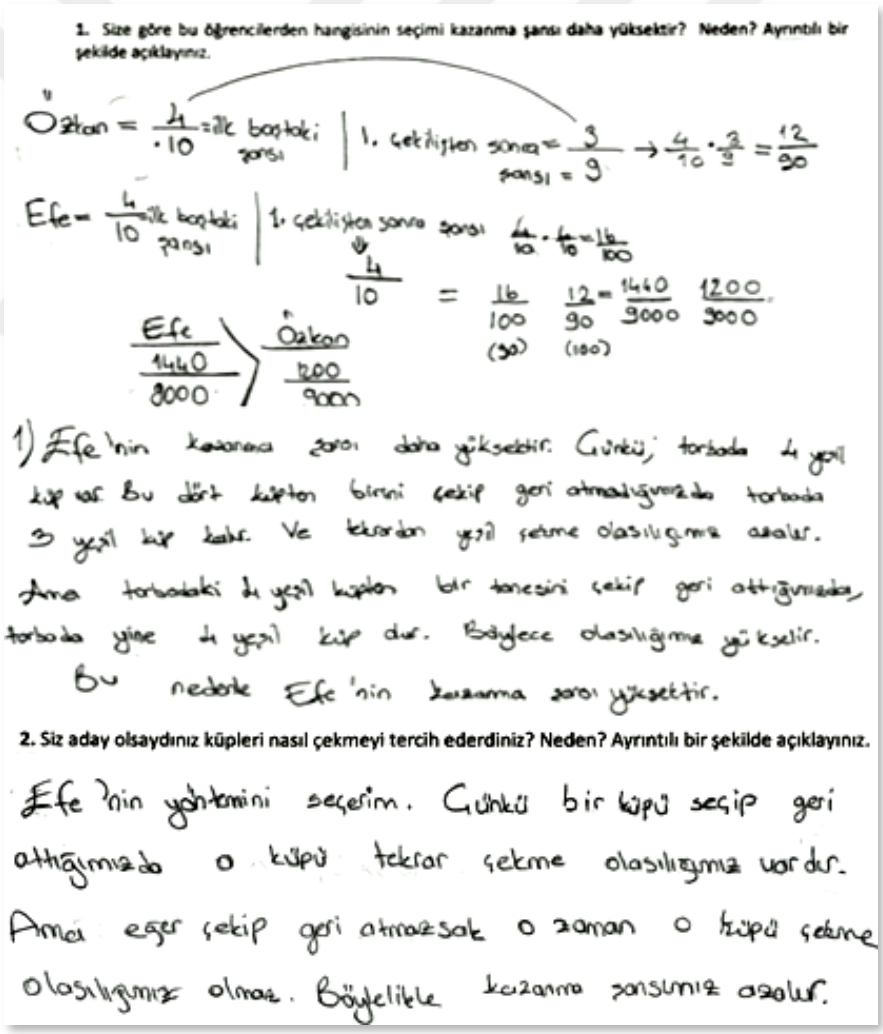
4.2.11.1. DNR Tabanlı Öğretime Uygun Olarak Geliştirilen Etkinlikler İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, deney grubu öğrencilerinin etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemlere yönelik çözümlerini sunmaları sırasında yapılan sınıf tartışmalarına yer verilerek, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu doğrultuda, 8 etkinlik arasından amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen "Kim Kazanır?" isimli etkinlik için yapılan sınıf tartışmasında geçen diyaloglara yer verilerek, öğrencilerin anlama ve düşünme yolları analiz edilmiş ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları ortaya çıkarılmıştır.

Bu etkinlikte öğrencilere, bağımlı ve bağımsız olayları keşfetmelerini ve bu olayların olasılıklarını hesaplayarak sonuçlarını karşılaştırmalarını gerektiren bir senaryo verilmiştir. Etkinlikte yer alan problemler öncelikle, araştırmacı tarafından oluşturulan işbirlikli gruplarda öğrenciler tarafından tartışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler problemleri çözmek için hem bireysel olarak kendi stratejilerini geliştirerek hem de buldukları çözümleri grup arkadaşlarıyla tartışarak çalışmışlardır. Daha sonra her grup, üzerinde

fikir birliği sağladığı çözümleri sınıfa sunmuştur. Grupların problemler için sunduğu çözüm yolları bütün sınıf tarafından değerlendirilmiş ve tartışılmıştır. Böylece öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Bu etkinlikte, bütün gruplar problemleri doğru bir şekilde çözmeyi başarmıştır. Grupların performansları araştırmacı tarafından geliştirilen "Grup Değerlendirme Formu"na (GDF) göre değerlendirilmiştir. Buna göre, grupların aldıkları puanları sunum sırasında yaptıkları açıklamalar ve sorulan sorulara verdikleri cevaplar belirlemiştir. Şekil 4.68 birinci grubun etkinlikte yer alan problemlere ilişkin çözümlerini göstermektedir.


1. Size göre bu öğrencilerden hangisinin seçimi kazanma şansı daha yüksektir? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Özkan = 4/10 = ilk baştaki şansı | 1. çekilişten sonra şansı = 3/9 → 4/10 · 3/9 = 12/90

Efe = 4/10 = ilk baştaki şansı | 1. çekilişten sonra şansı 4/10 · 4/10 = 16/100

4/10 = 16/100 (90) 12/90 (100) = 1440/9000 1200/9000

Efe 1440/9000 > Özkan 1200/9000

1) Efe'nin kazanma şansı daha yüksektir. Çünkü, torbada 4 yeşil küp var. Bu dört küpten birini çekip geri atmadığımızda torbada 3 yeşil küp kalır. Ve tekrardan yeşil çekme olasılığımız azalır. Ama torbadaki 4 yeşil küpten bir tanesini çekip geri attığımızda, torbada yine 4 yeşil küp olur. Böylece olasılığımız yükselir. Bu nedenle Efe'nin kazanma şansı yüksektir.

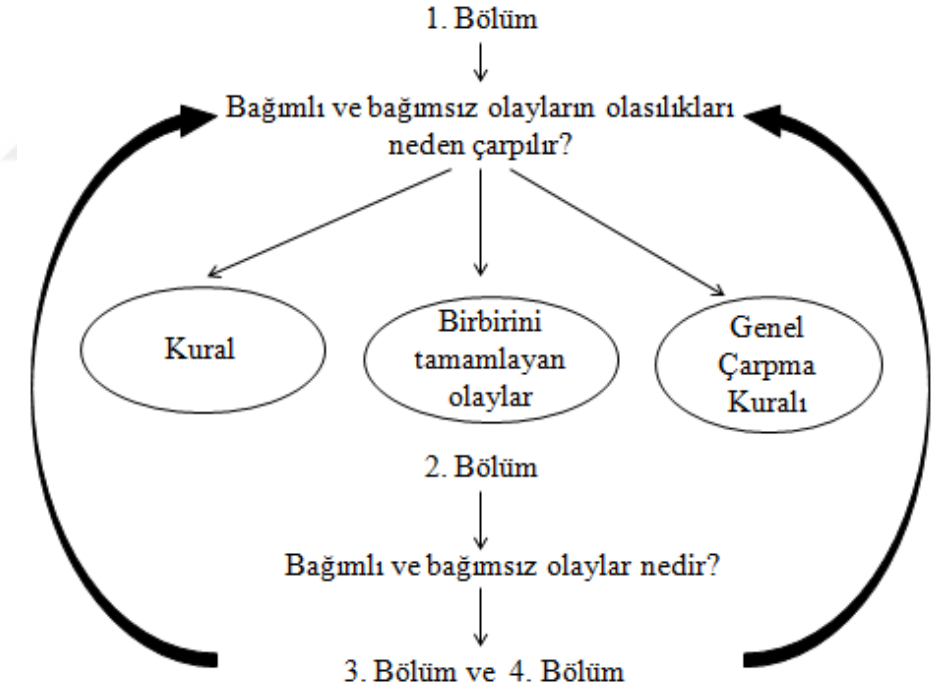
2. Siz aday olsaydınız küpleri nasıl çekmeyi tercih ederdiniz? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Efe'nin yöntemini seçerim. Çünkü bir küpü seçip geri attığımızda o küpü tekrar çekme olasılığımız vardır. Ama eğer çekip geri atmazsak o zaman o küpü çekme olasılığımız olmaz. Böylelikle kazanma şansınız azalır.

Şekil 4.68. Birinci Grubun "Kim Kazanır" Etkinliğine İlişkin Çalışma Yaprağı

Şekil 4.68'de görüldüğü gibi, birinci grubun etkinlikte yer alan problemlere ilişkin çözümleri ve açıklamaları tam ve doğrudur. Grubun performansı GDF'ye göre değerlendirildiğinde *çok iyi* kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Çünkü grup üyelerinin sunum sırasında sorulan sorulara verdikleri cevaplar tatmin edicidir ve arkadaşlarını ikna edebilmişlerdir.

Bu etkinlik için yapılan sınıf tartışmaları dört bölümde incelenmiştir. Birinci bölümde, olasılıkların neden çarpıldığı; ikinci bölümde, bağımlı ve bağımsız olayların ne anlama geldiği tartışılmıştır. Üçüncü bölümde ise, olasılıkların ne zaman ve neden çarpıldığı tartışmasına geri dönülmüştür. Son olarak dördüncü bölümde, yapılan tartışmalar bir sonuca bağlanmış ve olasılıkların neden çarpıldığı konusunda sınıf ikna olmuştur. Şekil 4.69 bu dört bölümde tartışılan konuları ve ortaya çıkan anlama yollarını özetlemektedir.



Şekil 4.69. "Kim Kazanır" Etkinliğinin Özeti

Aşağıda Şekil 4.69'da gösterilen tartışma bölümlerinde geçen diyaloglar sırasıyla sunularak, öğrencilerin bu süreçte ortaya koydukları anlama ve düşünme yolları analiz edilmiş ve kullandıkları doğrulama şemaları belirlenmiştir. Konuşma metinleri sunulurken öğrenciler daha önce belirtildiği gibi "D_1, D_2, D_3, D_4,…" şeklinde,

araştırmacı ise "A" olarak kodlanmıştır. Ayrıca sınıfın genel olarak birlikte cevap verdiği durumlar "S" olarak kodlanmıştır. Kalın harflerle kodlanan öğrenciler ise, sunum yapan grup üyelerini temsil etmektedir.

Tartışmanın ilk bölümü, birinci grubun temsilcisi D_{19}'un etkinlikte yer alan birinci probleme yönelik buldukları çözümü sunmasının ardından, sınıftaki öğrencilerin grup üyelerine yönelttiği sorular üzerine başlamaktadır. Aşağıda bu süreçte geçen diyaloglara yer verilmiştir.

1. Bölüm: Bağımlı ve bağımsız olayların olasılıklarının neden çarpıldığı tartışılıyor.

1 D_9: Burada olasılıkları neden toplamadınız da çarptınız?

2 **D_{19}:** Çünkü zaten kuralımız oydu. İki tane olasılık durumu var burada. Onların ikisini çarptığımızda, onların kapsadığı durumu buluyoruz.

3 D_8: Neden? Topladığınızda kapsadığı durumu bulamıyor muyuz? Yani kural neden öyle? Bir mantığı vardır ki, sonuçta kural olmuştur yani.

4 D_2: Kuralın mantığını soruyor yani.

5 **D_{19}:** Biz mantığını bilmiyoruz, bilen varsa açıklasın.

6 **D_4:** Ben açıklayabilirim. Şimdi bu iki durum bir olayın içinde olduğu için, bir olayın içinde iki durumu karşılaştırmamız gerekir. Toplarsak, bu iki durumu birbirinden farklı şekilde karşılaştırmış gibi oluruz ama çarpmamız iki durumun iç içe gözükmesini belirtir.

7 S: (*Hep birlikte*) Biz anlamadık.

8 **D_4:** Yani burada bir olay oluyor ve bu olayın elemanları 4/10 ve 3/9. Bunlar o olayın elemanları, yani o olayın içinde etkili bir durumda. Etkili oldukları için bunları çarpmamız gerekir ki, birbiriyle genişlesin yani birbirini etkilesin. Anlamadınız değil mi?

9 S: Anlamadık.

10 A: Arkadaşların ikna olmadılar.

11 **D_4:** Başka nasıl anlatabilirim ki? Mesela bir olay ve bu olayın içinde bu iki durum var. Birinci durum 4/10, diğer durum 3/9. Bu durumlar birbirinin içinde yani ikisi de bu olayda lazım. O yüzden bu ikisini çarparız. Genel çarpma kuralı.

12 A: **Ne demek istediğini biraz daha ayrıntılı açıklayabilir misin?**

13 **D_4:** Yani bu iki durum birbirini tamamlıyor. Toplarsak birbiriyle birleşmiş olurlar ama çarparsak iç içe olmuş olurlar.

14 D_2: İç içe derken ne demek istiyorsun?

15 **D_4:** Yani 9 ile 10 çarpılırsa 90, öyle yani.

16 D_{21}: Birbirini tamamlıyor yani.

17 S: (*Sınıftan sesler yükselir*) Hala anlamadık.

18 D_8: (*Gruba sorar*) Niye toplamadığınızı sordular ya, bu durumun ayrık ve ayrık olmayan olaylarla bir ilgisi olabilir mi? Varsa açıklar mısınız?

19 **D_{19}:** Bence vardır ama ayrık olan olaylardan ziyade, bağımlı olaylarla bir ilgisi var. Çünkü buradaki değer (3/9), buna (4/10'a) bağlı oluyor. Çünkü buradaki (4/10) azaldıkça, bağımlı oldukları için buradaki (3/9) de etkileniyor. O yüzden çarpıyoruz.

20 A: İkna oldunuz mu?

21 S: (*Bazıları evet, bazıları hayır der*) Olmadık.

22 A: Bütün gruplar bu sorunun yanıtını tekrar düşünsün bence, birazdan tekrar tartışalım.

Birinci bölümde yapılan tartışmalar genel olarak değerlendirildiğinde, sınıfın tartışma sürecine aktif olarak katıldığı, öğrencilerin yapılan işlemlerin anlamını sorgulamak amacıyla grup üyelerine yönelttikleri soruların (1, 3, 14 ve 18), konunun değişik yönlerden ele alınmasını sağladığı söylenebilir. Bu süreçte, sunum yapan grup üyeleri arkadaşlarını ikna etmek için dışsal ve analitik şemaları kullanmışlardır. Örneğin, D_9'un olasılıkların neden çarpıldığını sorması üzerine (1), grup üyelerinden D_{19}'un bunun bir kural olduğunu belirterek yapmış olduğu açıklama (2) ikna edici olmamıştır. Benzer şekilde, D_8'in konunun ayrık ve ayrık olmayan olaylarla ilgisi olup olmadığı sorusu üzerine (18), D_{19}'un bağımlı olaylarla ilişki kurması ve problemdeki olayların birbirini etkilediği için çarpılmaları gerektiğini belirtmesi (19), öğrencinin konuyu öğrendiği kurallar veya prosedürlerle açıklamaya çalıştığını, ancak yapılan işlemlerin anlamını tam olarak kavrayamadığını göstermektedir. Bu doğrultuda, D_{19}'un dışsal şemayı kullandığı söylenebilir. Grup üyelerinden D_4'ün iki olayın birbirini tamamladığı için çarpılması gerektiğine ilişkin yaptığı açıklamalar ise (6, 8, 11 ve 13), kurallara dayanmaktan çok, bu kuralların mantığını açıklamaya yöneliktir. Bu doğrultuda öğrencinin mantıksal bir çıkarım yaptığı ve analitik şemayı kullandığı söylenebilir.

Tartışmanın ikinci bölümü, bağımlı ve bağımsız olayların ne anlama geldiği üzerine yapılan tartışmalar ile devam etmiştir. Bu bölüm, grup üyelerinden D_{22}'nin etkinlikte yer alan ikinci probleme ilişkin çözümü anlatması ile başlamaktadır.

2. Bölüm: Bağımlı ve bağımsız olayların ne anlama geldiği tartışılıyor.

1 **D_{22}:** Arkadaşlar ikinci soruda "siz aday olsaydınız küpleri nasıl çekmeyi tercih ederdiniz?" diyor. Efe gibi çekmeyi tercih ederdik çünkü çektiği küpü geri attığı için, bunlar bağımsız olaylardır. Bağımsız olaylarda kazanma şansı daha yüksek olduğu için, Efe gibi yapardık. Özkan'da olaylar bağımlı olaydır, birbirini etkiliyor çünkü. 4/10 iken, küpü çektiğinde geri atmadığı için 3/9 oluyor.

2 D_2: Bağımlı veya bağımsız olay olduğunu nereden anladınız? Mesela Özkan'a bağımlı, Efe'ye bağımsız dedin. Neye göre karar verdin?

3 **D_{22}:** Olaylar birbirini etkiliyor çünkü. Efe çektiği küpü torbaya geri atıyor. Yani yine aynı olasılık oluyor, etkilemiyor. Fakat Özkan birinci çektiği küpü geri atmadığı için, yani ikinci olasılığı etkilediği için bağımlı olay oluyor.

4 **D_{15}:** Yani birinci olay ikinci olayı etkiliyor. Onun için bağımlı olay oluyor.

5 D_2: Arkadaşımız az önce dedi ki, bağımsız olayların şansı bağımlı olayların şansına göre daha fazla. Yani bağımsız olayların şansı daha fazla oluyor dedin. Bunu mesela nereden anlıyorsun? Tamam, burada bağımlı olayda değeri düşmüş olabilir belki, ama mesela başka bir olayda bağımlı olay bağımsız olaya göre değerini yükseltebilir.

6 **D_{22}:** Ben bu soruya bakarak anlattım, yani başka nasıl olur anlamadım.

7 **D_{15}:** Özkan o zaman dışarıdan bir küp alacak torbanın içine atacak. O zaman olasılık 5/11 olur. Öyle olabilir. Ama biz hani, bu soru için düşündüğümüz için…

8 D_2: Tamam, bu soruda gayet doğru açıkladınız da genel söyleyince…

9 **D_{15}:** Yok, genel söylemedi, onu bu soru için söyledi.

10 A: **Bağımlı olayın olasılığı hangi durumda artabilir, verdiğiniz örneği biraz daha açıklayabilir misiniz?**

11 **D_{15}:** Mesela torbanın içinde toplam 10 tane küp var. Özkan dışarıdan bir tane

yeşil küp alırsa ancak öyle artabilir, yoksa başka türlü artamaz.

12 A: Yani küp sayısını eksiltmek yerine arttırmayı mı düşünüyorsunuz?

13 **D_{15}:** Arttırırsak olur, ama öyle zaten adil bir oyun olmaz. Çünkü Özkan için arttırıyorsak, Efe için de arttırmamız gerekir.

14 D_2: Ama o zaman bağımsız olay olmaz mı?

15 S: Bağımlı olay oluyor.

16 **D_{15}:** Bağımlı olay oluyor. Birinci olay ikinci olayı etkilediği için.

17 D_2: O zaman tamam. Ben genel konuştuğunuz için öyle demiştim.

İkinci bölümün başında, D_{22}'nin problemde verilen durumla ilgili olarak Efe'nin olayının bağımsız, Özkan'ın olayının bağımlı olduğunu ifade etmesi üzerine (1), D_2 bu olayların bağımlı ya da bağımsız olduğuna nasıl karar verildiğini sormuştur (2). Bunun üzerine D_{22}, olasılıklardan yola çıkılarak iki olayın birbirini etkileyip etkilemediğine karar verilebileceğini ifade etmiş (3), D_{15} de onu onaylayan benzer bir açıklama yapmıştır (4). Daha sonra, D_{22}'nin ortaya atmış olduğu "*bağımsız olayların kazanma şansının daha yüksek olduğu*" iddiasını (1) hatırlatan D_2, bu iddianın her zaman geçerli olup olmayacağını sorgulamıştır (5). Bunun üzerine, bağımlı olayların olasılığının bağımsız olaylardan daha fazla olabileceği bir durum olup olmadığı tartışılmaya başlanmıştır. D_{15} böyle bir durumun dışarıdan bir küp alınıp torbaya atılması ile gerçekleşebileceğini, ancak bunun da oyunu adil olmaktan çıkarabileceğini ifade etmiştir (7, 11 ve 13).

İkinci bölümde yapılan tartışmalar genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin yüzeysel cevaplardan tatmin olmadığı ve birbirlerinin ifadelerini derinlemesine sorguladıkları, ayrıca problemde verilen durumları farklı yönlerden değerlendirmeye çalıştıkları görülmektedir (2 ve 5). Bu süreçte öğrencilerin cevaplarını doğrulamak için akıl yürüterek yaptıkları mantıksal açıklamalar, onların analitik şemayı kullandıklarını göstermektedir. Örneğin, D_{22}'nin bağımlı ve bağımsız olaylarda iki olayın olasılıklarının birbirini nasıl etkilediğine ilişkin yaptığı açıklamalar (3), onun analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Benzer şekilde, D_{15}'in grup arkadaşı D_{22}'nin ortaya attığı iddiayı (1) doğrulamak için verdiği örnek ve sonrasında yaptığı açıklamalar (7 ve 11), mantıksal bir çıkarım olarak değerlendirilebilir ve öğrencinin analitik şemayı kullandığı söylenebilir.

Tartışmanın üçüncü bölümünde, birinci bölümde ele alınan ve tam bir sonuca bağlanmamış olan bağımlı veya bağımsız olaylarda olasılıkların neden çarpıldığı konusu yeniden tartışılmıştır. Bu bölüm, D_5'in olasılıkların neden çarpıldığı sorusunu sunum yapan gruba yeniden yöneltmesi üzerine başlamaktadır.

3. Bölüm: Bağımlı ve bağımsız olayların olasılıklarının neden çarpıldığı bir kez daha tartışılıyor.

1 D_5: Bu olaylar neden çarpılıyor. Bunu bize açıkça anlatır mısınız?

2 **D_4:** Şimdi 6. sınıfta bir şey öğrenmiştik. Mesela 6 tane kazak vardı, 2 tane etek vardı. Bir de mesela 5 tane de gömlek vardı. Bu gömleklerle kazakların birlikte seçilme olasılığını sorunca, biz bunları çarpıyorduk. Bu problemde de öyle çarpıyoruz. Bu genel çarpma özelliğini, biz buna yansıtıyoruz yani genel çarpmayı kullanıyoruz.

3 D_2: Burada mesela bir kazakla bir gömlek dedin ya. Peki, bu problemde buna nasıl örnek verebilirsin?

4 **D_4:** Mesela buradaki 5 gömlek, problemdeki 4 tane yeşil küpe denk geliyor. Anladın mı?

5 D_2: Tamam, sonra neden bunlar çarpılıyor mesela? Ben onu anlamadım.

6 **D_{18}:** Çünkü burada, mesela bir oyunda 2 defa küp çekiyoruz. Burada ortak olasılık buluyoruz.

7 D_2: Tamam, verdiğiniz örnekte iki farklı şeyi çarpıyorsunuz (*kazak ve gömlek örneği*) ama burada ikisi de yeşil.

8 **D_4:** Burada bir gömlek, bir de kazak olmalıydı. Burada da iki tane olayımız olduğu için, yani birinci küp ve ikinci küp. Birinci küp 4 yeşil, ikinci küp de 4 yeşil oluyor. Yani ikisini çarpmamız gerekiyor.

9 A: **Arkadaşların için biraz daha ayrıntılı açıklayabilir misin?**

10 **D_4:** Mesela gömlek ve kazak diye örnek verirsek hocam, böyle iki şey var ya hani bir gömlek bir de kazak seçeceğiz, yani iki şey. Burada da (*birinci 4/10'u işaretler*) mesela bir gömlek seçeceğiz, burada ise (*diğer 4/10'u işaretler*) bir kazak seçeceğiz, ama aslında bunların ikisi de aynı. İkisi de 4 yeşil oluyor.

11 D_6: Peki, kazak ile gömlekleri seçerken neden toplamadın da çarptın?

12 **D_4:** Çünkü genel çarpma özelliği.

13 D_2: Peki, genel çarpma özelliği nedir?

14 D_{29}: Evet, açıklar mısınız lütfen?

15 D_{24}: Mutlaka bir mantığı vardır yani.

16 A: **Gömlek ile kazak örneğinde neden çarptınız? Bence önce onu açıklamaya çalışın.**

17 **D_{19}:** Ben anlatabilirim hocam. Şimdi burada sırayla yazmak yerine çarpıyoruz. Mesela birinci gömlek ile birinci kazak. Sonra birinci gömlek ile ikinci kazak. Sonra aynı gömlek ile üçüncü kazak seçilebilir. Böyle bunları sırayla yazmak yerine çarpıyoruz.

18 D_6: Bu da genel çarpma özelliği mi oluyor?

19 D_2: Evet, ben öyle biliyorum. Ama bu olayı, nasıl buna (*problemi kasteder*) yansıttığınızı anlayamadım. Çok alakasız bence.

20 **D_4:** Alakasız olsa, o zaman biz burada çarpmayız. Kendin diyorsun, demek ki alakalı ki, çarpıyoruz.

21 D_2: Ama ben bunu anlamadım. Mesela gömlek ve kazakları neden çarptığımızı anladım ama bunu, bu probleme nasıl yansıttığınızı anlamadım.

22 **D_4:** Şimdi burada da 1. küp, 2. küp, 3. küp ve 4. küp var. Diğer olayda da 1. küp, 2. küp, 3.küp ve 4. küp oluyor. Bunlar eşleşiyor. Bu bir bununla, bir bununla eşleşiyor. Aynısını buna da yaptığımda aynı şeyler, burada da 4 yeşil küp var burada da 4 yeşil küp var. Diğerinde ise 5 gömlek ve 6 kazak var. Yani ikisinde de eşleştirme var. Bu seçenekleri tek tek yazmak yerine, çarparak bulabiliyoruz.

23 A: **Yani arkadaşlarınız burada da bir eşleştirme olduğu için çarpma yapılması gerektiğini söylediler, ikna oldunuz mu?**

24 S: Evet.

Bu bölümde yapılan tartışmalarda, problemdeki iki olasılık değerinin neden çarpılması gerektiği derinlemesine sorgulanmıştır. Bu sorgulama sürecinde D_4'ün, olasılıkların çarpılması gerektiği iddiasını doğrulamak için 6. sınıfta öğrendiği genel çarpma özelliğini hatırlatması (2) ve problemle ilişkisini kurmaya çalışması (4, 8 ve 10), onun muhakeme yaptığını ve öğrendiklerini içselleştirdiğini göstermektedir. D_4'ün genel

çarpma özelliği ile ilgili vermiş olduğu örneğin sınıf tarafından tam olarak anlaşılmaması üzerine (7, 11, 13, 14 ve 15) araştırmacı, öğrenciden neden çarpma işlemi yapılması gerektiğini, gömlek ve kazak örneği üzerinden açıklamasını istemiştir (16). Bunun üzerine D_{19} grup adına söz almış ve D_4'ün vermiş olduğu örnekte kazak ve gömleklerin kaç farklı şekilde seçilebileceğini göstererek, bu seçeneklerin sayısının çarpılarak da hesaplanabileceğini ifade etmiştir (17). D_{19}'un yaptığı bu açıklama, mantıksal bir çıkarım olarak değerlendirilebilir ve öğrencinin analitik şemayı kullandığı söylenebilir. D_{19}'un açıklamaları doğrultusunda sınıf genel olarak ikna olsa da, D_2 verilen örneğin mevcut problemle ilişkisini kuramadığını belirtmiştir (19 ve 21). Bunun üzerine D_4, verdiği örnek ile problemin benzer yönlerini açıklayarak her iki durumda da eşleştirme yapıldığını ve bu nedenle seçeneklerin sayısının çarpma işlemi ile bulunabileceğini belirtmiş (22) ve sınıfı ikna etmeyi başarmıştır (24). Burada D_4'ün daha önce edinmiş olduğu bilgiyi yeni bir durumda kullanabilmesi, mantıksal çıkarım yaptığını ve analitik şemayı kullandığını göstermektedir. Diğer taraftan, tartışmanın birinci bölümünde dışsal şemayı kullanan D_{19}'un bu bölümde analitik şemayı kullanması, yapılan sınıf tartışmalarının öğrencileri çok yönlü düşünme ve doğru anlama ve düşünme yollarını geliştirme konusunda olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

Tartışmanın son bölümü olan dördüncü bölüm, D_1'in problem hakkında yeni bir soru ortaya atması üzerine başlamıştır.

4. Bölüm: Bağımlı ve bağımsız olayların olasılıklarının neden çarpıldığı son kez tartışılıyor.

1 D_1: 5. turun sonunda Efe'nin yeşil çekme olasılığını bize hesaplar mısınız?

2 **D_4:** Bir turda Efe'nin yeşil çekme olasılığı 4/25. Bu olasılığı 5 ile genişletirsek, beşinci turun sonunda Efe'nin yeşil çekme olasılığını hesaplamış oluruz. İkna oldun mu yoksa hesaplayayım mı?

3 D_1: İkna olmadım. Hesaplar mısın?

4 **D_4:** Tamam, 20/125 olur. İkna oldunuz mu?

5 S: Olmadık.

6 **D_4:** Nasıl bir şey bekliyorsunuz? Hepsinde yeşil bulabilirse böyle olur, ama yeşil bulmama olasılığı da var. Mesela ikinci olayda bir yeşil bir sarı

çekebilir.

7 D_{12}: Bu birinci tur 4/25 ya, o zaman 5. turda da aynı şans olmaz mı? Çünkü aynı şans, yani bunları çarpmaya gerek yok, bu genişlemiş hali.

8 D_3: Aynen katılıyorum.

9 **D_4:** Haklısın öyle de düşünülebilir.

10 D_3: Şimdi burada 5 ile çarpsan tamam diyeceğim ama niye 5 ile genişlettin? Genişletme ile çarpma farklı şeyler.

11 **D_4:** Doğru aslında burada 5 ile genişletmenin bir mantığı yok. Burada yanlış bir yol izlemişim. Çünkü bunun sadeleşmiş hali yine 4/25. Şöyle söyleyeyim, eğer Efe 5 olayın hepsinde 4/25 olasılığı ile yeşilleri bulursa, toplama bakarsak 125 kere oynamış 20 sinde de Efe bulmuş olur. 5. olayın sonunda da toplamı bu şekilde özetleyebiliriz. Bu konuya itirazı olan var mı?

12 D_5: Burada D_{12} beşinci turda olasılığı 4/25 olur dedi. D_{12}'nin söylediği doğru ama burada D_1 toplamlarını mı sordu yoksa 5. turdaki olasılığı mı sordu? Bu anlaşılmadı bence.

13 D_1: Beşinci turun sonunda Efe'nin kazanma olasılığı toplam kaçtır? Bütün turlar 4/25 olduğuna göre, 5. turun sonunda nasıl 4/25 olur? Yani beşinci turu sormadım ben. Beşinci tura gelene kadar toplamını sordum.

14 D_{11}: Burada 5 tane olasılık olduğu için 5 ile çarpmıyor muyuz? Bence öyle.

15 D_3: D_1'in demek istediği beşinci turun sonundaki toplamları ise, o zaman paydalar değişmediği için sadece paylar toplanır yani 20/25 olur.

16 A: **Peki, ben başka bir şey sormak istiyorum. D_1'in sorduğu bu soruda olasılıklar toplanmalı mı yoksa çarpılmalı mıdır?**

17 **D_{18}:** Hocam hepsi de 4/25 değil mi zaten?

18 A: **Arkadaşınız tek bir oyunu değil, bir bütün olarak 5 oyundaki şansını soruyor.**

19 S: O zaman çarpılır.

20 A: Neden çarpılacağını düşünüyorsunuz?

21 **D_4:** Hocam birbirini etkiliyor, yani 5 oyunun sonunda birinci oyun da, ikinci oyunu etkiliyor. Çünkü etkilemese zaten 5 oyun oynanmaz ki. Birinci oyunda biter o zaman.

22 A: **Oyunların birbirini etkilemesi ile ne anlatmak istediğini biraz daha açıklayabilir misin?**

23 **D_4:** Hocam mesela kazanma olasılığı, yani kazanmasında 5 oyunun da etkisi var. O yüzden 5 oyunun bütün elemanlarının çarpılması gerekir.

24 A: Katılıyor musunuz?

25 S: Evet.

26 D_2: Eğer bir bütün olarak düşünürsek, daha önce D_3'ün de örnek verdiği gibi 5 gömlek, 6 kazak vardı ya mesela, burada da 1. turu ele alırız, 2. turu alırız, 3., 4. ve 5. turu ele aldığımızda bunlar kendi arasında eşleşir. Yani bunların hepsini çarpmamız gerekir, öyle düşünüyorum.

27 D_{11}: O zaman hepimiz yanlış anlattık.

28 A: Son olarak ne düşünüyorsunuz?

29 **D_4:** Başta, biz D_1'in sorusunu yanlış anlamışız.

30 A: **Size başka bir soru sormak istiyorum. Bir parayı 5 kere attığımızı düşünelim. Beşinde de yazı gelme olasılığı sorulsun. 5 atışta yazı gelme olasılığını bulmak için ne yaparsınız?**

31 **D_4:** Yapayım hocam. ½. ½. ½. ½. ½ = 1/32 olur.

32 A: **Peki, problemdeki oyun buna benziyor mu? Yeşil gelme olasılığını ne olarak bulmuştunuz?**

33 S: 4/25

34 A: **Her oyunda iki yeşil bulma olasılığımız aynı olduğuna göre, 5 oyunda da iki yeşil bulma olasılığını hesaplamak için aynı yöntemi kullanabilir miyiz?**

35 S: Evet, kullanabiliriz, aynı mantık. 4/25'in 5. kuvveti olur hocam.

36 A: Bu örnek açıklayıcı oldu mu sizin için? İkna oldunuz mu?

37 S: Evet hocam.

Bu bölümde, öğrencilerin probleme farklı yönlerden bakıp yeni sorular ürettikleri ve bu sorulara cevap ararken, öğrendiklerini yeniden sorgulama fırsatı buldukları görülmektedir. Örneğin, D_1'in 5 turun sonunda yeşil küp çekme olasılığının nasıl hesaplanacağını sorması üzerine (1), öğrencilerden D_4 yeşil gelme olasılığını 5 ile genişletmeyi önermiş (2), ancak sınıfı ikna edememiştir (5). Ayrıca D_3 bu fikre karşı çıkarak, 5 ile genişletme yerine çarpma işlemi yapılmasının daha uygun olabileceğini

öne sürmüştür (10). D_4 ve D_5 ise, beşinci turun sonunda olasılığın değişmeyeceğini iddia etmişlerdir (11 ve 12). Daha sonra, sorduğu sorunun yanlış anlaşıldığını fark eden D_1'in sorusunu yeniden açıklaması üzerine (13), D_3 bütün turlardaki olasılıkların toplanması gerektiğini ileri sürmüştür (15). Bu noktada, araştırmacının müdahalesi ile (16) olasılıkların toplanması mı yoksa çarpılması mı gerektiğine ilişkin yeni bir tartışma başlamıştır. D_4 beş turdaki olasılıkların birbirini etkilediğini ve bu yüzden çarpılmaları gerektiğini iddia ederken (21 ve 23), D_2 de bu fikri desteklemiş ve önceki bölümlerde tartışılan kazak ve gömlek örneğini hatırlatarak, eşleştirme yapıldığı için olasılıkların çarpılması gerektiğini belirtmiştir (26). Burada D_2 ve D_4'ün iddialarını doğrulamak için önceki bilgilerini kullanarak yaptıkları bu açıklamalar, mantıksal bir çıkarım olarak değerlendirilebilir ve öğrencilerin analitik şemayı kullandıkları söylenebilir. Son olarak, araştırmacının olasılıkların neden çarpıldığının daha iyi anlaşılması için verdiği örnek ile (30), öğrenciler tamamen ikna olmuşlardır (35 ve 37).

"Kim Kazanır" etkinliğine yönelik yapılan sınıf tartışmaları genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin tartışma sürecine aktif olarak katıldıkları, yapılan işlemleri ve birbirlerinin ifadelerini derinlemesine sorguladıkları söylenebilir. Öğrencilerin, verilen problem durumlarını farklı yönlerden değerlendirmeye çalışmaları, yeni soruların üretilmesini ve öğrenilenlerin tekrar tekrar sorgulanmasını sağlamıştır. Öğrenciler bu süreçte akıl yürüterek mantıksal açıklamalar yapmış ve sıklıkla analitik şemayı kullanmışlardır. Ayrıca öğrendiklerini içselleştirmişler ve bilgilerini yeni durumlarda kullanabilmişlerdir. Bu durum, sınıfta ezberden uzak ve anlamlı bir öğrenme ortamı oluşturulduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, DNR tabanlı öğretime uygun olarak geliştirilen etkinliklerin; sınıfta istenen öğrenme ortamının oluşturulmasında, öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılmasında, olasılık ve istatistik ile ilgili kavram, formül ve işlemlerin derinlemesine sorgulanmasında ve bu süreçte analitik şemanın sıklıkla kullanılmasında etkili olduğu söylenebilir.

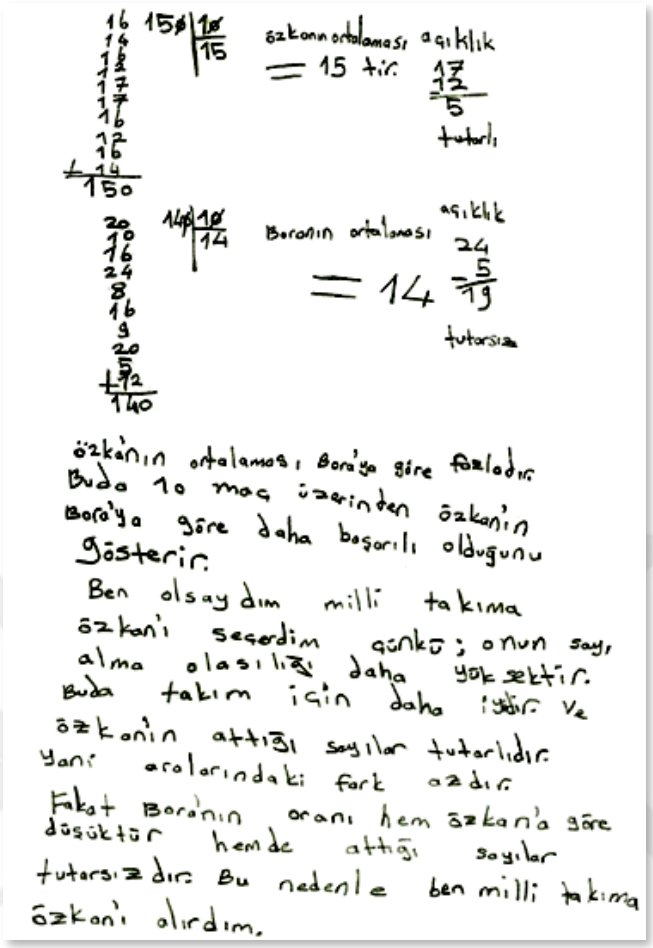
4.2.11.2. Ödev Soruları ile İlgili Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili öğrendiklerini yeniden sorgulamaları ve geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirmeleri amacıyla geliştirilen ödev sorularına yönelik çözümlerini sunmaları sırasında yapılan

sınıf tartışmalarına yer verilerek, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu doğrultuda, 6 ödev sorusu arasından amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen üçüncü problem için yapılan sınıf tartışmalarında geçen diyaloglara yer verilerek, öğrencilerin anlama ve düşünme yolları analiz edilmiş ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemaları ortaya çıkarılmıştır.

Ödev sorularından üçüncü problem, iki alt problemden oluşmaktadır. Birinci alt problemde, iki basketbolcunun 10 maçta attıkları basket sayılarını gösteren bir tablo verilmiş ve öğrencilerden, uygun merkezi eğilim ve yayılma ölçülerini kullanarak iki sporcuyu attıkları basket sayılarına göre karşılaştırmaları istenmiştir. İkinci alt problemde ise, öğrencilerden milli takımda oynaması için iki sporcudan birini seçmeleri ve neden bu sporcuyu seçtiklerini açıklamaları istenmiştir. Bu problem, öğrencilere merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri konusunun öğretimi tamamlandıktan sonra evde çözmeleri için verilmiştir. Öğrenciler problem için bireysel olarak geliştirdikleri çözüm yollarını daha sonra sınıfta grup arkadaşlarıyla paylaşmış ve her grup problem için en uygun gördükleri çözüm yollarını sınıfa sunmuştur. Sunulan çözümler bütün sınıf tarafından değerlendirilmiş ve tartışılmıştır. Böylece öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını pekiştirmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

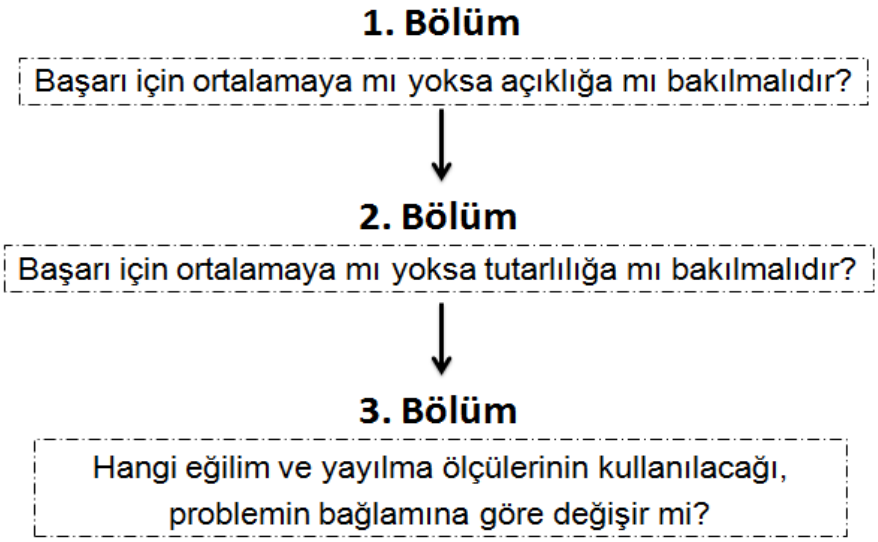
Şekil 4.70 dördüncü grubun üyelerinden D_5'in üçüncü probleme ilişkin çözümünü göstermektedir.



Şekil 4.70. D_5'in Üçüncü Probleme İlişkin Çözümü

Şekil 4.70'de görüldüğü gibi, D_5'in grubu adına sunduğu çözüm tam ve doğrudur. Grup üyelerinin sunum sırasında sorulan sorulara verdikleri cevaplar açıklayıcı ve tatmin edici olduğundan, grubun performansı *çok iyi* kategorisinde değerlendirilmiştir.

Grup sunumu sırasında yapılan sınıf tartışması 3 bölümde incelenmiştir. Birinci bölümde, problemde verilen durum için açıklığa mı yoksa aritmetik ortalamaya mı bakılması gerektiği tartışılmıştır. İkinci bölümde, başarı için ortalamaya mı yoksa tutarlılığa mı bakılması gerektiği konusundaki tartışmaya devam edilmiştir. Üçüncü bölümde ise, problemde verilen durumun bağlamına göre hangi eğilim ve yayılma ölçülerine hangi sırada bakılması gerektiği tartışılmıştır. Şekil 4.71'de üçüncü probleme ilişkin yapılan tartışmalar özetlenmiştir.



Şekil 4.71. Üçüncü Probleme İlişkin Yapılan Sınıf Tartışmasının Özeti

Aşağıda sunulan tartışmanın birinci bölümünde, grup üyeleri problemde verilen iki sporcuyu aritmetik ortalamalarına göre karşılaştırmış ve ortalaması yüksek olan Özkan'ı daha başarılı bularak, milli takımda oynaması için onu seçeceklerini ifade etmişlerdir. Sınıf tartışması D_6'nın bu fikre karşı çıkması ile başlamıştır.

1. Bölüm: Başarı için ortalamaya mı yoksa açıklığa mı bakılması gerektiği tartışılıyor.

1 D_6: Bora'da aritmetik ortalama kullanmışsınız ama burada aritmetik ortalama kullanmak doğru değil. Çünkü en büyük sayı ile en küçük sayı arasında bir uçurum var ve bu da direkt doğru sonucu vermeyebilir. Bence standart sapmayı kullansanız daha iyi olur.

2 A: Peki, bu konu hakkında siz ne düşünüyorsunuz? (*Sınıfa sorar*)

3 D_{16}: Bence açıklık değeri ile değerlendirmeleri gerekir.

4 D_2: Bence Özkan'da da Bora'da da en büyük değer ile en küçük değeri çıkarsınlar.

5 S: O, açıklık değeri oluyor işte.

6 D_2: Hayır, ikisini çıkarsınlar sonra ortalamasını bulsunlar. Yani Özkan'da en küçük değer 12, en büyük değer 17. Bora'da ise en küçük değer 5, en büyük değer ise 24. Bence ortalamayı bulurken, bu en büyük ve en küçük değerleri ortalamadan çıkaralım. Yani sayı olarak çıkaralım bunları.

Ortalama alırken toplamayalım yani.

7 A: **Peki, neden bu değerleri çıkarma ihtiyacı duyduğunu biraz daha açıklayabilir misin?**

8 D_2: Hocam arada çok fazla fark olduğu için belki bize daha iyi bir sonuç verebilir diye düşündüm.

9 D_7: Ama o zaman, o da yanıltabilir hocam. Farklı bir sonuç çıkabilir. Daha çok etkiler.

10 D_8: Bence aritmetik ortalamada uç değerlerin önemi yok ki, bütün sayıları sonuçta ele alıyoruz. Açıklık değeri bulsak, açıklığı bayağı etkiler. Ama aritmetik ortalamada içindeki sayılar da bizim için önemli.

11 A: **Arkadaşınız aritmetik ortalama uç değerlerden etkilenmez diyor, ne düşünüyorsunuz?**

12 D_2: Etkisi var bence, ortalamayı düşürür. Mesela burada 24 ile 5'in arasında büyük bir fark var. O yüzden mesela 5'i ortalamaya kattığımızda ortalama düşer. Bayağı bir etkilenir yani.

13 D_{23}: Ama bu her zaman doğru bir sonuç çıkarmaz. Yani, Bora'nın açıklık değeri diyelim daha yüksek olabilir ama sonuçta Özkan daha başarılı. Her zaman doğru sonuca götürmez bizi. Yani açıklık değeri fazla olsa da, aritmetik ortalamaya bakılması lazım. Ortalaması daha yüksekse daha başarılıdır ama açıklık değeri çok doğru bir sonuca götürmez.

14 A: **Arkadaşınız ortalamaya mutlaka bakılması gerektiğini söylüyor. Ne düşünüyorsunuz?**

15 D_{13}: Bence de doğru söylüyor mesela Bora'nın en yüksek skoru 5 olsa en düşük skoru da 4 olsa, onun açıklık değeri 1 olur. Ama bu oyuncunun skorları düşüktür. Arkadaşlar ondan dolayı bu yetenekli bir oyuncu değildir yani. Takım için seçmemiz kötü olur.

16 A: **Arkadaşınız açıklığın küçük olduğu bir duruma örnek verdi. Açıklığa bakmalıyız diyenler şimdi ne düşünüyor? Neye bakılmalı sizce?**

17 S: Aritmetik ortalamaya.

18 A: **Fakat arkadaşlarınızdan D_6, Özkan için aritmetik ortalamaya bakılabileceğini ama Bora'da çok küçük ve çok büyük değerler**

olduğu için aritmetik ortalamanın bizi yanıltabileceğini söylüyor. Bu durumda ne yapılmalı?

19 **D_{10}:** Mod ya da medyana bakabilirdik.

20 **D_{31}:** Mod en çok tekrar eden sayı ve Özkan'da 16, Bora'da ise iki tane tekrar eden sayı var. Birisi 16 birisi 20.

21 A: Medyana baktınız mı?

22 **D_{26}:** Özkan'da 16, Bora'da 14.

23 **D_5:** Hocam biz aritmetik ortalamaya bakarak karar verdik. Açıklığa da bakmıştık ama zaten Özkan'ın aritmetik ortalaması daha yüksek oluyor ve açıklık değeri daha düşük oluyor. O yüzden çok fazla düşünmedik biz onu. Özkan daha mantıklı geldi bize.

24 **D_{26}:** Hocam zaten bu sayılar attıkları basket sayılarını gösteriyor. Aritmetik ortalamaya bakarsak, yüksek olması iyidir. Daha fazla atmıştır.

25 D_7: Bence ortalamaya da bakabiliriz ama direkt tabloya baktığımızda da anlaşılıyor zaten. Özkan hep böyle birbirine yakın sayılar atmış ama Bora bir 24 atmış, sonraki maçta 8 atmış yani hep bir tutarsızlık var ama Özkan'ın sayıları gayet tutarlı.

Görüldüğü gibi, D_6'nın uç değerlerin çok büyük ve çok küçük olduğu durumlarda aritmetik ortalamanın kullanılmasının doğru olmadığı iddiası üzerine başlayan tartışma (1), öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmıştır. Örneğin, D_{16} böyle bir durumda açıklık değerine bakılması gerektiğini (3), D_2 ise uç değerlerin çıkarılması ile aritmetik ortalama hesaplanırsa, daha doğru bir sonuca ulaşılacağını savunmuştur (4, 6 ve 8). Öğrencilerden D_7, D_2'nin bu fikrine karşı çıkmış ve bunun ortalamayı daha fazla etkileyeceğini ifade etmiştir (9). Bunun üzerine D_8 aritmetik ortalamanın uç değerlerden etkilenmeyeceğini iddia etmiş (10), D_2 ise bu iddianın doğru olmadığını bir örnekle açıklamaya çalışmıştır (12).

Bu aşamadan sonra tartışma, bir eğilim ölçüsü olan aritmetik ortalamaya mı yoksa yayılım ölçülerinden açıklık değerine veya standart sapmaya mı bakılması gerektiği konusuna odaklanmaya başlamıştır. Burada iki ayrı fikri savunan öğrenciler, düşüncelerini destekleyen örnekler vererek arkadaşlarını ikna etmeye çalışmışlar ve bu süreçte analitik şemayı kullanmışlardır. Bu öğrencilerden D_{23} öncelikle mutlaka

ortalamaya bakılması gerektiğini savunmuş (13), D_{13} ise bu fikri desteklemiş ve açıklık değeri küçük olan bir sporcunun milli takımda oynamak için yeterli olmayabileceğini bir örnek ile açıklamaya çalışmıştır (15). D_{13}'ün açıklaması, arkadaşlarının büyük bir kısmını ikna etmeyi başarmış ve yeni düşüncelerin ortaya çıkmasına yardımcı olmuştur. Örneğin, D_{10} aritmetik ortalama yerine mod veya medyana bakılabileceği fikrini ortaya atmış (18), D_5 ise aritmetik ortalamaya ve açıklığa bakıldığında, Özkan'ın seçilmesinin daha uygun olacağını çünkü hem ortalamasının daha yüksek hem de açıklığının daha küçük olduğunu belirtmiştir (23). D_{26} bu fikri desteklemiş ve aritmetik ortalamanın yüksek olmasının daha iyi olduğunu belirtmiştir (24). Öğrencilerden D_7 ise, doğrudan attıkları basket sayılarına bakarak da, hangi sporcunun daha iyi olduğunun anlaşılabileceğini, Özkan'ın sayılarının birbirine yakın ve tutarlı, Bora'nın sayılarının ise tutarsız olduğunu belirtmiştir (25).

Tartışmanın birinci bölümü genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin bazen birbirlerinin fikirlerini destekleyerek bazen de çürütmeye çalışarak tartışmaya katıldıkları gözlenmiştir. Bu süreçte öğrenciler genellikle mantıksal açıklamalar yaparak ve iddialarını destekleyen örnekler vererek fikirlerini savunmuş ve sıklıkla analitik şemayı kullanmışlardır. Ayrıca, ortaya atılan fikirlerin öğrenciler tarafından her yönüyle değerlendirilmesi, yeni fikirlerin ortaya çıkmasını sağlamıştır.

Tartışmanın ikinci bölümü, araştırmacının öğrencilere ortalama ve tutarlılık arasında seçim yapmalarını gerektiren bir örnek sunması ile başlamıştır.

2. Bölüm: Başarı için ortalamaya mı yoksa tutarlılığa mı bakılması gerektiği tartışılıyor.

1 A: **Peki, Bora'nın puanları arasında yine uçurum olsaydı ve ortalaması da Özkan'dan fazla olsaydı, hangi oyuncuyu tercih ederdiniz?**

2 **D_{31}:** Bence Özkan'ı tercih ederdik çünkü Bora maçı kaybetmemize neden olur. Bir maçta 17 sayı atar, bir maçta 5 sayı atarsa bize yararlı olmaz. Ama bir maçta 17 atıp, diğer maçta 12 veya 16 atarsa bize faydalı olur. Yani ya eşit olması lazım ya da tutarlı olması lazım sayıların.

3 A: **Arkadaşınızın yorumu hakkında siz ne düşünüyorsunuz?**

4 D_7: Hocam şimdi şöyle düşünelim: Küçük değerler ortalamayı düşüreceği gibi

büyük değerlerin de ortalamayı yükseltme durumu var. Mesela sınıftan örnek verirsek, bir sınıfta mesela 20 alan veya 100 alan çok olursa, o zaman sınıfın ortalaması hep değişir. Yani, bence o da öyle. Hem yüksek olabilir hem düşük olabilir. Ama diğer sınıflardan ne kadar yüksek de olsa, arada 10 alan 20 alanlar da olabilir. Yani bu durum, sınıfın diğer sınıflara göre başarılı olduğunu göstermez.

5 A: **Ne demek istediğini biraz daha açıklayabilir misin?**

6 D_7: Yani bir sınıfta, buradaki maçta da olduğu gibi küçük değerler varsa, yine ortalamasının yüksek olması onun başarılı olduğunu göstermez.

7 D_{23}: Ben şöyle düşünüyorum. Mesela gerçektende Bora ile Özkan adında iki tane basketçi olsa, Bora tutarsız, Özkan tutarlı bir yol izlese ne deriz? Bora için mesela, yani arada çok iyi oynuyor deriz ama Özkan için hep iyi oynuyor deriz. Bu da iyi bir şeydir. Yani Özkan'ın başarılı olma şansı daha yüksektir. Bora bazen çok iyi olur, bazen kötü olur. Ama Özkan hep iyi olur, hep tutarlı devam eder.

8 D_1: O zaman mod ya da medyana bakmaya gerek yok. Direkt açıklık değerine bakarız.

9 D_8: Mesela aritmetik ortalama diyelim ki bizi yanılttı. Yanıltma imkanı da var. Aritmetik ortalama yanıltırsa, sayıları ilk başta gözden geçiririz arkadaşlar. Sayıların arasında tutarlılık olmadığını düşünüyorsak, açıklık değerine bakabiliriz. O da bizim için bir etken olabilir sonucu bulmada.

10 D_{13}: Arkadaşlar açıklığa bakılmaz bence. Çünkü daha önce de dediğim gibi en yüksek değeri 5'tir, en düşük değeri 4'tür. Çıkardığımızda açıklık değeri 1 çıkar. Bu da bayağı güzel bir sonuçtur ama attığı skorlar düşüktür.

11 D_1: Ama az önce D_{31} demişti ki mesela bir maçta 17 attı, bir maçta 5 attı, o zaman burada pek başarılı diyemezsin. Ama her maçta mesela 16 ya da 15 attı diyelim o zaman da başarılı diyebilirsin. Onun anlatımına göre, ilk önce o zaman açıklık değerine bakmamız lazım.

12 **D_{31}:** Arkadaşlar ben açıklık değerini anlatmaya çalışmamıştım. Şöyle bir şey, mesela diyelim Özkan yine tutarlı bir yol izlesin ama sadece bir maçta kötü oynasın, bir maçta sadece 5 sayı alsın diyelim. Bu durumda açıklık değeri fazla olur ama genellikle tutarlı bir yol izlediğini anlayabiliriz. Bu

da başarılı bir yol izlediğini gösterir.

13 A: **Yani arkadaşınız burada açıklıktan çok tutarlılığa baktığını söylüyor. Ne düşünüyorsunuz?**

14 D_2: Hocam bence, tutarlı olana bakmak istiyorsak aritmetik ortalamasına veya açıklık değerine bakmak yerine, direkt standart sapmasını buluruz. Daha mantıklı.

15 D_5: Bence D_2 haklı, standart sapmasını buluruz ama o kadar uğraşacağımıza açıklık değerine bakarız. Açıklık değeri artarsa standart sapma da artıyordu zaten. Açıklık değerinden bulabiliriz bence.

16 D_2: Ama baktığımızda mesela en düşük değeri 5, en yüksek değeri 24 olsun, ama ortadaki değerler hep aynı mesela eşit gitsin. O zaman standart sapması değişir. Bence emin olmadığımız durumlarda, açıklık değeri bize her zaman net bir sonuç vermeyeceği için standart sapmaya bakarız.

17 **D_5:** Hocam şimdi buradaki sonuçlara göre, bence standart sapmayla çok uğraşmamız gerekmiyor. Ama dedikleri gibi olsaydı eğer, o zaman standart sapmaya gerek duyardık. Ama burada zaten hangisinin daha istikrarlı olduğu açık. O yüzden biz gerek duymadık buna.

18 D_6: Hocam sonuçta burada uçurum var, yani niye aritmetik ortalamayı tercih ediyorlar ki? Ben anlamadım.

19 D_{20}: Bence daha kesin bir sonuç istiyorlarsa standart sapmayı hesaplayabilirlerdi. Ama dedikleri gibi her şey ortada bence. O yüzden aritmetik ortalamayı da tercih edebilirler. Biraz da kendilerine kalan bir şey bu. Yani yanılmak istemiyorlarsa standart sapmayı da hesaplayabilirler.

20 D_{16}: Bence de aritmetik ortalama ve açıklık değerini çok kısa, hemen bulabiliriz. Zaten hani dediğimiz gibi çok açık bir şekilde belli oluyor. Açıklık değeri hem kolay hem de hemen bulabiliyoruz.

Bu bölümde, araştırmacının sınıfa Bora'nın sayılarının tutarsız olmasına rağmen ortalamasının Özkan'dan fazla olması durumunda hangi öğrenciyi tercih edeceklerini sorması (1), öğrencileri daha fazla düşünmeye yönlendirmiştir. Öğrencilerin büyük bir bölümü tutarlı olan sporcuyu tercih edeceklerini belirtmişlerdir. Örneğin D_{31}, D_7 ve D_{23} Özkan'ı tercih edeceklerini çünkü onun daha tutarlı bir sporcu olarak takımına daha

faydalı olacağına inandıklarını belirtmişlerdir (2, 4 ve 7). D_{13} ise bu fikre karşı çıkmış ve açıklık değeri küçük olsa da, attığı sayıları düşük olan bir sporcunun başarılı olamayacağını savunmuştur (10). D_{13}'ün verdiği bu örnek ile öğrenciler, ortalamaya mı yoksa tutarlılığa mı bakılması gerektiğini yeniden tartışmaya başlamışlardır. İki ayrı fikri savunan öğrenciler, düşüncelerini örnekler vererek açıklamış ve iddialarını mantıksal çıkarımlar yaparak doğrulamaya çalışmışlardır. Bu süreçte farklı anlama ve düşünme yolları ortaya çıkmış ve savunulan düşünceler her yönüyle değerlendirilmiştir. Örneğin D_1, D_{31}'in daha önce verdiği örnekten yola çıkarak (2) tutarlılığın daha önemli olduğunu ve bu yüzden açıklığa bakılması gerektiğini belirtmiştir (11). Bunun üzerine, D_{31} verdiği örneği tekrar açıklamış ve bu örnekte açıklık değerinden çok tutarlılığa bakılması gerektiğini savunduğunu vurgulamıştır (12). Buna göre, D_2 tutarlılık için standart sapmaya bakılmasının daha iyi olacağını iddia etmiş (14), D_5 ise standart sapmaya gerek olmadığını, atış sayılarına bakıldığında hangi sporcunun daha tutarlı olduğunun görülebildiğini ifade etmiştir (17).

İkinci bölümde yapılan tartışmalar genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin iddialarını savunurken mantıksal çıkarımlara dayanan açıklamalar yaptıkları ve analitik şemayı yoğun bir şekilde kullandıkları söylenebilir. Ayrıca, öğrencilerin iddialarını desteklemek amacıyla verdikleri örnekler, onların muhakeme yaparak ulaştıkları sonuçları yansıtmaktadır ve bu nedenle farklı anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkmasını sağlamıştır.

Tartışmanın üçüncü bölümü, araştırmacının öğrencilere hangi eğilim ve yayılma ölçülerinin ne zaman ve hangi sırada kullanılması gerektiğini sorması ile başlamıştır.

3. Bölüm: Problemin bağlamına göre hangi eğilim ve yayılma ölçülerinin kullanılması gerektiği tartışılıyor.

1 A: **Aslında hala şuna karar veremediğinizi görüyorum. İki sporcudan birini seçmemiz gerekiyorsa önce neye bakmalıyız? Ortalama mı, açıklık mı, standart sapma mı ya da başka bir şey mi? Sıralamamız neye göre olmalı?**

2 **D_{26}:** Hocam bence ilk olarak aritmetik ortalama olmalıdır. En son da çeyrekler açıklığı olmalıdır.

3 A: Peki, neden ilk önce aritmetik ortalamaya bakılmalıdır?

4 **D_{26}:** Çünkü aritmetik ortalama ne kadar başarılı olduğunu gösteriyor ama mesela açıklığı tercih edersek, notlardan örnek vereyim bir öğrenci hep 50, 60, 50, 60 falan alıyordur, bir tane öğrenci de 100, 100 alıyordur ama bir tane sınavdan 20 ya da 50 aldı diyelim. O zaman bunun açıklığı çok olur ama diğerinden daha başarılıdır.

5 D_8: Mantıklı.

6 **D_{26}:** Arkadaşlar bence ilk önce aritmetik ortalamaya bakılmalıdır. Ondan sonra standart sapma ama açıklığa en son bakılmalıdır.

7 D_8: Hocam bence şöyle bir yol izleyebiliriz. Başta açıklığa bakarız, eğer bizi tatmin etmezse ortalamaya bakarız. Ama en doğru sonucu istiyorsak da standart sapmaya bakarız.

8 D_{16}: Ben de aynı şekilde düşünüyorum. Önce açıklığa bakarız. Ondan sonra aritmetik ortalamaya bakarız. Çünkü eğer çok birbirine yakın sonuçlar veriyorsa, gittikçe derine ineriz yani. Ama ilk başta yüzeysel olarak bakarız.

9 D_6: Hocam kendileri diyorlar, yani emin olmadıkları için standart sapmaya bakarız diyorlar bence ilk standart sapmaya baksınlar, diğerlerine bakmaya gerek yok.

10 D_{16}: Ama ilk standart sapma çok uzun sürer, hemen kısa bir sonuç bulması için açıklık değeri daha iyi.

11 D_2: Hocam açıklık değeri bize her zaman net bir sonuç vermez, yanıltabilir. En büyük değerle en küçük değer arasındaki farkı buluruz ama ortadaki sayıların bir değeri kalmaz o zaman. Mesela onlar daha yakındır birbirlerine, o yüzden aritmetik ortalamasını buluruz çünkü aritmetik ortalama en büyük değerden en küçük değere kadar bize, mesela toplayıp böldüğümüzde farklarını verir, değerini gösterir. Bence ortalamaya bakmamız lazım. Burada ortalamaları birbirine yakın olduğu için veya ortalamaları eşitse de, standart sapmaya bakarız.

12 D_8: Hocam zaten bir nevi aynı şeyden bahsediyoruz. İlk başta açıklık değerine bakarız, eğer bizi tatmin etmezse yanlış olduğunu düşünüyorsak en dibine kadar inmemiz gerekir zaten.

13 A: **Diyelim ki, başta açıklığa baktınız. Birincinin değerleri 5, 5, 4, 4 olsun. İkincinin değerleri de 10, 10, 9, 8 olsun. Birincinin açıklığı 1, ikincinin açıklığı 2. Bu durumda açıklığa göre, birincinin daha başarılı olduğunu mu iddia ediyorsunuz?**

14 S: Hayır.

15 D_8: Hocam zaten açıklıklar yakın olduğu için aritmetik ortalamaya yöneliyoruz.

16 D_1: Mesela aralarındaki fark çok fazla olursa, örneğin 10, 1, 9 falan olsa en küçük değer 1, en büyük değer 10, o zaman aradaki fark 9 olur. O zaman aritmetik ortalamaya falan bakmaya gerek yok. Ama birbirlerine yakın değerler olduğunda aritmetik ortalamaya gideriz, o da yakınsa standart sapmaya kadar gideriz yani.

17 D_7: Bence önce direkt sayılara bakalım tutarlılık, tutarsızlık konusunda. Zaten orada hemen kafamızda bir açıklık oluşur. Yani sonra açıklığa bakarız. Açıklıkta sorulara baktığımızda mesela sayılar böyleyse ve açıklık bizi yanılttıysa, sonra hemen direkt ortalamaya bakarız. Yani bence önce sayılara, tutarlılığa bakalım.

18 D_{16}: Bence de ilk yüzeysel düşünmeliyiz. Ondan sonra derine ineriz. Çok birbirine yakınsalar ondan sonra zaten derine ineriz. Zaten direkt standart sapmaya bakılması gerekmiyor. Her soru bunu gerektirmez bence.

19 A: **Toparlarsak son olarak, başarı için önce hangisine bakmayı düşünüyorsunuz?**

20 **D_5:** Bence hocanın verdiği örnek çok mantıklı. Sonuçta hani gerçekten doğru bu örnek. O yüzden açıklığa bakmayı ben mantıklı bulmuyorum. Sonuçta örneğin, notlarımızı alırken de açıklığa falan bakmıyorlar, direkt ortalamasını alıyorlar. Başarı ölçüsünde aritmetik ortalama çok daha mantıklı oluyor. Sonra tabi daha derinlere inersek, standart sapmaya kadar gidebiliriz ama ilk kesinlikle aritmetik ortalamaya bakılmalı.

21 D_2: Ben arkadaşımıza tamamen katılıyorum. Çünkü açıklık değeri bize tam net bir sonuç kesinlikle vermiyor. Ama ortalamaya baktığımızda, zaten biz de notlarımızı hesaplarken ortalamasını buluyoruz. Yani bütün notlarımızı bir yerde topluyoruz, hepsinin eksiğiyle fazlasıyla tam ortasını buluyoruz.

22 D_8: Arkadaşlar, zaten kullanım alanına göre değişir. Biz eğer hepsini kullanabileceğimiz başarı arıyorsak, yani sonuçta bir takıma alırken en başarılısını seçersin. Zaten başarı demek de, yığılma yani hepsinin toplandığı bir yerdir. Onun için burada aritmetik ortalama kullanılır.

23 A: **Sonuç olarak ilk başta ortalamaya bakmaya karar verdiğinizi görüyorum. Peki, Özkan'ın ortalaması 15 olduğuna göre, Özkan için bu ortalama ne anlama geliyor?**

24 D_{13}: Hocam 10 maç üzerinden yaptığı bütün sayıların ortalaması.

25 D_7: Yani buradaki sayıların hepsi 15'te eşitlenebilir.

26 D_{14}: Bir maçta ortalama 15 tane sayı alabilir.

27 A: **Yani, ortalama takıma alınacak kişiyi seçmemizde etkili diyorsunuz. Peki, aritmetik ortalamadan sonra tutarlılığa bakmanızdaki amaç nedir? Diyelim ki, Bora'nın ortalaması 20 ve Özkan'ın ortalaması 15 olsun. Bu bizim için yeterli bir kriter olmaz mı?**

28 S: Hayır.

29 D_{23}: Benim daha önce söylediğim gibi gerçekten bunlar böyle basketçi olsalar, Bora'nın tutarsız bir şekilde ama ortalaması daha yüksek olsa ve Özkan'ın ortalaması biraz daha düşük ama tutarlı bir şekilde gitse, Özkan daha başarılıdır deriz. Çünkü yani Bora için deriz ki, böyle arada sırada iyi oynuyor ama Özkan için hep iyi oynuyor deriz.

30 D_{13}: Bence de tutarlık önemlidir çünkü hocam mesela bir futbol maçında ne kadar gol atılırsa atılsın kazandığın maçtan 3 puan alırsın. Mesela Özkan 1 gol atmıştır ama takımına maçı kazandırmıştır, Bora da 2 gol atmıştır ama yine kazandırmıştır. Özkan'ın her maçta 1 gol attığını düşünürsek, Bora bir maçta 2 gol atar ama diğer maçta hiç gol atamadığı için takımına maçı kazandıramaz. Ondan dolayı hiç puan alamaz. Ama Özkan'ın en kötü oynadığı maçta bile 1 gol attığını düşünürsek, o maçta da beraberlik alabilir hocam. Takımına yine 1 puan kazandırdığı için, Özkan takıma daha yararlıdır bence.

31 A: Katılıyor musunuz?

32 S: Evet

Tartışmanın üçüncü bölümünde, araştırmacının öğrencilere problem için hangi eğilim ve yayılma ölçüsüne hangi sırada bakılması gerektiğini sorması üzerine (1), ortalama, açıklık değeri ve tutarlılık kavramları öğrenciler tarafından derinlemesine sorgulanmıştır. Verilen problem için ortalamaya bakılması gerektiğini savunan öğrencilerden $D_{26,}$ sınav notlarından bir örnek vererek açıklık değeri fazla olsa da, bir öğrencinin aritmetik ortalaması yüksekse daha başarılı olacağını, bu yüzden başarı için aritmetik ortalamaya bakılması gerektiğini iddia etmiştir (4). D_8 önce bu fikri desteklemiş (5), sonra fikrini değiştirerek önce açıklığa sonra ortalamaya ve en son standart sapmaya bakılması gerektiğini belirtmiştir (7). Bunun üzerine $D_{6,}$ önce standart sapmaya bakılmasının daha iyi olacağını böylece diğerlerine bakmaya gerek kalmayacağını savunmuştur (9). D_2 ise, aritmetik ortalamaya bakılması gerektiğini, eğer ortalamalar çok yakın veya eşitse standart sapmaya bakılması gerektiğini iddia etmiştir (11). Bu noktada, araştırmacı öğrencilere açıklık değerlerinin birbirine çok yakın, verilerin ise birbirinden çok farklı olduğu iki sayı grubunu örnek vererek, burada önce neye bakılması gerektiği sorusunu yöneltmiştir (13). Araştırmacının bu soruyu sormasındaki amaç, öğrencilere kullanacakları eğilim veya yayılma ölçülerini belirleme sürecinde, verilerin şeklini veya problemin bağlamını dikkate almalarının önemini hissettirmektir. Tartışmanın devamında öğrencilerden $D_{8,}$ verilen örnekte açıklıklar yakın olduğu için ortalamaya bakılması gerektiğini savunmuş (15), D_1 bu fikri destekleyerek açıklık değerleri arasında uçurum olduğunda ortalamaya bakmaya gerek olmadığını, ancak açıklık değerleri birbirine yakınsa ortalamaya ve ortalamalar da yakınsa standart sapmaya bakılabileceğini ileri sürmüştür (16). Bunun üzerine D_7 önce sayılara bakılması gerektiğini, daha sonra açıklık değerine bakılabileceğini savunmuş (17), D_{16} da bu fikri desteklemiştir (18). D_5 ise notlardan örnek vererek başarı için kesinlikle ortalamaya bakılması gerektiğini ileri sürmüş (20), D_2 ve D_8 de, yaptıkları açıklamalarla onu desteklemişlerdir (21 ve 22).

Öğrencilerin genel olarak, ilk önce aritmetik ortalamaya bakılması gerektiği konusunda hemfikir olması üzerine, araştırmacı Özkan'ın ortalamasının 15 olmasının ne anlama geldiğini sorarak, öğrencileri ortalamanın anlamı hakkında düşünmeye yönlendirmiştir (23). D_7 aritmetik ortalamanın sayıları eşitlemek olduğu fikrini ortaya atmış (25), D_{14} ise ortalamanın Özkan'ın bir maçta ortalama 15 sayı alabileceği anlamına geldiğini belirtmiştir (26). Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere, takıma alınacak sporcunun

belirlenmesinde aritmetik ortalamadan sonra neden tutarlılığa baktıkları sorusunu yöneltmiştir (27). $D_{23,}$ ortalaması yüksek bile olsa bir sporcunun istikrarlı olmasının önemli olduğunu, çünkü tutarsız olursa oynadığı maçlarda başarılı olup olmayacağının belirsiz olacağını ifade etmiştir (29). D_{13} ise, bu fikri destekleyecek bir örnek vermiş (30) ve sınıfı ikna etmeyi başarmıştır (32).

Üçüncü bölümde yapılan tartışmalar genel olarak değerlendirildiğinde, önceki bölümlerde olduğu gibi öğrencilerin tartışmalara aktif olarak katıldığı, bazen birbirlerinin iddialarını destekledikleri bazen de ortaya attıkları yeni fikirlerle bu iddiaları çürütmeye çalıştıkları görülmektedir. Öğrenciler bu süreçte iddialarını doğrulamak için çoğunlukla düşüncelerini gerekçeleri ile birlikte mantıklı bir şekilde açıklamışlar ve analitik şemayı kullanmışlardır. Ayrıca, bir fikri kabul etmeden önce onu her yönüyle değerlendirerek, yeni fikirlerin ortaya çıkmasını sağlamışlardır.

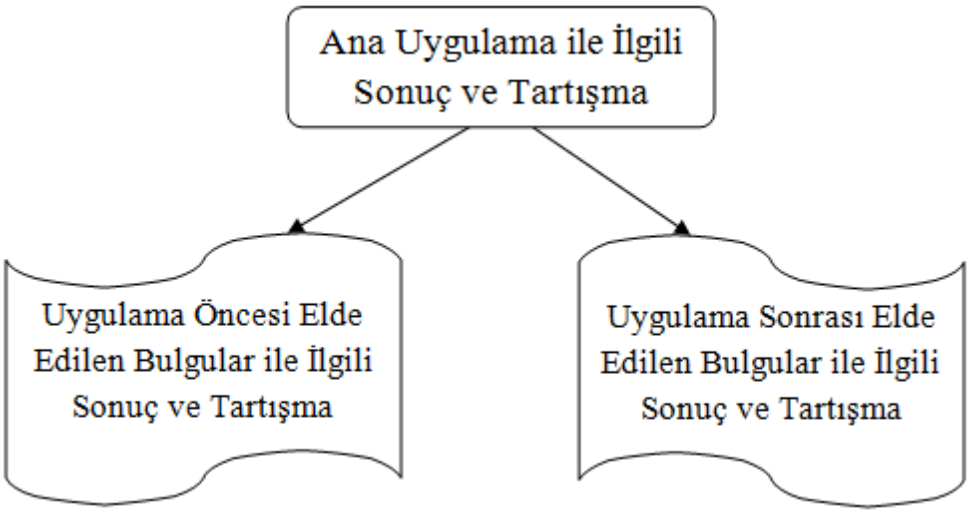
Sonuç olarak, ödev soruları için yapılan sınıf tartışmaları genel olarak değerlendirildiğinde; öğrencilerin tartışmalara aktif olarak katıldıkları, bir grubun hata veya eksiklerinin diğer gruplar tarafından düzeltildiği, farklı çözüm yollarının geliştirildiği ve böylece öğrenilenlerin tekrar tekrar sorgulandığı bir öğrenme ortamı oluştuğu söylenebilir. Bu sayede öğrenciler öğrenmiş oldukları bilgileri yeni durumlarda kullanma, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramları yeniden sorgulama ve geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirme fırsatı bulmuşlardır. Ayrıca yaptıkları işlemleri ve düşüncelerini gerekçeleriyle birlikte açıklamışlar ve iddialarını geçerli kılmak için mantıksal çıkarımlarda bulunarak sıklıkla analitik şemayı kullanmışlardır. Bu doğrultuda, ödev sorularının öğrencilerin problem çözme sürecinde farklı anlama ve düşünme yollarını sergilemelerinde, olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını pekiştirmelerinde ve analitik şemayı sıklıkla kullanmalarında etkili olduğu söylenebilir.

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde sonuç, tartışma ve öneriler yer almaktadır.

5.1. Sonuç ve Tartışma

DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisini incelemek amacıyla gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen bulgular, uygulama öncesi ve uygulama sonrası olmak üzere iki bölümde ele alınmış ve tartışılmıştır. Bu durum Şekil 5.1'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1. Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın ana uygulama sürecinde deney ve kontrol gruplarının belirlenmesinin ardından, olasılık ve istatistik ünitesinin öğretimi deney grubunda DNR tabanlı öğretim ile gerçekleştirilirken, kontrol grubunda var olan normal öğretim süreci devam etmiştir. Bu bağlamda, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi araştırılmıştır. Buna göre, Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) deney ve kontrol gruplarına uygulama öncesinde ön test ve uygulama sonrasında son test olarak uygulanmış ve bu testten elde edilen veriler doğrultusunda, öğrencilerin anlama ve düşünme yolu profilleri (ADYP) ve doğrulama şemaları ortaya çıkarılmıştır. Daha sonra, deney ve kontrol grupları arasında ve grupların kendi içlerinde, uygulama öncesi ve sonrası anlama ve düşünme yolu profilleri ve kullanılan doğrulama şemaları

açısından anlamlı bir fark olup olmadığı istatistiksel olarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulguları desteklemek amacıyla, deney ve kontrol gruplarından ADYP'ye göre seçilen 3'er öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, DNR tabanlı öğretime uygun olarak geliştirilen etkinliklerin ve ödev sorularının, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini araştırmak amacıyla yapılan sınıf tartışmalarından elde edilen veriler de nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara dayanarak aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

5.1.1. Uygulama Öncesi Elde Edilen Bulgular İle İlgili Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın uygulama öncesine ait birinci alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?"* şeklinde belirtilmiştir. Birinci alt problemle ilgili yapılan analizler sonucunda, uygulama öncesi gruplar arası karşılaştırmada, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT ön test puanları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama öncesi anlama ve düşünme yolu profilleri açısından anlamlı bir fark olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Birinci alt problem çerçevesinde ortaya çıkan diğer bir sonuca göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin, olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri açısından orta, yetersiz ve geçersiz kategorilerinde yer aldıkları tespit edilmiştir. Buna göre, *geçersiz* kategorisinde yer alan öğrencilerin problemleri genellikle boş bıraktıkları ya da alakasız ve anlaşılmayan çözümler önerdikleri; *yetersiz* ve *orta* kategorilerinde yer alan öğrencilerin ise, problem çözme sürecinde bazı adımlar atmış olsalar da, doğru sonuca ulaşamadıkları ve genellikle yetersiz açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili kavramları anlama düzeylerini ve problem çözme süreçlerini inceleyen pek çok çalışma (Bakırcı, 2014; Çelik ve Güneş, 2007; Gürakar, 2010; Hayat, 2009; Memnun ve diğ., 2010; Mills ve Holloway, 2013; Yolcu, 2012) ile paralellik göstermektedir. Bakırcı (2014) 7. sınıf öğrencilerinin olasılık problemlerini çözme sürecinde işlemsel bilgi gerektiren sorularda

daha başarılı olurken, açık uçlu problemlerin çözümünde ve olasılık kavramlarını açıklamada yetersiz kaldıklarını tespit etmiştir. Çelik ve Güneş (2007) 7., 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık problemlerine yönelik verdikleri doğru cevapların nedenlerini açıklamada genel olarak yetersiz kaldıklarını tespit etmişlerdir. Gürakar (2010) 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerinin istatistikle ilgili bazı kavramları anlamada yetersiz kaldıklarını ve genel olarak veri oluşturma ve yorumlamada zorlandıklarını tespit etmiştir. Hayat (2009) 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistikle ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin yeterli olmadığını tespit etmiştir. Memnun ve diğerleri (2010) 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlamlandırma ve kullanmada, olasılık olayları ile ilgili muhakeme yapmada zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Mills ve Holloway (2013) 8. sınıf öğrencilerinin istatistik ile ilgili kavramları öğrenme düzeylerinin yetersiz olduğunu tespit etmişlerdir. Yolcu (2012) 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel okuryazarlıkta orta düzeyden daha düşük bir performans gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır.

Bu araştırmada öğrencilerin uygulama öncesi olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarının yetersiz olması; onların konu ile ilgili önceki bilgilerini unuttukları ve henüz öğrenmedikleri konulardan dolayı bilgi eksikliklerinin olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili kavramları anlama düzeylerini inceleyen bazı araştırmalar (Arı, 2010; Dereli, 2009; Memnun ve diğ., 2010; Ron, Dreyfus ve Hershkowitz, 2006) ile paralellik göstermektedir. Arı (2010) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık kavramlarını öğrenmede ve uygulamada yaşadıkları zorlukların, öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri ve muhakeme etme becerilerinin yetersizliğinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Dereli (2009) 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili yaptıkları hataların bilgi eksikliklerinden kaynaklandığını tespit etmiştir. Memnun ve diğerleri (2010) 8. sınıf öğrencilerinin hazır bulunuşluluk ve gelişmişlik düzeylerinin, olasılıkla ilgili kavramları öğrenmelerinde önemli bir rolü olduğunu tespit etmişlerdir. Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2006) ise, 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde yaşadıkları zorlukların eksik bilgi yapılarından kaynaklandığını tespit etmişlerdir.

Araştırmanın uygulama öncesine ait ikinci alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarını belirlemeye yönelik geliştirilen ölçme aracına verdikleri cevaplarda kullandıkları doğrulama şemaları arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır*?" şeklinde belirlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin ADYBT'de yer alan problemlere ilişkin çözümlerini doğrulamak için yaptıkları açıklamalar, Harel ve Sowder (1998) tarafından geliştirilen ispat şeması modeline göre dışsal, deneysel ve analitik olarak kodlanmış ve belirlenen bu doğrulama şemalarına ilişkin yüzde ve frekans tabloları oluşturulmuştur. Yapılan analizler sonucunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ADYBT'ye yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemaları arasında ön test puanlarına göre anlamlı bir fark olmadığı tespit edilmiştir. Buna göre, deney ve kontrol grupları arasında uygulama öncesi kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalar açısından anlamlı bir farklılık olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

İkinci alt problem çerçevesinde ortaya çıkan diğer bir sonuca göre, deney ve kontrol grubu öğrencileri ADYBT'de yer alan problemlere yönelik çözümlerinde genel olarak dışsal ve deneysel şemaları, analitik şemaya göre daha fazla kullanmışlardır. Ayrıca problemlere yönelik çözümlerinin yarısından fazlasında (%53.67) herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Bu sonuç, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi doğrulama becerilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Araştırmanın bu sonucu, farklı sınıf düzeylerinde öğrencilerin doğrulama becerilerini inceleyen birçok çalışma ile paralellik göstermektedir (Arslan, 2007; Harel ve Sowder, 1998; Hwang, 2011; İskenderoğlu, 2003; Monoyiou, Xistouri ve Philippou, 2006; Neria ve Amit, 2004; Ören, 2007). Arslan (2007) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme etme düzeylerinin düşük olduğunu ve kendilerinden beklenen stratejileri yeterli düzeyde kullanamadıklarını tespit etmiştir. Harel ve Sowder (1998) üniversite öğrencilerinin özellikle otoriter ve deneysel ispat şemalarını yaygın olarak kullandıklarını tespit etmişlerdir. Hwang (2011) öğretmen adaylarının genel olarak deneysel argümanları geçerli doğrulamalar olarak kabul ettiklerini göstermiştir. İskenderoğlu (2003) 5., 6., 7. ve 8. sınıflardaki öğrenciler ile 9. sınıftaki öğrencilerin problem çözme sürecinde dışsal ve deneysel şemaları, analitik şemadan daha fazla kullandıklarını tespit etmiştir.

Monoyiou, Xistouri ve Philippou (2006) 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin önemli bir bölümünün matematiksel bir doğrulama yapamadığını, geriye kalanların yaptıkları doğrulamaların ise, sayısal örneklere dayandığını tespit etmişlerdir. Neria ve Amit (2004) 9. sınıf öğrencilerinin çoğunlukla sözel ve sayısal temsil biçimlerini kullandıklarını, cebirsel temsillerin ise matematik başarısı yüksek az sayıda öğrenci tarafından kullanıldığını tespit etmişlerdir. Ören (2007) 10. sınıf öğrencilerinin dışsal ve deneysel ispat şemalarını analitik şemalara göre önemli ölçüde daha fazla kullandıklarını tespit etmiştir.

Araştırmanın uygulama öncesine ait üçüncü alt problemi "*deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Araştırmada deney ve kontrol gruplarından anlama ve düşünme yolu profillerine (orta, yetersiz ve geçersiz) göre seçilen 3'er öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiş ve bu öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündükleri ve iddialarını geçerli kılmak için kullandıkları doğrulama şemaları yakından incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin çözümlerini doğrulamak için genellikle ezberlemiş oldukları yüzeysel bilgilere ya da sezgilerine dayanan açıklamalar yaptıkları, nadir olan bazı durumlarda ise akıl yürüterek bir sonuca ulaştıkları ve düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde açıklayabildikleri tespit edilmiştir. Buna göre, görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin en çok dışsal ve deneysel şemaları kullanırken, en az analitik şemayı kullandıkları tespit edilmiştir. Bu bulgu, araştırmanın uygulama öncesine ait ikinci alt problemi doğrultusunda ortaya çıkan *"deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu"* şeklindeki sonucu destekler niteliktedir.

Araştırmada uygulama öncesi ile ilgili elde edilen sonuçlar özetlenecek olursa;

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık yoktur.
2. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri *orta, yetersiz* ve *geçersiz* olarak belirlenmiştir ve her iki grupta da öğrencilerin neredeyse tamamı yetersiz ve geçersiz kategorilerinde yer almıştır. Buna göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi olasılık

ve istatistik ile ilgili anlama seviyelerinin ve problem çözme becerilerinin genel olarak yetersiz olduğu söylenebilir.

3. Deney grubu ile kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT'ye yönelik cevaplarında kullandıkları doğrulama şemaları arasında ön test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık yoktur.
4. Deney ve kontrol grubu öğrencileri ADYBT'de yer alan problemlere yönelik çözümlerinde genel olarak dışsal ve deneysel şemaları, analitik şemaya göre daha fazla kullanmışlardır. Ayrıca, her iki grupta yer alan öğrenciler genel olarak problemlere yönelik çözümlerinin yarısından fazlasında, herhangi bir doğrulama şeması kullanmamışlardır. Buna göre, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi doğrulama becerilerinin genel olarak yetersiz olduğu söylenebilir.
5. Görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencileri çözümlerini doğrulamak için yaptıkları açıklamalarda en çok dışsal ve deneysel şemaları kullanırken, en az analitik şemayı kullanmışlardır. Buna göre, görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu söylenebilir.

Araştırmanın uygulama öncesine ilişkin verilerinden elde edilen genel sonuca göre; öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarının ve problem çözme sürecinde sergiledikleri doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır.

5.1.2. Uygulama Sonrası Elde Edilen Bulgular İle İlgili Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın uygulama sonrasına ait birinci alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır?*" şeklinde belirlenmiştir. DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisini belirlemek amacıyla, ADYBT uygulama sonrası deney ve kontrol gruplarına son test olarak uygulanmıştır. Yapılan analizlerin sonucunda, uygulama sonrası gruplar arası karşılaştırmada deney ve kontrol gruplarının ADYBT son test puanları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Birinci alt problem çerçevesinde elde edilen bu sonuç, DNR tabanlı öğretimin, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırmada normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca, uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine göre deney grubu öğrencilerinin %70'i *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer alırken, kontrol grubu öğrencilerinin sadece %32.5'inin *iyi* kategorisinde yer alması ve *çok iyi* kategorisinde hiç öğrenci bulunmaması da, bu sonucu doğrular niteliktedir.

Araştırmanın bu sonucu, literatürde DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisini araştıran iki çalışmanın (Maskiewicz, 2006; Lim, 2007) sonuçları ile örtüşmektedir. Maskiewicz (2006) DNR tabanlı öğretimin uygulanması sonucunda öğrencilerin ekoloji ile ilgili istenen anlama yollarından birçoğunu sergilediklerini, ayrıca biyolojide istenen bir düşünme yolu olan modele dayalı muhakeme ile bağlantılı birçok özelliği geliştirdiklerini tespit etmiştir. Lim (2007) DNR tabanlı öğrenmeye uygun olarak tasarlanan öğretimin, bir 11. sınıf öğrencisinin eşitsizlik ve denklem ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmesinde etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait ikinci alt problemi "*Deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır*?" şeklinde belirlenmiştir. İkinci alt problemle ilgili yapılan analizlerin sonucuna göre, uygulama öncesi ve sonrası yapılan karşılaştırmada, deney grubunun ADYBT ön test-son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin uygulama öncesine göre arttığını göstermektedir. Uygulama öncesi deney grubunda anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde bir öğrenci bulunmazken, uygulama sonrası sınıfın %70'inin *iyi* ve *çok iyi* kategorilerinde yer alması, bu sonucu destekler niteliktedir.

Ayrıca araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin anlama veya düşünme yollarındaki değişimin incelenmesi açısından bazı çalışmalar ile paralellik göstermektedir (Benko, 2006; Dawson, 2010; Gürbüz, 2006; Jones ve diğ., 1996; Koparan ve Güven, 2014;

Memnun, 2008). Benko (2006) 6., 7. ve 12. sınıf öğrencilerinin zengin problem çözme ortamlarında temel olasılık kavramlarını anlayabildiklerini, problem çözme deneyimlerinden elde ettikleri sonuçları genelleyerek daha karmaşık problemlerin üstesinden gelebildiklerini ve çözümlerini doğrulayabildiklerini göstermiştir. Dawson (2010) öğrencilerin istatistiksel okuryazarlığa odaklanan bir kursu aldıktan sonra, istatistiksel okuryazarlık seviyelerinde bazı olumlu değişiklikler olduğunu tespit etmiştir. Gürbüz (2006) hazırladığı somut öğretim nesneleri, çalışma yaprakları ve kavram haritası ile gerçekleştirilen öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerinde olumlu bir etkisi olduğunu ve öğrencilerin sezgisel ve olasılıklı muhakeme etme becerilerinin geliştiğini tespit etmiştir.

Jones ve diğerleri (1996) olasılıkla ilgili tasarladıkları öğretimsel bir programın 3. sınıf öğrencilerinin olasılıksal düşünmesini önemli ölçüde geliştirdiğini tespit etmişlerdir. Koparan ve Güven (2014) proje tabanlı öğretimin ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin olasılık kavramına yönelik istatistiksel okuryazarlık seviyelerini arttırdığı sonucuna ulaşmışlardır. Memnun (2008) permütasyon ve olasılık konularının aktif öğrenme yöntemi ile öğretilmesinin, 8. sınıf öğrencilerinin uygulama düzeyindeki başarılarını anlamlı derecede arttırdığını ortaya çıkarmıştır.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait ikinci alt problemi çerçevesinde ortaya çıkan diğer bir sonuca göre, anlama ve düşünme yolu profilleri açısından iyi ve çok iyi kategorilerinde yer alan deney grubu öğrencileri genel olarak, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramları çok yönlü yorumlayabilmiş ve bu doğrultuda alt seviyelerde yer alan diğer öğrencilere göre, problemlere yönelik farklı çözüm stratejilerini geliştirmede daha başarılı olmuşlardır. Harel (in pres) "*bir kavramın birden fazla yorumu olabilir ve bu avantajlıdır"* gibi düşünme yollarının küçük yaşlardan itibaren öğrencilere kazandırılması gerektiğini çünkü bu çok yönlü anlama yollarının öğrencilerin mevcut problemlerin bağlamına göre yapılan işlemlerin anlamını çeşitlendirebilmelerini sağlayacağını ileri sürer. Buna göre, araştırmadan elde edilen sonucun Harel'in (in pres) bu görüşünü destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

Ayrıca araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin problem çözme becerilerini inceleyen bazı çalışmalar ile paralellik göstermektedir (Akkaş, 2009; Gürbüz ve Erdem, 2014; Lim,

2006). Akkaş (2009) üst düzey matematik başarısına sahip 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin, sahip oldukları istatistiksel düşüncelerinin de üst seviyelerde yer aldığını tespit etmiştir. Gürbüz ve Erdem (2014) muhakeme düzeyi yüksek olan 7. sınıf öğrencilerinin, problem çözme sürecinde doğru stratejiler tercih ederek, muhakeme düzeyi düşük olan öğrencilere göre doğru cevaplara daha rahat ulaştıklarını tespit etmişlerdir. Lim (2006) çok yönlü anlama yollarına sahip olan 11. sınıf öğrencilerinin, bu yollara sahip olmayan öğrencilere göre, istenen düşünme yollarını daha fazla sergilediklerini ortaya çıkarmıştır.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait üçüncü alt problemi "*Kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır?"*şeklinde belirlenmiştir. Bu alt problem çerçevesinde yapılan analizlerin sonucuna göre, uygulama öncesi ve sonrası yapılan karşılaştırmada, kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT ön test-son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre, kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerinin uygulama öncesine göre arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Uygulama öncesi kontrol grubunda anlama ve düşünme yolu profillerine göre *iyi* kategorisinde bir öğrenci bulunmazken, uygulama sonrası sınıfın % 32.5'inin *iyi* kategorisinde yer alması ve uygulama öncesi orta kategorisinde yer alan öğrencilerin oranının %17.5'ten %57.5'e yükselmesi, bu sonucu destekler niteliktedir.

Bununla birlikte, uygulama sonrası ADYP'ye göre iyi kategorisinde yer alan kontrol grubu öğrencilerinin genel olarak, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramları çok yönlü yorumlayamadıkları ve bu doğrultuda problemleri çözmek için farklı stratejiler geliştiremedikleri tespit edilmiştir. Bu sonuç, var olan normal öğretim sürecinin kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarını istenen düzeyde geliştiremediğini göstermektedir. Elde edilen bu sonuç, öğrencilerin var olan normal öğretim sürecinde matematikle ilgili kavramsal anlamalarını ve problem çözme becerilerini inceleyen birçok çalışma ile paralellik göstermektedir (Çakmak, 2014; Güven ve Özmen, 2014; Philippeaux-Pierre, 2009; Quinn, 2004; Sharma, 2005; Şafak ve Akkaya, 2014; Talawat, 2015). Çakmak (2014) 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerinin kavramlar arasında ilişki kuramadıklarını, ezberleyerek öğrenme sonucu yorum yapamadıklarını ve yeteri kadar

somut deneyimlere dayanarak öğrenmemeleri sonucunda kavramlara doğru anlamlar yükleyemedikleri için olasılık ve istatistik ile ilgili konuları öğrenmekte zorlandıklarını tespit etmiştir. Güven ve Özmen (2014) 8. sınıf öğrencilerinin grafik okuryazarlığı düzeylerini inceledikleri çalışmalarında, öğrencilerin bazen problemin bağlamına dikkat etmeksizin verileri herhangi bir grafik türü ile gösterdiklerini ve genellikle grafikleri sadece görünüşlerine bakarak biçimsel olarak değerlendirdiklerini tespit etmişlerdir. Quinn (2004) öğrencilerin kendi deneyimlerine ve sezgilerine dayanarak yaptıkları yorumların eksik veya yanlış olabileceğini göstermiştir. Bu doğrultuda, olasılık öğretiminde teorik ve deneysel yaklaşımların bir arada kullanılması gerektiğini ileri sürmüştür.

Sharma (2005) birçok öğrencinin okulda olasılık ve istatistik ile ilgili öğrendiklerini gerçek dünyadaki durumlarla ilişkilendiremediklerini tespit etmiştir. Philippeaux-Pierre (2009) geleneksel bir matematik programının uygulandığı sınıflarda öğrencilerin matematiğin çok dar bir bakış açısına sahip olduklarını ve matematiksel anlayışlarının ilişkisiz fikirler ve gerçeklere dayandığını tespit etmiştir. Şafak ve Akkaya (2014) 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusunu kavramsal düzeyde anlayamadıklarını ve günlük hayatla ilişkilendirmede zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Talawat (2015) araştırmaya dayalı genel bir öğretim programının uygulandığı sınıflarda, ortaokul öğrencilerinin olasılık bilgilerinin arttığını, fakat edindikleri bilgiyi problem çözmede kullanmakta ve muhakemelerini açıklamakta zorlandıklarını tespit etmiştir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait dördüncü alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları arasında son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık var mıdır*?" şeklinde belirlenmiştir. DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin problemlere yönelik çözümlerinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini belirlemek amacıyla, ADYBT uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarına son test olarak uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında, dışsal ve deneysel şemaların kullanımı açısından anlamlı bir fark olmadığı; analitik şemanın kullanımı ve soruların boş bırakılma oranı açısından ise deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası problemlere yönelik çözümlerinde kontrol grubu öğrencilerine göre analitik şemayı daha fazla

kullandıklarını ve doğrulama şeması kullanımı açısından soruları daha az boş bıraktıklarını göstermektedir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında, var olan normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Harel ve Sowder (1998) DNR tabanlı öğretimin uygulanmasının ardından üniversite öğrencilerinin daha önce yaygın olarak kullandıkları otoriter ispat şeması ve deneysel şemadan uzaklaşarak, çıkarımlara dayanan analitik ispat şemasını kullanmaya başladıklarını tespit etmişlerdir. Buna göre, araştırmadan elde edilen sonucun, bu çalışma ile örtüştüğü söylenebilir.

Ayrıca araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarının incelenmesi açısından bazı çalışmalar ile paralellik göstermektedir (İmamoğlu, 2010; Plaxco, 2012; Şengül ve Güner, 2013). İmamoğlu (2010) birinci sınıfta okuyan üniversite öğrencilerinin ispat yaparken daha çok tümevarımsal akıl yürütmeyi kullanmaya eğilimli olduklarını, son sınıfların ise çoğunlukla genelleme yapma gereği duyup tümdengelimsel yöntemler kullanmaya çalıştıklarını tespit etmiştir. Plaxco (2012) üniversite öğrencilerinin çoğunlukla analitik şemaları kullanmakla birlikte, dışsal ve deneysel şemaları kullanmaya eğilimli olduklarını tespit etmiştir. Şengül ve Güner (2013) ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören birinci ve son sınıf öğretmen adaylarının ispat şemalarının her çeşidini (dışsal, deneysel ve analitik) kullandıklarını ve birinci sınıfların en çok deneysel ispat şemasını kullanırken, son sınıfların daha çok analitik şemayı kullandıklarını tespit etmişlerdir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait beşinci alt problemi "*Deney grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır*?" şeklinde belirlenmiştir. Beşinci alt problem ile ilgili analizlerin sonucuna göre, deney grubu öğrencilerinin ön test-son test puanları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemaların kullanımı açısından son test puanları lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin her üç doğrulama şemasını da uygulama öncesine göre daha fazla kullandıklarını göstermektedir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları uygulama öncesine göre daha fazla artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları ise daha az artmıştır. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin uygulandığı deney

grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin uygulama öncesine göre arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu sonucu, öğrencilerin doğrulama becerilerindeki değişimi inceleyen bazı çalışmalar ile paralellik göstermektedir (Arslan, 2007; Aylar, 2014; Demir, 2011; Leikin, 2004; Quinn, 1997; Reiss ve diğ., 2008). Arslan (2007) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinde sınıf seviyesinin artmasıyla birlikte tercih edilen ispat türünün görsel ve örnekle doğrulamadan, cebirsel ispata doğru belli bir oranda değiştiğini tespit etmiştir. Aylar (2014) 7. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretimin uygulanması sonrasında, öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinde genel olarak bir gelişim olduğunu tespit etmiştir. Demir (2011) dinamik geometri yazılımının (DGY) kullanımı ile keşfederek öğrenmenin, 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel ispat becerilerinin gelişiminde normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğunu tespit etmiştir.

Leikin (2004) araştırmaya dayalı bir öğrenme ortamına uyarlanan matematiksel görevler üzerinde yapılan düzenlemelerin, öğretmen adaylarını motive ettiğini, problem çözme ve ispat yapma sürecinde birçok çözüm stratejisinin ortaya çıkmasını sağladığını tespit etmiştir. Quinn (1997) sosyal yapılandırmacı bir çevrede ortaokul matematik öğretmeni adaylarının farklı içerik alanlarını öğrenme sürecinde muhakemelerini önemli ölçüde geliştirdiklerini ve sadece dışsal otoriteye veya örneğe dayanan argümanlardan uzaklaşarak daha içerikli ve çok yönlü muhakeme yolları sergilemeye başladıklarını tespit etmiştir. Reiss ve diğ. (2008) matematik derslerinde öğrencileri keşfetmeye yönlendiren problemlerin kullanımının, öğrencilerin muhakeme ve ispat yapma becerilerini geliştirmede normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğunu tespit etmişlerdir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait altıncı alt problemi "*Kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları doğrulama şemaları ön test-son test sonuçlarına göre farklılaşmakta mıdır*?" şeklinde belirlenmiştir. Altıncı alt problem ile ilgili yapılan analizlerin sonucuna göre, kontrol grubu öğrencilerinin ön test-son test puanları arasında dışsal, deneysel ve analitik şemaların kullanımı açısından son test puanları lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası her üç doğrulama şemasını da uygulama öncesine göre daha fazla kullandıklarını göstermektedir. Bununla birlikte, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama

sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları, uygulama öncesine göre daha çok artarken, analitik şemayı kullanma oranları ise daha az artmıştır. Buna göre, normal öğretim sürecinin devam ettiği kontrol grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin istenen düzeyde gelişmediği sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuç, çeşitli sınıf düzeylerinde öğrencilerin doğrulama becerilerini inceleyen birçok çalışmanın sonucu ile örtüşmektedir (Bahtiyari, 2010; Çoşkun, 2009; Heinze, 2004; Özer ve Arıkan, 2002; Uğurel ve Moralı, 2010; Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Bahtiyari (2010) 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme açısından yeterli deneyime sahip olmadıklarını tespit etmiştir. Çoşkun (2009) 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyelerinin, beklenenden düşük olduğunu ve ispat yazma başarılarının zayıf olduğunu ortaya çıkarmıştır. Heinze (2004) soru-cevap tarzındaki öğretim yöntemlerinin uygulandığı sınıflarda, 8. sınıf öğrencilerinin ispat yeterliliklerinin ortaokul düzeyinde olması gerekenden daha düşük olduğunu tespit etmiştir.

Özer ve Arıkan (2002) 10. sınıf öğrencilerinin ispat yapma becerilerinin yetersiz olduğunu, ispat yapma yöntem ve tekniklerini yeterince kullanamadıklarını ve bir ifadenin doğruluğunu gösterebilmek için genellikle özel sayısal değerlere başvurduklarını tespit etmişlerdir. Uğurel ve Moralı (2010) öğretmen merkezli öğretim anlayışının hakim olduğu bir sınıfta, lise öğrencilerinin sözlü ve yazılı söylemlerinde kabul edilebilir bir ispat yaklaşımı sergileyemediklerini, düşüncelerini matematiksel gösterimler yerine sayısal örnekler kullanarak deneysel olarak aktarmaya çalıştıklarını tespit etmişlerdir. Yeşildere ve Türnüklü (2007) sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin problem çözme sürecinde matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarını, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edemediklerini tespit etmişlerdir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait yedinci alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır*?" şeklinde belirlenmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları arasında bir farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla, uygulama öncesi görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencileri ile uygulama sonrası yeniden görüşülmüştür. Bu doğrultuda yapılan analizler sonucunda, görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası en çok analitik şemayı

kullanırken, en az deneysel şemayı kullandıkları; kontrol grubu öğrencilerinin ise en çok dışsal şemayı kullanırken, en az analitik şemayı kullandıkları tespit edilmiştir. Bu bulgu, araştırmanın dördüncü alt problemi doğrultusunda ortaya çıkan "*DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu"* şeklindeki sonucu destekler niteliktedir.

Yedinci alt problem çerçevesinde ortaya çıkan diğer bir sonuç ise, uygulama sonrası yapılan görüşmelerde deney ve kontrol gruplarından ADYP'ye göre üst seviyelerde yer alan öğrencilerin, alt seviyelerde yer alan diğer öğrencilere göre analitik şemayı daha fazla kullanmaları ve doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bırakmalarıdır. Araştırmanın bu sonucu, literatürde öğrencilerin başarı düzeyleri ile ispat yapma becerileri arasındaki ilişkiyi inceleyen bazı çalışmalar ile paralellik göstermektedir (Çalışkan, 2012; Küchemann ve Hoyles, 2000; Neria ve Amit, 2004; Plaxco, 2012). Çalışkan (2012) 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyeleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu tespit etmiştir. Küchemann ve Hoyles (2000) öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin genel matematik düzeyleri ile ilişkili olduğunu tespit etmişlerdir. Neria ve Amit (2004) matematik başarısı yüksek öğrencilerin çözümlerini doğrulamak için cebirsel temsilleri, başarısı düşük olanlara göre daha fazla kullandıklarını tespit etmişlerdir. Plaxco (2012) üniversite öğrencilerinin matematiksel kavramlara ilişkin görüntüleri ilişkilendirme yeterliliklerinin, sahip oldukları ispat şemalarını sınırlandırabileceğini ya da zenginleştirebileceğini tespit etmiştir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait sekizinci alt problemi "*Deney grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Sekizinci alt problem ile ilgili analizlerin sonucuna göre, görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından soruları boş bırakma oranlarının uygulama öncesine göre büyük oranda düştüğü tespit edilmiştir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin genel olarak uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları azalmıştır. Bu bulgular, araştırmanın beşinci alt problemi doğrultusunda ortaya çıkan "*DNR tabanlı öğretimin uygulandığı deney grubu*

öğrencilerinin doğrulama becerilerinin uygulama öncesine göre arttığı" şeklindeki sonucu destekler niteliktedir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait dokuzuncu alt problemi "*Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Dokuzuncu alt problem ile ilgili analizlerin sonucuna göre, görüşme yapılan kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası doğrulama şeması kullanımı açısından soruları boş bırakma oranları uygulama öncesine göre büyük oranda düşerken; dışsal, deneysel ve analitik şemaları kullanma oranları ise genel olarak artmıştır. Ayrıca kontrol grubu öğrencilerinin genel olarak uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranlarının, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranlarına göre daha çok arttığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, yapılan öğretim ile birlikte bilgi seviyeleri artan öğrencilerin uygulama öncesine göre daha fazla akıl yürüterek mantıksal çıkarım yapabildikleri sonucunu ortaya çıkarmıştır. Araştırmanın bu sonucu, normal öğretim sürecinin uygulandığı sınıflarda öğrencilerin doğrulama becerilerindeki değişimi inceleyen bir çalışmanın (Becker ve Rivera, 2006) sonuçları ile paralellik göstermektedir. Becker ve Rivera (2006) iki 6. sınıf öğrencisinin bir örüntü problemi ile ilgili doğrusal bir ilişkiyi genelleştirme ve doğrulama performanslarının örüntüler ile ilişkili konuların normal öğretim sürecinde öğrenilmesinin ardından arttığını, öğrencilerin temelde değişmez bir özelliğe sahip olan biçimsel ipuçlarını görebildiklerini ve bu ipuçlarını kullanarak problemdeki örüntünün kuralını doğrulayabildiklerini tespit etmişlerdir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait onuncu alt problemi "*Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son mülakatlarda kullandıkları doğrulama şemaları farklılaşmakta mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Onuncu alt problem ile ilgili analizlerin sonucuna göre, görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin analitik şemayı kullanma oranlarının uygulama öncesine göre arttığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları, kontrol grubu öğrencilerine göre çok daha fazla artmıştır. Ayrıca uygulama sonrası deney grubu öğrencilerinin doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri boş bırakma oranları, kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla düşmüştür. Bu bulgular, araştırmanın dördüncü ve beşinci alt problemleri çerçevesinde ortaya çıkan "*DNR tabanlı öğretimin,*

öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu ve deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerini uygulama öncesine göre arttırdığı" şeklindeki sonuçları destekler niteliktedir.

Araştırmanın uygulama sonrasına ait on birinci alt problemi "*DNR tabanlı öğretime uygun olarak geliştirilen etkinlik çalışma yaprakları ve ödev sorularının deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisi var mıdır?"* şeklinde belirlenmiştir. Bu alt problem çerçevesinde, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına ve problem çözme sürecinde kullandıkları doğrulama şemalarına etkisini belirlemek amacıyla, etkinliklere ve ödev sorularına yönelik yapılan sınıf tartışmalarından elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Yapılan analiz sonuçlarına göre, tartışma sürecinde deney grubu öğrencilerinin genel olarak olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yolları sergiledikleri, problem çözme sürecine aktif olarak katıldıkları, farklı çözüm stratejileri geliştirdikleri ve çözümlerini doğrulamak için sıklıkla analitik şemaları kullandıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca, bu süreçte öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili kavramların ve formüllerin anlamlarını keşfettikleri, geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını yeniden sorgulama ve pekiştirme imkanı buldukları tespit edilmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretime uygun olarak geliştirilen etkinliklerin ve ödev sorularının deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını ve doğrulama becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Elde edilen bu sonuç, öğretim sürecinde tartışma ortamı yaratan etkinlik ve problemlerin kullanımının, öğrencilerin muhakeme etme ve doğrulama becerileri üzerindeki etkisini araştıran birçok çalışmanın sonucunu destekler niteliktedir (Akkaya, 2010; Altun ve Arslan, 2006; Colton, 2010; Hunter, 2007; Kandemir ve Özenç, 2014; Kılıç ve Alkan, 2014; Lavy, 2004; Yackel, 2001; Rich, 2011). Akkaya (2010) yapılandırmacı ve gerçekçi eğitim kuramlarına göre tasarlanan öğretim ortamlarında, öğrencilerin keşifleri üzerine odaklanan etkinliklerin kullanımının, 7. sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçleri üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu ve matematiksel bilginin daha nitelikli olarak oluşturulduğunu tespit etmiştir. Altun ve Arslan (2006) grup çalışmaları ve sınıf tartışmalarının yapıldığı öğrenme ortamının, 7.

ve 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan matematik problemlerini çözme stratejilerini öğrenmelerinde genel olarak etkili olduğunu tespit etmişlerdir. Colton (2010) matematiksel düşünmeye ve doğrulamaya odaklanan derslerin, 7. sınıf öğrencilerinin kavramsal öğrenme ve problem çözme performanslarını geliştirdiğini tespit etmiştir. Hunter (2007) ilkokul öğrencilerinin problem çözme sürecinde cevaplarını doğrulamaları için çeşitli yollar geliştirmeleri yönünde teşvik edildikleri tartışma ortamlarında, muhakemelerini doğrulama ve diğerlerini ikna etme becerilerinin geliştiğini tespit etmiştir. Kandemir ve Özenç (2014) açık uçlu gerçek yaşam problemlerinin kullanıldığı öğretim durumlarının, sınıfta tartışma ortamı yarattığını ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerini geliştirdiğini tespit etmişlerdir.

Kılıç ve Alkan (2014) rutin olmayan problem çözme becerilerini arttırmaya yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında, 9. sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarının arttığını tespit etmişlerdir. Lavy (2004) bilgisayar destekli öğrenme ortamında 7. sınıf öğrencilerinin birbirleriyle ve çevreleriyle olan etkileşimlerinin, tartışma yeteneklerini geliştirdiğini ve öğrencilerin somut örneklere dayanan muhakemelerinin, sayıların özellikleri ile ilgili matematiksel düşüncelere doğru geliştiğini ortaya koymuştur. Yackel (2001) matematiksel muhakemeye ve anlamaya odaklanan derslerde yapılan sınıf tartışmalarının, üniversite öğrencilerinin düşüncelerini açıklama, soru sorma, çözümlerini veya iddialarını doğrulama becerilerini geliştirdiğini göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin sınıf tartışmalarına anlamlı bir şekilde katılmalarının, konu ile ilgili önemli fikirlerin ortaya çıkmasını ve öğrencilerin konuyu kavramsal olarak öğrenmelerini sağladığı tespit edilmiştir. Rich (2011) öğrencilerde kavramsal anlamayı geliştirmek amacıyla hazırlanan öğrenme ortamlarında, 8. sınıf öğrencilerinin içerik bilgilerinin arttığını ve öğrenilen konuya ilişkin kavramsal bir anlama geliştirdiklerini, ayrıca fikirlerini ifade etmek için matematiksel dili daha fazla kullanarak daha eksiksiz ve karmaşık bir muhakeme sergilemeye başladıklarını tespit etmiştir.

Araştırmada uygulama sonrası ile ilgili elde edilen sonuçlar özetlenecek olursa;

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri arasında son test sonuçlarına göre deney grubu lehine anlamlı bir farklılık vardır.

2. Deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profillerine ilişkin ön test-son test sonuçları arasında son test lehine anlamlı bir farklılık vardır.
3. Kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profillerine ilişkin ön test-son test sonuçları arasında son test lehine anlamlı bir farklılık vardır.
4. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu profilleri, uygulama öncesinden sonrasına anlamlı bir farklılık göstermiştir. Bununla birlikte, deney grubu öğrencilerinin ADYBT puanlarının, uygulama öncesine göre daha fazla artmış olması, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolu seviyelerini arttırmada, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğunu göstermiştir.
5. Uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine göre iyi ve çok iyi kategorilerinde yer alan deney grubu öğrencileri genel olarak, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yolları sergilemişler ve bu doğrultuda alt seviyelerde yer alan diğer öğrencilere göre, problemlere yönelik farklı çözüm stratejileri geliştirmede daha başarılı olmuşlardır.
6. Uygulama sonrası anlama ve düşünme yolu profillerine göre iyi kategorisinde yer alan kontrol grubu öğrencileri ise genel olarak, olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yolları sergileyememiş ve bu doğrultuda problemleri çözmek için farklı stratejiler geliştirememişlerdir. Bu durum, var olan normal öğretim sürecinin kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarını istenen düzeyde geliştiremediğini göstermiştir.
7. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası ADYBT son test puanları arasında, dışsal ve deneysel şemaların kullanımı açısından anlamlı bir fark olmadığı; analitik şemanın kullanımı ve soruların boş bırakılma oranı açısından ise deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
8. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ADYBT'ye yönelik cevaplarında kullandıkları dışsal, deneysel ve analitik şemalar arasında ön test-son test sonuçlarına göre son test lehine anlamlı bir farklılık vardır.

9. Deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları, uygulama öncesine göre daha fazla artarken, dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları daha az artmıştır. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin deney grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerini uygulama öncesine göre arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.
10. Kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrası dışsal ve deneysel şemaları kullanma oranları uygulama öncesine göre daha çok artarken, analitik şemayı kullanma oranları ise daha az artmıştır. Buna göre, normal öğretim sürecinin devam ettiği kontrol grubu öğrencilerinin doğrulama becerilerinin istenen düzeyde gelişmediği sonucuna ulaşılmıştır.
11. Uygulama sonrası görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin analitik şemayı kullanma oranları uygulama öncesine göre artmıştır. Bununla birlikte, deney grubu öğrencilerinin uygulama sonrası analitik şemayı kullanma oranları, kontrol grubu öğrencilerine göre çok daha fazla artmıştır. Bu bulgu, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin analitik şemayı kullanmalarında ve doğrulama becerilerini geliştirmede, normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğunu göstermiştir.
12. Uygulama sonrası yapılan görüşmelerde deney grubu öğrencileri en çok analitik şemayı kullanırken, en az deneysel şemayı kullanmışlardır. Kontrol grubu öğrencileri ise, en çok dışsal şemayı kullanırken, en az analitik şemayı kullanmışlardır. Buna göre, uygulama sonrası görüşme yapılan deney grubu öğrencilerinin, analitik şemaları kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır.
13. Uygulama sonrası yapılan görüşmelerde, deney ve kontrol gruplarından ADYP'ye göre üst seviyelerde yer alan öğrenciler, alt seviyelerde yer alan diğer öğrencilere göre analitik şemayı daha fazla kullanmış ve doğrulama şeması kullanımı açısından problemleri daha az boş bırakmışlardır. Buna göre, görüşme yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin anlama ve düşünme yolu profilleri ile analitik şemayı kullanma oranları arasında pozitif bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.
14. DNR tabanlı öğretim sürecinde uygulanan etkinlikler ve ödev sorularına yönelik yapılan sınıf tartışmalarında, deney grubu öğrencilerinin genel olarak olasılık ve istatistik ile ilgili kavramlara yönelik çok yönlü anlama yolları sergiledikleri, problem çözme sürecine aktif olarak katıldıkları, farklı çözüm stratejileri

geliştirdikleri ve çözümlerini doğrulamak için sıklıkla analitik şemaları kullandıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili kavramların ve formüllerin anlamlarını keşfettikleri, geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını yeniden sorgulama ve pekiştirme imkanı buldukları tespit edilmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretim sürecinde uygulanan etkinliklerin ve ödev sorularının deney grubu öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını ve doğrulama becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmanın uygulama sonrasına ilişkin verilerinden elde edilen genel sonuca göre; DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını geliştirmede ve problemlere yönelik çözümlerini doğrulama sürecinde analitik şemayı daha fazla kullanmalarında normal öğretim sürecine göre daha etkili olduğu ortaya çıkmıştır.

5.2. Öneriler

Bu çalışmada elde edilen bulgular ve ulaşılan sonuçlar doğrultusunda aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur:

5.2.1. Öğretime Yönelik Öneriler

- Bu araştırmada, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolları DNR tabanlı öğretim çerçevesinde incelenmiş ve geliştirilmeye çalışılmıştır. Harel (1998) öğrencilerin ortaya koydukları anlama yollarının, onların düşünme yollarını anlamak için bir referans noktası olarak kullanılabileceğini ileri sürer. Buna göre, bu araştırmada öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak amacıyla geliştirilen veri toplama araçlarının matematik öğretmenleri tarafından kullanılması önerilmektedir. Böylece öğretmenler öğrencilerinin ortaya koydukları anlama yollarının hangi düşünme yollarından kaynaklandığı hakkında fikir edinebilir ve öğretimlerini öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım edecek şekilde planlayabilirler.
- Araştırmada belirlenen anlama ve düşünme yolları, öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardım edecek uygun öğretimsel aktivitelerin tasarlanması konusunda araştırmacıya yol göstermiştir. Bu doğrultuda, araştırmada

geliştirilen etkinlik ve materyallerin, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardım etmek amacıyla matematik öğretmenleri tarafından kullanılması önerilmektedir.

- Araştırmada DNR tabanlı öğretim çerçevesinde oluşturulan öğrenme ortamının, öğrencilerin doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerinde, cevaplarını doğrularken analitik ispat şemasını daha fazla kullanmalarında etkili olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, öğretmenlerin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarabilecekleri, sorgulama ve muhakeme yapmalarını sağlayarak doğrulama becerilerini geliştirebilecekleri öğrenme ortamlarının oluşturulmasında DNR tabanlı öğrenmeden yararlanmaları önerilmektedir.
- Bu araştırmada işbirliğine dayalı öğrenmenin etkileri incelenmemiş olsa da, DNR'ye uygun öğrenme ortamının oluşturulmasında işbirlikli grup çalışmalarından yararlanılması, öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları geliştirilmelerini sağlamıştır. Buna göre, öğretmenlere öğrenme ortamlarının zenginleştirilmesinde işbirlikli öğrenme gruplarından faydalanmaları önerilmektedir.
- Bu araştırmada DNR tabanlı öğretimin öğrencilerde kavramsal öğrenmeyi desteklediği tespit edilmiştir. Buna göre, bu yaklaşımın öğretimsel ilkelerinin yapılandırmacı yaklaşıma göre yenilenen matematik programının hedefleri ile örtüştüğü ve bu hedeflerin gerçekleştirilmesinde etkili olduğu söylenebilir. Bu doğrultuda, öğretmenlerin ilköğretimden yükseköğrenime kadar her seviyede DNR tabanlı öğretimin matematikteki uygulamalarına yer vermeleri önerilmektedir.
- Araştırmada geliştirilen veri toplama araçlarında yer alan problemlerin düşündürücü, ilgi çekici ve farklı yollarla çözülebilir nitelikte olması, öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yolları sergilemelerinde ve düşüncelerini paylaşarak grup ve sınıf tartışmalarına katılmalarında etkili olmuştur. Bu sonuçlar göz önüne alınarak, ülkemizde merkezi sınav sisteminin değişmesi ve öğrencilerin doğrulama becerilerini ortaya çıkarabilecek soru tiplerine yer verilmesi önerilmektedir. Böylece öğretmenlerin derslerde öğrencileri muhakeme ve sorgulamaya yönlendiren etkinliklere daha çok zaman ayırmaları sağlanabilir. Bu araştırma, DNR tabanlı öğretimin bu amaçla ortaokul düzeyinde nasıl uygulanabileceğini göstermesi açısından öğretmenler için yol gösterici olabilir.

5.2.2. Yeni Araştırmalar İçin Öneriler

- Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarının belirlenmesi, öğretime yönelik uygun bilişsel hedefler belirlenmesinde yol gösterici olmuştur. Buna göre, farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin aynı konu hakkındaki anlama ve düşünme yolları belirlenerek, bu yolların farklı yaş gruplarına göre nasıl değiştiği, aralarındaki benzerlik ve farklılıkların neler olduğu tespit edilebilir. Böylece öğretim için yararlı ipuçları elde edilebilir.
- Araştırmada, DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili istenen anlama ve düşünme yollarını geliştirmelerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin matematikle ilgili aynı veya farklı konu alanlarında, farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi araştırılabilir. Ayrıca bu anlama ve düşünme yollarının cinsiyete göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenebilir.
- Araştırmada geliştirilen "Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi" (ADYBT) ile "Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)", öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama yollarını ve bu yolların hangi düşünme yollarından kaynaklandığını ortaya çıkarması bakımından, matematikle ilgili farklı konu alanlarında öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını incelemek isteyen araştırmacılar için yol gösterici olabilir. Buna göre, benzer testler ve değerlendirme formları geliştirilebilir.
- Araştırmanın ön çalışma (I. aşama) sürecinde elde edilen veriler, öğrencilerin çok yönlü anlama yolları sergileyemediklerini, problemlere tek tip yanıtlar verdiklerini ve cevaplarını doğrulamakta zorlandıklarını göstermiştir. Benzer şekilde, var olan normal öğretim sürecinin devam ettiği kontrol grubu öğrencilerinin yapılan öğretim sonrasında problemlere doğru yanıtlar verseler bile, kavramlara çok yönlü bakamadıkları, farklı çözüm yolları öneremedikleri ve doğrulama becerilerinin yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır. Bu durum, yapılandırmacı yaklaşıma göre yenilenen matematik programına rağmen derslerin öğretmen merkezli olarak işlenmeye devam edilmesi neticesinde, öğrencilerin ilişkisel öğrenmeden çok ezbere dayalı kurallı öğrenmeyi sürdürmelerinden ve nedenler üzerinde düşünmekten çok sadece sonuçların doğruluğuyla ilgilenmelerinden kaynaklanıyor gibi

görünmektedir. Diğer taraftan, araştırmada deney grubu için planlanan ve uygulanan öğretimin öğrencilerin farklı anlama ve düşünme yollarını sergilemelerinde ve doğrulama becerilerinin gelişmesinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, araştırmada oluşturulan öğrenme ortamının; grup ve sınıf tartışmalarına ayrılan zaman, rutin olmayan problem çözme etkinliklerine yer verilmesi, farklı çözüm yollarının desteklenmesi, çözümlerin neden doğru ya da yanlış olduğunun sorgulanması gibi özellikleri açısından, bu konuda çalışacak araştırmacılar için yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

- Bu araştırmada düşünme yolları olarak, öğrencilerin problem çözme yaklaşımları ve doğrulama şemaları ele alınmış ve matematikle ilgili inançlara yer verilmemiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin matematikle ilgili inançlarına etkisini inceleyen araştırmalar yapılabilir.
- Bu araştırmada, öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ortaya koydukları anlama yollarının, düşünme yolları ile ilişkili ve uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin anlama yollarının, matematikle ilgili tutum, öğrenme stilleri gibi çeşitli değişkenlerle ilişkisi araştırılabilir.
- Bu araştırmada, DNR tabanlı öğretimin öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisi, var olan normal öğrenme ortamının sürdürüldüğü sınıflarla karşılaştırılarak incelenmiştir. Buna göre, DNR tabanlı öğretimin diğer öğretim yaklaşımları ile karşılaştırıldığı benzer çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. Ü. (2007). *Aktif öğrenme*. (8. Baskı). İzmir: Biliş Yayınları.

Akkaş, N. E. (2009). *6-8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistiksel Düşüncelerinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve İstatistik Öğrenme Alanındaki Kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık Kuramına Göre Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Alp, E. (2010). *Disiplinler Arası Öğretim Yaklaşımının Öğrencilerin Olasılık Konusundaki Akademik Başarılarına ve Öğrenmenin Kalıcılığına Etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Altıparmak, K. ve Öziş, T., (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi, 6(21),* 25-37.

Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Eğitim Fakültesi Dergisi XIX (1),* 1-21.

Altun, M. ve Memnun D.S. (2008). Matematik öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama Dergisi, 4 (2)*, 213-238.

Altun, M. (2008). *Matematik öğretimi.* Bursa: Aktüel.

Anderson, J. R. (1982). Acquisition of cognitive skill. *Psychological Review, 89,* 369–406. doi:10.1037/0033-295X.89.4.369.

Anderson, J. R. (1985). *Cognitive psychology and its implications* (2nd ed.). New York: W.H. Freeman.

Arı, E. (2010). *İlköğretim 6-7 ve 8. Sınıflarda Matematik Dersinin İstatistik ve Olasılık Konusunun Öğreniminde Yaşanan Problemler ve Çözüm Önerileri.* Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim Öğrencilerinde Muhakeme Etme ve İspatlama Düşüncesinin Gelişimi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Arslan, Ç. ve Altun, M. (2008). İlköğretim öğrencilerinin tercih ettikleri matematiksel ispat yöntemleri. *8. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* Bolu.

Aylar, E. (2014). 7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik becerilerinin irdelenmesi. *Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences, 47(1),* 351-376.

Bahtiyari A. Ö. (2010). *8. Sınıf Matematik Öğretiminde İspat ve Muhakeme Kavramlarının ve Önemlerinin Farkındalığı*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Bakırcı, S. (2014). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Problem Çözme Süreçlerinin İncelenmesi Üzerine Nitel Bir Çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Bartlo, J.B. (2013). *Why Ask Why: An Exploration of the Role of Proof in the Mathematics Classroom.* Unpublished Doctoral Dissertation, Portland State University.

Batanero, C., Serrano, L. & Garfield, J. B. (1996). Heuristics and biases in secondary school students´ reasoning about probability. *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 8–12.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar.* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Becker, J.R. & Rivera, F. (2006). Establishing and justifying algebraic generalization at the sixth grade level. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4,* 465-472.

Behr, M. J., Wachsmuth, I., & Post, T. R. (1984). Tasks to assess children's perception of the size of a fraction. In A. Bell, B. Low, & J. Kilpatrick (Eds.). *Theory, research and practice in mathematical education*. Working Group Reports and Collected Papers from the 5th International Congress on Mathematical Education, 179–181.

Benko, P. (2006). *Study of the Development of Students' Ideas in Probability*. Unpublished Doctoral Dissertation, Rutgers University.

Brousseau, G. (1997). Epistemological obstacles, problems and didactical engineering. In theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht: Kluwer.

Brownell, W. A. (1946). Introduction: Purpose and scope of the yearbook. The Forty-Fifth Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part I, *The measurement of understanding*, 1–6. University of Chicago.

Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (18. Baskı). Ankara: Pegem Yayıncılık.

Capraro, M. M., Gerald K. & Capraro, R. M. (2005). Middle grades: Misconceptions in statistical thinking. *School Science and Mathematics, 105 (4),* 165.

Chiesi, H., Spilich, G., & Voss, J. (1979). Acquisition of domainrelated information in relation to high and low domain information. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 18,* 257–273. doi: 10.1016/S0022-5371(79)90146-4.

Cobb, G.W. & Moore, D.S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *Amer. Math, 104,* 801-823.

Colton, C. (2010). Justifying answers and providing explanations for mathematical thinking: The impact on student learning in a middle-school classroom. *Math in the Middle Institute Partnership Action Research Project Report*.

Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. In R. B. Cooper, R. (1991). The role of mathematical transformations and practice in mathematical development. In L. Steffe (Ed.). *Epistemological foundations of mathematical experience.* New York: Springer-Verlag.

Conner, A.M.(2007). *Student Teachers' Conceptions of Proof and Facilitation of Argumentation in Secondary Mathematics Classrooms*. Doctoral Dissertation, The Pennsylvania State University.

Cooper, R. (1991). The role of mathematical transformations and practice in mathematical development. In L. Steffe (Ed.). *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer-Verlag.

Cresswell, J.W. & Plano Clark V.L. (2014). *Karma Yöntem Araştırmaları Tasarımı ve Yürütülmesi* (Çev. Ed. Yüksel, D. ve Demir, S. B.). Ankara: Anı Yayıncılık.

Çakmak, Z. T. (2014*). İlköğretim 6-8. Sınıf Matematik Öğrencilerinin İstatistik ve Olasılık Öğrenme Alanında Zorlandıkları Kavram ve Konuların Belirlenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

Çalışkan, Ç. (2012). *8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarılarıyla İspat Yapabilme Seviyelerinin İlişkilendirilmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Çelik, D. ve Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili anlama ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi, 173,* 361-375.

Çepni, S. (2005). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*, Trabzon.

Çoşkun, F. (2009). *Ortaöğretim Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Becerilerinin İlişkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Davis, R. B. (1992). Understanding understanding. *Journal of Mathematical Behavior, 11(3),* 225–242.

Davis, R. B. (1984). Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education. New Jersey: Ablex Publishing.

Dawson, R.M. (2010). *The Effects of a Course on Statistical Literacy Upon Students' Challenges to Statistical Claims Made in the Media*. Unpublished Doctoral Dissertation, Clemson University.

DeGroot, A. D. (1965). *Thought and choice in chess*. The Hage: Mouton.

Demir, F. (2011). *Bir Dinamik Geometri Yazılımının İlköğretim Öğrencilerinin Geometride İspat Becerilerine Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Dereli, A. (2009). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Konusundaki Hataları ve Kavram Yanılgıları.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

de Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, *24*, 17–24.

de Villiers, M. (1999). Rethinking proof with the geometer's sketchpad. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–123): Kluwer.

Dündar, T. (2014). 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Çeşitlerini Kullanma ve Ayırt Etme Becerilerinin İncelenmesi. *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Adana, 249-257.

Efe, M. (2011). *İşbirlikli Öğrenme Yönteminin, Öğrenci Takımları Başarı Bölümleri ve Küme Destekli Bireyselleştirme Tekniklerinin İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi "İstatistik ve Olasılık" Ünitesindeki Başarılarına, Tutumlarına ve Motivasyonlarına Etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Hatay.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. and Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM, 41*(5), 605-618.

Ercan, Ö. (2008). *Çoklu Zekâ Kuramına Dayalı Öğretim Etkinliklerinin 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi "Permütasyon ve Olasılık" Ünitesindeki Akademik Başarılarına Etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ersoy, E. ve Demirtaş, Z. (2013). Gerçekçi Matematik Eğitiminin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ünitesi öğretiminde öğrenci başarısına etkisi. *SAÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü VI. Ulusal Lisansüstü Eğitim Sempozyumu*, Sakarya.

Ficshbein, E. & Schnarch, D.(1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28(1),* 96–105. 04.08.2006'de http://my.nctm.org/eresources adresinden alınmıştır.

Franklin, C. et.al. (2005). A curriculum framework for pre K-12 statistics education. Paper presented to the American Statistical Association Board of Directors for Endorsement.

Furinghetti, F. & Morselli, F. (2004) Between affect and cognition: Proving at university level. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 369-376.

Gal, I. & Garfield, J. B. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics education. *The Assessment Challenge in Statistics Education*. IOS Press, 1997 (on behalf of the ISI). Pages 1-13.

Gal, I. (2011). Does CensusAtSchool develop statistical literacy? *Statistical Journal of the IAOS,* 27, 229-230. DOI 10.3233/SJI20110737.

Greeno, J. (1980). Conceptual entities. In D. Gentner, & A. Stevens (Eds.), *Mental models* (pp. 227–252). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Gürakar, N. (2010). *İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistik Temsil Biçimlerini Kullanma Becerilerinin Belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarının öğretimi için örnek çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31(1),* 111-123.

Gürbüz, R.(2010). The effect of activity-based instruction on conceptual development of seventh grade students in probability. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41(6),* 743-767.

Gürbüz R., Erdem, E. ve Fırat S. (2014). The effect of activity-based teaching on remedying the probability-related misconceptions: a cross-age comparison. *Creative Education, 5,* 18-30.

Gürbüz, R. ve Erdem, E. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7. sınıf örneği. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 7(16),* 206-230.

Güven, B. *ve* Özmen, Z.M. (2014). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin grafik okuryazarlığı düzeylerinin belirlenmesi. *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* Adana, 264-268.

Hayat, F. (2009). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Harel, G. (1995). From naive interpretist to operation conserver. In J. Sowder & B. Schappelle (Eds.). *Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle*, New York : SUNY Press, 143-165.

Harel, G. (1998). Two dual assertions: The first on learning and the second on teaching (or vice versa). *The American Mathematical Monthly, 105,* 497-507.

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes. *Research on Collegiate Mathematics Education, 3.* In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), AMS, 234-283.

Harel, G. (2001). The development of mathematical induction as a proof scheme: A model for DNR-based instruction. In S. Campbell & R. Zaskis (Eds.), Learning and Teaching Number Theory. *In C. Mather (Ed.). Journal of Mathematical Behavior (*pp. 185-212). New Jersey: Ablex Publishing Corporation.

Harel, G. (in press). PUPA's two complementary products: Conceptual framework for proof schemes and DNR system for enhancing students' proof schemes.

Harel G. & Sowder, L. (2005). Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development. *Mathematical Thinking and Learning, 7(1),* 27–50.

Harel, G., & Sowder, L (2007). Toward a comprehensive perspective on proof. In F. Lester (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* National Council of Teachers of Mathematics.

Harel, G. (2008). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In B. Gold & R. Simons (Eds.). *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy* (pp. 265–290). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Harel, G. (2008a). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction. Part I: Focus on proving. *ZDM Mathematics Education, 40*, 487-500.

Harel, G. (2008b). A DNR perspective on mathematics curriculum and instruction. Part II: with reference to teacher's knowledge base. *ZDM Mathematics Education, 40*, 893-907.

Heinze, A. (2004). The proving process in mathematics classroom: Method and results of a video study. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 41–48.

Hiebert, J. (1997). Aiming research toward understanding: lessons we can learn from children. In A. Sierpinsda ve J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity*: *An ICMI study* (pp. 141–152). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hunter, R. (2007). Can you convince me: Learning to use mathematical argumentation. In J. Woo, H. Lew, K. Park, D. Seo (Eds.). *Proceedings of the 31st Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 381-389). South Korea, The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.

Hwang, S. (2011). *The Role of Role: Engaging with Mathematical Justificatıon as Student and Teacher*. Doctoral Dissertation, University of Delaware.

Işık, A. ve Özdemir, G. (2014). Çalışma yapraklarıyla olasılık öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research, 12*, 4-16.

İmamoglu, Y. (2010). *An Investigation of Freshmen and Senior Mathematics and Teaching Mathematics Students' Conceptions and Practices Regarding Proof*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.

İpek, S. (2010). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Dinamik Geometri Yazılımları Kullanarak Gerçekleştirdikleri Geometrik ve Cebirsel İspat Süreçlerinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

İskenderoğlu, A.T.(2003). *Farklı Sınıf Düzeylerindeki Öğrencilerin Matematik Problemlerini Kanıtlama Süreçleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

İskenderoğlu T.A. ve Baki, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel kanıt yapmaya yönelik görüşlerinin nicel analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 11(4),* 2275- 2290.

Jones, G.A., Thornton, C.A., Langrall, C.W. & Mogill, T.A. (1996). Using children's probabilistic thinking to inform instruction. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 20 (3),* 137-144.

Kalaycı, Ş. (Ed). (2005). *SPSS Uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri.* Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Kandemir, M.A. ve Özenç, Ş. (2014). Ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam problemleri ile yeterliklerinin belirlenmesi. *I. Eurasian Educational Research Congress*.

Khazanov, L. (2005). *An Investigation of Approaches and Strategies for Resolving Students' Misconceptions About Probability in Introductory College Statistics*. Unpublished Doctoral Dissertation, Columbia University, New York.

Kılıç, S.D. ve Alkan, H.(2014). Öğrenme ortamının öğrencilerin matematik performanslarına olan etkisi. *I st Eurasıan Educatıonal Research Congress*.

Kitcher, P.(1983). *The nature of mathematical knowledge*. New York: Oxford University Press.

Koparan, T. ve Güven B. (2014). Proje tabanlı öğrenme yaklaşımının öğrencilerinin olasılık kavramına yönelik istatistiksel okuryazarlık seviyelerine etkisi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 3(1),* 2146-9199.

Kustos P.N. (2010). *Trends Concerning Four Misconceptions in Students' Intuitıvely-Based Probabilistic Reasoning Sourced in the Heuristic of Representativeness.* Doctoral Dissertation, University of Alabama.

Küchemann,D. & Hoyles, C. (2001). Investigating factors that influence students' mathematical reasoning. *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 257-264.

LaBerge, D., & Samuels, S. J. (1974). Toward a theory of automatic information processing in reading. *Cognitive Psychology, 6*, 293–323.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life.* New York: Cambridge University Press.

Lavy, I. (2004). Kinds of arguments emerging while exploring in a computerized environment. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3(13),* 185–192.

Lawson-Tancred, H. T. (1998). *Aristotle: The metaphysics*. Harmondsworth: Penguin.

Lee, S.,K.(1982). Fourth graders' heuristic problem-solving behavior. *Journal for Research in Mathematics Education, 13(2),* 110.

Leikin, R. (2004). Towards high quality geometrical tasks: Reformulation of a proof problem. In M. J. Hoines & A. B.Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 209–216.

Lesgold, A. M., Rubison, H., Peltovich, P., Glaser, R., Klopfer, D., & Wang, Y. (1988). Expertise in a complex skill: Diagnosing X-ray pictures. In M. T. H. Chi, R. Glaser & M. Farr (Eds.), *The nature of expertise* (pp. 311–342). Hillsdale: Erlbaum.

Lim, K. H. (2006). Characterizing students' thinking: algebraic, inequalities and equations. *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 2-102.

Lim K. H. (2007). Improving students' algebraic thinking: The case of Talia. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 193-200.

Martin, G.W. & Harel G. (1989). Proof frames of preservice elemantry teachers. *Journal for Research in Mathematics Education, 20,* 41-51.

Maskiewicz, A. L. (2006). *Rethinking Biology Instruction: The Application of DNR-based Instruction to the Learning and Teaching of Biology.* Unpublished Doctoral Dissertation, University of California, San Diego.

M.E.B. (2009). *İlköğretim (6–8). Sınıflar Programları Tanıtım El Kitabı*. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

M.E.B. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Meletiou-Mavrotheris, M. & Lee, C. (2010). Investigating college-level introductory statistics students' prior knowledge of graphing. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 10(4),* 339-355.

Memnun, D.S. (2008). Sekizinci sınıfta permütasyon ve olasılık konularının aktif öğrenme ile öğretiminin uygulama düzeyi öğrenci başarısına etkisi. *Eğitim Fakültesi Dergisi XXI (2),* 403-426.

Memnun, D.S., Altun, M. ve Yılmaz A. (2010). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlama düzeyleri. *Eğitim Fakültesi Dergisi XXIII (1),* 11-29.

Miles, M.B. & Huberman, M.A (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. London: Sage.

Miller, C.M. (2000). Student-researched problem–solving strategies. *Mathematics Teacher, 93(2),* 136-138.

Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity to process information. *Psychological Review, 63,* 81–87. doi:10. 1037/h0043158.

Mills, J.D. & Holloway C.E. (2013). The development of statistical literacy skills in the eighth grade: exploring the TIMSS data to evaluate student achievement and teacher characteristics in the United States. *Educational Research and Evaluation, 19(4),* 323-345. http://dx.doi.org/10.1080/13803611.2013.771110.

Monoyiou, A., Xistouri, X. & Philippou, G. (2006). Primary students' reasoning in problem solving and teachers' evaluation of their arguments. In Novotna, J., Moraova, H., Kratka, M. & Stehlikova, N. (eds.). *Proceedings of the 30th Conference of the IGPME, 4,* 177-184. Charles University in Prague.

Montague, M., Bos, C. S., & Doucette, M. (1991). Affective, cognitive, and metacognitive attributes of eighth-grade mathematical problem solvers. *Learning Disabilities Research & Practice, 6,* 145.

Morselli, F. (2006). Use of examples in conjecturing and proving: An exploratory study. In J. Novotna, H. Moarova, M. Kratka & N. Stelichova (Eds), *Proceedings of PME 30(4),* 185-192. Prague: Charles University.

Mvududu, N. & Kanyongo, G.Y. (2011). Using real life examples to teach abstract statistical concepts. *Teaching Statistics, 33 (1),* 12-16.

Neria, D. ve Amit, M. (2004) Students preference of non-algebraic representations in mathematical communication. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 409-416.

Nilsson, P. (2009). Conceptual variation and coordination in probability reasoning. *Journal of Mathematical Behavior, 28,* 247–261.

Odabaşı-Çimer, S. ve Ursavaş, N. (2012). Student teachers' ways of thinking and ways of understanding digestion and the digestive system in biology. *International Education Studies, 5(3).* http://dx.doi.org/10.5539/ies.v5n3p1.

Ören, D. (2007). *An Investigation of 10th Grade Students' Proof Schemes in Geometry with Respect to Their Cognitive Styles and Gender.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Özer, Ö. ve A. Arıkan (2002). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 2,* 1083-10989.

Philippeaux-Pierre, R. (2009). *Inquiry Mathematics: What's in it for Students? A Look at Student Experiences and Mathematical Understanding.* Doctoral Dissertation, Columbia University.

Piaget, J. ve Inhelder, B. (1967). *The childs' conception of space*. New York: W. W. Norton ve Company.

Piaget, J. (1983). Piaget's theory. In P.H. Mussen (Ed.), *Handbook of Child Psychology* (4th ed., pp. 103-128). New York: John Wiley & Sons.

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development*. Chicago: University of Chicago Press.

Plaxco, D. (2012). Relationship between students' proof schemes and definition. In L. R. Van Zoest, J.-J. Lo & J.L.Kratky (Eds.). *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology in Mathematics Education* (pp. 167-173). Kalamazoo, MI.

Press. Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22(1),* 1–36. doi:10.1007/BF00302715.

Quinn, A.K.L. (1997). *Justifications, Argumentations, and Sense Making of Preservice Elementary Teachers in a Constructivist Mathematics Classroom.* Doctoral Dissertation, Kent State University.

Quinn, R. J. (2004). Investigating probabilistic intuitions. *Teaching Statistics, 26(3),* 86-88.

Reiss, K.M., Heinze, A., Renkl A. & Grob, C. (2008). Reasoning and proof in geometry: Effects of a learning environment based on heuristic worked-out examples. *ZDM Mathematics Education, 40,* 455–467.

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S. & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*, 8–27.

Rich, D. L. S. (2011). *Maggie and Her Students: Talking and Reasoning in a Reform-Based Mathematics Classroom.* Unpublished Doctoral Dissertation, University of Northern Iowa.

Ron, G.,Dreyfus, T. & Hershkowitz, R. (2006). Partial knowledge constructs for the probability area model. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4,* 449-457.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Sharma, S. (2005). Personal experiences and beliefs in early probabilistic reasoning: Implications for research. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 29(4),* 177-185.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. In D. A. Groups, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan (pp. 465–494), New York.

Schneider, W. & Shiffrin, R. M. (1977). Controlled and automatic human information processing: Detection, search and attention. *Psychological Review, 84*, 1–66.

Steffe, L. P., von Glasersfeld, E., Richards, J. & Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*. New York: Praeger.

Steffe, L. P., Cobb, P. & von Glasersfeld, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. Springer: New York.

Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Sulak, S. (2005). *İlköğretim matematik dersinde problem çözme stratejilerinin problem çözme başarısına etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Şafak, C. ve Akkaya, R. (2014). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusu ile ilgili kavram yanılgılarının incelenmesi. *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Adana,* 269-276**.**

Şengül, S. ve Yıldız, F. (2013). Öğrencilerin işbirlikli öğrenme grupları ile problem çözme sürecinde sergiledikleri üstbilişsel davranışlar ve matematik öz-yetkinlikleri arasındaki ilişki. *The Journal of Academic Social Science Studies, 6(1),* 1295-1324.

Şengül S. ve Güner, P. (2013). DNR tabanlı öğretime göre matematik öğretmen adaylarının ispat şemalarının incelenmesi. *International Journal of Social Science, 6(2),* 869-878.

Talawat, P. (2015). *Thai Secondary School Students' Probability Misconceptions: The Impact of Formal Instruction.* Unpublished Doctoral Dissertation, University of California.

Taşdelen, U. ve Laçin, F. (2014). Kavram haritası ve VEE diyagramının ilköğretim 8. sınıf istatistik ve olasılık konusunda öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi. *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Adana,* 1188-1196.

Taşpınar, Z. ve Bulut, M. (2012). Determining of problem solving strategies used by primary 8. grade students' in mathematics class. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 46,* 3385-3389.

Thompson, P. W. (1985). Experience, problem solving, and learning mathematics: considerations in developing. In E. A. Silver (Ed.) *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir ortaöğretim matematik dersindeki ispat yapma etkinliğine yönelik sınıf içi tartışma sürecine öğrenci söylemleri çerçevesinde yakından bakış. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 135-154.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J. M. (2010). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çev. Ed. Durmuş, S.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık, 2012.

von Glasersfeld, E. (1983). Learning as constructive activity. *Proceedings of the 5th Annual Meeting of the North American Group of Psychology in Mathematics Education,* 41–101.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, ve E. Souberman, Eds. & Trans.). Cambridge: Harvard University Press.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1-4*, 9-24, SE 065 634.

Yağcı, F. (2010). *The Effect of Instruction with Concrete Models on Eighth Grade Students' Probability Achievement and Attitudes Toward Probability*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Yazgan, Y. ve Bintaş, B. (2005). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28,* 210-218.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 40(1),* 181-213.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınları.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Nitel Araştırma Yöntemleri*. (7. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, A., Baltacı, S. Kurak, Y. ve Güven B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Eğitim Fakültesi Dergisi 25 (1),* 23-143.

Yolcu, A. (2012). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistiksel Okur Yazarlıklarının, İstatistiğe Yönelik Tutumlarının ve Bunlar Arasındaki İlişkinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Zahner, D. & Corter, J. E. (2010). The process of probability problem solving: use of external visual representations. *Mathematical Thinking and Learning, 12 (2),* 177-204.

Zazkis, D. (2012). On students' conceptions of arithmetic average: The case of inference from a fixed total. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44(2),* 204-213.

EKLER

EK 1

MEB İzin Belgesi

EK 2

8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) Maddelerinin Öğrenme-Alt Öğrenme Kazanım Tablosu: 8MBT'de yer alan soruların öğrenme ve alt öğrenme alanlarına göre dağılımları ile hangi kazanımları ölçmeye dönük olduğunu gösterir.

EK 3

8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT): Öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili ön bilgilerini ölçmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş çoktan seçmeli 28 sorudan oluşan testtir. Taslak formu 33 sorudan oluşmakta olup, 5 soru madde analizi sonucu testten çıkarılmıştır.

EK 4

Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Maddelerinin Öğrenme-Alt Öğrenme Kazanım Tablosu: ADYBT'de yer alan soruların öğrenme ve alt öğrenme alanlarına göre dağılımları ile hangi kazanımları ölçmeye dönük olduğunu gösterir.

EK 5

Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT): Öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş 15 açık uçlu problemden oluşan testtir. Taslak formu 17 sorudan oluşmakta olup, 2 soru madde analizi sonucu testten çıkarılmıştır.

EK 6

Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF): Öğrencilerin ADYBT'de yer alan problemlere yönelik yanıtlarını değerlendirmek ve kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş formdur.

EK 7

Görüşme Soruları: Öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl düşündüklerini ortaya çıkarmak ve kullandıkları doğrulama şemalarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanmış sorulardır.

EK 8

Etkinlik Çalışma Yaprakları: Öğrencilerin olasılık ve istatistik ile ilgili doğru anlama ve düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olmak amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş etkinliklerdir.

EK 9

Grup Değerlendirme Formu (GDF): Öğrencilerin etkinlik çalışma yapraklarında yer alan problemlere ve ödev sorularına yönelik cevaplarını ve grup sunumlarını değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş formdur.

EK 10

Ödev Soruları: Öğrencilerin öğrendiklerini yeniden sorgulamaları ve geliştirdikleri anlama ve düşünme yollarını pekiştirmeleri amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş sorulardır.

EK 11

Fotoğraflar: Araştırmanın yapıldığı fiziki ortamı tasvir etmek ve öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını daha ayrıntılı yansıtabilmek amacıyla kullanılmış fotoğraflardır.

EK 12

Başarı Belgesi: İşbirlikli grup çalışmasına olan katılımları ve göstermiş oldukları performanstan dolayı öğrencilere verilmek üzere araştırmacı tarafından hazırlanmış belgedir.

EK 1

İzin Belgesi

T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 59090411/20/1237993 25/03/2014
Konu: Araştırma (Filiz YILDIZ)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi:a)Marmara Üniversitesinin 06.03.2014 tarih ve 1400053274 sayılı yazısı.
b)MEB. Yen. ve Eğt. Tek. Gn Md. 07.03.2013 tarih ve 316 sayılı 2012/13 nolu genelgesi.
c)Milli Eğitim Araştırma ve Anket Komisyonunun 21.03.2014 tarihli tutanağı.

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Doktora Öğrencisi Filiz YILDIZ'ın ***"6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Anlama ve Düşünme Yollarına DNR Tabanlı Metodolojik Yaklaşımla İncelenmesi"*** konulu tezine dair araştırma çalışmasını İlimiz Bayrampaşa İlçesi Nail Reşit Ortaokulunda; olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yolları belirleme ölçeği, ve 6., 7. ve 8. sınıflar için matematik başarı testlerini uygulama istemi hakkındaki ilgi (a) yazı ve ekleri Müdürlüğümüzce incelenmiştir.

Araştırmacının; söz konusu talebi; bilimsel amaç dışında kullanılmaması, veri toplama araçlarının eğitim -öğretimi aksatmayacak şekilde katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun müdürlüğümüzden izin alınmadan kamuoyuyla paylaşılmaması koşuluyla, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda ilgi (b) Bakanlık emri esasları dâhilinde uygulanması, sonuçtan Müdürlüğümüze rapor halinde (CD formatında) bilgi verilmesi kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Dr.Muammer YILDIZ
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
25/03/2014

Yusuf Ziya KARACAEV
Vali a.
Vali Yardımcısı

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır
Evrak teyidi http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 039d-4fa0-3184-a57e-0e0f kodu ile yapılabilir.

EK 2

8. Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT) Maddelerinin Öğrenme-Alt Öğrenme Kazanım Tablosu

Soru No	Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Kazanım
1, 2, 3, 14	Olasılık ve İstatistik	Tablo ve Grafikler	Histogram oluşturur ve yorumlar.
9, 15, 16, 17, 19, 27	Olasılık ve İstatistik	Olasılık Çeşitleri	Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar.
8, 21	Olasılık ve İstatistik	Olay Çeşitleri	Bağımlı ve bağımsız olayları açıklar.
4, 10, 23, 25	Olasılık ve İstatistik	Olay Çeşitleri	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.
6, 20, 26	Olasılık ve İstatistik	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri	Standart sapmayı hesaplar.
11, 12, 22, 24, 28	Olasılık ve İstatistik	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri	Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.
13, 18	Olasılık ve İstatistik	Olası durumları Belirleme	Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar.
5, 7	Olasılık ve İstatistik	Olası durumları Belirleme	Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.

EK 3

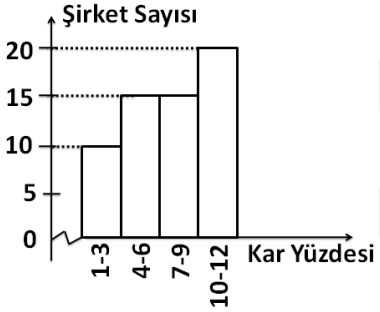
Sekizinci Sınıf Matematik Başarı Testi (8MBT)

Sevgili Öğrenciler,

Bu test olasılık ve istatistik ünitesi ile ilgili bilgilerinizi ölçmek amacıyla hazırlanmıştır ve not ile değerlendirilmeyecektir. Sorulara vereceğiniz cevaplar doğrultusunda test yeniden gözden geçirilecek ve düzenlenecektir. Sizden beklenen soruları dikkatlice okumanız ve özenle cevaplamanız, yeterince anlaşılır olmadığını düşündüğünüz sorular varsa belirtmenizdir. İlginiz ve yardımınız için şimdiden teşekkür eder, başarılar dilerim.

Filiz YILDIZ
Matematik Öğretmeni

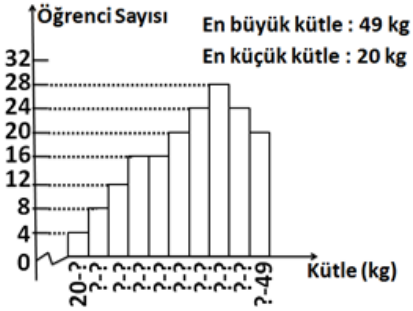
1. **Grafik : Hava Yolu Şirketlerinin Kar Yüzdeleri**



Yukarıdaki grafikte 2010 yılında faaliyet gösteren bazı hava yolu şirketlerinin kar yüzdeleri verilmiştir. Buna göre, **kar yüzdesi % 7'nin altında olan kaç şirket vardır?**

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30

2. **Grafik : Öğrencilerin Kütleleri**



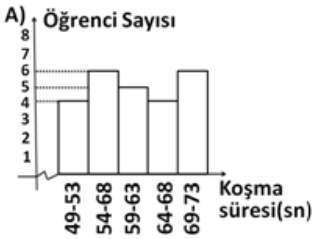
Bir ilköğretim okulundaki 1. kademe öğrencilerinin kütleleri yukarıdaki histogramda verilmiştir. Grafiğe göre, **öğrenci sayısı 12 olan grup hangi kütle aralığındadır?**

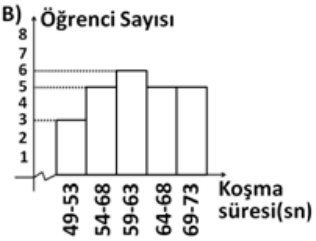
A) 26-28kg **B)** 32-34kg
C) 38-40kg **D)** 41-43kg

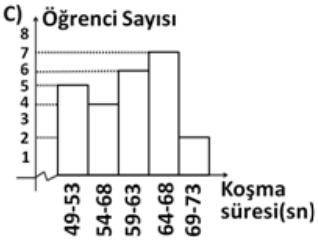
3.

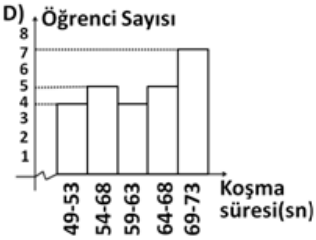
68	58	64	72	73
67	56	51	69	72
66	57	52	71	70
62	64	55	54	53
59	62	49	71	60

Yandaki tablo atletizm orta mesafe 1200 metrede öğrencilerin koşuyu bitirme sürelerini göstermektedir. Bu verilere göre yapılmış olan histogram aşağıdakilerden hangisinde **doğru olarak gösterilmiştir?**

A)


B)


C)


D)


4. 1'den 20'ye kadar olan sayılar aynı özellikteki kartlara yazılarak bir torbaya atılmıştır. Çekilen kart geri atılmamak şartıyla, torbadan rastgele çekilen üç kartın da **çift sayı gelme olasılığı** aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18}$ B) $\frac{10}{20} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{10}{20}$

C) $\frac{10}{20} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{20}$ D) $\frac{9}{100}$

5. Aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri kombinasyona örnek **değildir?**

I. 6 farklı romanın bir rafa kaç farklı şekilde dizilebileceği
II. Bir sınavda sorulan 5 sorudan 2 tanesinin seçilmesi
III. 16 kişilik bir sınıftan herhangi iki kişinin seçilmesi

A) Yalnız I **B)** Yalnız II **C)** I ve II **D)** II ve III

6. Aşağıdaki veri gruplarından hangisinin standart sapması **en düşüktür?**

A) 20, 21, 19, 20, 20
B) 18, 22, 19, 27, 25
C) 17, 21, 28, 30, 31
D) 15, 16, 16, 17, 25

7. 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak yazılabilen üç basamaklı tüm doğal sayılar birer karta yazılacaktır.
I. Bu işlem için kaç kart gereklidir?
II. Bu kartlardan herhangi üçü kaç farklı şekilde seçilebilir?
Yukarıda verilen I ve II numaralı problemlerin çözümü için aşağıdakilerden hangisi kullanılır?

	I	II
A)	Permütasyon	Kombinasyon
B)	Kombinasyon	Permütasyon
C)	Permütasyon	Permütasyon
D)	Kombinasyon	Kombinasyon

8. Bir terzinin toplu iğne kutusunda, farklı renklerde başları olan toplu iğneler vardır. Terzinin bu kutudan seçtiği **ilk iğnenin kırmızı, ikinci iğnenin sarı renkli olması olayları nasıl olaylardır?**

A) Bağımlı olaylar
B) Bağımsız olaylar
C) Ayrık olaylar
D) Ayrık olmayan olaylar

9. Zeynep, Kerim, Ömer ve Zehra hilesiz bir zar atarak üst yüze tek sayı gelme olasılığını deneysel olarak hesaplamak istiyor. Bunun için Zeynep, Kerim, Ömer ve Zehra sırasıyla 163, 215, 150 ve 500 kez atıyor. Hangisinin hesapladığı olasılık, **teorik olasılık değerine daha yakındır?**

A) Zeynep B) Kerim C) Ömer D) Zehra

10. İki zar aynı anda atıldığında her iki yüzde de **3 gelme olasılığı** aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{30}$ D) $\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}$

11. Aşağıda verilen durumlardan hangisi veya hangilerinde **mod kullanmak en uygundur?**

I.En çok tercih edilen bayan ayakkabı numarası
II. Bir şehirde bir hafta boyunca meydana gelen kapkaç olaylarının sayısı
III. En çok satış yapan müzik albümü

A) Yalnız III B) I ve II C) I ve III D) II ve III

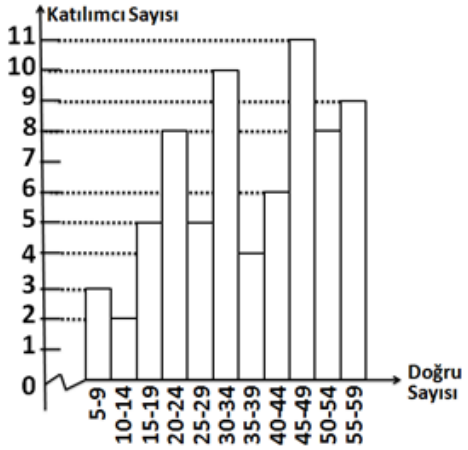
12. Aşağıda verilen durumların hangisinde merkezi eğilim ölçülerinden **aritmetik ortalamanın kullanılması en uygundur?**

A) Bir şehirdeki ev fiyatları
B) Bir şehirde yaşayan ailelerin gelirleri
C) Bir kantinde bir gün içinde en çok tüketilen içecek
D) Bir yıllık enflasyon oranı

13. 4 doktor, 3 hemşire arasından 2 doktor, 1 hemşireden oluşan **3 kişilik ekip** kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 35 B) 21 C) 18 D) 9

14. **Grafik : Bir Sınavda Yapılan Doğru Sayıların Dağılımı**



Yukarıdaki grafikte 60 soruluk bir sınavda katılımcıların doğru cevap sayılarının dağılımı verilmiştir. **Grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) En çok 54 soru doğru cevaplanmıştır.
B) Toplam 83 katılımcı vardır.
C) Katılımcı sayısının en fazla olduğu doğru sayısı aralığı 45-49 dur.
D) 40 ve üzeri doğru cevap sayısı olan katılımcı sayısı 36 dır.

15. Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının **6 olma olasılığı teorik olarak** aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0, 166 B) 0,15 C) 0,44 D) 0,5

16. Aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

A) Deneme sayısı arttıkça deneysel olasılık değeri, teorik olasılık değerine yaklaşır.
B) Olasılık çeşitleri üç tanedir.
C) Teorik olasılık kişiden kişiye değişir.
D) Öznel olasılık tahmine dayalıdır.

17. Aşağıdaki olasılık değerlerinden hangisi **öznel olasılıktır?**

A) 3 mavi, 2 sarı topun bulunduğu bir kavanozdan çekilen bir topun sarı olma olasılığı 2/5'tir.
B) Kerim'e göre, Galatasaray'ın süper lig şampiyonu olma olasılığı % 80'dir.
C) 100 kez atılan bir zarda 21 kez 1 geldiğine göre, 22. kez atıldığında 1 gelme olasılığı 21/100'dür.
D) Madeni bir para atıldığında tura gelme olasılığı 1/2'dir.

18. 10 kişilik okul kurulundan 6 kişilik yönetim kurulu oluşturulacaktır. **Yönetim kuruluna girecek 3 kişi belli olduğuna göre**, yönetim kurulu kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 210 B) 120 C) 35 D) 20

19. Engin, bir metal parayı atarak yazı gelme olasılığını hesaplamak istiyor. Parayı 20 kez atıyor ve 15 kez yazı geliyor. Buna göre, Engin'in yaptığı **bu olasılık hesabı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Teorik Olasılık B) Deneysel Olasılık
C) Bağımsız Olasılık D) Öznel Olasılık

20. Bir kitapevindeki güncel bir kitabın bir haftalık günlük satış adetleri şöyledir:

40, 45, 55, 45, 55, 60, 50

Buna göre, bu satış adetlerine ait **standart sapma değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{70}$ B) $2\sqrt{15}$ C) $5\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{10}$

21. Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri **bağımsız olaylara bir örnektir?**

I. Bir kutuda 3 mavi, 4 sarı ve 2 pembe tebeşir vardır. Bu kutudan iadesiz seçilen 2 tebeşirin birincisinin mavi, ikincisinin pembe olması

II. Bir para iki defa havaya atılıyor. İkisinde de tura gelmesi

III. 6 mavi, 5 kırmızı özdeş topun bulunduğu bir torbadan iadesiz çekilen 2 topun farklı renklerde olması

IV. İki torbadan birincisinde 3 mavi, 5 sarı, ikincisinde 6 mavi, 4 sarı özdeş bilye vardır. Torbalardan birer bilye çekiliyor. Birinci torbadan çekilen bilyenin mavi, ikinci torbadan çekilen bilyenin sarı olması

A) Yalnız II B) Yalnız IV C) I ve III D) II ve IV

22. Bir basketbol takımının antrenörü transfer etmek istediği iki basketbolcunun oynadıkları son 5 maçta yaptıkları sayıları aşağıdaki gibi not etmiştir.

İbrahim	30, 10, 25, 0, 20
Haluk	15, 15, 15, 20, 20

Buna göre, aşağıdaki ifadelerden **hangisi veya hangileri yanlıştır?**

I. İbrahim'in maç başına yaptığı ortalama sayı daha yüksektir.

II. İbrahim'in yaptığı sayıların standart sapması daha yüksektir.

III. Haluk daha istikrarlı bir sporcudur.

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III

23. Bir dondurma dolabında 10 adet limonlu, 15 adet vanilyalı ve 18 adet vişneli dondurma paketi bulunmaktadır. Rastgele ve art arda iki çekilişten sonra tekrar dolaba bırakılmamak şartıyla dondurma paketlerinden **birinin limonlu, diğerinin vanilyalı gelme olasılığı** aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{10}{43}\cdot\frac{15}{42}$ B) $\frac{25}{1806}$ C) $\frac{50}{301}$ D) $\frac{10}{43}\cdot\frac{15}{43}$

24.

	Sarı Kart Sayıları
I. Hakem	1,3,6,2,4,8
II. Hakem	3,4,4,3,6,4

Yukarıdaki tabloda bir futbol liginde iki hakemin yönettikleri 6 maçta gösterdikleri sarı kart sayıları verilmiştir.

Bu verilere göre **aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?**

I. I. hakemin yöneteceği 7. maç, futbolcular için daha risklidir.

II. II. hakemin yöneteceği 7. maç futbolcular için daha risklidir.

III. İki hakemin de maç başına gösterdikleri ortalama sarı kart sayısı eşittir.

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III

25. 20 kırmızı erik ile 10 yeşil erik arasından 3 erik seçiliyor. **Birinci seçilenin kırmızı, ikinci seçilenin yeşil ve üçüncü seçilenin yeşil erik olma olasılığı** aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{20}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{19}$ B) $\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{30}\cdot\frac{19}{30}$

C) $\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{29}\cdot\frac{20}{28}$ D) $\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{29}\cdot\frac{9}{28}$

26. Bir iş yerindeki bir grup çalışanın kütleleri şöyledir: 63 kg, 60 kg, 66 kg, 66 kg, 61 kg, 61 kg, 62 kg, 59 kg, 60 kg

Kütlesi, aşağıdakilerden hangisi olan bir çalışan gruba katılırsa **standart sapmadaki artış en fazla olur?**

A) 60 kg B) 61 kg C) 66 kg D) 75 kg

27. Bir okuldaki bayan öğretmenlerin sayısı **a**, erkek öğretmenlerin sayısı 15'tir. Bu okuldan seçilen bir öğretmenin erkek olma olasılığı teorik olarak $\frac{5}{8}$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10

28. Umut, Berke, Merve, Özge ve Bora'nın boylarının ortalaması 155 cm'dir. Berke olmadığında grubun boy ortalaması 152 cm'dir. Buna göre, **Berke'nin boyu** kaç santimetredir?

A) 160 B) 162 C) 165 D) 167

EK 4

Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT) Maddelerinin Öğrenme-Alt Öğrenme Kazanım Tablosu

Soru No	Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Kazanım
1, 2	Olasılık ve İstatistik	Tablo ve Grafikler	Verileri uygun istatistiksel temsil biçimleri ile gösterir ve yorumlar.
3	Olasılık ve İstatistik	Tablo ve Grafikler	Histogram oluşturur ve yorumlar.
10, 11	Olasılık ve İstatistik	Olasılıkla İlgili Temel Kavramlar	Bir olayın olma olasılığı ile ilgili problemleri çözer ve kurar.
14, 15	Olasılık ve İstatistik	Olasılık Çeşitleri	Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar.
12, 13	Olasılık ve İstatistik	Olay Çeşitleri	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.
4, 5	Olasılık ve İstatistik	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri	Verilerin aritmetik ortalamasını hesaplayarak yorumlar.
6	Olasılık ve İstatistik	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri	Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.
9	Olasılık ve İstatistik	Olası durumları Belirleme	Permütasyon kavramını açıklar ve hesaplar.
7, 8	Olasılık ve İstatistik	Olası durumları Belirleme	Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar.

EK 5

Anlama ve Düşünme Yollarını Belirleme Testi (ADYBT)

Sevgili Öğrenciler,

Aşağıdaki sorular olasılık ve istatistik konuları ile ilgili anlama ve düşünme yollarınızı ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanmıştır ve not ile değerlendirilmeyecektir. Sorulara vereceğiniz cevaplar doğrultusunda test yeniden gözden geçirilecek ve düzenlenecektir. Sizden beklenen soruları dikkatlice okuyarak cevaplamanız, çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklamanız ve yeterince anlaşılır olmadığını düşündüğünüz sorular varsa belirtmenizdir. İlginiz ve yardımınız için şimdiden teşekkür eder, başarılar dilerim.

Filiz YILDIZ

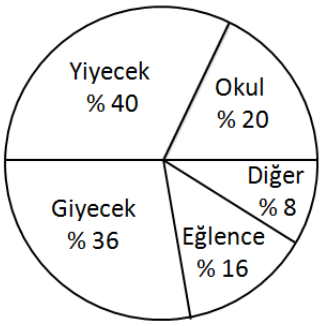
Matematik Öğretmeni

1. Bir tren, yolculuğa başladıktan 10 dakika sonra maksimum(en yüksek) hıza ulaşıyor ve bu hızla 15 dakika daha yola devam ediyor. 5 dakika sonra da duruyor. Buna göre, bu trenin hız-zaman ilişkisini gösteren uygun grafiği çiziniz ve **neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Grafik:

Açıklama:

2. **Grafik:** Bir Ailenin Aylık Giderleri



Yukarıdaki grafik bir ailenin aylık gider oranlarını göstermektedir. Buna göre, grafikte dikkatinizi çeken bir hata var mıdır? Varsa bunun **neden bir hata olduğunu ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

3. Aşağıdaki tablo 20 tane sekizinci sınıf öğrencisinin 25 sorudan oluşan bir testi bitirme sürelerini dakika cinsinden göstermektedir. Bu verileri uygun bir grafik ile gösteriniz ve **neden bu grafiği tercih ettiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Tablo: 8. Sınıf öğrencilerinin Testi Bitirme Süreleri (dk)

15	19	16	31	35
18	21	22	29	30
20	28	24	28	25
25	30	25	18	21

Grafik:

Açıklama:

4. Aritmetik ortalama kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavramı sizden daha alt sınıftaki bir öğrenciye nasıl açıklarsınız? **Düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız ve bir örnek veriniz.**

5. Bora girdiği iki matematik sınavından 52 ve 48 almıştır. Not ortalamasının 60 olması için, üçüncü sınavdan kaç almalıdır? **Bu problemi farklı yollardan çözmeye çalışınız ve bulduğunuz sonucun doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

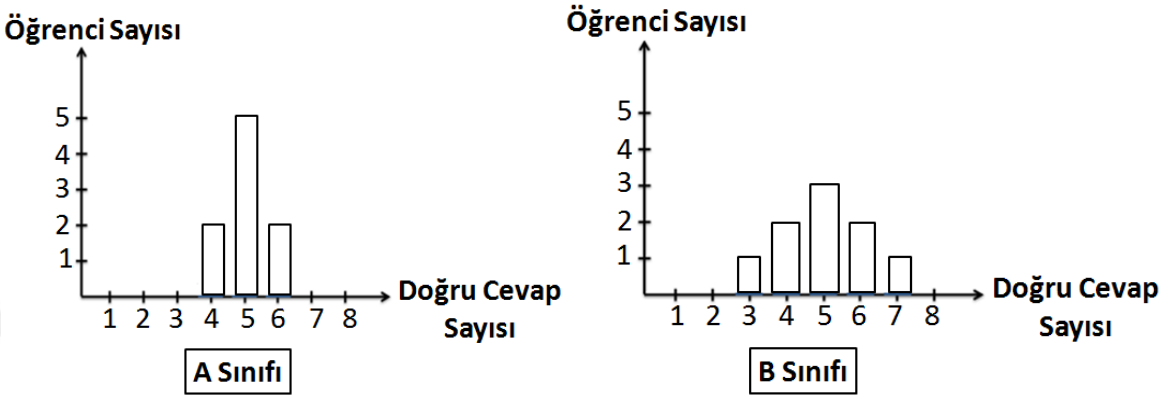
1.YOL:

2. YOL:

3. YOL:

4. YOL:

6. Aşağıdaki grafikler bir dershanenin yaptığı 8 soruluk sınavda, A ve B sınıflarındaki öğrencilerin verdikleri doğru cevap sayılarını göstermektedir. **Buna göre, sizce hangi sınıf daha başarılıdır? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**



Açıklama:

---

7. Dilek'in doğum günü partisine 5 arkadaşı katılmıştır. Partide herkes birbiriyle tokalaştığına göre toplam kaç tokalaşma olur? **Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve bulduğunuz sonucun doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

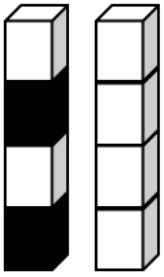
1.YOL:

2.YOL:

3.YOL:

4.YOL:

8. İki renk (siyah ve beyaz) küple birbirinden farklı 4 küp yüksekliğinde kuleler oluşturulmak isteniyor. Oluşturulabilecek kulelerden iki tanesi aşağıda örnek olarak gösterilmiştir.



Buna göre, örnektekilere benzer şekilde **4 küp yüksekliğinde kaç farklı kule oluşturulabilir? Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve olası bütün kuleleri oluşturduğunuza arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

1. YOL:

2. YOL:

3.YOL:

4. YOL:

---

9. A = {2, 5, 6, 8} kümesinin elemanları kullanılarak 3 basamaklı, rakamları farklı kaç tane **çift doğal sayı** yazılabilir? **Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve bütün sayıları bulduğunuza arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

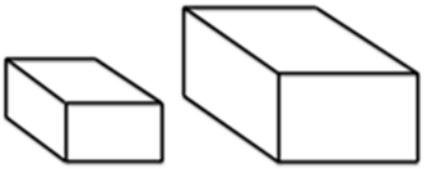
1.YOL:

2.YOL:

3.YOL:

4.YOL:

10.



Yukarıdaki küçük kutuda 1'den 20'ye kadar numaralandırılmış 20 bilet, büyük kutuda ise 1'den 100'e kadar numaralandırılmış 100 bilet vardır. Kutuların içindeki biletlere bakmadan her kutudan bir bilet çekiliyor. Buna göre, **hangi kutudan 17 numaralı biletin çekilme olasılığı daha fazladır?** Aşağıdaki seçeneklerden size uygun olanı işaretleyiniz. **Neden bu cevabı verdiğinizi ve nasıl düşündüğünüzü arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde açıklayınız.**

A) Küçük kutu

B) Büyük kutu

C) İki kutu için de olasılık aynıdır.

D) Bilinemez.

Açıklama:

---

11. Bir zar atılıyor. Eğer 1, 2, 3 ya da 4 gelirse Bora 1 puan kazanmakta, Özkan ise puan alamamaktadır. Eğer zar 5 ya da 6 gelirse Özkan 1 puan kazanmakta, Bora ise puan alamamaktadır. Toplam 10 puan alan ilk oyuncu oyunu kazanacaktır. Buna göre,

a) Sizce bu oyun **adil midir? Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

b) Eğer oyunun **adil olmadığını düşünüyorsanız**, oyunu adil yapmak için farklı yollar öneriniz ve çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

1.YOL:

2.YOL:

3.YOL:

4.YOL:

12. A ve B oyuncuları 2 zarla oyun oynayacaklardır. Buna göre iki zar birlikte atılacak ve üst yüzlerindeki sayıların toplamı 5 olursa A oyuncusu, 9 olursa B oyuncusu oyunu kazanacaktır. Dört arkadaş Esin, Sibel, Merve ve Tuna bu oyunda kimin daha şanslı olacağını tartışmaktadırlar. Bunlardan;

Esin: "A oyuncusu daha şanslıdır ve oyunu kazanır"
Sibel: "B oyuncusu daha şanslıdır ve oyunu kazanır"
Merve: " İkisi de aynı şansa sahiptir"
Tuna: "Kimin daha şanslı olduğu hakkında yorum yapılamaz" demiştir.

Buna göre, **sizce kim haklıdır? Nedenlerinizi ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Açıklama:

---

13. Hilesiz 2 madeni para aynı anda havaya atılıyor. Buna göre, <u>iki paranın da yazı gelme olasılığı kaçtır?</u> **Cevabı bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve bulduğunuz sonucun doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde çözümlerinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.**

1. YOL:

2. YOL:

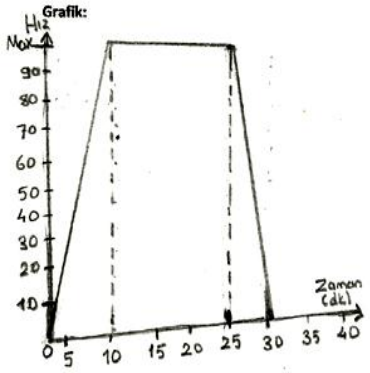
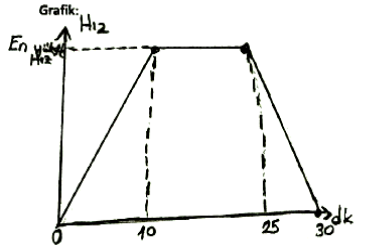
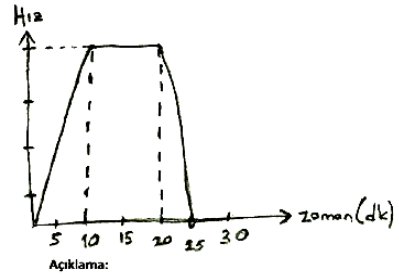
3.YOL:

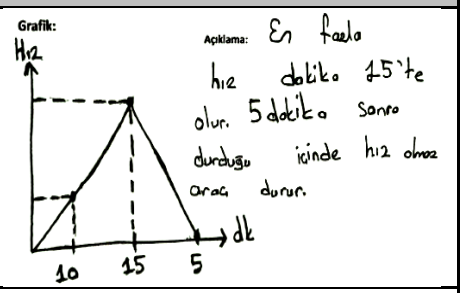
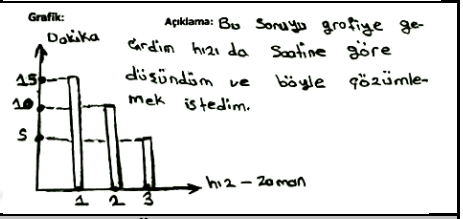
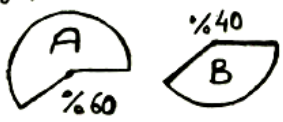
4.YOL:

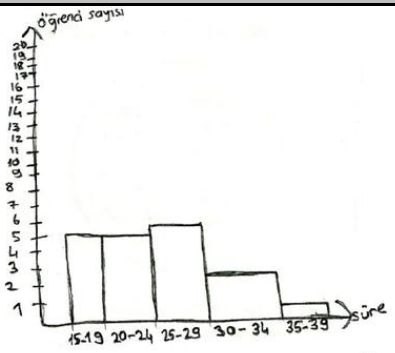
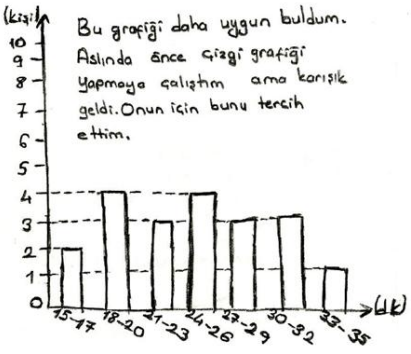
14.	Hilesiz bir para dört kez atılmış ve sonuç T, T, T, T olmuştur. Üç arkadaş bir sonraki atışın ne olacağını tartışmaktadır. Bunlardan; **Yağmur:**"Yazının gelme olasılığı daha fazladır" **Öykü:** "Turanın gelme olasılığı daha fazladır" **Bora:** "İkisinin gelme olasılığı da eşittir" demiştir. Buna göre, **sizce kim haklıdır? Nedenlerinizi ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**	**Açıklama:**
15.	Hilesiz bir madeni para havaya atılacaktır. Bu işlemi istediğiniz sayıda tekrar edebileceğiniz söyleniyor (ne kadar zaman alacağının bir önemi yok). Eğer atış sayısının en az %60'ında yazı gelirse, bir ödül kazanacaksınız. Buna göre, **ödülü kazanmak için parayı kaç kez atmak istersiniz?** Üç arkadaş bu soruyu şu şekilde cevaplamıştır: **Yağmur:** "Atış sayısının fazla olması şansımı arttıracaktır. Bu nedenle 5000 atış yapardım." **Öykü:** "Sadece 5 atış yapmanın en iyi şansı sağlayacağını düşünüyorum." **Eren:** "Paranın kaç kere atıldığının bir önemi yoktur. 5 ya da 5000 atış yapmanın şansı aynıdır." Buna göre, **sizce kim haklıdır? Nedenlerinizi ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**	**Açıklama:**

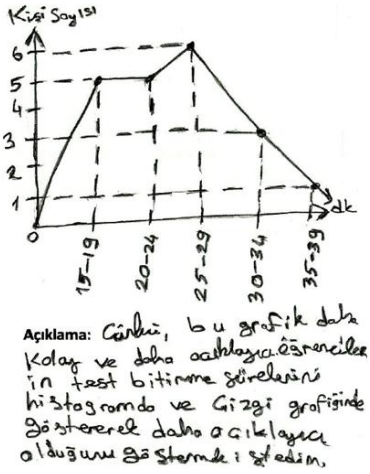
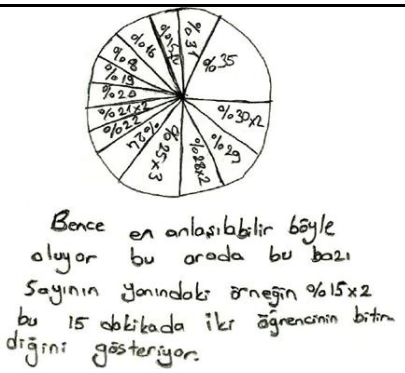
EK 6

Anlama ve Düşünme Yollarını Değerlendirme Formu (ADYDF)

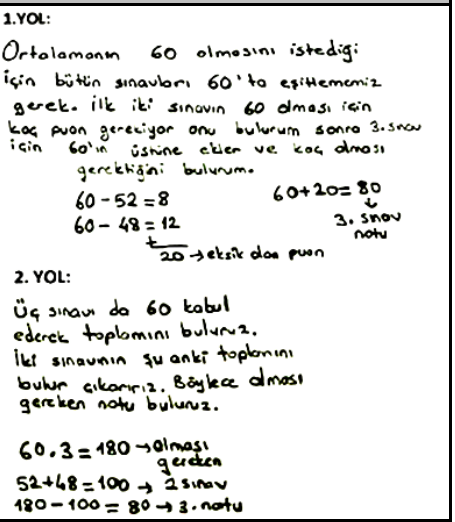
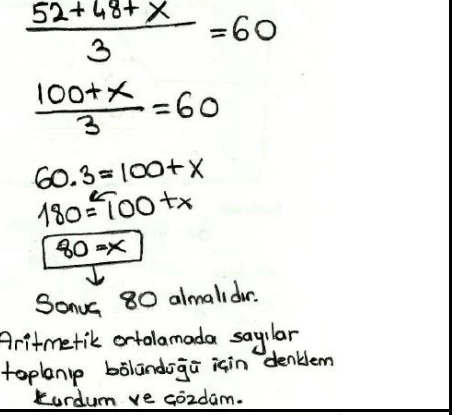
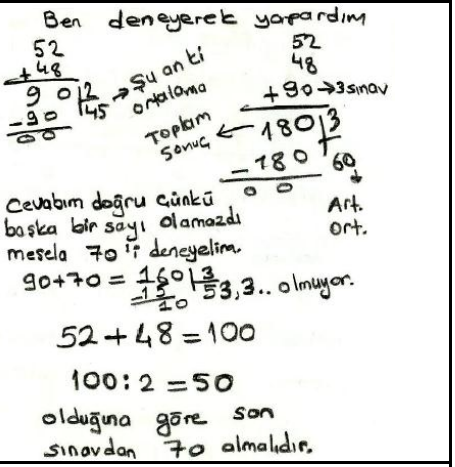
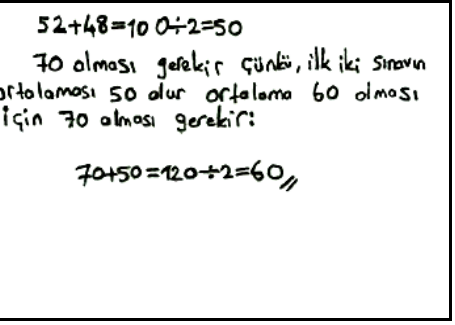
Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
1	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Yaptığı açıklamada, oluşturduğu grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ Artış ve azalışları göstermek için. ❖ İniş ve kalkışları göstermek için. ❖ Hızın değişkenliğini (aracın yavaşladığını, hızlandığını, durduğunu, sabit hızla gittiğini vb.) göstermek için. ❖ Tek bir veri olduğu ve karşılaştırma yapılmadığı için vb.	Grafik:  Bu grafiği tercih ettim çünkü tren önce hızlanıyor sonra bu hızda devam ediyor ve en son 5 dk içerisinde duruyor. Bu da trenin hızının düşmesi gerektiğini gösteriyor. Tren hız kaybederse grafikteki çizgi aşağıya inecek. Başka bir grafikte bu artış ve azalışları gösteremezdim.
1	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci hangi grafiğin uygun olduğuna diğer grafikleri çizip denedikten sonra veya sezgileriyle karar verir.	Grafik:  Açıklama: Önce sütun grafiği çizmeye çalıştım. Olmayınca bunu denedim. Bence en uygunu bu.
1	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü doğru, verilerin organize ediliş biçimi kısmen doğru. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Bu şemada öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ "Test kitaplarındaki sorularda bu grafik vardı", ❖ "Hız-zaman grafikleri böyle oluyor", ❖ "Öğretmen böyle sorularda bu grafiğin kullanılacağını söylemişti" vb.	Grafik:  Açıklama: Bu grafiği kullandım çünkü hız/zaman grafiklerini çizgi grafiği ile gösterildiğini biliyodum o yüzden bu grafiği kullanarak böyle bir çizim yaptım.

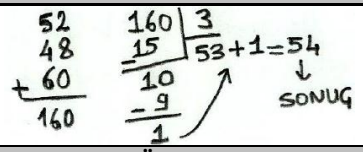
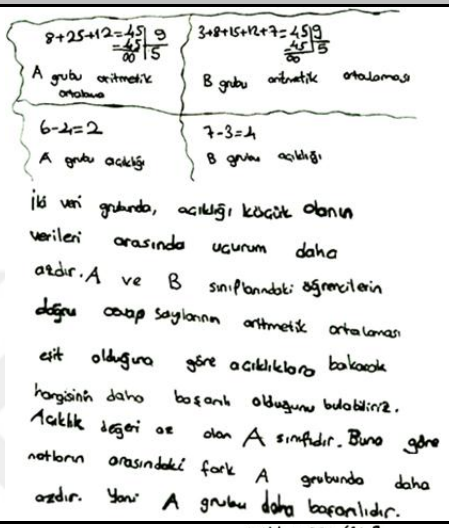
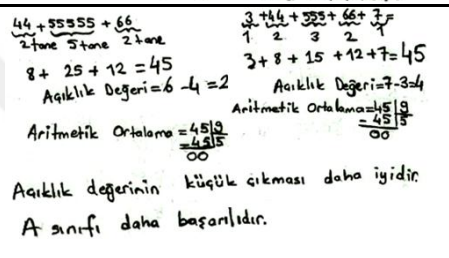
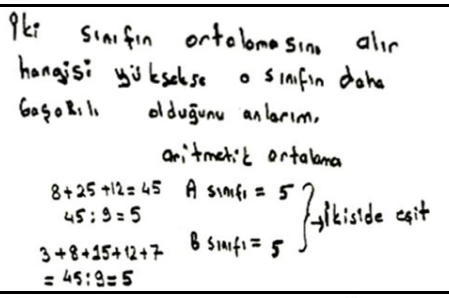
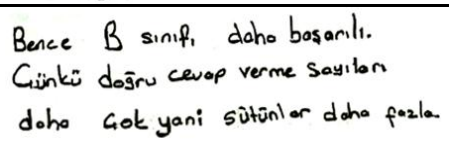
Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
1	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü doğru olmakla birlikte verilerin organize ediliş biçimi yanlış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
1	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
2	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Yüzdelerde hata bulunmuş. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Bu şemayı kullanan öğrencilerin sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ "%100'ü aşarsa aile zararda olur". ❖ "%100 bir tam yani bir bütündür. Bu nedenle %100'ü aşarsa ikinci bir daireye ihtiyaç vardır" vb.	Grafikteki hata oranlar %'delik olarak verilmiştir. Burada oranların toplamının 100 olması gerekmektedir. Fakat grafikteki oranların toplamı 120'dir. Hata buradadır. Çünkü %100'ü geçerse bir bütünü geçmiş olur ve bunu tek bir dairede gösteremeyiz, ikinci bir daire gerekir.
2	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Yüzdelerde hata bulunmuş. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci günlük yaşamdan örnekler vererek ya da görsel algılarına dayanarak sezgileri ile bir sonuca varır.	%100 olmalıydı, çünkü mesela seçimlerde A partisi %60 B partisi %40 oy olmış olsun. Bu oyların toplamı %100 oluyor. %100'ü geçemez. 
		Dışsal Şema (1 Puan) Bu şemada öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ "Öğretmen daire grafiğinin her zaman %100 olacağını söylediği için ", ❖ "Kitaplarda hep %100 olduğu için", ❖ Daire grafiklerinde hep %100 olur vb.	%100 olarak değerlendirildiğinde kısımların toplamı 100 olması gerekirdi fakat 36+40+20+8+16=120 olarak değerlendiriliyor. Böyle gösterilemez. Çünkü daire grafiğinde her zaman %100 olur.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
2	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Yüzdelerle daire dilimlerinin büyüklükleri arasında uyuşmazlık bulunmuş. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan)	Giyecek ve giyeceğin kapladığı yerin aynı büyüklükte olması hatadır. Eğlence ile diğerin toplamı da okulla aynı yeri kaplamış. Fark yok gibi.
2	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Kişisel görüşlere dayanan hatalar bulunmuş. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Okul ihtiyaçlarına az miktarda oran verilmesi Giyecek ihtiyaçlarının fazla miktarda olması hatadır.
2	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler **1.** Grafikte hata bulunmamış. **2.** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	Grafikte dikkatimi çeken bir hata yok.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
3	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal bir açıklama yapar. Yaptığı açıklamada, çizdiği grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ Çok sayı olduğu için. ❖ Çok fazla tekrar eden sayı olmadığı için. ❖ Sayılar ardışık ve birbirine yakın olduğu için vb.	 **Açıklama:** Ben histogram kullandım. Çünkü veri sayımız çok fazlaydı. 20 taneyi yapmazdım ve en basiti de onları gruplamak olurdu. Bundan dolayı histogram bu soru için idealdi.
3	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü ve verilerin organize ediliş biçimi doğru. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci hangi grafiğin uygun olduğuna diğer grafikleri çizip denedikten sonra veya sezgileriyle karar verir.	 Bu grafiği daha uygun buldum. Aslında önce çizgi grafiği yapmaya çalıştım ama karışık geldi. Onun için bunu tercih ettim.

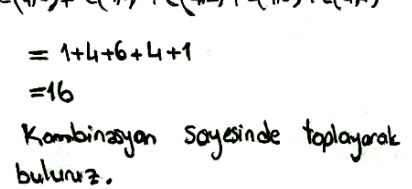
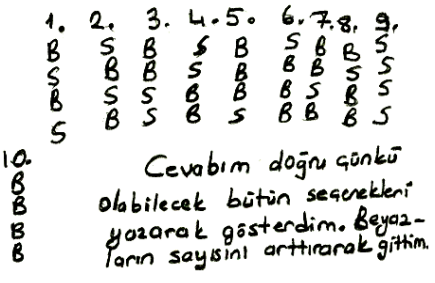
Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
3	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Grafik türü doğru, verilerin organize ediliş biçimi kısmen doğru (yani veriler tekrar sayılarına göre düzenlenmiş). **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Bu şemada öğrenci genellikle muhakeme yapmaktan çok, ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak yorum yapar. Öğrencinin grafiği tercih etme nedeni olarak sunduğu gerekçelerden bazıları şunlardır: ❖ "Test kitaplarındaki sorularda bu grafik vardı", ❖ "Tablo verilen sorularda böyle yapılır", ❖ "Öğretmen böyle sorularda bu grafiğin kullanılacağını söylemişti" vb.	
3	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Verilerin organize ediliş biçimi doğru olmakla birlikte grafik türü yanlış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	
3	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	

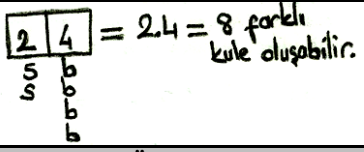
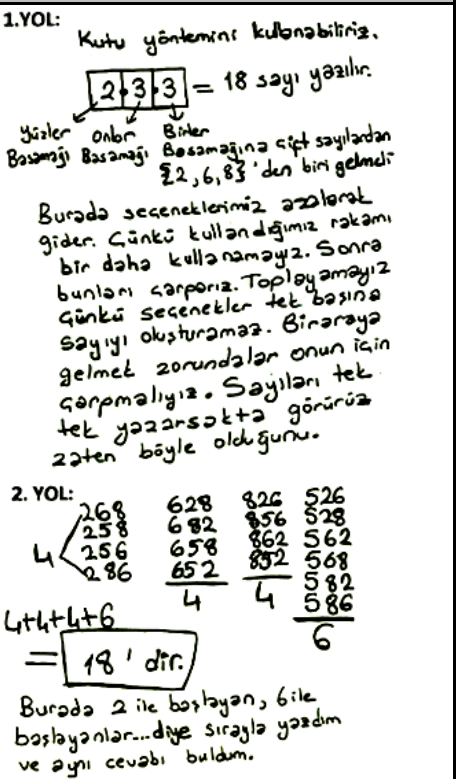
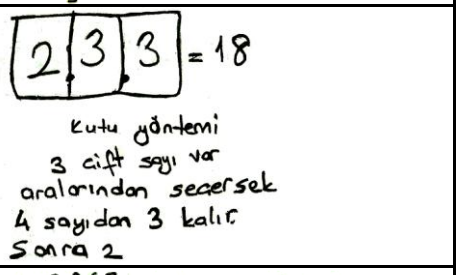
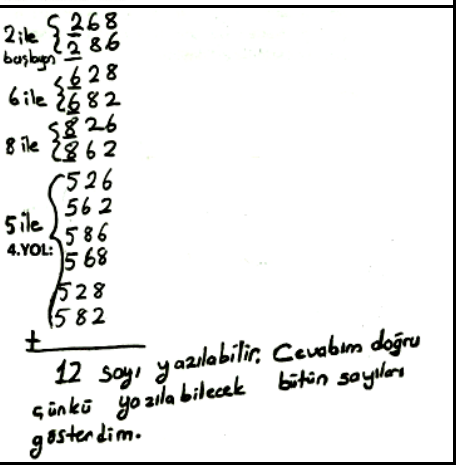
Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
4	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler Kavramın ne olduğuna ve nasıl hesaplanacağına ilişkin doğru bir açıklama ve örnek içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci mevcut bilgilerinden yola çıkarak kavramın ne olduğuna ilişkin mantıksal açıklama yapar. Yaptığı açıklamada geçen bazı ifadeler şunlardır: ❖ Verileri eşitlemek ❖ Verileri merkezde toplamak vb. ❖ Verilerin hangi sayıya yakın olduğunu bulmak	Aritmetik ortalama verileri toplayıp veri sayısına bölmektir. Yani bu verileri bir bakıma eşitlemektir (bir merkezde toplamaktır). Bir diğer adı ortalamadır. Örn: 8, 6 ve 10 olan bir öğrencinin notlarının ortalaması kaçtır? $\frac{10+8+6}{3} = \frac{24}{3} = 8$ arit. ortalama 8 dir.
4	**İyi (3 Puan)** Özellikler Kavramın nasıl hesaplanacağına ilişkin doğru bir açıklama veya örnek içermekle birlikte, kavramın ne olduğuna ilişkin yapılan açıklama yetersiz.	Analitik Şema (3 Puan)	aritmetik ortalama bir veri grubundaki verilerin hangi sayıya daha yakın olduğunu bulmaktır. Yapmak için tüm veriler toplanır daha sonra ne kadar veri varsa ona bölünür. Örneğin notlarımız e-okul'a girildiğinde 3 notun ortalaması bu şekilde alınır. Notların 85 95 90 olsun diyelim 85+95+90=270 270 | 3 27 | 90 000 ortalaman 90 olur.
4	**Orta (2 Puan)** Özellikler Sadece kavramın nasıl hesaplanacağına ilişkin doğru bir açıklama ya da örnek içeriyor.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci kavramın ne olduğunu örnek vererek açıklamaya çalışır veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Ortalama bulunurken sayılar toplanır kaç sayı varsa ona bölünür. Çünkü mesela benim notlarım 70, 75, 95 böyleydi. Ortalamam 80 geldi. Bunun olması için toplayıp 3'e bölmemiz gerekir.
		Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak sadece kavramın nasıl hesaplanacağına ilişkin kuralı açıklar.	* Sayıların hepsi toplanır. Kaç sayı varsa ona bölünür. Örnek ⇒ 3-5-7-9 3+5+7+9=24 24÷4=6
4	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler Sadece kavramın nasıl hesaplanacağına ilişkin yetersiz bir açıklama içeriyor.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Ortalama bulunurken veriler toplanıp bölünür.
4	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	Hep aynı miktarda artan ya da eksilen sayı örüntüsü. ÖRNEĞİN= 1 +1 2 +1 3 +1 4 5 Hep 1 ekleyerek devam ettirilmiş.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
5	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	
5	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Bir ya da birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	
5	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmakla birlikte doğru sonuca ulaşılamamış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	
5	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan çözüm için bazı işlemler yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
5	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
6	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Uygun merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri kullanılarak karşılaştırma yapılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar ve kullandığı kavramların anlamına yönelik açıklamalar yapar.	
6	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Uygun merkezi eğilim ve yayılma ölçüleri kullanılarak karşılaştırma yapılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	
6	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** <u>Merkezi eğilim ve yayılma ölçülerinden sadece birisi</u> kullanılarak karşılaştırma yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan)	
6	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** *Yatay okuma* (yatay eksendeki değerleri dikkate alma), *dikey okuma* (dikey eksendeki değerleri dikkate alma) veya değerleri tek tek karşılaştırma stratejilerinden birisi kullanılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya görsel algılarından yola çıkarak sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
6	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	B sınıfıdır çünkü 3-4-5-6-7 doğrudur.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
7	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	1.YOL: $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{3\cancel{6}\cdot 5\cdot \cancel{4!}}{\cancel{2}\cdot 1\,\cancel{4!}} = 15$ Burada kombinasyon kullandım çünkü tokalaşma 2 kişi arasında olur o yüzden 2 kişi seçmeliyiz. Sıralama önemli değil. Çünkü bir kez tokalaşan bir daha aynı kişiyle tokalaşmayacak. 2.YOL: 1. 2. 3. 4. 5. 6. = 15 6 kişiyi yazarak ikişer ikişer eşleştirerekte doğru cevabı bulabiliriz.
7	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Bir ya da daha fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	$\binom{6}{2} = \frac{3\cancel{6}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot 1} = 15$ Tokalaşma problemi olduğu için kombinasyon kullandım. 6 kişi var. 2 kişi tokalaşacağı için 6'nın 2'li kombinasyonu alınır.
7	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmakla birlikte doğru sonuca ulaşılamamış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Dilek, A, B, C, D, E 6 kişi olsun. Bunları tokalaştırarak cevabı bulabiliriz. Dilek-A A-B B-C C-B Dilek-B A-C B-D C-D Dilek-C A-D B-E C-E Dilek-D A-E D-E Dilek-E 16 tokalaşma olur.
7	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan çözüm için bazı işlemler yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Dilek=5 1.arkadaş=5 2.arkadaş=5 3.arkadaş=5 4.arkadaş=5 5.arkadaş=5 30 yanıt: toplam 30 tokalaşma olur. 5 arkadaş + Dilek = 6 kişi 6x5 = 30
7	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	5x5 = 25 tokalaşma olur. Çünkü herkes birbiriyle tokalaşıyor diyor soruda.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
8	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	
8	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Bir ya da daha fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	
8	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmakla birlikte doğru sonuca ulaşılamamış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	
8	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan çözüm için bazı işlemler yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
8	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
9	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	
9	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Bir ya da daha fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	
9	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmakla birlikte doğru sonuca ulaşılamamış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
9	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan çözüm için bazı işlemler yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	2-6-8 6-8-2 6-2-8 8-2-6 8-6-2 2-8-6 } 6 tane sayı yazılır.
9	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	2 x 6 x 8 = 96 çift doğal sayı yazılır.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
10	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	Küçük kutu $=\frac{1}{20}=\frac{5}{100}$ %5 Büyük kutu $=\frac{1}{100}$ %1 yukarıda da görüldüğü gibi küçük kutudan %5 şans var. Büyük kutudan %1 şans var. Çünkü daha az bilet olduğu için daha çabuk çekilir. Küçük kutuda. Ama büyük kutuda daha çok kağıt olduğu için daha geç çekilir.
10	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Küçük kutuda az sayı olduğu için 17'nin çıkma olasılığı daha fazladır. Örnekle desteklersek 31 kişilik hemşire sınıfında 30 kız, bir erkek vardır. Seçilen öğrenci büyük ihtimalle kız olur. Fakat 30 kişilik ATT sınıfında 27 erkek 3 kız vardır. Bu durumda kız gelme olasılığı azdır. Kısacası 17 küçük kutudan çıkma olasılığı fazladır.
10	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Kısmen doğru strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	Küçük kutudan 17 numaralı biletin çekilme olasılığı daha fazladır. Çünkü kutuda daha az sayı olduğu için bu oran $\frac{17}{20}$ fakat büyük kutuda bu oran $\frac{17}{100}$'dür. Bu yüzden küçük kutudur.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
10	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan veya yanlış strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Sonuçta 1-20 arası 1 kez 17 vardır. 1-100 arası da 1 kez 100 vardır. Bundan çıkarılan sonuç, Her kutuda da 17 çıkma olasılığı eşittir.
10	**Geçersiz (0 Puan)** Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	A şıkkı çünkü 20 bilet vardır. 17'de 20'den küçüktür.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
11	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler Oyunun adil olup olmadığına ilişkin geçerli bir açıklama ve birden fazla doğru örnek içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	Adil değildir. Çünkü Bora'nın kazanma olasılığı $\frac{4}{6}$, Özkan'ın kazanma olasılığı $\frac{2}{6}$'dır. $\frac{4}{6} > \frac{2}{6}$ olduğundan Bora'nın kazanma olasılığı daha fazladır. Adil olması için ikisine de eşit sayıda rakam verilmelidir. 1) Çift sayı gelirse Bora, Tek sayı gelirse Özkan kazanırsa adil olabilir. 2) Asal sayı gelirse Özkan asal olmayan sayı gelirse Bora kazanabilir. 3) 1,2 gelirse Özkan, 3,4 gelirse Bora kazanabilir.
11	**İyi (3 Puan)** Özellikler Oyunun adil olup olmadığına ilişkin geçerli bir açıklama ve sadece bir doğru örnek içeriyor.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	Adil değildir, Çünkü fazla sayısı olan Bora'nın kazanma olasılığı daha fazladır. Çift sayıları Bora, tek sayıları Özkan alırsa adil olur.
11	**Orta (2 Puan)** Özellikler Sadece geçerli bir açıklama veya sadece doğru bir örnek içeriyor.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Adil değildir. Mesela tek sayıları 1-3-5'i Bora, çift sayıları 2-4-6'yı Özkan alırsa adil olabilir.
11	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler Açıklama yetersiz ve örnek içermiyor.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Adil değildir. Çünkü Bora kazanır.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
11	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	Bence adil değildir. Çünkü bu bir şans işidir.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
12	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	1. YOL: Tablo yaparak gelebilecek bütün seçenekleri bulabiliriz.  Görüldüğü gibi toplamları 5 olan 4 seçenek, 9 olan 4 seçenek var. Bu durumda şansları eşit oluyor. Yani Merve haklıdır. 2. YOL: Ayrı ayrı olasılıkları bulup toplayabiliriz. $O(1,4)+O(2,3)+O(4,1)+O(3,2)$ $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$ Bağımsız olaylar olduğu için çarpılır. $\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=\frac{4}{36}$ → A 5 gelme $O(4,5)+O(5,4)+O(3,6)+O(6,3)$ $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$ $\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=\frac{4}{36}$ → B 9 gelme
12	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Bir ya da daha fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	1-4 4-1 2-3 3-2 A oyuncusu 5-4 4-5 6-3 3-6 B oyuncusu $\frac{4}{36}=\frac{4}{36}$ → iki zar sorularında her zaman 36 olur.
12	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Kısmen doğru bir strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	A: 3-2, 1-4 B: 5-4, 6-3 } Başka örnekler de verilebilir. Sonuçta ikisinin de şansı aynı gibi. Bence Merve haklı.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
12	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan ya da yanlış bir strateji kullanılarak çözüm için bazı işlemler yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan)	Bence A oyuncusu daha şanslı. Çünkü mesela 1-4 atarsa kazanır. Ama B oyuncusu 5-4 ya da 6-3 atarsa kazanacak. A'nın sayıları daha küçük olduğu için gelmesi daha kolay. B'nin sayıları 5, 6 gibi büyük sayılar olduğu için gelmesi daha zor.
12	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	Tuna haklıdır çünkü Kimin daha şanslı olduğu hakkında yorum yapılamaz.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
13	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Birden fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	**1. YOL:** Bir paranın yazı gelme olasılığı $\frac{1}{2}$'dir. İkinci paranın da öyle olduğuna göre $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ dur. Bağımsız olaylar olduğu için çarpılır. **2. YOL:** Ağaç şeması yaparakta cevabımızın doğru olduğunu gösterebiliriz.  YY olasılığı $\frac{1}{4}$'tür.
13	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Bir ya da daha fazla doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	Parada 2 seçeneğimiz vardır. yani %50 = $\frac{1}{2}$ 2 para atıldığı için; $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ Bağımsız olaylar çarpılır.
13	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmakla birlikte doğru sonuca ulaşılamamış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Analitik Şema (3 Puan)	Hepsinin şansı %33,3 tür. 1) İkisi farklı gelebilir. $\frac{100}{3} = 33,3$ 2) İkiside tura gelebilir. 3) İkiside yazı gelebilir. Bütün seçenekler bunlar. YY olasılığının % kaç olduğunu bulmak için 100'ü 3'e böleriz.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
13	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan çözüm için bazı işlemler yapılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Bir parada yazı gelme olasılığı %50 olduğuna göre 2 paranın yazı gelmesi %25 olur gibi. Sanki olasılık yarıya iner gibi geliyor ama açıklayamıyorum.
13	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	2 adet madeni para 2 yazı 2 tura %50
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
14	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	Burada 4 kere tura gelmesi kafamızı karıştırmamalıdır. Çünkü bu deneysel olasılıktır. Bu olasılıkta sonuçlar farklı olabilir. Ama teorik olarak paranın iki yüzünün de gelme olasılığı eşittir. Teorik olasılık önceki atışlara bağlı olmadığından Bora haklıdır. İkisi de %50 - %50 gelebilir.
14	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Bu olay beni şu olayla bağdaştırdı. Bir ailenin 4 tane erkek çocuğu var. Sonraki de erkek olacak diye bir şey yok. Erkekte olabilir kız da olabilir bilemeyiz. Bu olay da aynıdır. Yazı da gelebilir tura da. İki olasılıkta eşittir. Bora haklı.
14	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Kısmen doğru strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	Bora haklı. Bir para atıldığında ya yazı ya tura gelir. Başka olasılık olmadığına göre ikisi de gelebilir. %50 - %50 şans var.
14	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan sadece verilen ifade aynen tekrar edilmiş veya yanlış strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Bora haklıdır. İkisinin gelme olasılığı da eşittir.

Soru No	Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri	Doğrulama Şemaları	Örnek Yanıtlar
14	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	Yağmur haklı bence yazı gelir.
Soru No	**Anlama ve Düşünme Yolu Seviyeleri**	**Doğrulama Şemaları**	**Örnek Yanıtlar**
15	**Çok İyi (4 Puan)** Özellikler **1.** Doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Geçerli bir açıklama içeriyor.	Analitik Şema (3 Puan) Öğrenci çözüm stratejilerini gerekçeleriyle birlikte açıklar. Mevcut bilgilerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapar.	Öykü haklıdır. Çünkü fazla atış yapılırsa teorik olasılığa yaklaşılır yani %50'ye. Ama burada %60 ve daha fazla yazı gelmesini istiyorsak az atmalıyız. Böylece %60'ı tutturma şansımız artar. Çünkü ikisinin eşit çıkma olasılığı diğerine göre daha az olur. Ama çok atarsak ikisinin eşitlenme şansı daha fazla.
15	**İyi (3 Puan)** Özellikler **1.** Doğru strateji kullanılarak doğru yanıta ulaşılmış. **2.** Açıklama yok veya yetersiz.	Dışsal Şema (1 Puan) Öğrenci kullandığı stratejiyi ezberlemiş olduğu bilgilere dayanarak açıklar.	Öykü haklıdır. Çünkü fazla atarsak teoriğe yaklaşırız %50'ye. Onun için az atmalıyız.
15	**Orta (2 Puan)** Özellikler **1.** Kısmen doğru strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Deneysel Şema (2 Puan) Öğrenci cevabını doğrulamak için örnek verir veya sezgileriyle bir sonuca ulaşır.	Öykü haklı. Çünkü 5 tek sayıdır ya yazı ya tura fazla gelecektir. İkisi de eşit gelemeyecek. Mesela 5 atıştan 3'ü yazı gelirse kazanır. Ayrıca deneyi de çabuk biter.
15	**Yetersiz (1 Puan)** Özellikler **1.** Belirli bir strateji olmadan sadece verilen ifade aynen tekrar edilmiş veya yanlış strateji kullanılarak doğru sonuca ulaşılmış. **2.**Açıklama yok veya yetersiz.	Boş (0 Puan) Öğrencinin açıklamaları herhangi bir doğrulama içermez.	Ne kadar az atarsa şanslı çünkü turanın sayısı çok attığında artabilir. O yüzden az attığında daha şanslı.
15	**Geçersiz (0 Puan)** Özellikler Alakasız, anlaşılmayan ya da boş cevaplar.	Boş (0 Puan)	Eren haklıdır. Çünkü ya yazı yada tura gelecektir.

EK 7

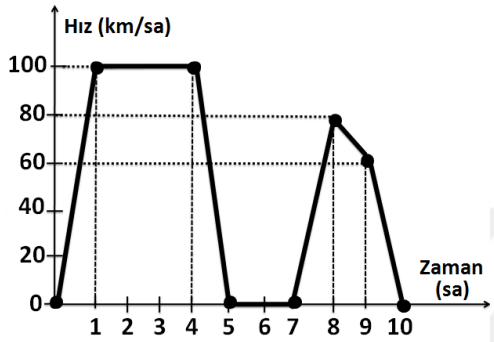
Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları

1) Bu soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözümünü açıklar mısın?
2) Cevabının anlamlı olduğunu düşünüyor musun? Neden?
3) Bu soru için farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?
4) Cevabının doğru olduğuna arkadaşlarını nasıl ikna edersin?

EK 8
Etkinlik Çalışma Yaprakları

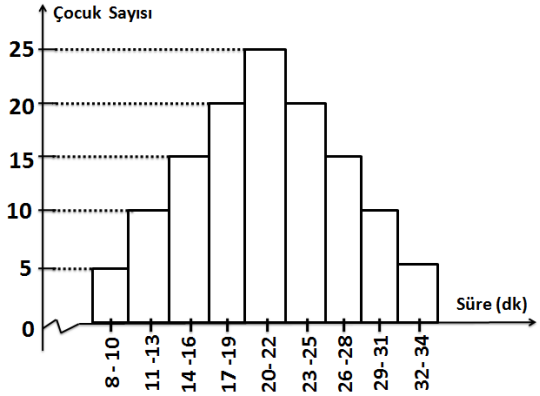
Etkinlik No	1
Etkinliğin Adı	Grafikleri Yorumlayalım
Alt Öğrenme Alanı	Tablo ve Grafikler
Kazanım	İstatistiksel temsil biçimlerini yorumlar ve birbirine dönüştürür.

1.



Yukarıdaki grafik bir otomobilin hız-zaman ilişkisini göstermektedir. Grafiği dikkatlice inceleyiniz. **Bu otomobilin yolculuğu hakkında ne tür bilgiler elde edebilirsiniz?** Grup arkadaşlarınızla tartışınız ve cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

2.

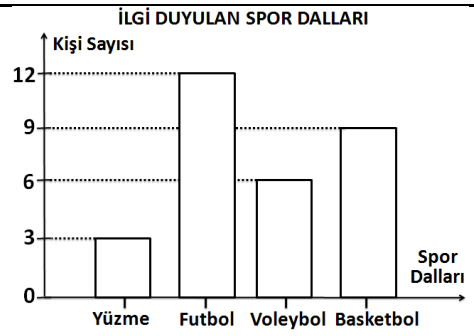


Yukarıdaki grafik çocukların bir yap-boz oyununu bitirme sürelerini göstermektedir. Grafiği dikkatlice inceleyiniz ve aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Grafikten **elde edilebilecek bilgilerle ilgili sorular yazınız ve yazdığınız bu soruları cevaplayınız.**

b) Grafikten kesin olarak çıkarılamayacak bir sonuç var mıdır? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

3.



Yukarıdaki grafiği dikkatlice inceleyiniz. Bu grafik bir daire grafiğine dönüştürülmek isteniyor. Buna göre yandaki soruları cevaplayınız.



a) Yandaki daire grafiğindeki renkler hangi spor dallarını göstermektedir? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

b) Her bir spor dalı daire grafiğinde kaç derecelik açıyla gösterilmiştir? Bulunuz. **Çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde**

	açıklayınız. **c)** Bu topluluktaki kişilerin yüzde kaçı yüzme ile ilgilenmektedir? **d)** Diğer spor dallarıyla ilgilenen kişi sayılarının yüzdelerini hesaplayınız. **Çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**
Etkinlik No	2
Etkinliğin Adı	Araştırma Yapalım ve Grafik Oluşturalım (Ders Dışı Etkinlik)
Alt Öğrenme Alanı	Tablo ve Grafikler
Kazanım	Histogram oluşturur ve yorumlar.

Bu etkinlikte sizden sırasıyla şunları yapmanız beklenmektedir.

- Grup arkadaşlarınızla **histogram oluşturmaya uygun bir araştırma problemi** belirleyiniz.
- Seçtiğiniz araştırma problemi doğrultusunda veri toplamak için **bir yöntem** (anket, görüşme vb.) belirleyiniz.
- Belirlediğiniz yöntemle topladığınız verileri, **uygun bir tablo ve histogram ile** gösteriniz.
- Oluşturduğunuz **histogramı yorumlayınız** (grafiğinizden elde edilebilecek bilgileri yazınız).
- Histogram ile ilgili sınıf arkadaşlarınıza soracağınız **sorular yazınız.**

(**NOT:** Tablo ve grafikleriniz sınıf arkadaşlarınızın görebileceği büyüklükte olmalıdır. Sınıfta sunum yapacağınızı unutmayınız.)

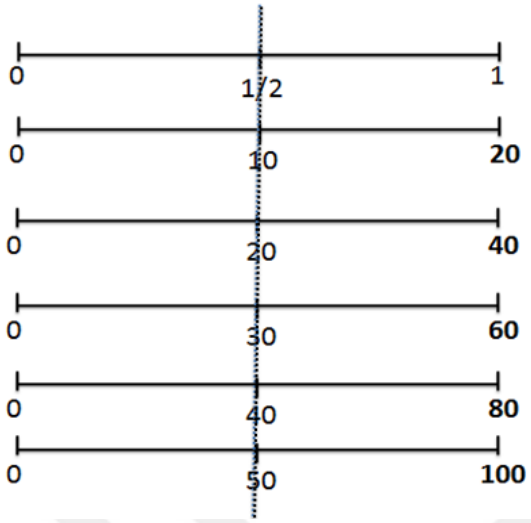
Etkinlik No	3
Etkinliğin Adı	Hangisi Şanslı?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar.

Yarı yarıya mavi ve kırmızı renklere boyalı dönen bir çark öğrencilere sunulur. Bu çarkla ilgili öğrencilere şu sorular yöneltilir:

a) Çark döndürüldüğünde **mavi rengin gelme olasılığı** kaçtır?

b) Kırmızı rengin gelme olasılığı kaçtır?

Bu sorularla mavi-kırmızı renklerin gelme olasılıklarının teorik olarak eşit olduğunun anlaşılmasının ardından, olasılık doğruları çizilerek üzerlerinde 1/2 (%50) olan yerler işaretlenir (Bkz. Resim1) ve sırasıyla şu işlemler gerçekleştirilir:



Resim 1. Olasılık Doğruları

1. Adım: Çark 20 kez çevrilir, mavi ve kırmızı gelme sayılarının kaydı tutulur. Örneğin 13 kez mavi, 7 kez kırmızı geldiyse sayı doğrusunda 0-20 arasında yaklaşık olarak 13'e karşılık gelen yere bir işaret konur.

2. Adım: Çark 20 kez daha çevrilip sonuçlar toplanarak ilk çevirmedeki çetele tablosundaki verilere eklenir.

3. Adım: Çevirme sayısı en az 100 olana kadar aynı işleme devam edilir.

Not: Bu etkinliğin amacı öğrencilerin, deneme sayısı arttıkça 1/2 noktasına (teorik olasılığa) daha çok yaklaşılacağını keşfetmeleridir.

Etkinlik No	4
Etkinliğin Adı	Kim Kazanır?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.

Bir sınıfta başkanlık seçimi yapılmış, iki aday Efe ve Özkan eşit oy almışlardır. Bu adaylardan hangisinin başkan olacağına karar vermek için şöyle bir oyun oynanacaktır:

Adaylar, içinde 6 sarı, 4 yeşil küp bulunan bir torbadan arka arkaya iki küp çekeceklerdir. Çektiği küplerden ikisi de yeşil olan aday 1 puan kazanacak, diğer durumlarda ise puan alamayacaktır. Bu oyun 5 kez oynanacak ve 5 oyunun sonunda en çok puan alan aday başkan olacaktır. Oyuna başlamadan önce Efe birinci küpü çekip torbaya geri attıktan sonra ikinci küpü çekmeyi tercih etmiştir. Özkan ise birinci küpü çektikten sonra torbaya geri atmadan ikinci küpü çekmeyi tercih etmiştir. Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Size göre bu öğrencilerden hangisinin seçimi kazanma şansı daha yüksektir? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**	**b)** Siz aday olsaydınız küpleri nasıl çekmeyi tercih ederdiniz? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Etkinlik No	5
Etkinliğin Adı	Kim Haklı?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	**3)** Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar. **4)** Deneysel ve teorik olasılık arasındaki ilişkiyi keşfeder.

Üç öğrenci Esin, Sibel ve Eda her birinin iki yüzünde 1, bir yüzünde 2 ve üç yüzünde 3 yazılı iki küple bir oyun oynayacaklardır. Küpleri atarak üst yüzlerine gelen sayıların toplamını yandaki tabloya kaydedeceklerdir. Tablodaki satırlardan biri doluncaya kadar küpleri atmaya devam edeceklerdir. Oyuna başlamadan önce bu öğrencilerin hangi satırın daha önce dolacağı hakkındaki fikirleri şöyledir:

Üst Yüze Gelen Sayıların Toplamı:	Çetele Tablosu:									
1										
2										
3										
4										
5										
6										

Esin: Üst yüze gelen sayıların toplamının 3 olması olasılığı daha yüksektir. Bu nedenle 3. satır daha çabuk dolacaktır.

Sibel: Üst yüze gelen sayıların toplamının 4 olması olasılığı daha yüksektir. Bu nedenle 4. satır daha çabuk dolacaktır.

Eda: Üst yüze gelen sayıların toplamının 6 olması olasılığı daha yüksektir. Bu nedenle 6. satır daha çabuk dolacaktır.

Öğrenciler bu oyunu 4 kez tekrar edeceklerdir ve her oyunun sonunda doğru tahminde bulunan öğrenci 10 puan kazanacaktır. Dört oyunun sonunda en çok puanı toplayan öğrenci oyunu kazanmış olacaktır. Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Size göre bu öğrencilerden kim haklıdır ve oyunu kazanır? **Nedenlerinizi ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**	**b)** Bu oyunu siz oynayacak olsaydınız hangi sayıyı tercih ederdiniz? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Etkinlik No	6
Etkinliğin Adı	Adil mi Değil mi?
Alt Öğrenme Alanı	Olasılık
Kazanım	Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.

Merve ve Eda iki zar ile bir oyun oynayacaklardır. İki zar birlikte atılacak ve her atışta zarların üst yüzlerindeki sayıların çarpımına bakılacaktır. Buna göre eğer zarların üst yüzlerindeki sayıların çarpımı tek sayı olursa Merve 1 puan alacak, Eda ise puan alamayacaktır. Eğer zarların üst yüzüne gelen sayıların çarpımı çift sayı olursa Eda 1 puan alacak, Merve ise puan alamayacaktır. Toplam 10 puan alan ilk oyuncu oyunu kazanacaktır. Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Sizce bu oyunu kim kazanır? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**	**b)** Sizce bu oyun adil midir? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

c) Sizden **zar ile oynanacak adil bir oyun tasarlamanız** istenmektedir. Tasarladığınız oyunun nasıl oynanacağını (kurallarını) ve bu oyunun neden adil olduğunu ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

OYUN:	**Açıklama:**

Etkinlik No	7
Etkinliğin Adı	Hangisi Daha Tutarlı?
Alt Öğrenme Alanı	Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri
Kazanım	Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.

Aşağıdaki tablolarda Zeynep ve Esin'in matematik dersinden beş gün boyunca çözdükleri soru sayıları gösterilmiştir. Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Zeynep'in Çözdüğü Soru Sayısı

Günler	Soru Sayısı
1. Gün	40
2. Gün	80
3. Gün	30
4. Gün	100
5. Gün	50

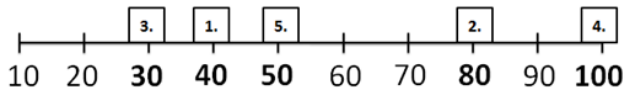
Esin'in Çözdüğü Soru Sayısı

Günler	Soru Sayısı
1. Gün	50
2. Gün	60
3. Gün	40
4. Gün	80
5. Gün	70

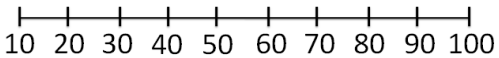
a) Bu öğrencilerden **hangisinin çözdüğü soru sayısı daha tutarlıdır? Neden? Çözümünüzü arkadaşlarınızı ikna edecek şekilde açıklayınız.**

b) Ortalaması aynı kalmak şartıyla Zeynep'in **çözdüğü soru sayısının daha tutarlı olması için neler yapılabilir?** Aşağıdaki sayı doğrusundan yararlanarak, Zeynep'in beş gün boyunca çözdüğü soru sayılarının daha tutarlı olmasını sağlayacak **farklı dağılımlar** bulunuz. Bulduğunuz her dağılımı yeni bir sayı doğrusunda göstererek ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Zeynep'in Çözdüğü Soru Sayıları

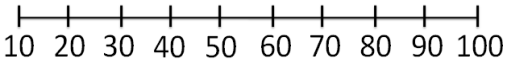


1. Dağılım



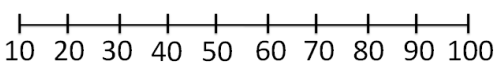
Açıklama:

2. Dağılım



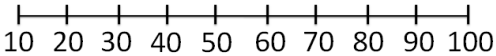
Açıklama:

3. Dağılım

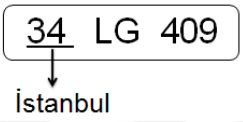
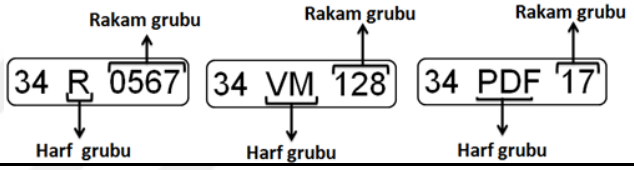
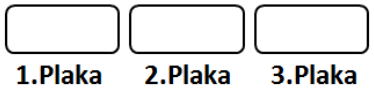


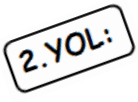
Açıklama:

4. Dağılım



Açıklama:

<table>
<tr><td>Etkinlik No</td><td colspan="3">8</td></tr>
<tr><td>Etkinliğin Adı</td><td colspan="3">Kendi Plakanı Tasarla!</td></tr>
<tr><td>Alt Öğrenme Alanı</td><td colspan="3">Olası Durumları Belirleme</td></tr>
<tr><td>Kazanım</td><td colspan="3">Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.</td></tr>
<tr><td colspan="2">ÖN BİLGİ: Ülkemizde plakalarla ilgili sistem şöyledir:
❖ İlk iki hane il isimlerinin alfabetik olarak sıralanmasıyla meydana gelmiş sayılardan oluşmaktadır. Örneğin aşağıdaki plakada 34 İstanbul ilini temsil etmektedir.

</td><td colspan="2">❖ Plakalarda il kodundan sonra gelen harf ve rakam grupları ise şöyledir:
▪ Bir harf - 4 veya 5 rakam,
▪ İki harf - 3 rakam veya 4 rakam
▪ Üç harf - 2 rakam
ÖRNEKLER:

</td></tr>
<tr><td colspan="2">UYGULAMA
1. ADIM:
➢ Grup arkadaşlarınızla yukarıda verilen plaka örneklerine benzer şekilde rakamları ve harfleri tekrarsız olacak şekilde 3 farklı plaka tasarlayınız ve aşağıdaki kutulara yazınız.

</td><td colspan="2">2. ADIM:
➢ Tasarladığınız plakalardan birini seçiniz. Sadece bu plakada bulunan harf ve rakamları kullanarak, seçtiğiniz plakaya benzer şekilde kaç farklı plaka oluşturabileceğinizi bulunuz. Plakaları bulmak için farklı çözüm yolları geliştiriniz ve arkadaşlarınızı olası bütün plakaları bulduğunuza ikna etmek için çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Seçtiğimiz Plaka:</td><td colspan="2">Oluşturduğumuz Plakaların Sayısı:</td></tr>
<tr><td>ÇÖZÜM:

</td><td>
</td><td>
</td><td>AÇIKLAMA:</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. ADIM:
Sizden ülkemizdeki sistemde bulunmayan yeni bir plaka tasarlamanız isteniyor. Bu plakada olması gereken özellikler ise şöyle sıralanıyor:</td><td colspan="2">a) Belirtilen şartlara uygun kaç farklı plaka tasarlayabilirsiniz? Bulunuz. Cevabınızı nedenleriyle birlikte açıklayınız.
b) Kullanılan rakamların diziliş sırası önemli</td></tr>
</table>

1) İstanbul ilini temsil edecek **2)** Bir harf ve 2 rakamdan oluşacak **3)** Kullanılan rakamlar birbirinden farklı olacak **ÖRNEK:** 34 A 52 Buna göre yandaki soruları cevaplayınız.	**değil ise** kaç farklı plaka tasarlanabilir? Bulunuz. **Cevabınızı nedenleriyle birlikte açıklayınız.** **c)** Bulduğunuz iki sonucu karşılaştırınız. Aralarında nasıl bir ilişki var? **Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

EK 9

Grup Değerlendirme Formu (GDF)

Seviyeler		Açıklamalar
1.Seviye (Geçersiz) 0 Puan	Çözüm	❖ Anlaşılmayan (görevle ilgisi olmayan) veya hiçbir çözüm içermeyen yanıtlar verilmiştir.
	Strateji	❖ Problemi çözmek için kullanılan belirli bir strateji yoktur ve yapılan işlemler tamamen anlamsızdır.
	Sunum	❖ Görevle ilgisi olmayan yanlış açıklamalar yapılmış ya da hiçbir açıklama yapılmamıştır.
2. Seviye (Yetersiz) 1 Puan	Çözüm	❖ Problemin çözümü için bazı adımlar atılmış fakat tamamlanamamıştır.
	Strateji	❖ Belirli bir stratejinin varlığından kesin olarak bahsetmek mümkün değildir.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yetersiz olmakla birlikte sorulan sorulara cevap verme çabası vardır.
3. Seviye (Orta) 2 Puan	Çözüm	❖ Problemin çözümü için anlamlı adımlar atılmış fakat tam bir çözüme ulaşılamamıştır.
	Strateji	❖ Belirli bir strateji izlenmiş ancak bu strateji doğru sonuca götürmede yetersiz kalmıştır.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yetersiz olmakla birlikte, sorulan sorulardan bazılarına doğru cevaplar verilebilmiştir.
4. Seviye (İyi) 3 Puan	Çözüm	❖ Tam ve doğru olan bir veya daha fazla çözüm önerilmiştir.
	Strateji	❖ Etkili bir veya daha fazla strateji seçilmiş ve yapılan işlemler doğru sonuca götürmüştür.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yeterli görünmekle birlikte, uygulanan strateji veya stratejiler derinlemesine sorgulandığında tam ve tatmin edici cevaplar alınamamıştır.
5. Seviye (Çok İyi) 4 Puan	Çözüm	❖ Tam ve doğru olan bir veya daha fazla çözüm önerilmiştir.
	Strateji	❖ Etkili bir veya daha fazla strateji seçilmiş ve yapılan işlemler doğru sonuca götürmüştür.
	Sunum	❖ Yapılan açıklamalar yeterlidir ve uygulanan strateji veya stratejiler derinlemesine sorgulandığında tam ve tatmin edici cevaplar alınmıştır. Ayrıca zaman zaman birden fazla doğrulama yapıldığı görülmüştür.

EK 10

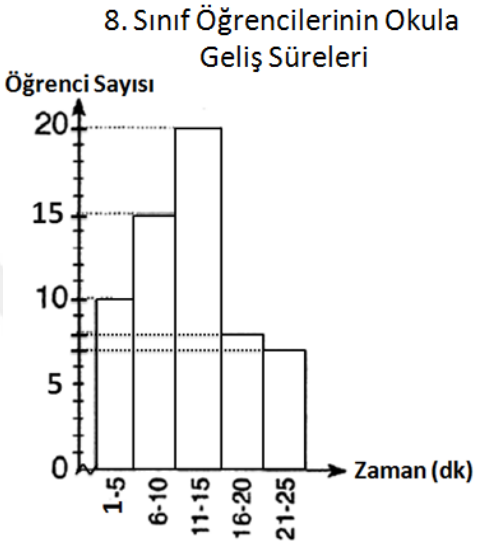
Ödev Soruları

Soru No : 1

Alt Öğrenme Alanı: Tablo ve Grafikler

Kazanım: Histogramı yorumlar.

1.



Yandaki grafikte bir okuldaki 8. sınıf öğrencilerinin evlerinden okula geliş süreleri gösterilmiştir. Buna göre,

a) Grafikten çıkarılabilecek sonuçları maddeler halinde yazınız.

b) Yazdığınız sonuçları yorumlayınız.

c) Grafikten kesin olarak çıkarılamayacak bilgiler var mıdır? **Neden? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Soru No : 2

Alt Öğrenme Alanı: Merkezi Eğilim ve Yayılma Ölçüleri

Kazanım: Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.

2.

Maçlar	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**
Özkan	16	14	16	12	17	17	16	12	16	14
Bora	20	10	16	24	8	16	9	20	5	12

Yukarıdaki tablo farklı takımlarda oynayan iki basketbolcunun 10 maçta attıkları basket sayılarını göstermektedir. Bu oyunculardan birisi milli takımda oynaması için seçilecektir. Buna göre; aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

a) Her iki sporcuya ait veriler için aritmetik ortalama, mod, medyan, açıklık, çeyrekler açıklığı ve standart sapma gibi merkezi eğilim ve yayılma ölçülerinden uygun olanları seçerek hesaplayınız.

b) Her iki sporcu için **elde ettiğiniz verileri karşılaştırarak yorumlayınız.**

c) Siz olsaydınız milli takım için hangi sporcuyu seçerdiniz? **Nedenlerinizi ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

Soru No: 3

Alt Öğrenme Alanı: Olasılık

Kazanım: Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.

3. Bir kutuda aynı büyüklükte 4 mavi, 5 kırmızı bilye vardır. Bu kutudan çekilen bilye geri atılmamak şartıyla rastgele 2 bilye çekiliyor. Buna göre, çekilen bilyelerden en az birinin mavi olma olasılığı kaçtır? **Bu problemi çözmek için farklı yollar geliştiriniz ve cevabınızın doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna etmek için çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.**

1. YOL	**Açıklama:**	2. YOL	**Açıklama:**
3. YOL	**Açıklama:**	4. YOL	**Açıklama:**

Soru No: 4

Alt Öğrenme Alanı: Olasılık

Kazanım: Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.

4. Bir ailenin;

a) Üç çocuğunun da erkek olma olasılığı kaçtır?

b) Üç çocuktan **en çok ikisinin kız çocuk olma olasılığı** kaçtır?

Bu problemleri çözmek için farklı yollar geliştiriniz ve cevabınızın doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna etmek için çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

1. YOL	**Açıklama:**	2. YOL	**Açıklama:**
3. YOL	**Açıklama:**	4. YOL	**Açıklama:**

Soru No: 5

Alt Öğrenme Alanı: Olası Durumları Belirleme

Kazanım: Kombinasyonu hesaplar.

5. 3 erkek ve 2 kız öğrenciden, en az birisi kız öğrenci olacak şekilde 3 kişilik bir ekip oluşturulmak isteniyor. Buna göre, kaç farklı grup oluşturulabilir?

Bu problemi çözmek için farklı yollar geliştiriniz ve cevabınızın doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna etmek için çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

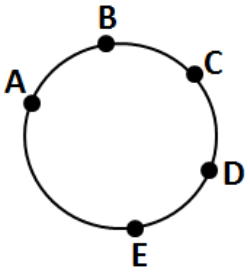
1. YOL	**Açıklama:**	2. YOL	**Açıklama:**
3. YOL	**Açıklama:**	4. YOL	**Açıklama:**

Soru No: 6

Alt Öğrenme Alanı: Olası Durumları Belirleme

Kazanım: Kombinasyonu hesaplar.

6.



Yandaki çember üzerinde 5 farklı nokta işaretlenmiştir. Buna göre,

a) Bu noktalar kaç farklı doğru belirtir?

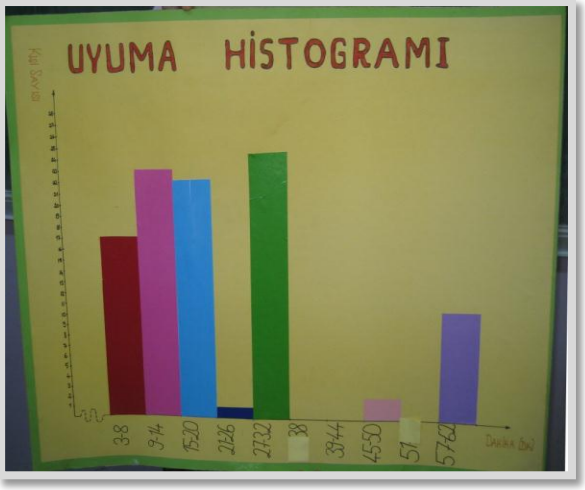
b) Köşeleri bu noktalar olan ve **<u>bir köşesi E olan</u> kaç farklı üçgen oluşturulabilir?**

c) Köşeleri bu noktalar olan **kaç farklı dörtgen oluşturulabilir?**

Bu problemleri çözmek için farklı yollar geliştiriniz ve cevabınızın doğru olduğuna arkadaşlarınızı ikna etmek için çözümlerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

EK 11

Fotoğraflar

Grup Çalışmaları…	**Sınıf Ortamı…**
	
Grup Sunumları…	
	
Materyaller…	**Ödevler…**
	

EK 12

Başarı Belgesi



Başarı Belgesi

Nail Reşit Ortaokulu öğrencilerinden .....
"*8. Sınıf Öğrencilerinin Matematikle İlgili Anlama ve Düşünme Yollarının İncelenmesi*" konulu araştırma için yapılan işbirliğine dayalı problem çözme çalışmasında grup arkadaşlarıyla uyumu, örnek davranışları ve çalışmayı başarıyla tamamladığı için bu belgeyi almaya hak kazanmıştır.

Grubuna katkılarından dolayı kutlar, başarılarının devamını dilerim.

Filiz YILDIZ
Matematik Öğretmeni